Вар.2

1. Точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

   а) (3, 18, 21, 3); б)(3, 6, 7, 4); в)(3, 6, 7, 1).

   Точки xyz мають поділитись на 4значення і результатом має бути дана точка

2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

   Вкажіть елементи, які відповідають за обертання: a b c d e f h i j

3. Записати матрицю дзеркального відображення відносно координатної площини XOZ:

   -1 0 0 0
   0 1 0 0
   0 0 -10
   0 0 0 1

   Множення матриці повороту на x на матрицю повороту z

4. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола:

1) $\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases}$ 2) $\begin{matrix} x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \dfrac{2t}{1+t^2} \end{matrix}, t = tg(Q/2)$ Поставити знак нерівності:

   1) > 2)

   1) … x більше y ……2) x менше y

5. Для загальної аксонометричної проекції масштабні коефіцієнти є

   а) однаковими в трьох головних напрямах; - ізометрична
   б) різними в трьох головних напрямах; - аксонометрична
   в) різними в двох головних напрямах. -диметрична

6. Діметрична проекція

   а) змінює форму об’єкта та його положення в просторі;
   б) не змінює ні форми об’єкта, ні його положення в просторі;
   в) не змінює форми об’єкта, а змінює тільки його положення в просторі

7. Процес обертання навколо осі OZ

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$Z б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ Y в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$X

8. Записати розмірності для знаходженння P’ у матричному вигляді

   $M \cdot P = B$, M- матриця прямокутна (n-2)*(n), P -стовпець (n)*(1), B -стовпець (n-2)*(1)

9. В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор $\begin{bmatrix} a & b & 0 \end{bmatrix}$ утворює точку в безмежності на прямій

а) $X + Y = const$ б) $aX - bY = 0$ в) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.

10. Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими: а) (1,1), (3,1); б) (1,1), $B_1(2,3)$; в) $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$.

8. Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими:
а) B_0 (1,1)
б) B_3 (3,1)
в) B_1 (2,3)
г) B_2(4,3)

11. Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:
а) ортогональна; б) перспективна; в) косокутна паралельна.

12. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:
$r(0)=r_1$ $r(1)= r_3$ $r'(0)= 3(r_1 - r_0)$ $r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

Матриці перетворення

Паралельне перенесення: $\underline{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\underline{T} \cdot (x, y, z, 1)^T = (x + t_x, y + t_y, z + t_z, 1)^T$

Обертання навколо осі x: $\underline{R_x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Обертання навколо осі y: $\underline{R_y} = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Обертання навколо осі z: $\underline{R_z} = \begin{pmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Масштабування: $\underline{S} = \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\underline{S} \cdot (x, y, z, 1)^T = (s_x \cdot x, s_y \cdot y, s_z \cdot z, 1)^T$

Перспективне перетворення: $\underline{P} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d} & 0 \end{pmatrix}$ $\underline{P} \cdot (x, y, z, 1)^T = (x, y, z, \frac{z}{d})^T$

Ортогональна проєкція: $\underline{P_{\mathrm{orth},z=0}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\underline{P_{\mathrm{orth},z=0}} \cdot (x, y, z, 1)^T = (x, y, 0, 1)^T$

Умови кривої Безє

$$r(0) = r_0$$
$$r(1) = r_3$$
$$r'(0) = 3(r_1 - r_0)$$
$$r'(1) = 3(r_3 - r_2)$$

Остаточно основна матриця перетворень на площині розмірності 3х3 для двохвимірних однорідних координат може бути по дії роз-бита на 4 блоки

$$\left[\begin{array}{cc|c} a & b & p \\ c & d & q \\ \hline m & n & s \end{array}\right],$$

де

a,b,c,d - здійснюють зміну масштабу, зсув, обертання;

m,n - зміщення;

p,q - отримання проекцій;

s - повну зміну масштабу (гомотетію).

Узагальнена матриця перетворень 4 х 4 для трьохмірних однорідних координат має вигляд : T=

$$\left\{\begin{matrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & S \end{matrix}\right\}$$

Ця матриця може бути надана у вигляді чотирьох окремих частин:

$$\left\{\begin{matrix} 3 \times 3 & 3 \times I \\ I \times 3 & I \times I \end{matrix}\right\}$$

Матриця 3х3 здійснює безліч перетворень - змінення масштабу, зсув, обертання. Матриця 1х3 робить перенос, а матриця-стовпець 3х1 - перетворення в перспективі. Останній скалярний елемент 1х1 виконує загальне змінення масштабу. Повне перетворення виконується впливом на вектор положення матриці 4х4.

Пероблена 2??

ПІ студента_Сердюк Назар_______ група__ПМІ 35_________________ Вар.2

1. Точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

1. Точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

а) (3, 18, 21, 3); б)(3, 6, 7, 4); в)(3, 6, 7, 1).

А правильне пхд

2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за обертання

abcdefhij

Зеленим правильне

3. Записати матрицю дзеркального відображення відносно координатної площини XOZ:

-1 0 0 0
0 1 0 0
0 0 -10
0 0 0 1

4. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола:

1) $\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases}$ 2) $x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$, $y = \dfrac{2t}{1+t^2}$, $t = tg(Q/2)$ Поставити знак нерівності: 1) … х більше у ……2) х менше у

5. Для загальної аксонометричної проекції масштабні коефіцієнти є

а) однаковими в трьох головних напрямах;
б) різними в трьох головних напрямах;
в) різними в двох головних напрямах.

6. Діметрична проекція

а) змінює форму об’єкта та його положення в просторі;
б) не змінює ні форми об’єкта, ні його положення в просторі;
в) не змінює форми об’єкта, а змінює тільки його положення в просторі

7. Процес обертання навколо осі OZ

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$

8. Записати розмірності для знаходженння P’ у матричному вигляді
$M \cdot P = B$, М- матриця прямокутна( )х( ), P -стовпець n х1, В -стовпець n х1

1. Записати розмірності для знаходженння P’ у матричному вигляді
$M \cdot P = B$, М- матриця прямокутна (n-2)*(n), P -стовпець (n)*(1), В -стовпець (n-2)*(1)

9. В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор $[a \quad b \quad 0]$ утворює точку в безмежності на прямій

а) $X + Y = const$ б) $aX - bY = 0$ в) $[1 \quad -1 \quad 0]$.

9. В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор $[a \quad b \quad 0]$ утворює точку в безмежності на прямій

а) $X + Y = const$ б) $aX - bY = 0$ в) $[1 \quad -1 \quad 0]$.

10. Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими: а) (1,1), (3,1); б) (1,1), $B_1(2,3)$; в) $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$.

10. Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими: а) (1,1), (3,1); б)(1,1), $B_1(2,3)$; в) $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$.

11. Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:
а) ортогональна; б)перспективна; в)косокутна паралельна.

12. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:
$r(0)=r_1$ $r(1)= r_3$ $r'(0)= 3(r_1 – r_0)$ $r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

Матриці перетворення

Паралельне перенесення: $\underline{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\underline{T} \cdot (x,y,z,1)^T = (x+t_x, y+t_y, z+t_z, 1)^T$

Обертання навколо осі x: $\underline{R_x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Обертання навколо осі y: $\underline{R_y} = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Обертання навколо осі z: $\underline{R_z} = \begin{pmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Масштабування: $\underline{S} = \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\underline{S} \cdot (x,y,z,1)^T = (s_x \cdot x, s_y \cdot y, s_z \cdot z, 1)^T$

Перспективне перетворення: $\underline{P} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d} & 0 \end{pmatrix}$ $\underline{P} \cdot (x,y,z,1)^T = (x,y,z,\frac{z}{d})^T$

Ортогональна проєкція: $\underline{P_{\mathrm{orth},z=0}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\underline{P_{\mathrm{orth},z=0}} \cdot (x,y,z,1)^T = (x,y,0,1)^T$

Умови кривої Безє

$$r(0) = r_0$$
$$r(1) = r_3$$
$$r'(0) = 3(r_1 - r_0)$$
$$r'(1) = 3(r_3 - r_2)$$

Остаточно основна матриця перетворень на площині розмірності 3х3 для двохвимірних однорідних координат може бути по дії роз-бита на 4 блоки

$$\begin{bmatrix} a & b & | & p \\ c & d & | & q \\ - & - & + & - \\ m & n & | & s \end{bmatrix},$$

де

a,b,c,d - здійснюють зміну масштабу, зсув, обертання;

m,n - зміщення;

p,q - отримання проекцій;

s - повну зміну масштабу (гомотетію).

Узагальнена матриця перетворень 4 x 4 для трьохмірних однорідних координат має вигляд : T=

$$\begin{Bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & S \end{Bmatrix}$$

Ця матриця може бути надана у вигляді чотирьох окремих частин:

$$\begin{Bmatrix} 3 \times 3 & 3 \times I \\ I \times 3 & I \times I \end{Bmatrix}$$

Матриця 3x3 здійснює безліч перетворень - змінення масштабу, зсув, обертання. Матриця 1x3 робить перенос, а матриця-стовпець 3x1 - перетворення в перспективі. Останній скалярний елемент 1x1 виконує загальне змінення масштабу. Повне перетворення виконується впливом на вектор положення матриці 4x4.

Вар.3

1. Точка (3, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах (3, 18, 21, 3); б)(3, 6, 7, 4); в)(3, 6, 7, 1).
2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за перенесення.: l m n

3. Записати матрицю центральної симетрії відносно початку координат:

Маштабування з коефіцієнтом -1

[-1 0 0 0]
[0 -1 0 0]
[0 0 -1 0]
[0 0 0 1]

оце правильне пхд

-1 0 0 0
0-1 0 0
0 0 1 0
0 0 0 1

4. Діметрична проекція
   а) змінює форму об'єкта та його положення в просторі;
   б) не змінює ні форми об'єкта, ні його положення в просторі;
   в) не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі
5. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи:

1) $\begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \end{cases} \quad 0 \le Q \le \frac{\pi}{2}$ 2) $\begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \end{cases} \quad 0 \le Q \le \infty$

Поставити знак нерівності: 1) > 2)

5. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи:

1) $\begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \end{cases} \quad 0 \le Q \le \frac{\pi}{2}$ 2) $\begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \end{cases} \quad 0 \le Q \le \infty$

Поставити знак нерівності: 1) …=……2)

6. Процес обертання навколо осі OY

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$

7. Записати розмірності для знаходженння P' у матричному вигляді
$M \cdot P = B$, M- матриця прямокутна( )x( ), P -стовпець ( )x( ) , B -стовпець ( )x( ) .

8. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:
$r(0)=r_0$ $r(1)= r_3$ $r'(0)= 3(r_1 - r_0)$ $r(1)= 3(r_3 - r_2)$

9. В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор $[a \quad b \quad 0]$ утворює точку в безмежності на прямій
а) $X+Y=const$ б) $aX-bY=0$ в) $[1 \quad -1 \quad 0]$.

9. В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор $[a \quad b \quad 0]$ утворює точку в безмежності на прямій
а) $X+Y=const$ б) $aX-bY=0$ в) $[1 \quad -1 \quad 0]$.

10. Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:
а) ортогональна; б)перспективна; в)косокутна паралельна.

10. Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:
а) ортогональна; б)перспективна; в)косокутна паралельна.

11. Який вид поверхні задає формула: $Q=[u^3 \; u^2 \; u \; 1]MGM^T[w^3 \; w^2 \; w \; 1]^T$?
а) білінійну б) бікубічну в) поверхню Без'є

12. При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 1, 1/r, 1). Так/ ні.

Шось

Порівняти за часом

[0 1 0 0]
[0 0 -1 0]
[0 0 0 -1]

Score: **2/2p.**

Question 3/14

Порівняти за часом(тривалість) задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола:

1) $\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases}$ 2) $x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, $y = \frac{2t}{1+t^2}$, $t = tg(Q/2)$ Поставити знак нерівності:

A. 1) = 2)
✓ *B.* 1) > 2)
C. 1) < 2)

Score: **2/2p.**

Точка у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор утворює

Question 4/14

Точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

✓ *A.* (3, 18, 21, 3)
B. (3, 6, 7, 4)
C. (3, 6, 7, 1)

Score: **2/2p.**

Question 5/14

В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор утворює точку в безмежності на прямій

A.
$$X + Y = const$$

✓ *B.*
$$aX - bY = 0$$

C.
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Score: **0/1p.**

Записати розмірності для знаходження

-

Question 6/14

Записати розмірності для знаходженння P' у класичному матричному вигляді M·P=B,
M- матриця прямокутна ()x(n),
P -стовпець (n) x1,
B -стовпець ( )x1 .

A. n
B. n-1
✓ *C.* n-2

Score: ***2/2p.***

В загальному випадку матрриця перетворення

Вкажіть елементи яку відповідяють за зміни масштабу зсуву обертання перенесення

Page view | Read aloud | Add text | Draw | Highlight

В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за зміни масштабу, зсуву, обертання, перенесення.

✓ *A.* a
✓ *B.* b
✓ *C.* c
D. p
✓ *E.* d
✓ *F.* e
✓ *G.* f
H. q
✓ *I.* h
✓ *J.* i
✓ *K.* j
L. r
✓ *M.* l
✓ *N.* m
✓ *O.* n
P. s

Score: ***6/24p.***

Процес обертання навколо

Question 8/14

Процес обертання навколо осі OZ

✓ A.

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

B.

$$\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$$

C.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$$

Score: ***2/2p.***

Знайти помилки в умовах задання кривої

Question 9/14

Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

✓ A.

$r'(0)=r_1$

✓ B.

$r'(1)= r_3$

C.

$r'(0)= 3(r_1 - r_0)$

✓ D.

$r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

Score: ***3/3p.***

Задані точки кривої Без

Координати точое кривої

Question 10/14

Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими:

✓ *A.* $B_0\,(1,1)$

✓ *B.* $B_3\,(3,1)$

C. $B_1\,(2,3)$

D. $B_2(4,3)$

Score: ***2/2p.***

Проекція при якій положення обєктів перетворюєтся в координати проекції вздовж ліній які сходятся до точки за площиною стостереження

При перспективному перетворенні прямі які були паралельні

Діаметрична проекція

Question 11/14

Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

A. ортогональна
✓ B. перспективна
C. косокутна паралельна

Score: ***2/2p.***

Question 12/14

При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 1, 1/r, 1).

A. Так
✓ B. Ні

Score: ***1/1p.***

Question 13/14

Діметрична проекція

A. змінює форму об'єкта та його положення в просторі
B. не змінює ні форми об'єкта, ні його положення в просторі
✓ C. не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі

Score: ***0/2p.***

Образом довільної точки в результаті дії довільного оператора

Question 14/14

Образом довільної точки $[X \quad Y]$ в результаті дії довільного оператора $T=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ буде точка

$$[X \quad Y]\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}=[(aX+bY),(bX+dY)]=[X^{*} \quad Y^{*}]$$

Вказати наступне перетворення:
симетрія відносно осі OY

A.

$$a=d=1, c=b=0$$

B.

$$d=1, c=b=0$$

C.

$$a=1, c=b=0$$

D.

$$c=b=0$$

✓ E.

b = c = 0, d=1, a=-1

13. Процес обертання навколо осі OY

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$

14. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T=\begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за розміщення сцени при перспективній проекції:_____**lmnspqr**__________

15. Трьохточкова перспектива з точкою спостереження k на осі Z може бути отримане шляхом обертання навколо

а) трьох різних осей
б) двох різних осей
в) навколо початку координат

4. Співвідношення для поновлення трьохвимірних координаь може бути записане у вигляді однорідних рівнянь:

а) $\left(T_{11}-T_{14}x^{*}\right)x+\left(T_{21}-T_{24}x^{*}\right)y+\left(T_{31}-T_{34}x^{*}\right)z+\left(T_{41}-T_{44}x^{*}\right)=0$

б) $\left(T_{21}-T_{24}x^{*}\right)y+\left(T_{31}-T_{34}x^{*}\right)z+\left(T_{41}-T_{44}x^{*}\right)=0$

в) $\left(T_{12}-T_{14}y^{*}\right)x+\left(T_{22}-T_{24}y^{*}\right)y+\left(T_{32}-T_{34}y^{*}\right)z+\left(T_{42}-T_{44}y^{*}\right)=0$

г) $\left(T_{22}-T_{24}y^{*}\right)y+\left(T_{32}-T_{34}y^{*}\right)z+\left(T_{42}-T_{44}y^{*}\right)=0$

5. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи:

2) $\begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \end{cases} \quad 0 \le Q \le \frac{\pi}{2}$ 2) $\begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \end{cases} \quad 0 \le Q \le \infty$

Поставити знак нерівності:

1) = 2) ; 1) > 2); 1) < 2);

6. Проекція, при якій положення об’єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

а) ортогональна; б)перспективна; в)косокутна паралельна.

7. Записати розмірності для знаходженння Р’ у класичному матричному вигляді

$M \cdot P = B$,

М- матриця прямокутна ()х(n),

Р -стовпець *(n)* х*1*,

В -стовпець *( )*х*1* .

а) n б) n-1 в) n-2

7. Записати розмірності для знаходженння P' у класичному матричному вигляді

   $M \cdot P = B$,

   M- матриця прямокутна (n-2)x(n),

   P -стовпець *(n)* x*1*,

   B -стовпець *(n-2)*x*1* .

