Обчислювальна геометрія та **КОМП’ЮТЕРНА ГРАФІКА**

Рекомендована література

Базова

Роджерс Д.,Адамс Дж. Математические основы машинной графики.-

М.: Машиностроение; 1980.

2. Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики.- М.:Мир; 1989.
3. Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия. Введение.- М.: Мир; 1989.

Геометрическое моделирование и машинной графика в САПР / Учебник для студентов вузов/ Михайленко В.Е.; Кислоокий В.И. и др.- К.

Аммерал Л. Машинная графика на персональных компьютерах. Пер. с англ. - М.: “Сол Систем”; 1992.- 204 стр.

Шишкин Е.В.,Борескoв А.В. Компьтерная графика. Динамика, реалистические изображения.-М.: «Диалог-МИФИ». 1995.- 288с.

оманов В.Ю. Популярные форматы файлов для хранения графических изображений на IBM PC. –М.: УНИТЕХ, 1992. – 156 с.

Допоміжна

1. Аммерал Л. Программирование графики на Турбо Си. Пер. с англ.- М.: 1992.- 203 с.
2. Аммерал Л. Интерактивная трехмерная графика. Пер. с англ.-М.:1992.- 299 с.

Аммерал Л. Принципы программирования в машинной графике. Пер. с англ.- М.: “Сол Систем”; 1992.

ндельс Г.,Кенси К.,Парафор Г. Програмные средства машинной графики. Международный стандарт GKS. Пер. С англ.-М.: Радио и связь.198

ерриган Дж. Компьютерная графика: секреты и решения.-М.Энтроп.-1995.-352 с.

Вступ. Визначення поняття „комп’ютерна графіка”, сфери та напрями її застосування.

У Державному стандарті України ДСТУ 2939-94 дається таке визначення:

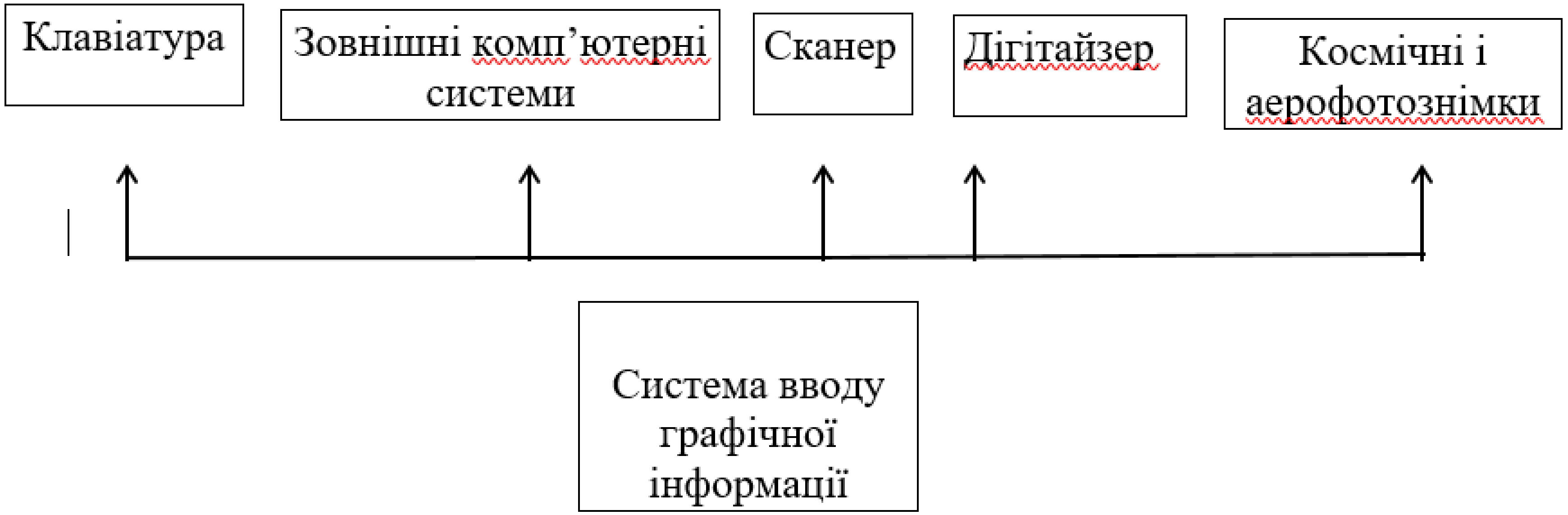
комп’ютерна графіка **– це сукупність методів і способів перетворення за допомогою комп’ютера даних у графічне зображення і графічного зображення у дані.**

