

3230102918 姚木杭

最长严格递增子序列

```
int n = nums.length // 设为 nums 为输入数组
res = 1
if n == 1 return 1
if n == 0 return 0 // 处理特殊情况

int dp[n] // dp 表示以第 i 个数结尾
for i = 0 ~ n dp[i] = 1 // 最长严格递增子序列长度
```

```
for i = 1 ~ n
    for j = 1 ~ i
```

```
if nums[i] > nums[j] // nums[i] 比 nums[j] 大可更新
```

```
dp[i] = max(dp[i], dp[j] + 1)
```

```
res = max(dp[i], res) // res 即为答案
```

```
cout << res.
```

示例: $nums[0, 1, 0, 3, 2, 3]$

$i=1$ $dp[1, 1, 1, 1, 1, 1]$ 初始化

① $dp[i] = dp[0] + 1 = 2$ $res = 2$

② $i=2$ $dp[i]$ 不变

③ $i=3$

$dp[i] = \max(dp[0]+1, dp[1]+1, dp[2]+1)$
 $= 3$

④ $i=4$

$dp[i] = \max(dp[0]+1, dp[1]+1, dp[2]+1, dp[3]+1)$
 $= 3$

⑤ $i=5$

$dp[i] = \max(dp[0]+1, dp[1]+1, dp[2]+1, dp[3]+1, dp[4]+1)$

$dp[4] + 1 = 4$

⑥ $res = 4$

$res = 4$

此算法为 $O(n^2)$

改进: 我们发现最后 m 值越小越好
因此我们可以新建一个 $d[len]$ 数组
表示长为 len 的严格递增子序列末尾最小为多少

$len = 1$

$d[1] = \text{nums}[0]$

for $i = 1 \sim n$

if ($\text{nums}[i] > d[len]$)

$len++$

$d[len] = \text{nums}[i]$

else

$l = 1, r = len, pos = 0$ // 采用二分法降低时间复杂度

while $l \leq r$

$mid = (l + r) / 2$

if $d[mid] < \text{nums}[i]$

$pos = mid$

$l = mid + 1$

else

$r = mid - 1$

$d[pos + 1] = \text{nums}[i]$ // 找到 d 中第一个比 $\text{nums}[i]$ 大的数, 将后一个改为 $\text{nums}[i]$

return len

示例: 10 9 2 5 3 7 101 18 19

① $d[1] = 10$

② $i = 1$
 $d[1] = 9$

③ $i = 2$
 $d[1] = 2$

④ $i = 3$
 $d[2] = 5$ $len = 2$

⑤ $i = 4$
 $d[2] = 3$

⑥ $i = 5$
 $d[3] = 7$ $len = 3$

⑦ $i = 6$
 $d[4] = 101$ $len = 4$

⑧ $i = 7$
 $d[4] = 18$ $len = 4$

⑨ $i = 8$
 $d[5] = 19$ $len = 5$

2, 3, 7, 18, 19

此算法复杂度为 $O(n \log n)$