а) n б) n-1 в) n-2

8. Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими:

   а)B_0 (1,1)

   б)B_3 (3,1)

   в)B_1 (2,3)

   г)B_2(4,3)

8. Патраманський Максим $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими:

   а)B_0 (1,1)

   б)B_3 (3,1)

   в)B_1 (2,3)

   г)B_2(4,3)

   ав

9. Коефіцієнти B_i визначаються за допомогою спеціальних граничних умов для сплайнового сегмента

а) $B_1 = P_1$

б) $B_2 = P_1'$

в) $B_3 = \frac{3(P_2 - P_1)}{t_2^2} - \frac{2P_1'}{t_2^2} - \frac{P_2'}{t_2^2}$

г) $B_4 = \frac{2(P_1 - P_2)}{t_2^3} + \frac{P_1'}{t_2^2} + \frac{P_2'}{t_2^2}$

10. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

   а) $r'(0)=r_1$

   б) $r'(1)= r_3$

   в) $r'(0)= 3(r_1 – r_0)$

   г) $r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

   абг

11. При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 0, 1/r, 1).

а)**Так**
б) Ні.

12. Виберіть, які з крайових умов для для кубічного сплайну задають доповнення системи рівнянь

$$M' = \begin{pmatrix} 1 & 0\ldots\ldots & 0 \\ & M & \\ 0 & 0\ldots\ldots & 1 \end{pmatrix} \qquad B' = \begin{pmatrix} P_1 \\ B \\ P_n \end{pmatrix}$$

А) закріплена гранична умова
Б)) слабкі граничні умови
В) циклічні кінцеві умови
Г) ациклічні кінцеві умови

Патраманський Максим, ПМІ-32

13. Процес обертання навколо осі OY

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$

14. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за розміщення сцени при перспективній проекції: p, q, r

15. Трьохточкова перспектива з точкою спостереження k на осі Z може бути отримане шляхом обертання навколо
а) трьох різних осей
б) двох різних осей
в) навколо початку координат

4. Співвідношення для поновлення трьохвимірних координаь може бути записане у вигляді однорідних рівнянь:

а) $$\left(T_{11}-T_{14}x^{*}\right)x+\left(T_{21}-T_{24}x^{*}\right)y+\left(T_{31}-T_{34}x^{*}\right)z+\left(T_{41}-T_{44}x^{*}\right)=0$$

б) $$\left(T_{21}-T_{24}x^{*}\right)y+\left(T_{31}-T_{34}x^{*}\right)z+\left(T_{41}-T_{44}x^{*}\right)=0$$

в) $$\left(T_{12}-T_{14}y^{*}\right)x+\left(T_{22}-T_{24}y^{*}\right)y+\left(T_{32}-T_{34}y^{*}\right)z+\left(T_{42}-T_{44}y^{*}\right)=0$$

г) $$\left(T_{22}-T_{24}y^{*}\right)y+\left(T_{32}-T_{34}y^{*}\right)z+\left(T_{42}-T_{44}y^{*}\right)=0$$

5. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи:

3) $\begin{cases} x = tg^2Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \quad\quad 0 \le Q \le \frac{\pi}{2} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \quad\quad\quad 0 \le Q \le \infty \end{cases}$

Поставити знак нерівності:

2) = 2) ; 1) > 2); 1) < 2);

6. Проекція, при якій положення об’єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

а) ортогональна; б)перспективна; в)косокутна паралельна.

7. Записати розмірності для знаходженння Р’ у класичному матричному вигляді

$M \cdot P = B$,

М- матриця прямокутна ()x(n),

Р -стовпець *(n)* x*1*,

В -стовпець *( )*x*1* .

b) n б) n-1 в) n-2

8. Задані точки кривої Без’є: B_0(1,1), B_1(2,3), B_2(4,3), B_3(3,1). Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими:

а)B_0 (1,1)

б)B_3 (3,1)

в)B_1 (2,3)

г)B_2(4,3)

9. Коефіцієнти B_i визначаються за допомогою спеціальних граничних умов для сплайнового сегмента

а) $B_1 = P_1$

б) $B_2 = P_1'$

в) $B_3 = \frac{3(P_2 - P_1)}{t_2^2} - \frac{2P_1'}{t_2^2} - \frac{P_2'}{t_2^2}$

г) $B_4 = \frac{2(P_1 - P_2)}{t_2^3} + \frac{P_1'}{t_2^2} + \frac{P_2'}{t_2^2}$

10. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

а) $r'(0)=r_1$
б) $r'(1)= r_3$
в) $r'(0)= 3(r_1 – r_0)$
г) $r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

11. При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 0, 1/r, 1).

а)**Так**
б) Ні

12. Виберіть, які з крайових умов для для кубічного сплайну задають доповнення системи рівнянь

$$M' = \begin{pmatrix} 1 & 0\ldots\ldots & 0 \\ & M & \\ 0 & 0\ldots\ldots & 1 \end{pmatrix} \qquad B' = \begin{pmatrix} P_1 \\ B \\ P_n \end{pmatrix}$$

А) закріплена гранична умова
Б)) слабкі граничні умови
В) циклічні кінцеві умови
Г) ациклічні кінцеві умови

???

1. 1

2. 3 (3 правильні букви)

3. 1

4. 2

5. 1

6. 1

7. 0

8. 0

9. 0

10. 3

11. 1

12. 1

Процес обертання навколо осі OY:

б) $$\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$$

Процес обертання навколо осі OZ:

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

В загальному випадку матриця перетворень однорідних координат у тривимірному випадку може бути записана:

Вкажіть елементи, які відповідають за РОЗМІЩЕННЯ СЦЕНИ при перспективній проекції:

Pqrslmn

Вкажіть елементи, які відповідають за ЗМІНИ МАСШТАБУ,

ЗСУВУ, ОБЕРТАННЯ, ПЕРЕНЕСЕННЯ при перспективній проекції:

Abcdefhijlmn

Вкажіть елементи, які відповідають за МАСШТАБУВАННЯ, ОБЕРТАННЯ ТА ЗМІЩЕННЯ при перспективній проекції:

Abcdefhij

Триточкова перспектива з точкою спостереження k на осі Z може бути отримана шляхом обертання навколо:

Двох різних осей

Співвідношення для поновлення тривимірних координат може Бути записаним у вигляді однорідних рівняннь:

$$\left(T_{11} - T_{14}x^*\right)x + \left(T_{21} - T_{24}x^*\right)y + \left(T_{31} - T_{34}x^*\right)z + \left(T_{41} - T_{44}x^*\right) = 0$$
$$\left(T_{12} - T_{14}y^*\right)x + \left(T_{22} - T_{24}y^*\right)y + \left(T_{32} - T_{34}y^*\right)z + \left(T_{42} - T_{44}y^*\right) = 0$$

Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи:

$$1)\ \begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \quad 0 \le Q \le \dfrac{\pi}{2} \end{cases} \qquad 2)\ \begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \quad 0 \le Q \le \infty \end{cases}$$

Поставити знак нерівності:

1) = 2) ; 1) > 2); 1) < 2);

Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола

$$1)\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases} \quad 2)\ \begin{matrix} x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \dfrac{2t}{1+t^2} \end{matrix}, t = tg(Q/2)$$ Поставити знак нерівності:

1 > 2

Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, що сходяться до точки за площиною спостереження:

Перспективна

Діметрична проекція

Не змінює форми об'єкта, а лише його положення в просторі.

Записати розмірність для знаходження P' у класичному матричному вигляді M*P = B

n-2

Задані точки кривої Без'є:

$B_0(1,1), B_1(2,3), B_2(4,3), B_3(3,1)$

.

Координати точок цієї кривої при u=0, та u=1 будуть такими:

B0, B3

Знайти помилки в умовах кривої Без'є:

а) $r'(0)=r_1$
б) $r'(1)= r_3$
в) $r'(0)= 3(r_1 – r_0)$
г) $r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 0, 1/r, 1).

Так.

При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі Z проходять через точку (0, 1, 1/r, 1).

Ні

Коефіцієнти B визначаються за допомогою спеціальних граничних умов для сплайнового сегменту:

а) $B_1 = P_1$

б) $B_2 = P_1'$

в) $B_3 = \frac{3(P_2 - P_1)}{t_2^2} - \frac{2P_1'}{t_2^2} - \frac{P_2'}{t_2^2}$

г) $B_4 = \frac{2(P_1 - P_2)}{t_2^3} + \frac{P_1'}{t_2^2} + \frac{P_2'}{t_2^2}$

Точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах як:

(3, 18, 21, 3)

В загальному випадку двовимірний однорідний вектор утворює точку в безмежності на прямій:

aX – bY = 0

Образом довільної точки [X, Y] в результаті дій довільного оператору T = [[a, b], [c, d]] буде точка

$$[X \quad Y]\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = [(aX + bY), (bX + dY)] = [X^* \quad Y^*]$$

Вказати наступне перетворення симетрії відносно осі OY:

A.

$a = d = 1, c = b = 0$

B.

$d = 1, c = b = 0$

C.

$a = 1, c = b = 0$

D.

$c = b = 0$

✓ E.

b = c = 0, d=1, a=-1

Один із методів розкладання відрізка в растр полягає в розв’язуванні диференціального рівняння, що описує процес. Вкажіть його вигляд:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Бікубічна поверхня задається 4-ма векторами положень кутових точок, 8-ма векторами дотичних точок в кутових точках, 4-ма векторами кривизни в кутових точках. В її структуру входять:

$$P = \begin{bmatrix} кутові\,координати & w\text{-}дотичні\,вектори \\ u\text{-}дотичні\,вектори & вектори\,кривизни \end{bmatrix}.$$

Інтерполяційна схема для білінійної поверхні визначається співвідношенням:

$$Q(u,w) = P(0,0)(1-u)(1-w) + P(0,1)(1-u)w + P(1,0)u(1-w) + P(1,1)uw$$

Рекурентні формули для параметричного задання гіперболи можна записати:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n \cdot chdQ + \frac{a}{b} y_n \cdot shdQ \\ y_{n+1} = \frac{b}{a} x_n \cdot shdQ + y_n \cdot chdQ \end{cases}$$

В алгоритмі Брезнехма, щоб розглядати наступний піксель, необхідно відкорегувати похибку

e = e – 1

Виберіть, які з крайових умов для кубічного сплайну задають доповнення системи рівнянь.

$$M' = \begin{pmatrix} 1 & 0\ldots\ldots & 0 \\ & M & \\ 0 & 0\ldots\ldots & 1 \end{pmatrix} \quad B' = \begin{pmatrix} P_1 \\ B \\ P_n \end{pmatrix}$$

Закріплена гранична умова

Метод параболічної інтерполяції передбачає наявність чотирьох послідовних точок одночасно. Плавна крива між двома внутрішніми точками утворюється шляхом спряження двох параболічних сегментів, що перекриваються. Вкажіть формулу

цього спряження.

$$C(t) = [1 - (\frac{t}{t_0})] \cdot P(r) + \frac{t}{t_0} Q(s)$$

Яка структура даних використовується при заповненні області методом вказання внутрішньої точки.

Стеком FIFO

Для алгоритмів креслення відрізків для спрощення обчислень використовується покроковий алгоритм. Простий покроковий алгоритм:

```
позиція=початок
крок=збільшення
1 if позиція – кінець<точність then 4 if позиція>>точність then 4
   if позиція>кінець then 4
   if позиція<кінець then 3 ><кінець then 3
2 позиція=позиція - крок
   go to 1
3 позиція=позиція + крок
   go to 2
4 finish
```

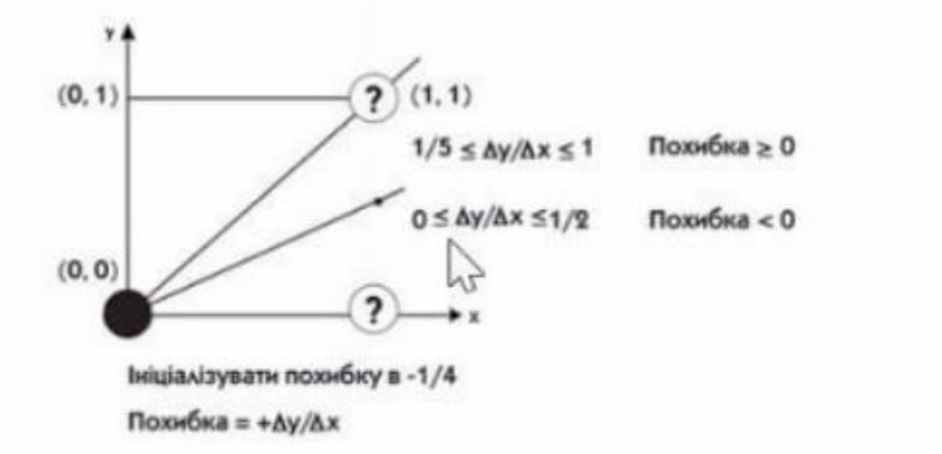
Вкажіть кроки 1-4, в яких допущені помилки(у порядку зростання та **без розділових знаків**) .

13

```
позиція=початок
крок=збільшення
1 if позиція - кінець<точність then 4
      if позиція>кінець then 2
      if позиція<кінець then 3
2 позиція=позиція - крок
      go to 1
3 позиція=позиція+крок
      go to 1
4 finish
```

Алгоритм Брезенхема побудований так, що потрібно перевірити лише знак цієї похибки:

Чи правильно це: Ні



Координати, які задають позицію точки відносно початку визначеної системи координат — це

Абсолютні

Загальна матриця обертання має вигляд (навколо центральної точки)

$$T = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

Опис поверхні у векторному параметричному вигляді зручним з наступних причин:

1. Такий опис поверхні є осенезалежним.
2. Допускає використання тривимірних перетворень однорідних координат.
3. Спрощує представлення просторових кривих в однорідних координатах
4. Дозволяє отримати єдине задання для багатозначних поверхонь чи функцій.

Для опису поверхні Без'є використовується форма, записана у Вигляді

$$P(u,w)=\begin{bmatrix}1-u^3 & 3u(1-u)^2 & 3u^2(1-u) & w^3\end{bmatrix}\bullet B\begin{bmatrix}(1-w)^3\\ 3(1-w)^2w\\ 3(1-w)w^2\\ w^3\end{bmatrix}$$

де

$$B=\begin{bmatrix}B_{1,1} & B_{1,2} & B_{1,3} & B_{1,4}\\ B_{2,1} & B_{2,2} & B_{2,3} & B_{2,4}\\ B_{3,1} & B_{3,2} & B_{3,3} & B_{3,4}\\ B_{4,1} & B_{4,2} & B_{4,3} & B_{4,4}\end{bmatrix}$$

B (2, 2), B (2, 3), B (3, 2), B (3, 3)

Побудова сегменту кривої Без'є, що проходить через 4 точки передбачає задання наступних крайових умов:

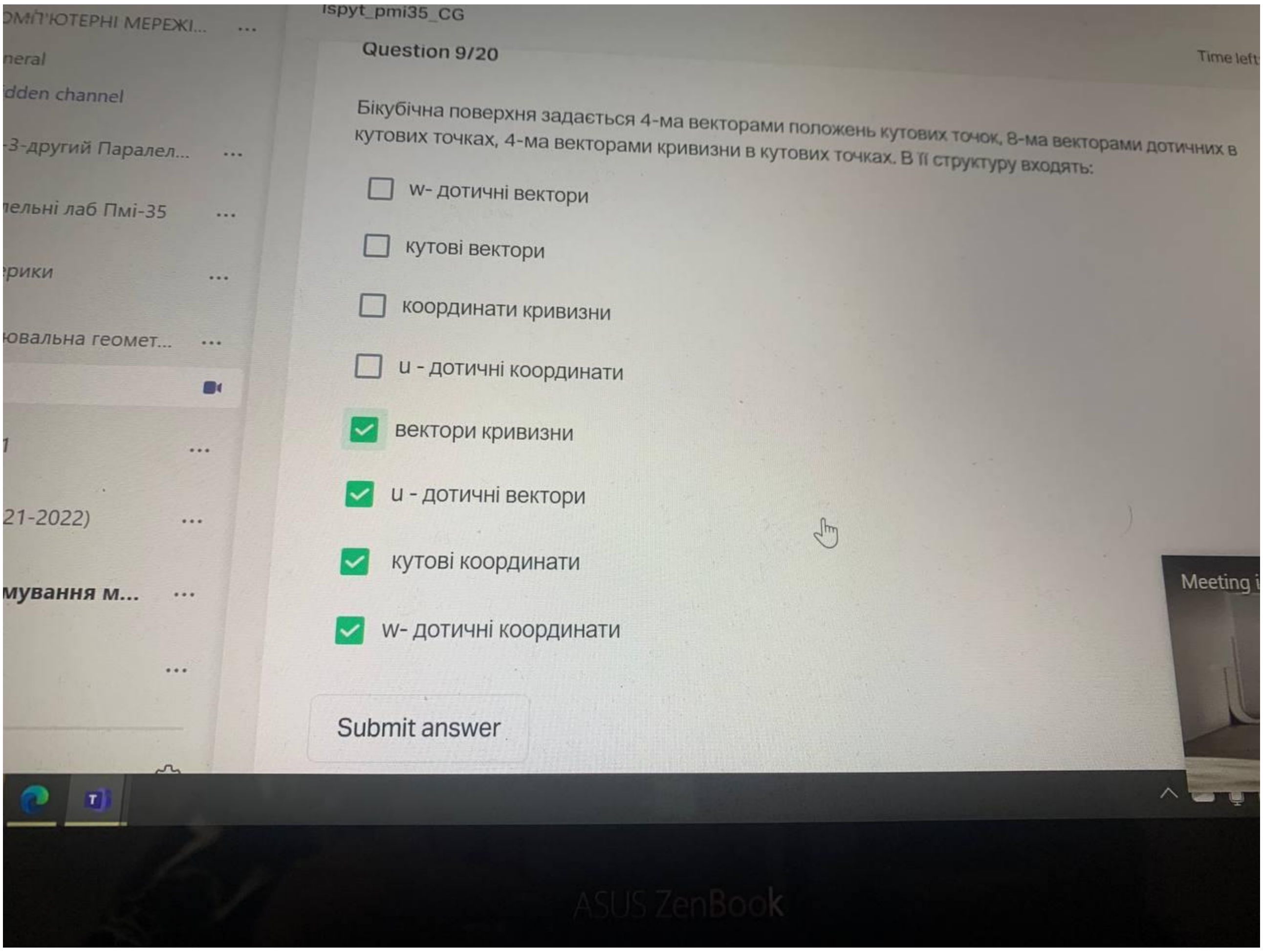
r(0) = r0; r(1) = r3; r'(0) = 3(r1-r0); r'(1)=3(r3-r2);