2.Основні етапи загального алгоритму обробки зображень

Взаємовідношення між цими підобластями комп’ютерної графіки можна пояснити таблицею:

	Синтез зображення	**Аналіз зображення**	**Обробка зображення**
Вхід	Формальний опис	Візуальне задання	Візуальне задання
Вихід	Візуальне задання	Формальний опис	Візуальне задання
Об’єкти	Лінії, пікселі, об’єкти, текст і їх сукупність	Згенероване чи зіскановане зображення	Відскановане зображення
Задачі	Генерація, задання, сегментація, перетворення зображень	Розпізнавання образів, структурний аналіз	Підвищення якості зображень

- а) вхідне задання, ввід зображення;
- б) зображення готуються до візуалізації;
- в) попередньо підготовлені зображення малюються;
- г) здійснюється взаємодія із зображенням.
- Пункти а) - г) становлять найбільш **загальний алгоритм побудови та використання графічної інформації.**



Система вводу - це програмний блок, який відповідає за отримання графічної інформації з різноманітних електронних пристроїв, таких як дігітайзер (оцифровувач), на якому здійснюється цифрування малюнку; сканер, який зчитує зображення у вигляді растрової картинки та ін. Інформація може бути введена з клавіатури вручну або отримана з іншої комп'ютерної системи.

Пункт в) загальної схеми найбільше залежить від технічних засобів виводу інформації. За здійснення цього пункту відповідає система виводу інформації, що задається наступною структурою на Рис.2.

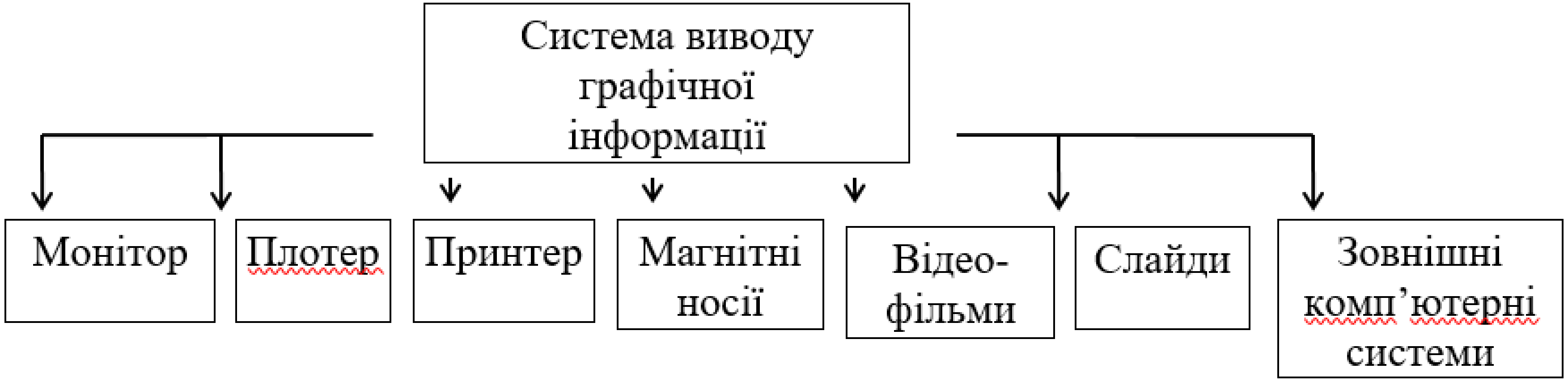


Рис.2 Система виводу графічної інформації.