Бікубічна поверхня задається 4-ма векторами положень кутових точок

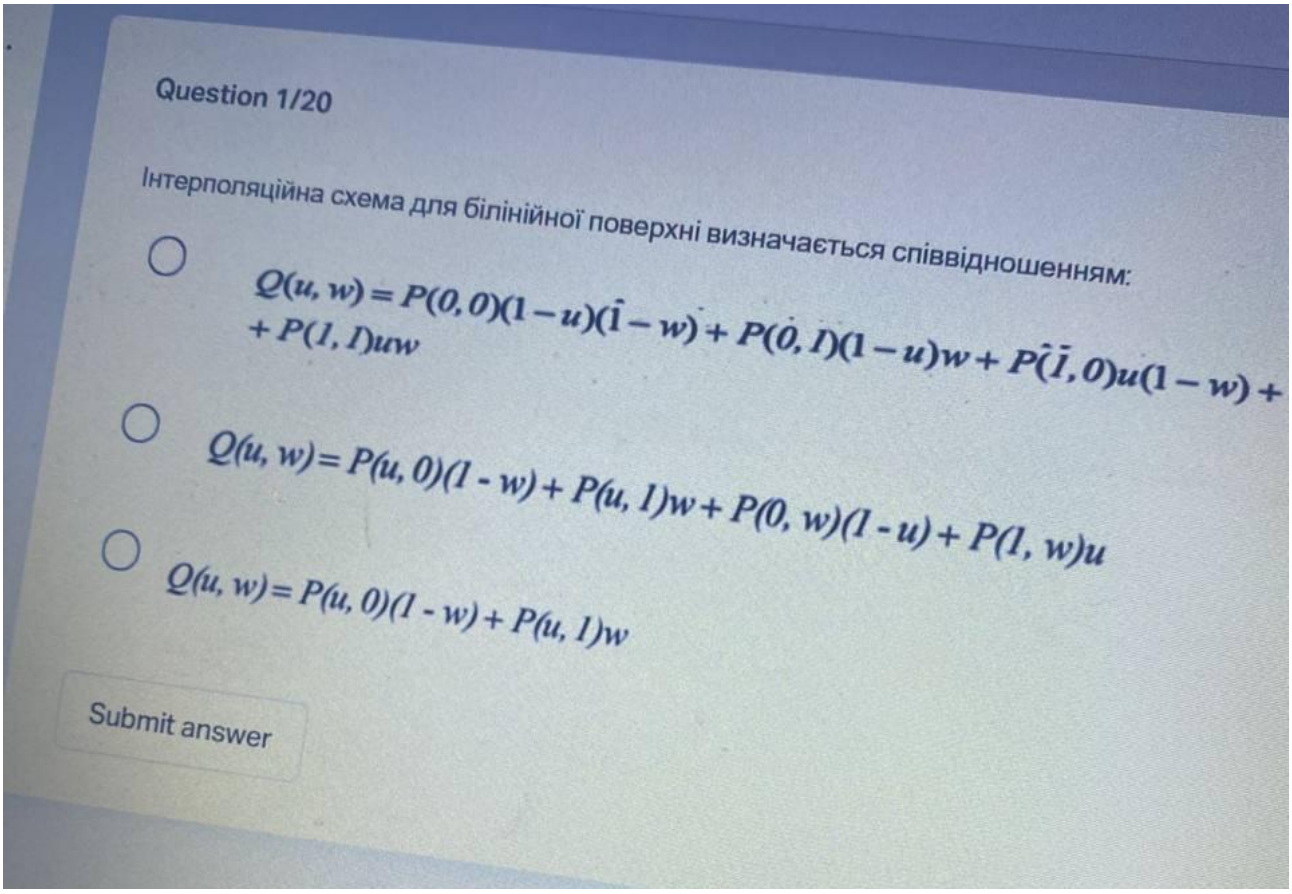
Question 2/20

Бікубічна поверхня задається 4-ма векторами положень кутових точок, 8-ма векторами дотичних в кутових точках, 4-ма векторами кривизни в кутових точках. В її структуру входять:

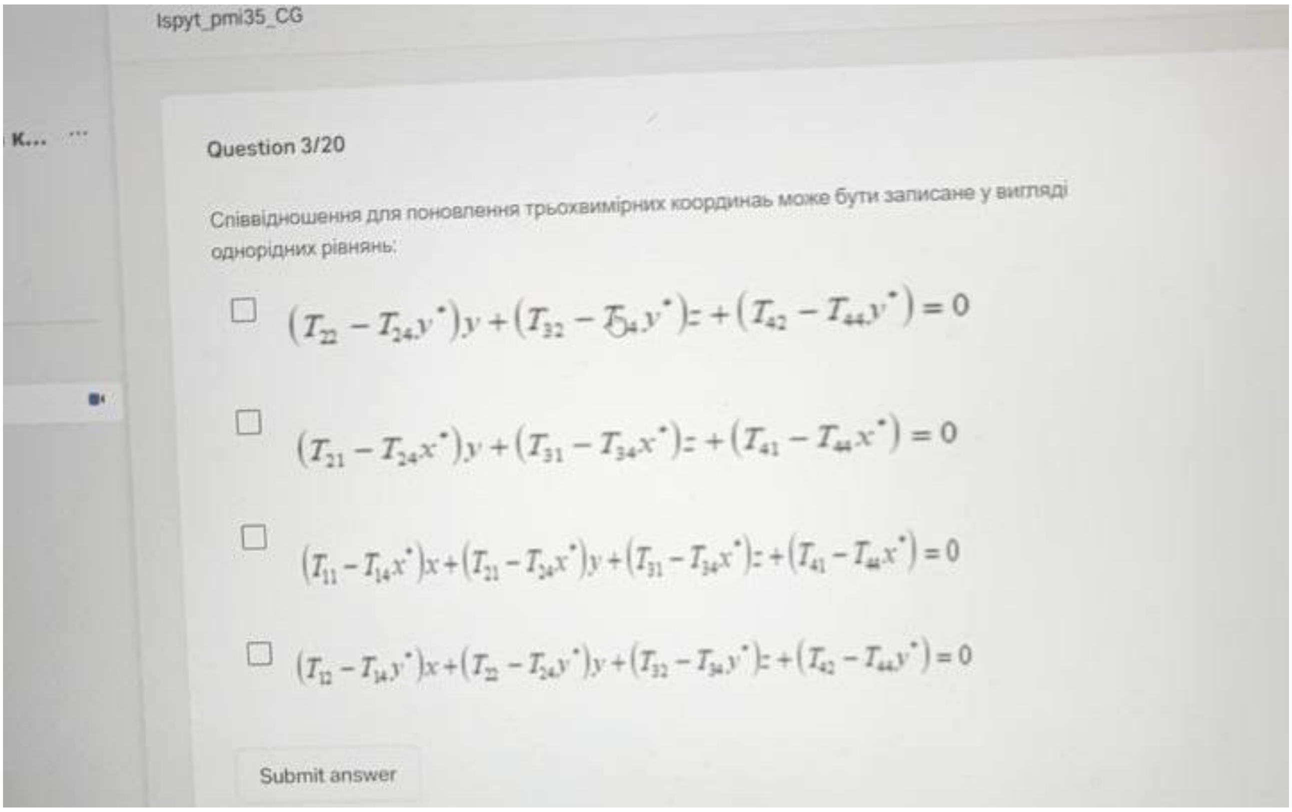
- u - дотичні координати
- кутові вектори
- w- дотичні вектори
- w- дотичні координати
- координати кривизни
- вектори кривизни
- кутові координати
- u - дотичні вектори



Інтерполяційна схема для білінійної поверхні визначається співвідношенням



1Співвідношення для поновлення трьохвимірних координат


Ispyt_pmi35_CG

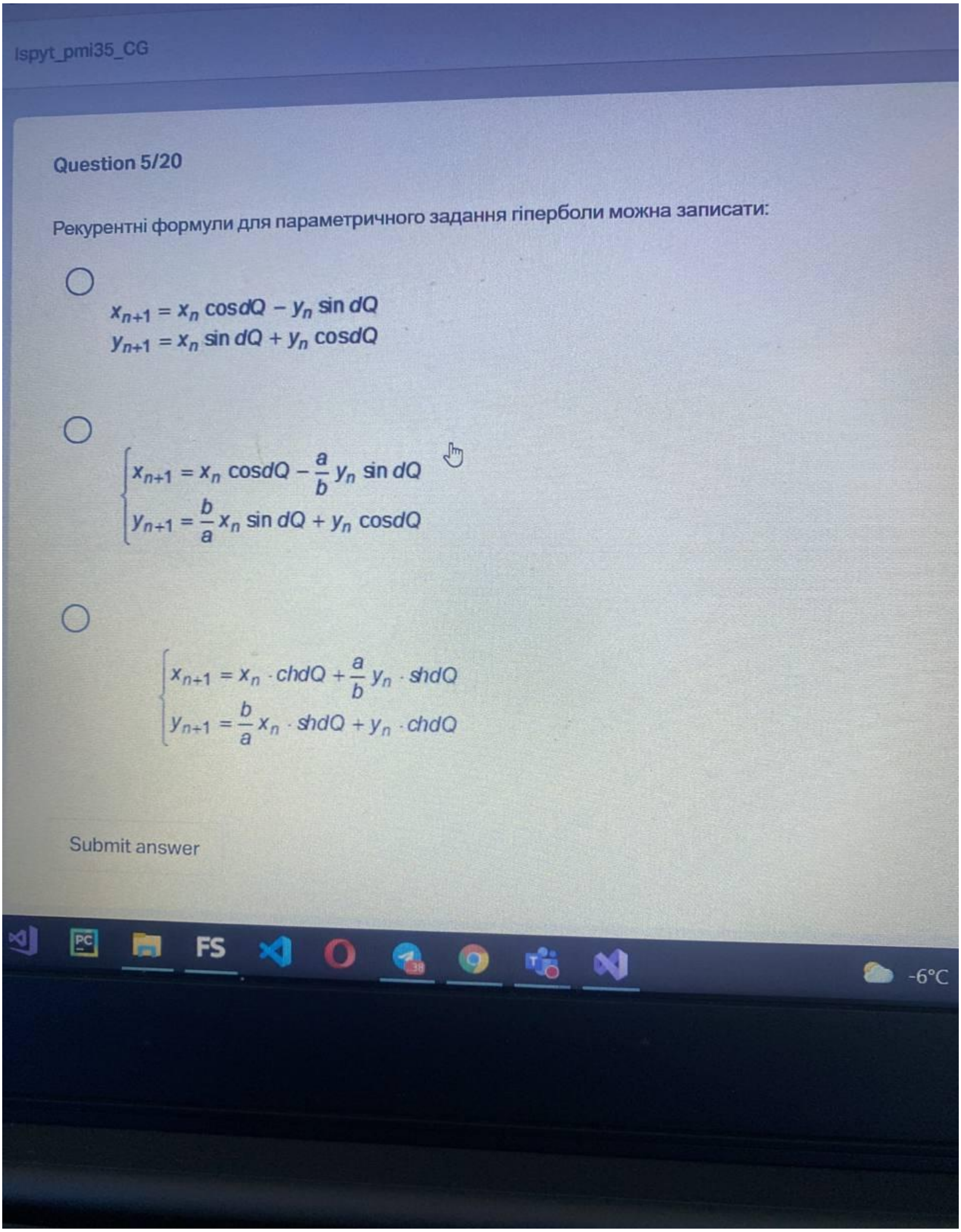
Question 3/20

Співвідношення для поновлення трьохвимірних координаь може бути записане у вигляді однорідних рівнянь:

- [ ] $(T_{22} - T_{24}y^*)y + (T_{32} - T_{34}y^*)z + (T_{42} - T_{44}y^*) = 0$
- [ ] $(T_{21} - T_{24}x^*)y + (T_{31} - T_{34}x^*)z + (T_{41} - T_{44}x^*) = 0$
- [ ] $(T_{11} - T_{14}x^*)x + (T_{21} - T_{24}x^*)y + (T_{31} - T_{34}x^*)z + (T_{41} - T_{44}x^*) = 0$
- [ ] $(T_{12} - T_{14}y^*)x + (T_{22} - T_{24}y^*)y + (T_{32} - T_{34}y^*)z + (T_{42} - T_{44}y^*) = 0$