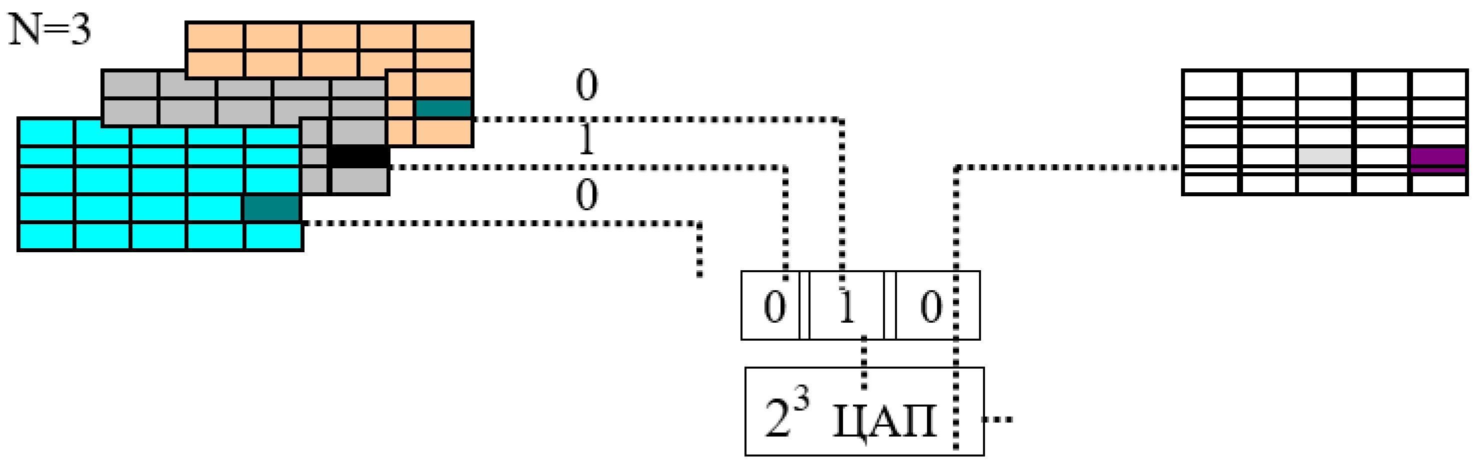


Рис.7 Процес перетворення інформації з трьома бітовими площинами.

- Що стосується останнього ***4-го пункту*** загальної схеми комп’ютерної графіки, то слід сказати, що ця взаємодія здійснюється за допомогою спеціальних діалогових пристроїв, які можна поділити на 5 класів: локатор, валюатор, селектор, кнопка, клавіатура. Коротко охарактеризуємо кожен з цих класів.
- Функцією локатора є видача координатної інформації в двох чи трьох вимірах. Валюатор використовується для вводу окремої величини. Як правило - це дійсне число між нулем і певним дійсним максимумом. Кнопка використовується для вибору та активування певних процедур, що керують діалогом. В функції селектора входить ідентифікація чи вибір об’єктів у виведеному зображенні. Логічна клавіатура опрацьовує текстову інформацію.

Домашня сторінка електронного кабінету Венгерського П.С.

cabinetvps

Домашня сторінка електронного кабінету Венгерського П.С.
Графічні інформаційні системи і БД
Звітність
Індивідуальне завдання №1
Індивідуальне завдання №2
Математичні проблеми охорони довкілля
Графік виступів
Записати тему реферату
Оцінювання

Домашня сторінка електронного кабінету Венгерського П.С.

На цій сторінці містяться інформація про навчальні дисципліни, які читаються мною студентам ф-ту прикладної математики та інформатики :

- **Обчислювальна геометрія і комп'ютерна графіка**
- **Графічні інформаційні системи і бази даних (ГІС і БД)**
- **Програмне забезпечення обробки зображень**
- **Геоінформаційні системи**
- **Математичні проблеми охорони довкілля**
- **Чисельні методи математичної фізики**
- **Графічна бібліотека OpenGL**
- **Інтервальні обчислення і компютерні технології**
- **Обробка зображень та мультимедіа**
- **Навчальна практика**

завдання №1
Індивідуальне завдання №2
Індивідуальне завдання №3
Обчислювальна геометрія і комп'ютерна графіка
Журнали груп
Комп'ютерні проекти
Перелік тем курсу
Список літератури
Індивідуальне завдання №1
Індивідуальне завдання №2
Індивідуальне завдання №3
Основи кібербезпеки
Журнал групи
Інтервальні обчислення і компютерні