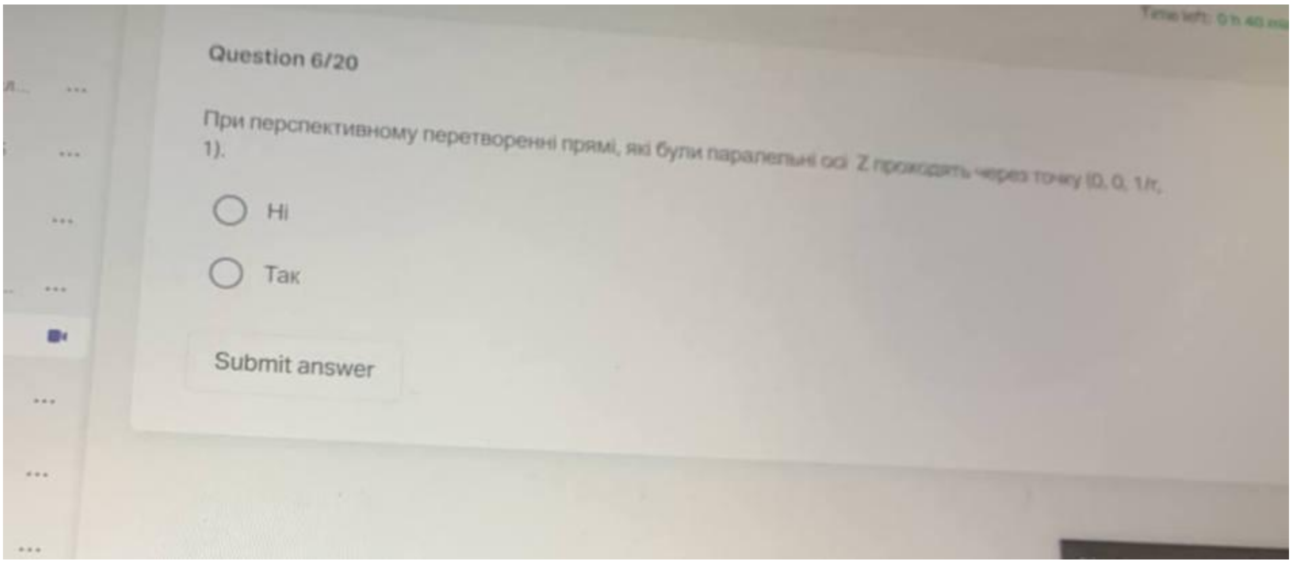
Submit answer

3 і 4Рекурентні формули для параметричного задання гіперболи можна записати



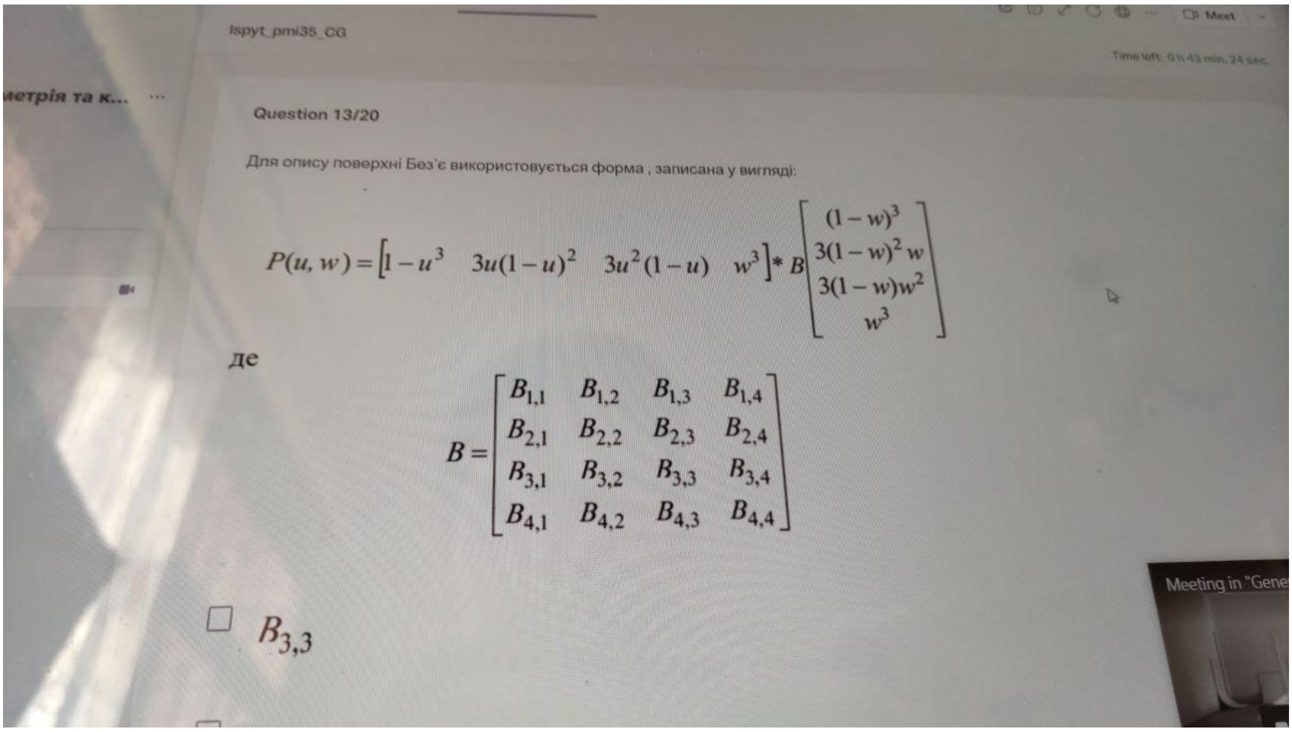
Останнє

При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні



Ні

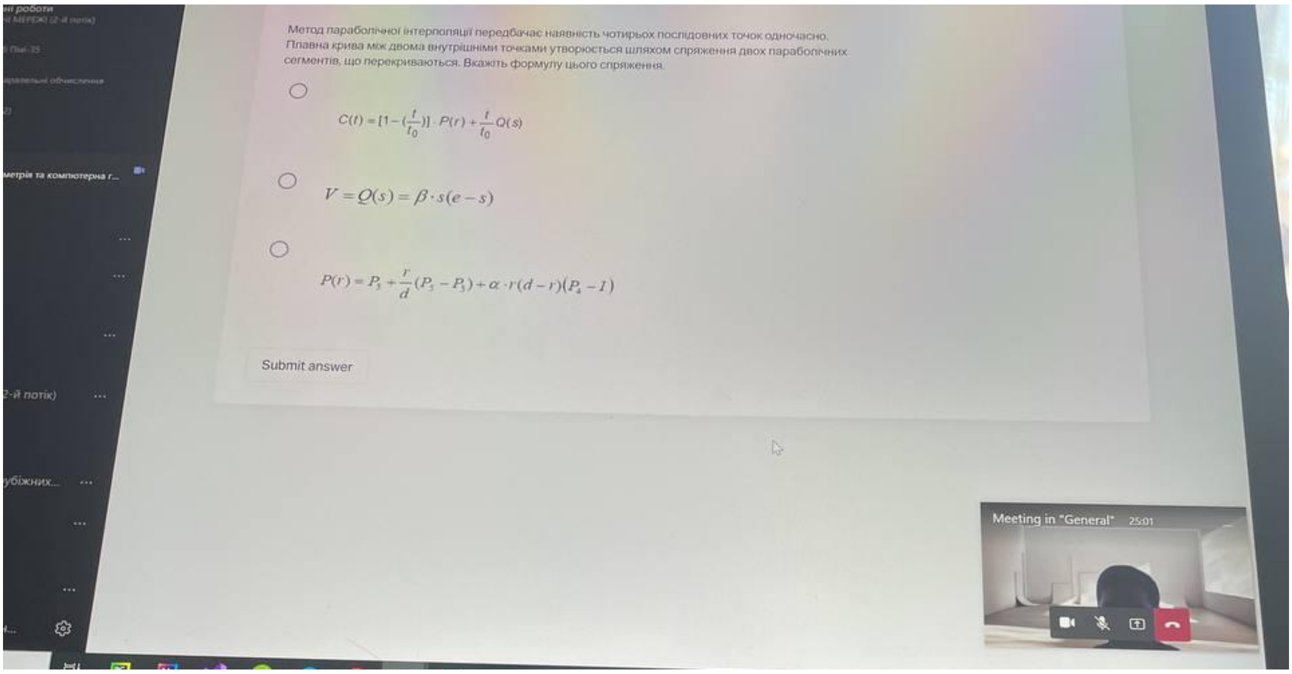
Для опису поверхні Без'є використовується форма, записана у вигляді



Все окрім 1.1 та

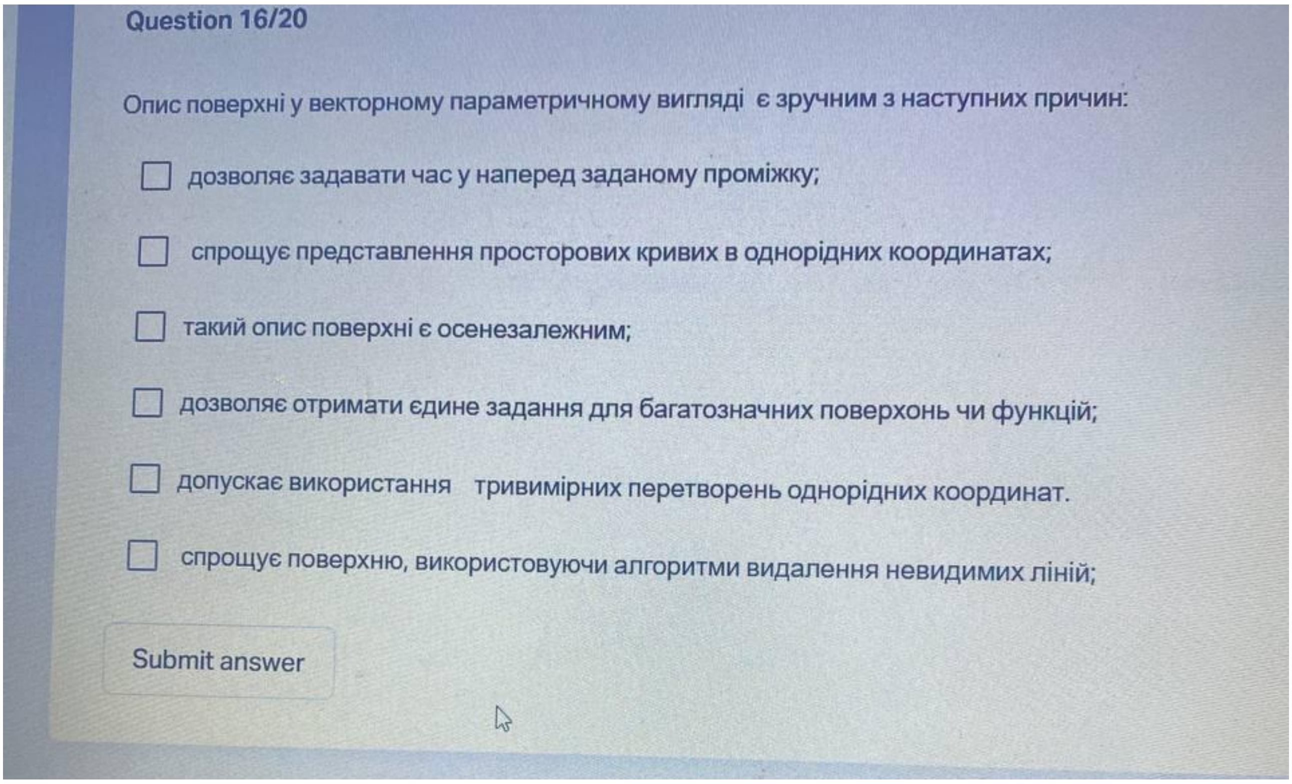
4.4Метод параболічної інтерполяції передбачає наявність чотирьох послідовних

точок одночасно

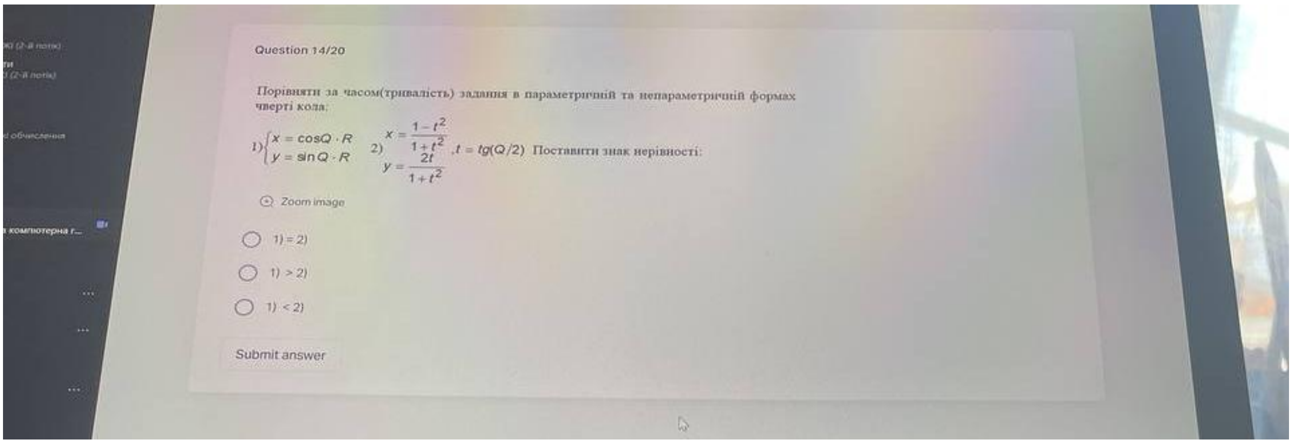


1Опис поверхні у векторному параметричному вигляді є зручним з наступних

Причин



Порівняти за часом (тривалість) завдання в параметричній та непараметричній формах



Question 14/20

Порівняти за часом(тривалість) задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола:

$1)\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases}$ $\quad 2)\ \begin{matrix} x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \dfrac{2t}{1+t^2} \end{matrix}, t = tg(Q/2)$ Поставити знак нерівності:

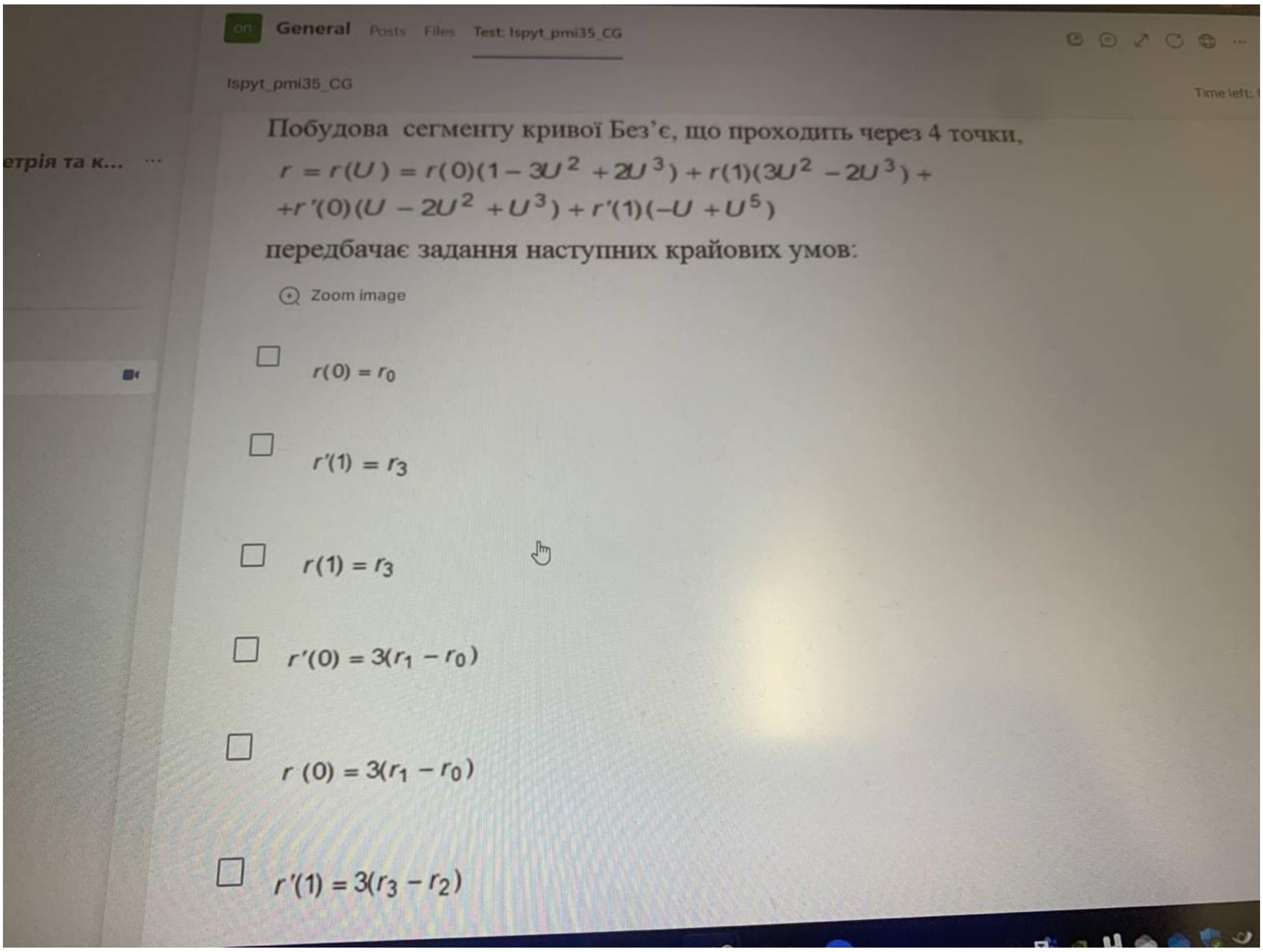
Zoom image

- 1) = 2)
- 1) > 2)
- 1) < 2)

Submit answer

2 ____1 > 2____

Побудова сегменту кривої Без'є, що проходить через 4 точки



Побудова сегменту кривої Без'є, що проходить через 4 точки,

$$r = r(U) = r(0)(1-3U^2+2U^3) + r(1)(3U^2-2U^3) +$$
$$+r'(0)(U-2U^2+U^3) + r'(1)(-U+U^5)$$

передбачає задання наступних крайових умов:

Zoom image

- $r(0) = r_0$
- $r'(1) = r_3$
- $r(1) = r_3$
- $r'(0) = 3(r_1 - r_0)$
- $r\ (0) = 3(r_1 - r_0)$
- $r'(1) = 3(r_3 - r_2)$

$a_1 = 3(r_1 - r_0)$

$a_2 = 3(r_2 - 2r_1 + r_0)$

$a_3 = r_3 - 3r_2 + 3r_1 - r_0$

І як результат такої рівності:

$r(0) = r_0$

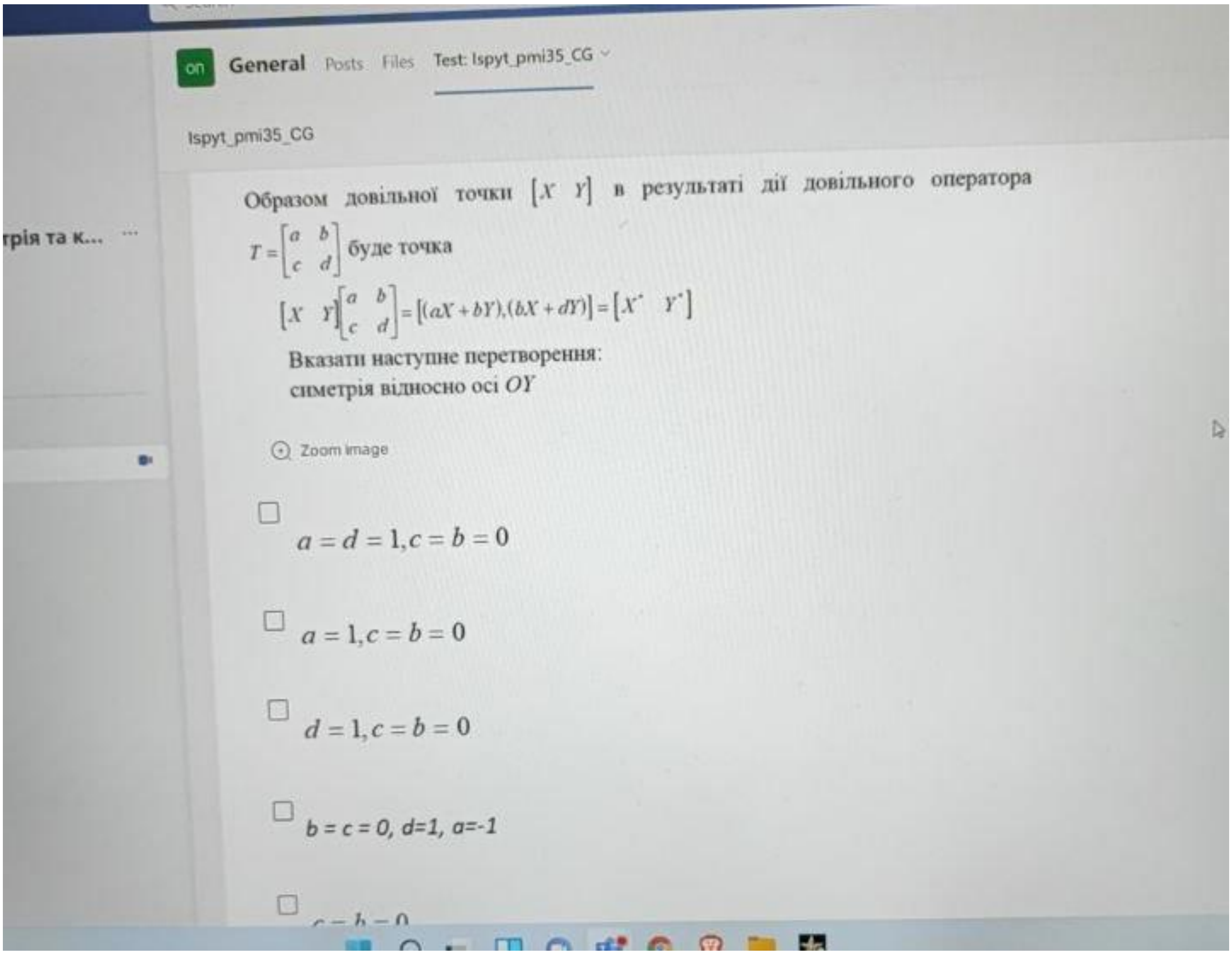
$r(1) = r_3$

$r'(0) = 3(r_1 - r_0)$

$r'(1) = 3(r_3 - r_2)$

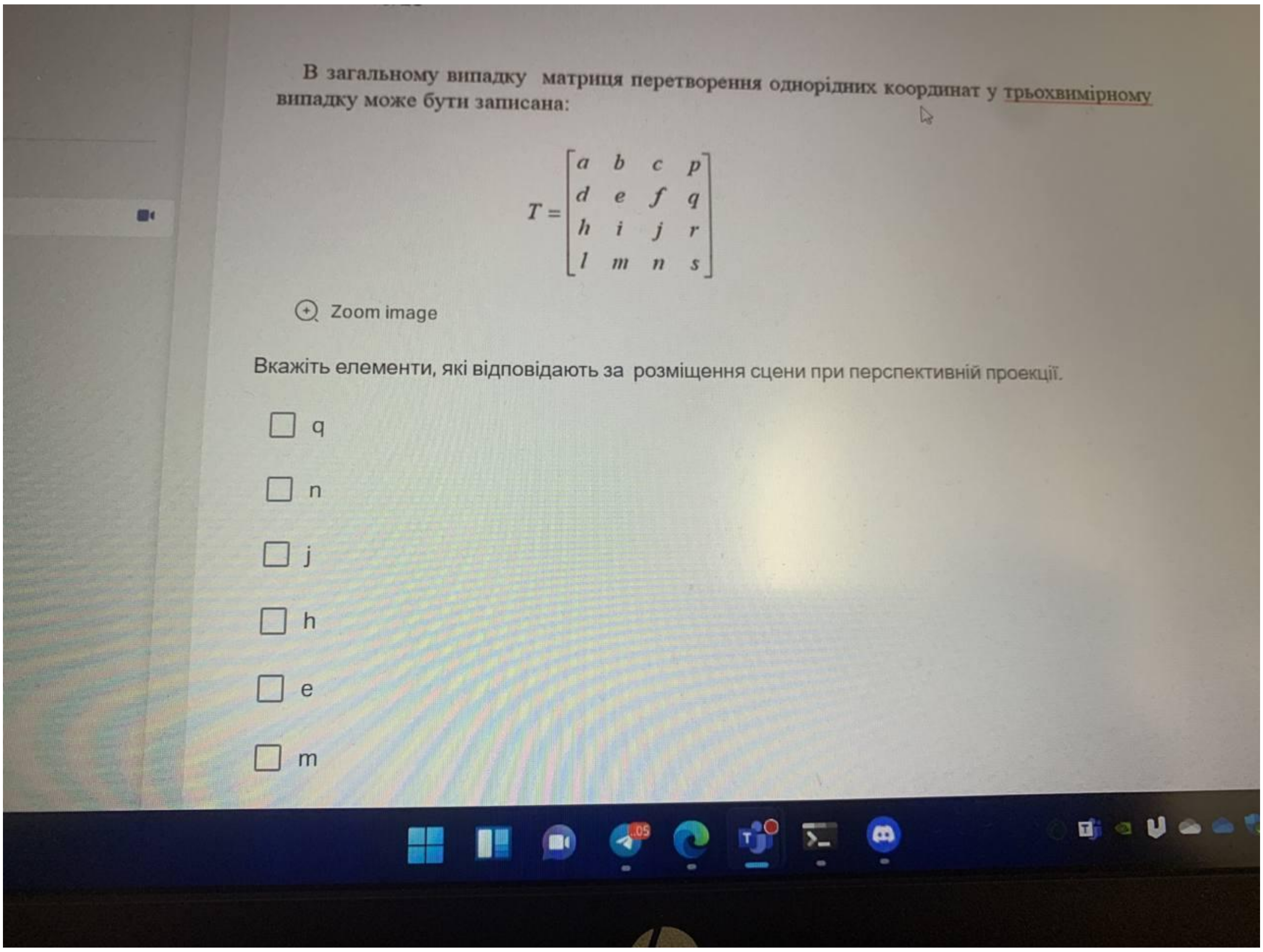
З (4) і (5) випливає, що крива Без'є проходи

Образом довільної точки [x y] в результаті дії довільного оператора Т буде точка



д) $b = c = 0$, $d=1$, $a=-1$ – симетрія відносно осі OY;

В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана



2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за розміщення сцени при перспективній проекції:______**lmnspqr**______________

Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є

Question 12/20

Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

☐ $r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

☐ $r'(1)= r_3$

☐ $r'(0)= 3(r_1 – r_0)$

☐ $r'(0)=r_1$

1 і 4

Записаит розмірності для знаходження P' у класичному матричному вигляді

Question 18/20

Записати розмірності для знаходженння P' у класичному матричному вигляді M·P=B,

M- матриця прямокутна ()x(n),

P -стовпець (n) x1,

B -стовпець ()x1 .

○ n-2

○ n

○ n-1

Submit answer

n - 2кубічний сплайн

Гранична умова	Ненульові елементи в першій і останній строках [M]	Перша і остання строки [R]
Закріплена	$M(1,1) = 1$ $M(n,n) = 1$	$R(1,1) = P_1'$ $R(n,1) = P_n'$
Слабка	$M(1,1) = 1$ $M(1,2) = 1/2$ $M(n,n-1) = 2$ $M(n,n) = 4$	$R(1,1) = \frac{3}{2t_2}(P_2 - P_1)$ $R(n,1) = \frac{6}{t_n}(P_n - P_{n-1})$
Циклічні	$M(1,1) = 2\left(1 + \frac{t_n}{t_2}\right)$ $M(1,2) = \frac{t_n}{t_2}$ $M(1,n-1) = 1$	$R(1,1) = 3\left(\frac{t_n}{t_2^2}\right)(P_2 - P_1) - \frac{3}{t_n}(P_{n-1} - P_n)$ $R(n,1)$ не визначений
Ациклічні	$M(1,1) = 2\left(1 + \frac{t_n}{t_2}\right)$ $M(1,2) = \frac{t_n}{t_2}$ $M(1,n-1) = -1$	$R(1,1) = 3\left(\frac{t_n}{t_2^2}\right)(P_2 - P_1) + \frac{3}{t_n}(P_{n-1} - P_n)$ $R(n,1)$ не визначений

<u>Закріплені</u> – коли відомі дотичні вектори P_1' і P_n'

<u>Слабкі</u> – нульова кривизна в кінцевих точках

<u>Циклічні</u> – дотичні вектори і кривизна на обох кінцях нульові

$$P_1'(0) = P_n'(t_n)$$
$$P_1''(0) = P_n''(t_n)$$

<u>Ациклічні</u> – дотичні вектори на кінцях мають однакову величину і протилежні напрями

$$P_1'(0) = -P_n'(t_n)$$
$$P_1''(0) = -P_n''(t_n)$$

\

Question 5/12

Записати розмірності для знаходженння P' у матричному вигляді

M- матриця прямокутна( )x(n), P -стовпець (n)x(1) , B -стовпець ( )x(1)

\+ ADD AN ANSWER

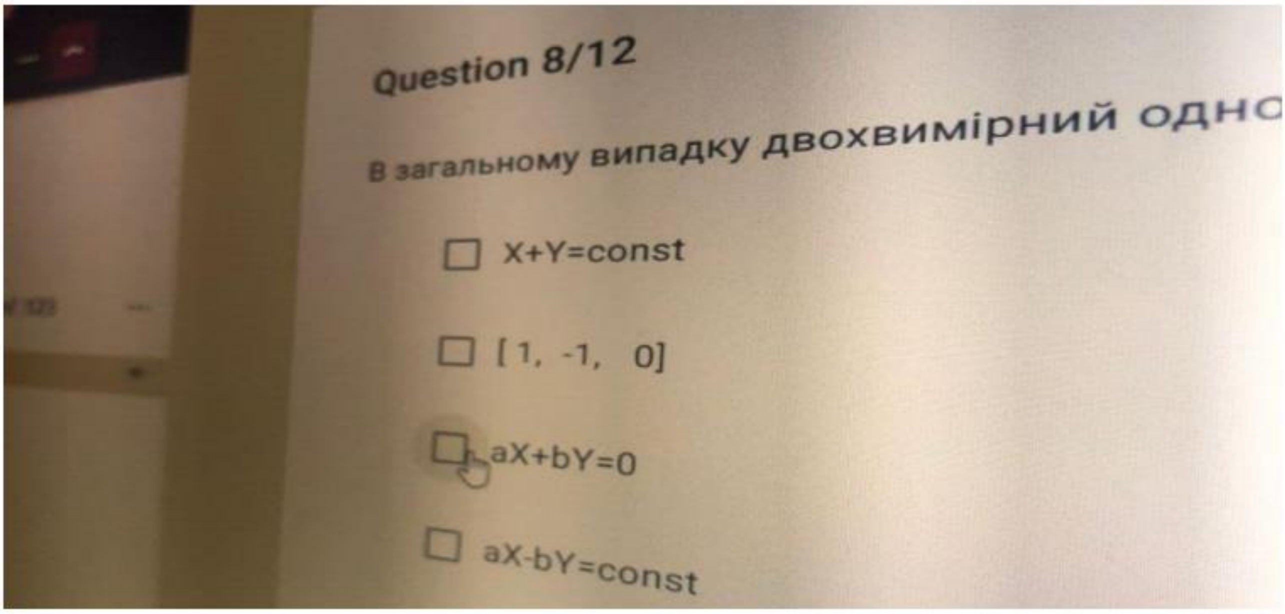
< PREVIOUS NEXT >

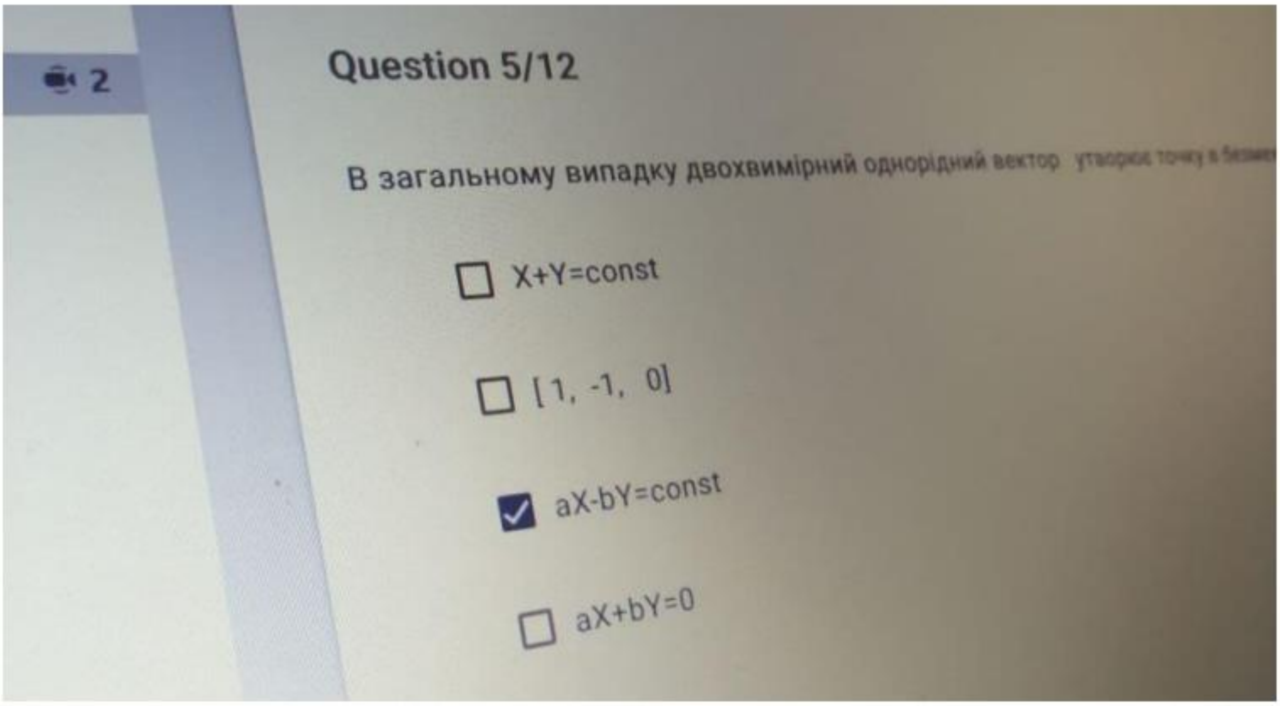
Go to question 5

Question 2/12

В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор утворює точку в безмежності на прямій

- ☐ aX-bY=const
- ☐ aX+bY=0
- ☐ X+Y=const
- ☐ [1, -1, 0]





Вар.2

1.

Точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути

записана в однорідних координатах

а)

(3, 18, 21, 3);

б)(3, 6, 7, 4);

в)(3, 6, 7, 1).

2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за обертання:___a e j s_______

Відповідь: a,b,c,d,e,f,h,i,j

$[X \ \ Y \ \ Z \ \ 1]$ $[X \ \ Y \ \ Z \ \ H]$

Перетворення однорідних координат тепер опишеться співвідношеннями:

$$[X \ \ Y \ \ Z \ \ H] = [x \ \ y \ \ z \ \ 1]T \quad (1)$$

та

$$[x' \ \ y' \ \ z' \ \ 1] = \left[\frac{X}{H} \ \ \frac{Y}{H} \ \ \frac{Z}{H} \ \ 1\right]$$

- деяка матриця перетворення.

В загальному випадку ця матриця може бути записана, як 4x4 виду:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix} \quad (2)$$

Цю матрицю природно зобразити як блочну, що містить в собі наступні блоки:

$$\begin{bmatrix} 3\times3 & | & 3\times1 \\ --- & + & --- \\ 1\times3 & | & 1\times1 \end{bmatrix}$$

Матриця 3x3 здійснює лінійне перетворення у вигляді: зміни масштабу, зсуву, обертання.
Матриця-стрічка 1x3 - перенос, матриця-стовбець 3x1 відповідає за перетворення в перспективі; 1x1- повну рівномірну зміну масштабу.

3.

Записати матрицю дзеркального відображення відносно координатної площини XOZ:

· віддзеркалення відносно координатної площини ***XOZ***

GlScale(1, -1, 1),

$$M_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

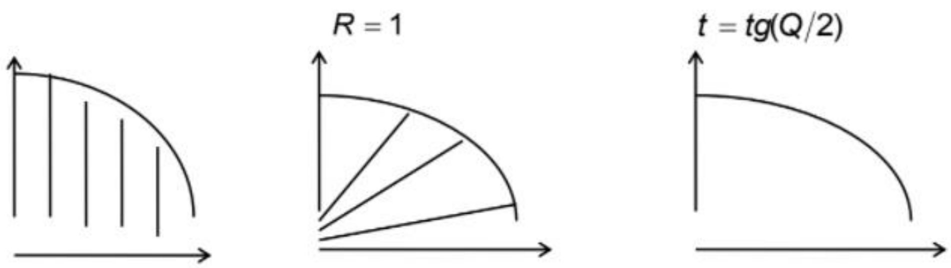
4. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола:

1) $\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases}$ 2) $x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$, $y = \dfrac{2t}{1+t^2}$, $t = tg(Q/2)$ Поставити знак нерівності: 1) … x більше y ……2) x менше y

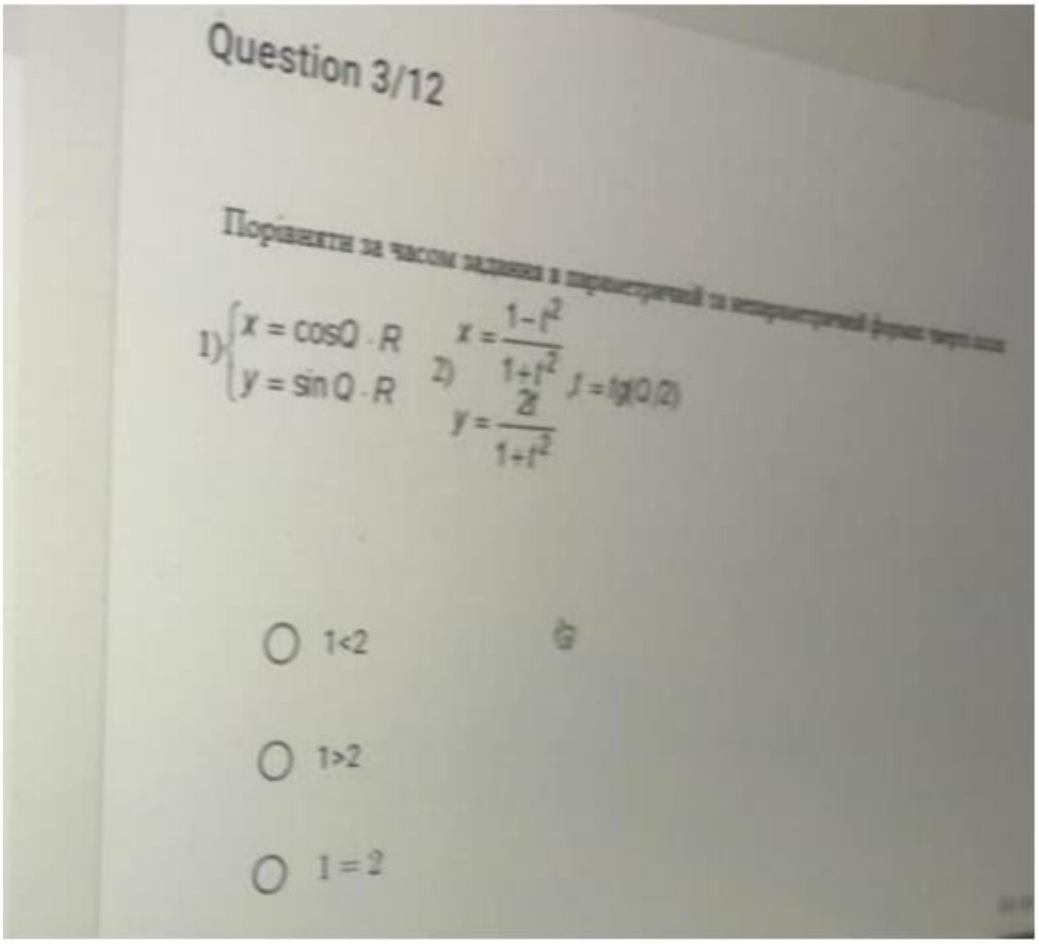
Відповідь: 2<1?5.

Порівняємо різницю в параметричній та непараметричній формах на прикладі чверті кола:

$$y = \sqrt{1-x^2} \qquad \begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases} \qquad x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad y = \frac{2t}{1+t^2}$$



Розглянемо більш детально способи зображення канонічних кривих на основі їх параметричного представлення:



Для загальної аксонометричної проекції масштабні

коефіцієнти є

а) однаковими в трьох головних напрямах; - ізометрія

б) різними в трьох головних напрямах;

в) різними в двох головних напрямах. - диметрія OX=OZ6.

10. В триметрической проекции меньше всего ограничений, а в изометрической — больше всего. В самом деле, как будет показано ниже, изометрическая проекция есть частный случай диметрической, а диметрическая проекция есть частный случай триметрической.

В общем случае для триметрической проекции коэффициенты искажения по каждой из проецируемых главных осей (x, y и z) не равны друг другу. Здесь

Question 4/12

Для загальної аксонометричної проекції масштабні коефіцієнти є

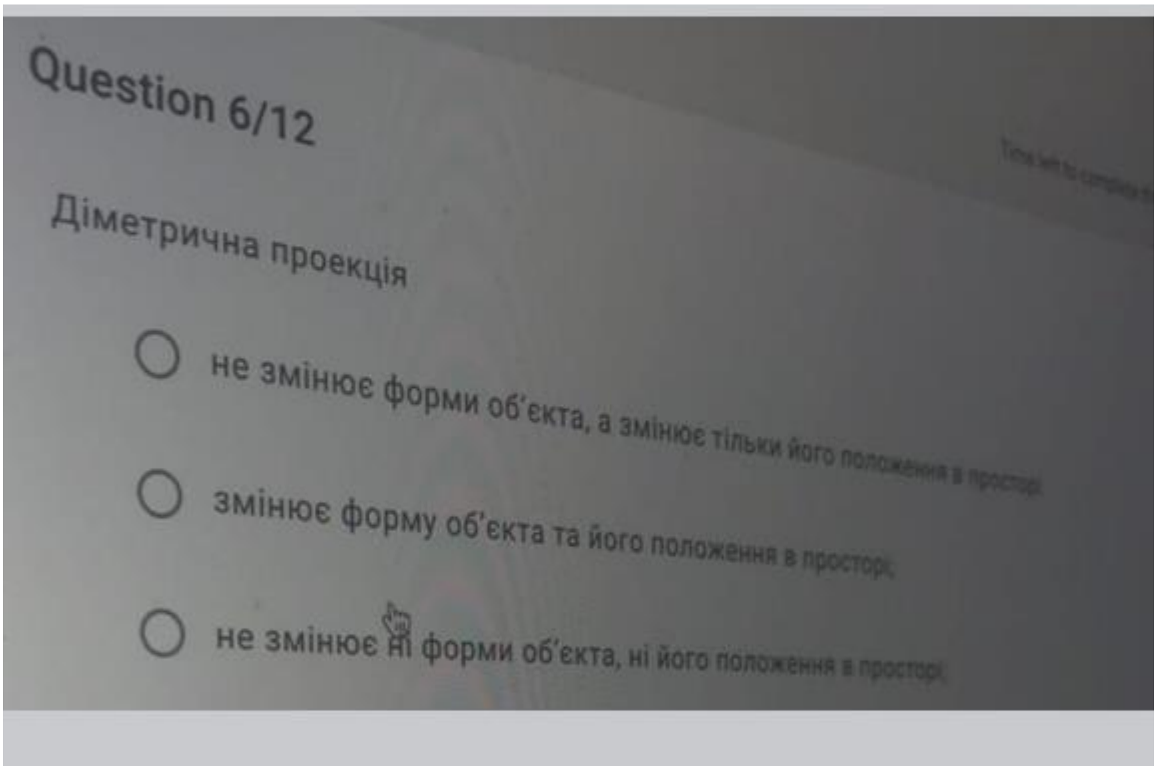
- однаковими в трьох головних напрямах;
- різними в трьох головних напрямах;
- різними в двох головних напрямах.

Діметрична проекція

а) змінює форму об'єкта та його положення в просторі;

б) не змінює ні форми об'єкта, ні його положення в просторі;

в) не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі



7. Процес обертання навколо осі OZ

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$

8.

(а)Відповідь: а)

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$R_z(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

8. Записати розмірності для знаходженння P' у матричному вигляді
$M \cdot P = B$, M- матриця прямокутна( )x( ), P -стовпець n x1, B -стовпець n x1 .

9.

9.

В загальному випадку двохвимірний однорідний

вектор утворює точку в безмежності на прямій (б)

а) $X+Y=const$ б) $aX-bY=0$ в) $\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\end{bmatrix}$.

10. Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$.

Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими:

а)(1,1), (3,1);

б) (1,1), $B_1(2,3)$; в)$B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$.

Відповідь: а)

$$r = r(U) = (1-U)^3 r_0 + 3U(1-U)^2 r_1 + 3U^2(1-U) r_2 + U^3 r_3$$

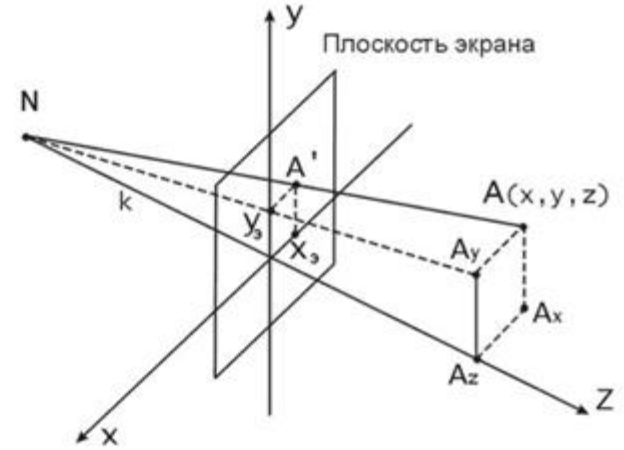
11. Проекція, при якій положення об'єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

а) ортогональна;

б)перспективна; в)косокутна

паралельна.

Відповідь: б)



12. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

$r(0)=r_1$ $r(1)= r_3$

$r'(0)= 3(r_1 – r_0)$ $r'(1)= 3(r_2 - r_3)$

Відповідь: $r(0)=r1$, $r'(1)= 3(r2 - r3)$

$a_0 = r_0$
$a_1 = 3(r_1 - r_0)$
$a_2 = 3(r_2 - 2r_1 + r_0)$
$a_3 = r_3 - 3r_2 + 3r_1 - r_0$

І як результат такої рівності:

$r(0) = r_0$
$r(1) = r_3$
$r'(0) = 3(r_1 - r_0)$
$r'(1) = 3(r_3 - r_2)$

Неважко побачити, що (4) та

З (6) випливає, що

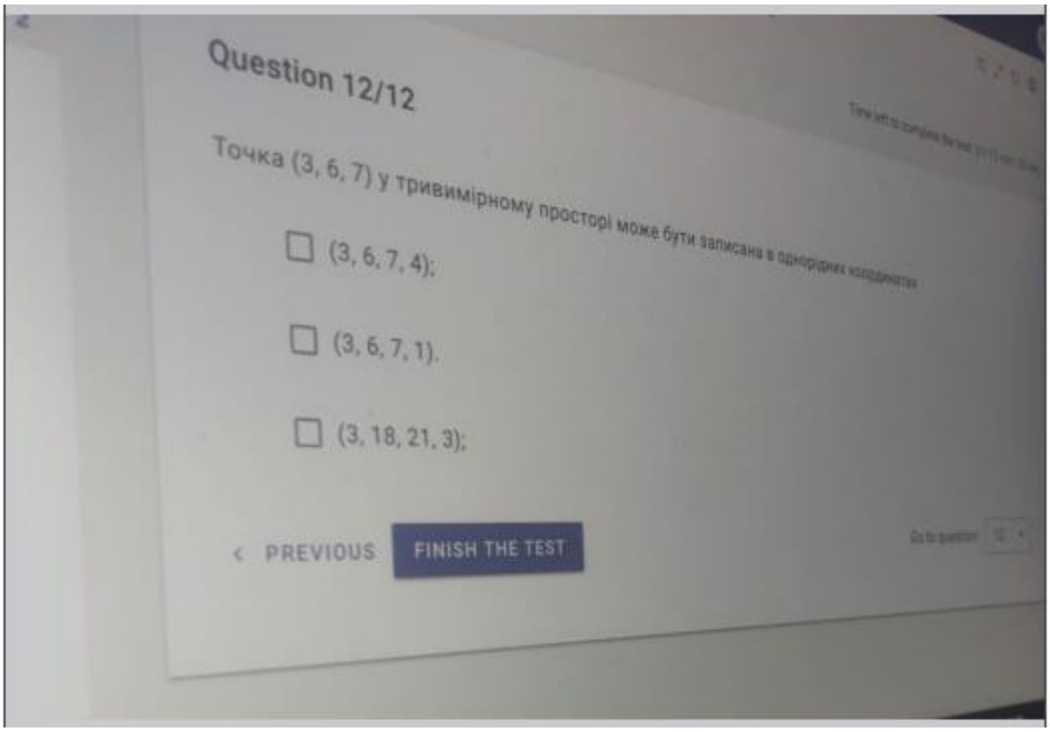
$$
\begin{aligned}
r(0) &= r_0 \\
r'(0) &= n(r_1 - r_0) \\
r(1) &= r_n \\
r'(1) &= n(r_n - r_{n-1})
\end{aligned} \qquad (7)
$$

Вар.3

1. Точка (3, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

а)(3, 18, 21, 3); б)(3, 6, 7, 4);

в)(3, 6, 7, 1).

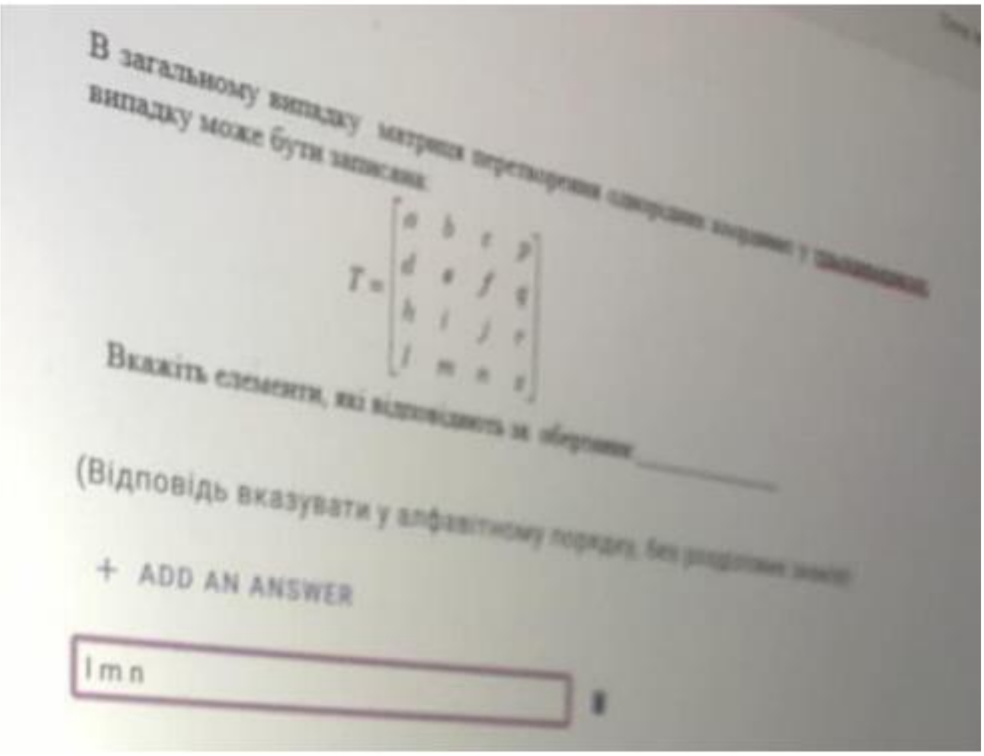


2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за перенесення.:____________

Відповідь: l,m,n3.



$$\left[\begin{array}{ccc|c} & & & 3\\ & 3\times 3 & & \times \\ & & & 1\\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ & 1\times 3 & & 1\times 1\end{array}\right]$$

Верхняя левая (3×3)-подматрица задает линейное преобразование[1] в форме масштабирования, сдвига, отражения и вращения. Левая нижняя (1×3)-подматрица задает перемещение, а правая верхняя (3×1)-подматрица — перспективное преобразование. Последняя правая нижняя (1×1)-подматрица задает общее масштабирование. Общее преобразование, полученное после применения этой (4×4)-матрицы к однородному вектору и вычисления обычных координат, называется билинейным преобразованием[2]. В общем случае данное преобразование осуществляет комбинацию сдвига, локального масштабирования, вращения, отражения, перемещения, перспективного преобразования и общего масштабирования.

$[X \ Y \ Z \ 1]$ $[X \ Y \ Z \ H]$

Перетворення однорідних координат тепер опишеться співвідношеннями:

$$[X \ Y \ Z \ H] = [x \ y \ z \ 1]T \quad (1)$$

та

$$[x^* \ y^* \ z^* \ 1] = \left[\frac{X}{H} \ \frac{Y}{H} \ \frac{Z}{H} \ 1\right]$$

- деяка матриця перетворення.

В загальному випадку ця матриця може бути записана, як 4x4 виду:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix} \quad (2)$$

Цю матрицю природно зобразити як блочну, що містить в собі наступні блоки:

$$\left[\begin{array}{c|c} 3\times3 & 3\times1 \\ \hline 1\times3 & 1\times1 \end{array}\right]$$

Матриця 3x3 здійснює лінійне перетворення у вигляді: зміни масштабу, зсуву, обертання.
Матриця-стрічка 1x3 - перенос, матриця-стовбець 3x1 відповідає за перетворення в перспективі; 1x1- повну рівномірну зміну масштабу.

Записати матрицю центральної симетрії відносно початку координат:

4. Діметрична проекція

а) змінює форму об'єкта та його положення в просторі;

б) не змінює ні форми об'єкта, ні його положення в просторі;

в) не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі

5. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи:

Відповідь: 2<1

1.1.4. Параметричне представлення параболи

Непараметричне представлення параболи має вигляд

$y^2 = 4ax$

Його використання вимагає обчислення кореня квадратного і тому є незручним. Теж саме стосується параметричного представлення параболи через рівняння

$$\begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \quad 0 \le Q \le \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Більш ефективним є запис

$$\begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \qquad 0 \le Q \le \infty \end{cases} \qquad (11)$$

$Q_{n+1} = Q_n + dQ$

Для (11) можна використати рекурентну формулу

6. Процес обертання навколо осі OY

Відповідь: б)

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$

Навколо OY

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Навколо OX

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Навколо OZ

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

8. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

$r(0)=r_0$ $r(1)= r_3$

$r'(0)= 3(r_1 - r_0)$ $r(1)= 3(r_3 - r_2)$

Відповідь: $r(1)= 3(r_3 - r_2)$

$a_0 = r_0$
$a_1 = 3(r_1 - r_0)$
$a_2 = 3(r_2 - 2r_1 + r_0)$
$a_3 = r_3 - 3r_2 + 3r_1 - r_0$

І як результат такої рівності:

$r(0) = r_0$
$r(1) = r_3$
$r'(0) = 3(r_1 - r_0)$
$r'(1) = 3(r_3 - r_2)$

Неважко побачити, що (4) та

З (6) випливає, що

$$\begin{aligned} r(0) &= r_0 \\ r'(0) &= n(r_1 - r_0) \\ r(1) &= r_n \\ r'(1) &= n(r_n - r_{n-1}) \end{aligned} \qquad (7)$$

9. В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор утворює точку в безмежності на прямій

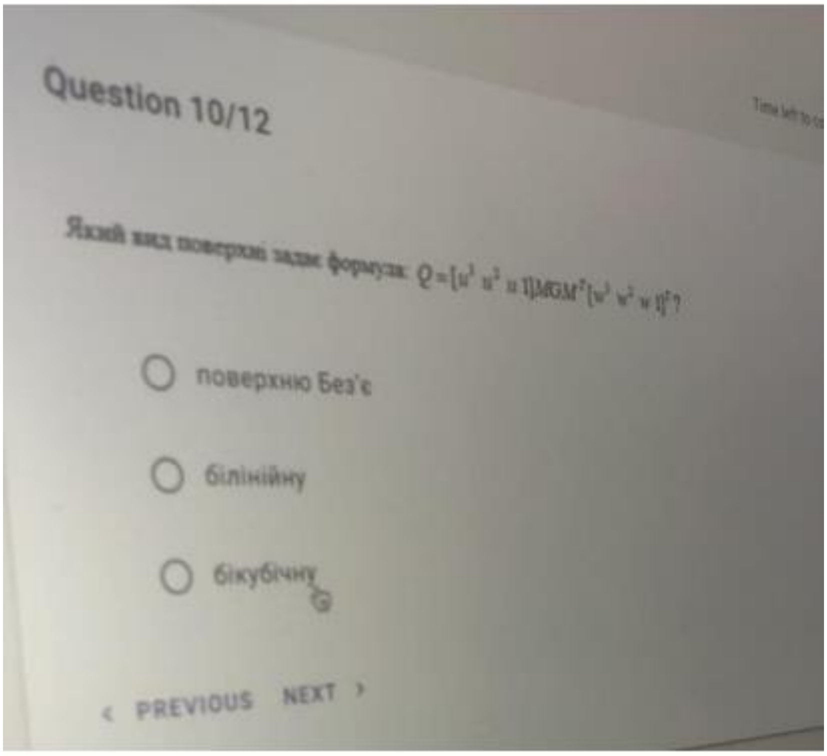
а) $X + Y = const$ б) $aX - bY = 0$ в) $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$.