11. Реалізувати алгоритм тр
12. Побудувати пряму, яка найменше відхиляється від заданих точок $P1$, $P2$, …, Pn.
13. Дано два трикутники, які не перетинаються. В кожному з цих трикутників вибирається по другого паралельно вектору, що з'єднує ці точки. Зупинити рух трикутника в момент його довільного полігона.
14. Задано квадрат і пряму, які не мають спільних точок. Через центр квадрата проведено перпе центру проти годинникової стрілки, рухається до прямої так, що центр квадрата залишається дотику з прямою.
15. Задано трикутник, одна з вершин якого рухається по інтерактивно введеній кривій (в прост вписаних в рухомий трикутник; *б*) описаних навколо рухомого трикутника.
16. Розробити анімаційну програму, яка виконує кольорову анімацію набору різнокольорових к плавної зміни розмірів кіл створити ілюзію руху.
17. На горизонтальній прямій задано дві точки, відстань між якими дорівнює c. Зобразити мно точок дорівнює p. Розглянути такі випадки:

$$1)\, p = c^{2\cdot}/4;\ 2)\, p < c^{2\cdot}/4;\ 3)\ c^{2\cdot}/4 < p < c^{2\cdot}/2\ ;\ 4)\ p > c^{2\cdot}/4\ .$$

18. На площині задано m точок F1, F2, …, Fm. Зобразити множину точок, для яких

, де p – наперед задане додатне число.

19. На прямій задано m точок. Написати програму, яка знайде на цій прямій точку, сума відста задачу на випадок площини.

Перетворення точок в двохвимірному просторі

Розглянемо основні поняття та оператори сучасної математики, які необхідні для задання і перетворення точок та ліній. В нас кожен графічний об’єкт задається сукупністю точок і з’єднаних лініями, тому далі будуть наводитися правила і операції з множинами точок. Користувач може по бажанню змінювати масштаб зображення, повертати його і для зручності утворити перспективне зображення об’єкта.

3.1 Представлення точок.

Для задання точки на площині скористаємося її координатами x та y. Тому точки будемо задавати у вигляді вектора-стовпця

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix},$$

або вектора-рядка $\begin{bmatrix} X & Y \end{bmatrix}$ в двомірному просторі, чи $\begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix}$ в тримірному просторі.

Графічне зображення як набір точок (відповідно вектор-стовпців) будемо зображати матрицею чисел. Тоді перетворення над графічним об’єктом буде комбінацією аналогічних перетворень над кожною точкою даного об’єкта.

3.2 Перетворення над матрицями (векторами) точок.

Якщо перетворення над графічними об’єктами зводиться до перетворень з матрицями точок , то тут справедливі всі твердження матричної алгебри. Так, коли з вихідного об’єкта A ми в результаті перетворень отримали графічний об’єкт B, можемо записати

$$A \sim B \Rightarrow AT = B \Rightarrow T = A^{-1}B$$

Тепер T ми можемо трактувати як вже відомий оператор і розповсюджувати його дію на будь-який придатний до цього об’єкт:

$$CT = C^* \qquad (1)$$

Сьогодні ми розглянемо оператори, що здійснюють наступні дії: обертання, відображення, перенос, поворот навколо осі, масштабу-вання, гомотетію та їх комбінації.

3.3 Перетворення точок.

Згідно (1) образом довільної точки $\begin{bmatrix} X & Y \end{bmatrix}$ в результаті дії довільного оператора $T = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ буде точка

$$\begin{bmatrix} X & Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \left[(aX + bY), (bX + dY) \right] = \begin{bmatrix} X^* & Y^* \end{bmatrix},$$

тобто точка з координатами

Розглянемо деякі часткові випадки:

а) $a = d = 1, c = b = 0$ - еквівалентність;

б) $d = 1, c = b = 0$ - масштабування в напрямку X;

в) $a = 1, c = b = 0$ - масштабування в напрямку Y;

г) $c = b = 0$ -маштабування в двох напрямках;

д) $b = c = 0, d=1, a=-1$ – симетрія відносно осі OY;

е) $a = d = 1, c = 0$ - зсув у напрямку Y;

ж) $a = d = 1, b = 0$ - зсув у напрямку X.

3.4 Перетворення прямих ліній

Для однозначного задання прямої виберемо на ній дві точки. Тоді всі перетворення прямих ліній будуть зводитися до перетворення координат двох точок. Для двох прямих можемо записати загальне перетворення:

$$\begin{pmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} X_1^* & Y_1^* \\ X_2^* & Y_2^* \end{pmatrix}$$

Задача 1.Узагальнити двохвимірні перетворення для наступних графічних об'єктів:

1. *перетин двох відрізків;*
2. *дві паралельні прямі.*
3. *середина відрізка*

3.5 Обертання навколо центральної точки.