11. Який вид поверхні задає формула: $Q = [u^3\ u^2\ u\ 1]MGM^T[w^3\ w^2\ w\ 1]^T$?

а) білінійну б) бікубічну в) поверхню Без'є

Відповідь: бікубічну

$$Q = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} NPN^T \begin{bmatrix} w^3 & w^2 & w & 1 \end{bmatrix}$$



12. При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі проходять через точку (0, 1, 1/r, 1).

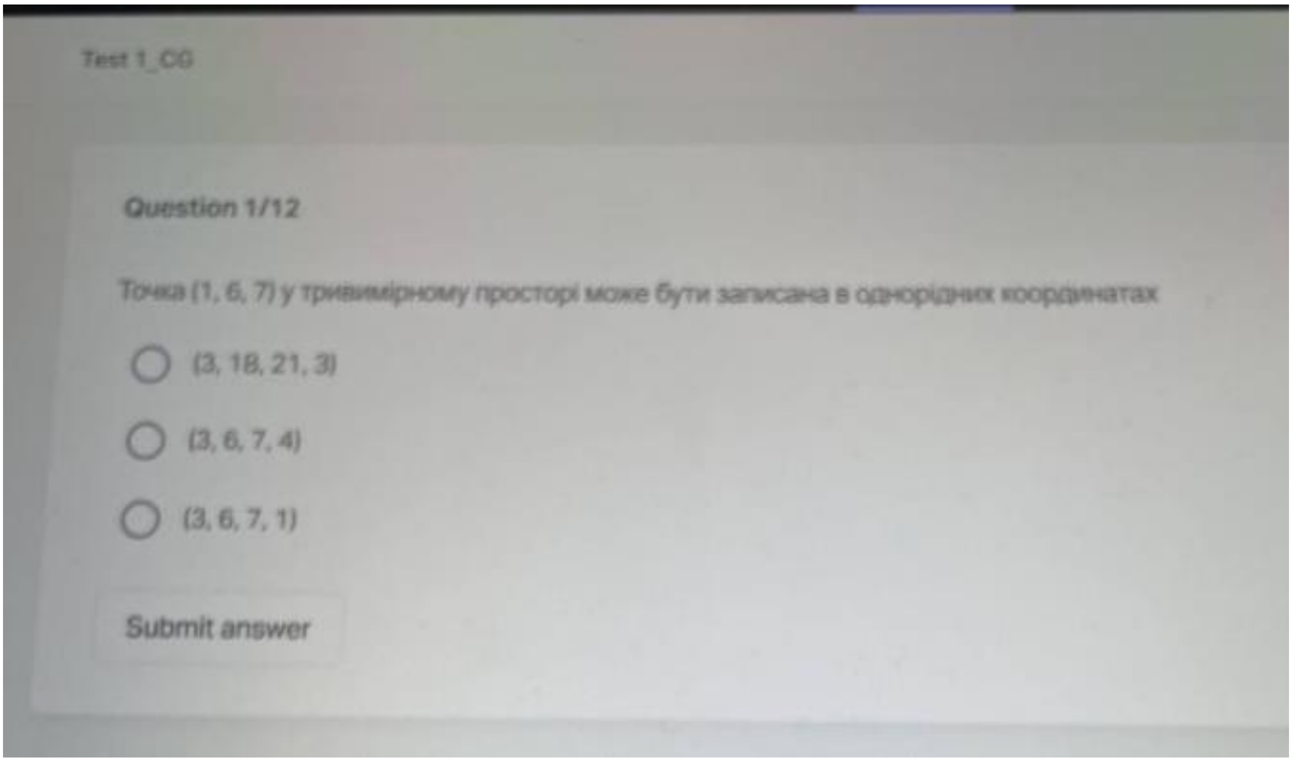
Так/ ні.

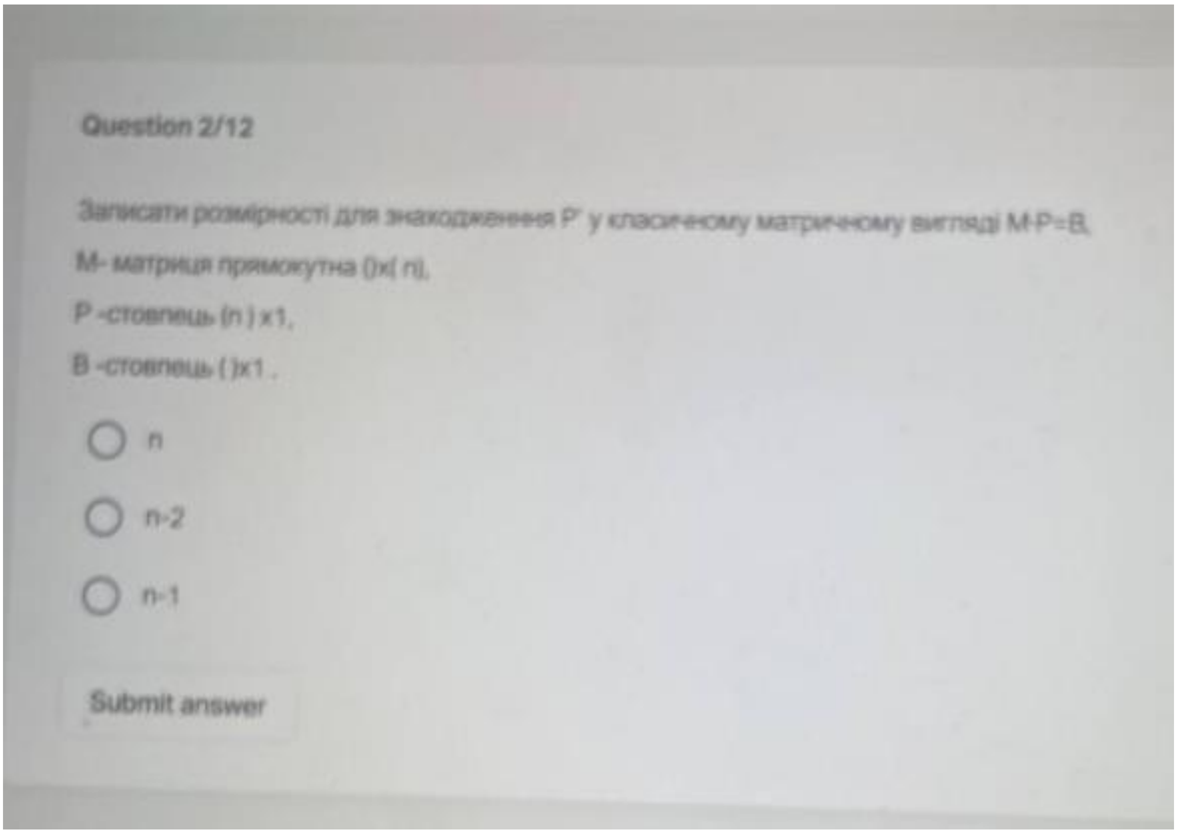
Исследование рис. 3-27 показывает, что прямые $A'B'$ и AB пересекают плоскость $z = 0$ в одной и той же точке. Прямая $A'B'$ также пересекает ось z в точке $z = +1/r$. Далее, перспективное преобразование (см. (3-45) и (3-46)) отображает расположенную в бесконечности точку пересечения параллельных прямых AB и оси z в конечную точку $z = 1/r$ на оси z. Эта точка называется точкой схода [1]. Заметим, что точка схода лежит на том же расстоянии от плоскости проекции, что и центр проекции, только с противоположной стороны от плоскости, например, если $z = 0$ есть плоскость проекции, а центр проекции находится в $z = -1/r$, тогда точка схода находится в $z = +1/r$.

Чтобы подтвердить это наблюдение, рассмотрим перспективное преобразование точки, находящейся в бесконечности на оси $+z$, т. е.

$$[0\,0\,1\,0]\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & r\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} = [0 \quad 0 \quad 1 \quad r]. \tag{3-50}$$

Соответствующая ей точка $[x^*\, y^*\, z^*\, 1] = [0 \;\, 0 \;\, 1/r \;\, 1]$ теперь является конечной точкой на положительной оси z. Это означает, что все полубесконечное положительное пространство $(0 \leq z \leq \infty)$ отображается в ограниченную область $0 \leq z^* \leq 1/r$. Далее, все прямые, параллельные оси z, теперь проходят через точку $[0 \;\, 0 \;\, 1/r \;\, 1]$ – точку схода.





Question 2/12

Записати розмірності для знаходження P' у класичному матричному вигляді M·P=B.

M- матриця прямокутна ()x(n).

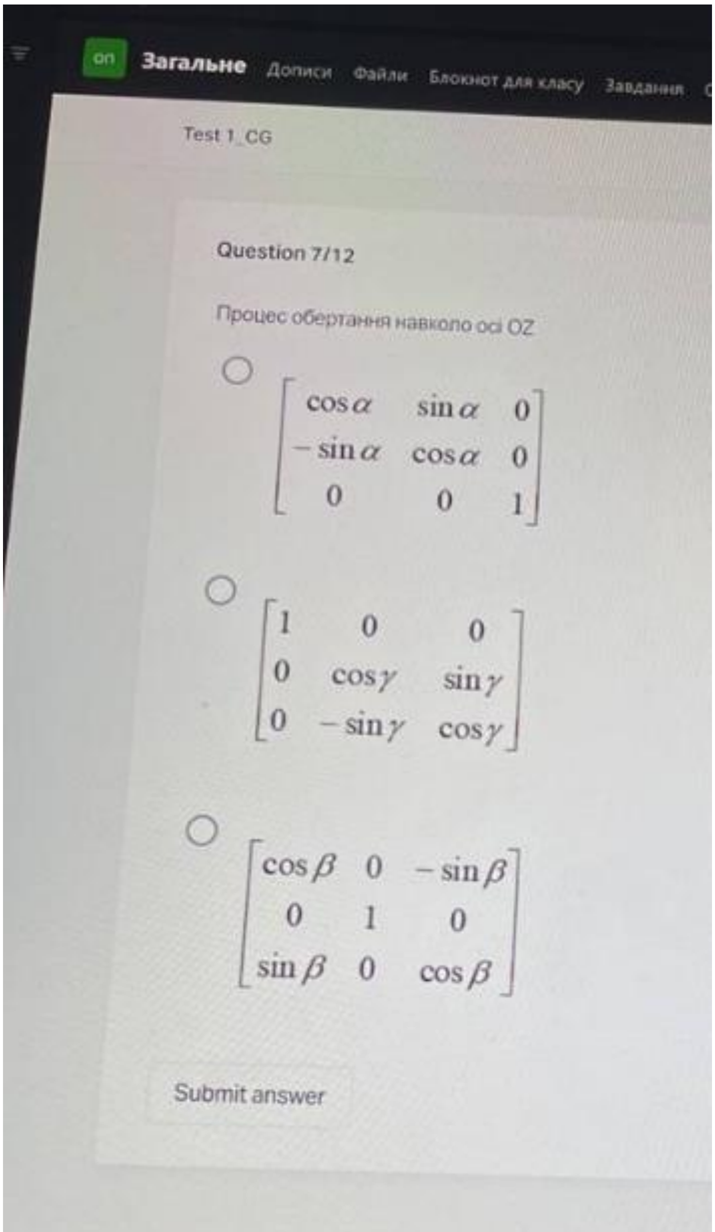
P -стовпець (n) x1.

B -стовпець ( )x1 .

- n
- n-2
- n-1

Submit answer

10. Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими: а) (1,1), (3,1); б)(1,1), $B_1(2,3)$; в) $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$.



Процес обертання навколо осі OZ

Відп . 1

Question 11/12

Записати матрицю центральної симетрії відносно початку координат:

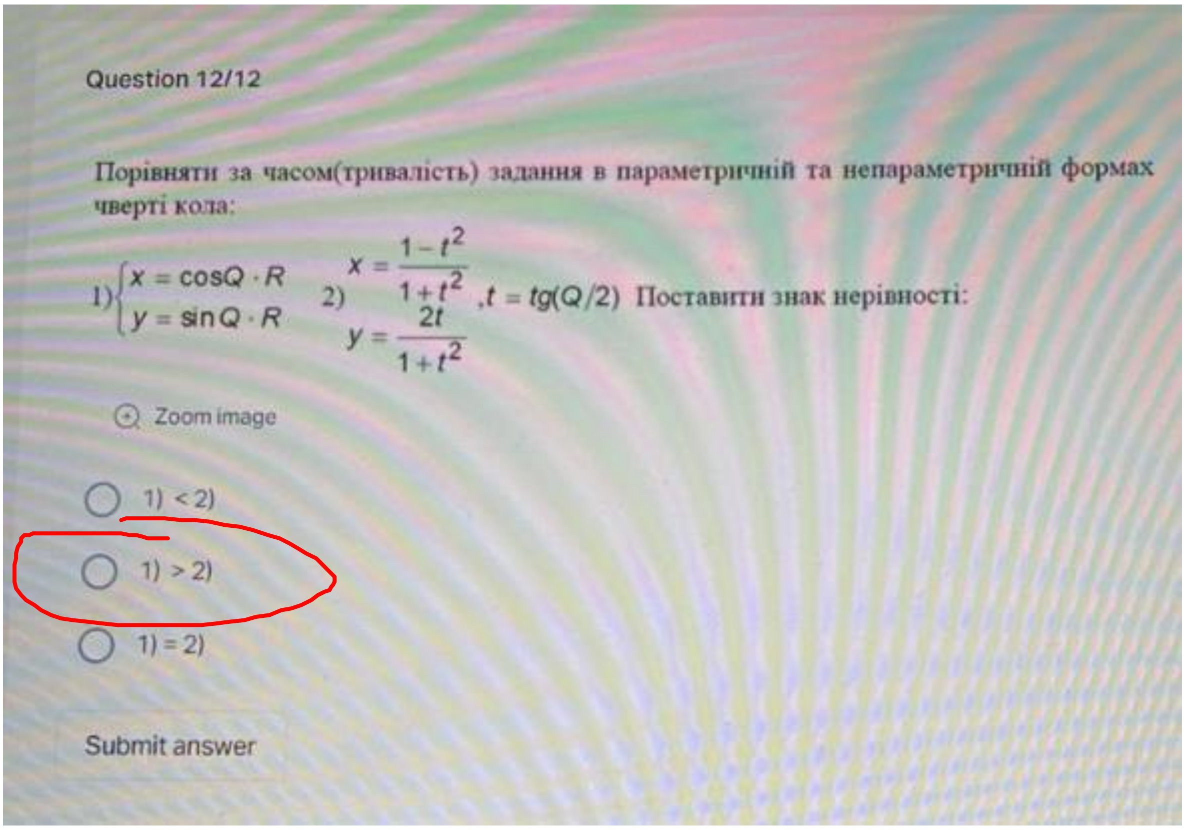
- [-1 0 0 0]
  [0 1 0 0]
  [0 0 -1 0]
  [0 0 0 -1]

- [-1 0 0 0]
  [0 -1 0 0]
  [0 0 -1 0]
  [0 0 0 1]

- [-1 0 0 0]
  [0 1 0 0]
  [0 0 -1 0]
  [0 0 0 1]

Записати матрицю центральної симетрії

2



Question 12/12

Порівняти за часом(тривалість) задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола:

1) $\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases}$ 2) $\begin{matrix} x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \dfrac{2t}{1+t^2} \end{matrix}$ $, t = tg(Q/2)$ Поставити знак нерівності:

Zoom image

1) < 2)

1) > 2)

1) = 2)

Submit answer

Порівняти за часом тривалість завдання

Теорія

Теорія з комп. графіки

1. Ввід в комп'ютерну графіку. Сфери застосування.

Комп'ютерна графіка - це сукупність методів і способів перетворення за допомогою комп'ютера даних у граф. зобр. або граф. зобр. у дані.

Сфери:

1. Побудова графіків даних (презентації, слайди, плакати)
2. С-ми автомат. проектування (будинки, косм. кораблі)
3. Віртуальна реальність (водіння авто, огляд будинку)
4. Наукова, ділова візуалізація (атомні, складні процеси)
5. Навчальне застосування (навч. капітанів, суден, літаків)
6. Поліграфічне образотворче мистецтво (логотип, реклама)
7. Телевізійна комерційна продукція (рекл. ролик, кліп, фільм)
8. Обробка зображень (оцифрування, забраження в медицині)
9. GUI (графічний інтерфейс) – (побутові прилади, моб. тел.)

Ввід зображення:

1. Клавіатура
2. Зовнішні комп. с-ми

3. Сканер
4. Космічні знімки
5. Аерознімки
6. Ділітайзер

Вивід зображення:

1. Монітор
2. Принтер
3. Плотер
4. Магнітні носії
5. Відеофільми
6. Слайди
7. Зовнішні комп. с-ми

Дисплейний файл – сукупність даних, що викор. для малювання.

2. Основні етапи загального алгоритму обробки зображень.

	Синтез зображення	Аналіз зображення	Обробка зображення
Вхід	Формальний опис	Візуальне задання	Візуальне задання
Вихід	Візуальне задання	Формальний опис	Візуальне задання
Об'єкти	Лінії, пікселі, об'єкти, тексти та їх сукупність	Згенероване чи зіскановане зображення	Відскановане зображення
Задачі	Генерація, задання, сегментація, перетворення зобр.	Розпізнавання образів, структурний аналіз	Підвищення якості зображень

Етапи:

1. Вхідне задання, ввід зображення.
2. Підготовка до візуалізації.
3. Попередньо підготовлене забраження. малюється.
4. Взаємодія із забраження.