Загальну матрицю 2х2, яка здійснює обертання довільної фігури відносно початку координат на довільний кут, побудуємо на основі обертання одиничного квадрату. Зауважимо, що будемо вважати додатніми кути вибрані від осі ОХ проти годинникової стрілки.

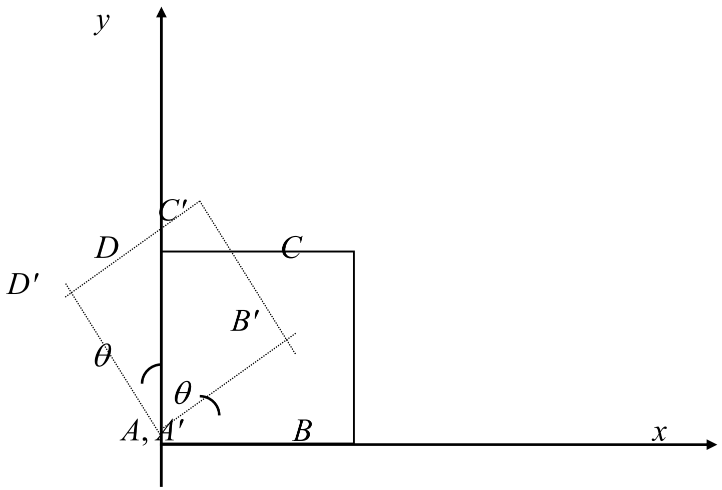


Рис.9 Обертання відносно початку координат.

Запишемо перетворення основних точок

Загальна матриця обертання має вигляд:

$$T = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \qquad (2)$$

Розглянемо вплив 3-го стовпця нової матриці перетворень 3х3:

$$\begin{bmatrix} a & b & p \\ c & d & q \\ m & n & s \end{bmatrix}$$

для чого розглянемо операцію

$$\begin{bmatrix} X & Y & H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X & Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & p \\ 0 & 1 & q \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X & Y & pX + qY + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^* & Y^* & 1 \end{bmatrix}$$

Звідки маємо

$$X^* = \frac{X}{H} = \frac{X}{pX + qY + 1}$$

$$Y^* = \frac{Y}{H} = \frac{Y}{pX + qY + 1}$$

Відповідно під перетворенням, що несуть числа p, q розуміємо перехід точки A у A^* через A'. Таким чином бачимо, що A є ортогональною проекцією A' на площину $H = pX + qY + 1$, а A^* є центральною проекцією A' на площину $H = 1$.

Останній параметр (4) s - є коефіцієнт масштабного розширення відносно точки (0,0), що пояснюється схемою:

$$\begin{bmatrix} X & Y & H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X & Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^* & Y^* & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{X}{s} & \frac{Y}{s} & 1 \end{bmatrix}$$

Т. т.

$$X^* = \frac{X}{s}$$

$$Y^* = \frac{Y}{s}$$

Остаточно основна матриця перетворень на площині розмірності 3х3 для двохвимірних однорідних координат може бути по дії роз-бита на 4 блоки

$$\begin{bmatrix} a & b & | & p \\ c & d & | & q \\ - & - & + & - \\ m & n & | & s \end{bmatrix},$$

де

a, b, c, d - здійснюють зміну масштабу, зсув, обертання;

m, n - зміщення;

p, q - отримання проекцій;

s - повну зміну масштабу (гомотетію).

Як приклад розглянемо поворот вектора положення: $\begin{pmatrix} X & Y & 1 \end{pmatrix}$ навколо довільної точки $\begin{pmatrix} m & n \end{pmatrix}$. Це перетворення можна зробити послідовно, використавши:

переніс $\begin{pmatrix} m & n \end{pmatrix}$ в початок координат;

обертання навколо центра координат;

переніс на вектор $\begin{pmatrix} m & n \end{pmatrix}$.

Це здійснюється за формулою:

$$\begin{bmatrix} X & Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -m & -n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ m & n & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^* & Y^* & H \end{bmatrix}$$

Звідки

$$\begin{bmatrix} X^* & Y^* & H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X & Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ -m(\cos\theta - 1) + n\sin\theta & -m\sin\theta - n(\cos\theta - 1) & 1 \end{bmatrix}$$

Перетворення трьохвимірних координат.

Тепер точка в тривимірному просторі

$$\begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix}$$

запишеться як

чи .

$$\begin{bmatrix} X & Y & Z & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} X & Y & Z & H \end{bmatrix}$$

Перетворення однорідних координат тепер опишеться співвідношеннями:

$$\begin{bmatrix} X & Y & Z & H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} T \qquad (1)$$

та

$$\begin{bmatrix} x^* & y^* & z^* & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{X}{H} & \frac{Y}{H} & \frac{Z}{H} & 1 \end{bmatrix}$$

,

T - деяка матриця перетворення.

В загальному випадку ця матриця може бути записана, як 4х4 виду:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix} \qquad (2)$$

Цю матрицю природно зобразити як блочну, що містить в собі наступні блоки:

$$\begin{bmatrix} 3\times 3 & | & 3\times 1 \\ --- & + & --- \\ 1\times 3 & | & 1\times 1 \end{bmatrix}$$

Матриця 3х3 здійснює лінійне перетворення у вигляді: зміни масштабу, зсуву, обертання.

Матриця-стрічка 1х3 - перенос, матриця-стовбець 3х1 відповідає за перетворення в перспективі; 1х1- повну рівномірну зміну масштабу.

Афінна та перспективна геометрія.

Основною різницею між афінною (чи евклідовою) та пер-спективною геометрією полягає в понятті паралельності та спів-відношенні між паралельними прямими. В перспективній геометрії паралельні прямі можуть перетинатися, в афінній - ні.

Комбінація перспективного та проекційного перетворень створює перспективну проекцію. Перспективна проекція представляє собою перетворення зображення з три-вимірного простору в двовимірне. Якщо центр проектування знаходиться в безмежності, то перспективна проекція називається аксонометричною.

Аксонометричні проекції.

Аксонометричні проекції утворюються з допомогою афінного перетворення, визначник якого дорівнює нулю. Існує декілька типів аксонометричної проекції, що використовуються в інженерній графіці. Для отримання результуючої матриці перетворень використовується матриця 4х4, яка необхідна для проведення афінного перетворення системи точок, і матриця проектування на деяку площину з центру проектування в безмежності.

Z
.

До аксонометричних проекцій відносяться:

а) ортогональна: матриця перетворення здійснює лише обертання, причому координатні осі залишаються ортогональними під час проектування;

б) діметрична: дві з трьох осей під час проектування однаково скорочені;

в) ізометрична: всі три вісі однаково скорочені.

Найпростіша аксонометрична проекція з тривимірного простору на площину $Z = n$

може бути отримана шляхом перетворення:

$$\begin{bmatrix} X & Y & Z & H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & n & 1 \end{bmatrix}$$

Ортогональне аксонометричне перетворення включає в себе це перетворення і деяке обертання навколо осі

Для отримання співвідношень для діметричних та ізометричних проекцій розглянемо комбіновані обертання навколо осей

$$\begin{bmatrix} X & Y & Z & H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ,$$

Звідки отримаємо:

$$\begin{bmatrix} X & Y & Z & H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi\sin\theta & -\sin\varphi\cos\theta & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ \sin\varphi & -\cos\varphi\sin\theta & \cos\varphi\cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Для того щоб, отримати діметричну проекцію, необхідно прирівняти довжини проекцій на вісь   отриманих векторів т. т.

$$\sqrt{\cos^2\varphi + (\sin\varphi\sin\theta)^2} = \sqrt{\cos^2\theta}$$

Звідки отримаємо рівняння:

$$\sin^2\varphi = \frac{\sin^2\theta}{1-\sin^2\theta} \qquad (6)$$

$$\cos^2\varphi + \sin^2\varphi\sin^2\theta = \cos^2\theta$$
$$\sin^2\varphi + \cos^2\varphi\sin^2\theta = \cos^2\theta \qquad (7)$$

Розв'язок системи (7) буде:

$$\sin^2\theta = \frac{1}{3} \quad \begin{pmatrix} \theta = 35.26^\circ \\ \varphi = 45^\circ \end{pmatrix}$$
$$\sin^2 = \frac{1}{2} \qquad (8)$$

Можна також показати, що нахил осі X до горизонталі при цьо-му буде $\alpha = 30^\circ$