Взаємодія із зображенням:

1. Локатор (видача коорд інфи в 2D чи 3D)
2. Валюатор (для вводу окремої величини забраження)
3. Селектор (ідентиф, вибір об'єкта в згенер забраження)
4. Кнопка (вибір, активація явиищ, процедур, що керуються діалоговим забраження)
5. Клавіатура (опрацьовує текстову інфу)

ВНРЗ – векторний монітор регенерації забраження – в ньому викор люмінофор з дуже малим після свічення. Тому зобр. повинне бути багаторазово перемальоване або регенеровано. Мін- 5-30с. Оптим- 40-50с.

ДБ-дисплейний буфер- неперервний фрагмент пам'яті, де зберігається вся інформація для виведення забраження на ЕТ.

ДК-дисплейний контролер- циклічно обробляє інф зі швидкістю регенерації.

3. Перетворення точок в R^2. Обертання навколо центральної точки.

Так як графічний об'єкт задається сукупністю точок і ліній, тому далі наведено правила та операції з множ. Точок

$$A \to B \Rightarrow A \cdot T = B \Rightarrow T = A^{-1}B \qquad CT = C^*$$

$$(x, y)\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (ax + cy,\ bx + dy) = (x^*, y^*)$$

1. Еквівалентність a=b=1; c=d=0 (x,x)
2. Масштабування в напрямку X (ax,y)
3. Масштабування в напрямку Y (x,dy)
4. Масштабування в X і Y (ax,dy)
5. Симетрія щодо Y (-x, y)

6. Переміщення X (x+cy, y)
7. Переміщення Y (x, bx+y)

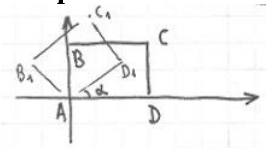
Кожна пряма лінія: $\begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} x_1^* & y_1^* \\ x_2^* & y_2^* \end{pmatrix}$

Т може здійснювати обертання, переміщення, поворот навколо осі, масштабування, гомотетію.

Не задовільняє:

1. Переміщення на $\forall$ вектор
2. Проектування
3. Поворот навколо $\forall$ точки

Обертання навколо центральної точки.



$D \to D_1 \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix}$

$B \to B_1 \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \end{pmatrix}$

Отже, $T = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$

4. Однорідні координати на площині. Проекція перетворення. Узагальнення обертань.

Для опису повного набору перетворень введемо 3-тю координату $(x, y) \to (x, y, 1)$

<u>Однорідні координати</u> - задання n-мірної точки за допомогою (-n+1)- мірним вектором

$$T = \left(\begin{array}{cc|c} a & b & p \\ c & d & q \\ \hline m & n & s \end{array}\right) \qquad \begin{array}{c|c} 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 \end{array}$$

1- здійснює зміну масштабу, зсув, обертання.

3- переміщення на $\forall$ вектор.

2- отримання проекції (центр.)

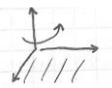
4- гомотетія- повна зміна масштабу

Більш складні операції здійснюються розкладом на елем. і послідовне застосування останніх. Не потрібно будувати проміжні точки, що відповідають елементам перетворення, а лише результуючу матрицю переходу.

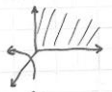
Узагальнене обертання.

Матрицю узагальнено на 3-х вимірний простір, тому що це є обертання площини z=1 навколо Z.

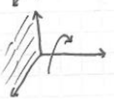
1 $T = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ навколо Z



2 $T = \begin{pmatrix} \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{pmatrix}$ навколо y



3 $T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$ навколо X



5. Точки в Безмежності.

Використовуючи одн. коорд. зручний та ефективний метод відображення однієї мн. в іншу. Але II прямі в 1-ій системі коорд. після перетворення не будуть II в іншій.

Приклад $\begin{cases} x+y=1 \\ 2x-3y=0 \end{cases}$ $x=\frac{3}{5}$ $y=\frac{2}{5}$

$\begin{cases} x+y-1=0 \\ 2x-3y=0 \end{cases}$ $(x, y, 1)\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = (0, 0)$

Але $(x, y, 1)\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (0, 0, 1)$

$(x, y, 1) = (0, 0, 1)\cdot M^{-1}$, де

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 3/5 & 2/5 & 0 \\ 1/5 & -1/5 & 0 \\ 3/5 & 2/5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(x, y, 1) = \frac{1}{5}(0, 0, 1)\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} = \left(\frac{3}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5}\right)$$

Приклад $\begin{cases} x+y=1 \\ x+y=0 \end{cases}$

$$(x, y, 1)\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (0, 0, 1)$$

$$(x, y, 1)\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (0, 0, x)$$

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underset{(+\infty, -\infty, 0)}{(x, y, 1)} = (0, 0, x)\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = (x, -x, 0)$$

В загальному випадку точки (a, b, 0) будемо називати точками в Безмежності і всі вони лежать на прямій ax-by=const

6. Однорідні координати в просторі. Базові перетворення.

Простір однорідних координат (P^2)

Нехай $(x, y, z) \in P^2$, $(x^*, y^*, 1) \in P^2$

Для $\mathbb{R}^2$: $ax + by + c = 0$

Для P^2: $ax + by + cz = 0$

$P^0 \in x$ $P^1 \in (0, x)$ $P^2 \in (0, x, y)$ $P^0 \subset P^1 \subset P^2$ $\mathbb{R}^0 \subset \mathbb{R}^1 \subset \mathbb{R}^2$

$A \in (P^n - \mathbb{R}^n)$ - ідеальні точки, решта реальні

Перетворення 3-х вимірних координат

$$(x, y, z) \rightarrow (x, y, z, H) \rightarrow (x^*, y^*, z^*, 1) \quad x^* = \frac{x}{H}, y^* = \frac{y}{H}, z^* = \frac{z}{H}$$

Достатньо двох операцій: -переміщення

- обертання

$$T = \left(\begin{array}{ccc|c} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ \hline l & m & n & s \end{array}\right)$$

<u>Білійне перетворення</u> – це повне перетворення, шляхом дії на вектор точки матриці $\begin{pmatrix} a & b & \dots \end{pmatrix}$ з подальшою нормалізацією вектора.

Обертання навколо $\forall$ осі, що проходить через початкові координати, що визнач. напрямним косинусом $\underline{(n_1, n_2, n_3)}$ = кут θ

$|\vec{e}|\cos\varphi_1 = n_1$

$|\vec{e}|\cos\varphi_2 = n_2$

$|\vec{e}|\cos\varphi_3 = n_3$

$|\vec{e}| = 1$

$$R = \begin{pmatrix} n_1^2 + (1-n_1^2)\cos\theta & n_1n_2(1-\cos\theta)+n_3\sin\theta & n_1n_3(1-\cos\theta)-n_2\sin\theta & 0 \\ n_1n_2(1-\cos\theta)-n_3\sin\theta & n_2^2+(1-n_2^2)\cos\theta & n_2n_3(1-\cos\theta)+n_1\sin\theta & 0 \\ n_1n_3(1-\cos\theta)+n_2\sin\theta & n_2n_3(1-\cos\theta)-n_1\sin\theta & n_3^2+(1-n_3^2)\cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Афінна та перспективна геометрія. Аксонометричні проекції.

Різниця між ними в II прямих. В перспект. II прямі можуть $\cap$, а в Афінній (евклідовій)-ні.

<u>Афінне перетворення</u> – комбінація мін. перетворень та опер. перенесу зобр. Для цього 4-ий стовпчик матриці є одиничним. Формують підсистему білінійних перетворення координат, тобто добуток $\forall$ 2-х аф. Перетворень є афінним перетворенням.

<u>Перспективне перетворення</u>- дозволяє отримувати зображення близьке до реального, тому досить часто використовується в графіці, хоча воно вимагає складної будови. Персп. – якщо 4-ий ст. – неодиничний. Асоціюється з побудовою проекцій на площину з $\forall$ точки. Комбінація персп. і проекцій перетворень утворюють перспективну проекцію.

<u>Аксонометричне проекція</u> – перспективна проекція, що представляє перетворення зобр з 2D в 3D, коли центр проектування знаходиться в безмежності. Здійснюється за допомогою афін. Перетворення, де det=0.

Матр. проект. на z=n і перем. на вектор (0,0,n)

$$(x, y, z, 1)\begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ 0 & 0 & \\ & n & 1 \end{pmatrix} = (x, y, n, 1) \quad (1)$$

<u>Види:</u>

1. Ортогональна (в більшості випадків матр. перетв. здійснює лише 1 оберт. коорд. осі залиш. ортог. під час перетв.)
2. Діаметрична (2 з 3 коорд осей однаково скорочені)
3. Ізометрична (всі 3 коорд осі однаково скорочені)

<u>Ортогональна аксонометрична проекція</u> – результат перетворення (1) і деякого обертання навколо Z.

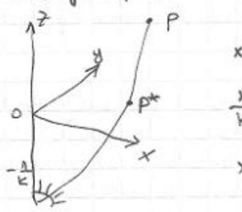
$$(x, y, z, h) = (x, y, z, 1)\begin{pmatrix} \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= (x, y, z, 1)\begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi\sin\theta & -\sin\varphi\cos\theta & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ \sin\varphi & -\sin\theta\cos\varphi & \cos\theta\cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Перспективне проектування.

Здійснення ненульовими елементами в 4-му стовпчику загальної матриці перетворень. Отримується шляхом перспективного перетворення та проектуванням на деяку 2D площину – перспективна проекція.

$$(x, y, z, h) = (x, y, z, 1)\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (x, y, 0, R \cdot z + 1)$$ - проекція на площ. z=0



$$x^* = \frac{x}{R \cdot z + 1}; \quad y^* = \frac{y}{R \cdot z + 1}; \quad z^* = 0$$

$$\frac{x^*}{k} = \frac{x}{z + k} \qquad \frac{y^*}{k} = \frac{y}{z + k} \qquad R = \frac{1}{k}$$

$$x^* = \frac{x}{1 + \frac{z}{k}} \qquad y^* = \frac{y}{1 + \frac{z}{k}}$$

Отже, x^*, y^* - перетворення координат, отримані за допомогою матричних операцій $R = \frac{1}{k}$.

Перспективне перетворення не є евклідовим, бо не зберігає властивостей $\perp$ і II прямих.

При $k = \infty \rightarrow$ аксонометричне перетворення (точка з площ. проектування не змінюється). Оскільки афінні перетворення зберігаються для h=1, то $\forall$ перспективне перетворення може передувати послідовних афінних перетворень.

Початок координат --> на місці.

Перспект. і проекц. перетв. використовують, щоб визначити положення точок на площині спостереження z=0.

$(0,0,0,1) \longrightarrow (0,0,0,1)$; $(0,0,1,0) \rightarrow (0,0,\frac{1}{R},1)$

$z \geq 0 \longrightarrow 0 \leq r < \frac{1}{R}$

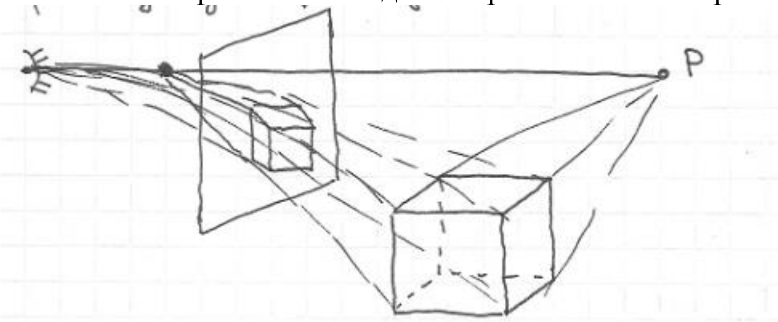
Прямі, II осі z будуть проходити через $(0,0,\frac{1}{R},1)$

Якщо матричне перетворення має вигляд $\begin{pmatrix} 1 & 1 & R \\ 0 & & 1 \end{pmatrix}$, то

- одноточкове перспективне перетворення в точку $(0,\frac{1}{q},0,1)$.
- кутова (двохточкова) перспектива – 2 ненульові елементи.
- коса (трьохточкова) перспектива – 3 ненульові елементи.

9. Способи отримання перспективних зображень.

Розглянемо отримання складних перспективних зображень на прикладі одиничного куба



Нехай точка спостереження знаходиться на лінії $\perp$ до попередньої грані. В цій проекції всі бокові площини перетворень в 1 точці збігу на горизонтальній лінії, що розташована на рівні очей.

Вертикальні площини залишаються $\perp$. Попередня і задня вертик. куба II і не перетинається

$\varphi(0,m,n)'$

$$\begin{pmatrix} \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi & 0 \\ 0 & m & n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & 0 & 0 & -\sin\varphi/k \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\varphi & 0 & 0 & \cos\varphi/k \\ 0 & m & 0 & n/k+1 \end{pmatrix}$$

$\rightarrow$ 2-точкове проект.

Операція обертання з 1-точкової перспективи утворює 2-х точкову та 3-х точкову перспективу.

10. Поновлення тривимірної інформації.

$$T' = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix} \qquad T'' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = T' \cdot T'' = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & 0 & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & 0 & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & 0 & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & 0 & T_{44} \end{bmatrix}$$

$$[x, y, z, 1]\,T = [XYOH] = [x^*, y^*, 0, 1]$$

$$T_{11}x + T_{21}y + T_{31}z + T_{41} = Hx^*$$
$$T_{12}x + T_{22}y + T_{32}z + T_{42} = Hy^*$$
$$T_{14}x + T_{24}y + T_{34}z + T_{44} = H \qquad | \cdot (-x^*) \quad | \cdot (-y^*)$$

$$\begin{cases} (T_{11} - T_{14}x^*)x + (T_{21} - T_{24}x^*)y + (T_{31} - T_{34}x^*)z + (T_{41} - T_{44}x^*) = 0 \\ (T_{12} - T_{14}y^*)x + (T_{22} - T_{24}y^*)y + (T_{32} - T_{34}y^*)z + (T_{42} - T_{44}y^*) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

а) T відомо $(x, y, z) \to (x^*, y^*, 0)$

б) T відомо $x^*, y^* \to (x, y, z)$

в) (x, y, z) $(x^*, y^*) \to T$

$$T_{11}x + T_{21}y + T_{31}z + T_{41} - T_{14}x^*x - T_{24}x^*y - T_{34}x^*z - T_{44}x^* = 0$$
$$T_{12}x + T_{22}y + T_{32}z + T_{42} - T_{14}y^*x - T_{24}y^*y - T_{34}y^*z - T_{44}y^* = 0$$

$$AT' = 0 \qquad T' = \begin{bmatrix} t_{11} \\ t_{12} \\ t_{13} \\ t_{14} \end{bmatrix} \qquad A\text{-коефр. при } T$$

$$T_{44} = 1$$

(1) – математично записана проблема поновлення тривимірної інформації.

11. Задання плоских кривих.

1. Математичний опис є точним і дозволяє отримати характ. прямої.
2. Математичний опис легко зберігати в контакт. вигляді.
3. Крива, яка описується математичнно, легко зображати на екрані.
4. При аналітичному заданні кривої відпадає необхідність від інтерполяційних схем.
5. При таких заданнях суттєво спрощується задача отримання динамічних зображень, тому що вони відрізняються від попередніх на деякі геометричні параметри.

Існують 2 способи задання кривої на площину:

-параметричне - $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$

-непараметричне

явний $y = f(x)$ неявне $f(x, y) = 0$

<u>Коло :</u>

$$\begin{cases} x = r\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi \end{cases} \qquad \begin{cases} x_n = r\cos\varphi_n \\ y_n = r\sin\varphi_n \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n\cos\Delta\varphi - y_n\sin\Delta\varphi \\ y_{n+1} = x_n\sin\Delta\varphi + y_n\cos\Delta\varphi \end{cases} \qquad \varphi_{n+1} = \varphi_n + \Delta\varphi\ , \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{n-1}$$

<u>Еліпс:</u>

$$\begin{cases} x = a\cos\varphi \\ y = b\sin\varphi \end{cases} \qquad \begin{cases} x_n = a\cos\varphi_n \\ y_n = b\sin\varphi_n \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n\cos\Delta\varphi - \left(\frac{a}{b}\right)y_n\sin\Delta\varphi \\ y_{n+1} = \left(\frac{b}{a}\right)x_n\sin\Delta\varphi + y_n\cos\Delta\varphi \end{cases} \qquad \varphi_{n+1} = \varphi_n + \Delta\varphi,\ \Delta\varphi = \frac{2\pi}{n-1}$$

Парабола:

$$y^2 = 4ax \qquad \begin{cases} x = aQ^2 \\ y = 2aQ \end{cases} \qquad Q_{max} = \sqrt{\frac{x_{max}}{a}} \quad Q_{min} = \sqrt{\frac{x_{min}}{a}}$$

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + y_n\Delta Q + a(\Delta Q)^2 \\ y_{n+1} = y_n + 2a\Delta Q \end{cases} \qquad Q_{n+1} = Q_n + \Delta Q,\ \Delta Q = \frac{Q_{max} - Q_{min}}{n-1}$$

Гіпербола

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad \begin{cases} x = a\,ch\,\varphi \\ y = b\,sh\,\varphi \end{cases} \qquad Arch\,x = \ln(x + \sqrt{x^2-1}) \quad \varphi_{max} = Arch\left(\frac{x_{max}}{a}\right) \quad \varphi_{min} = Arch\left(\frac{x_{min}}{a}\right)$$

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n\,ch\Delta\varphi + \left(\frac{a}{b}\right)y_n\,sh\Delta\varphi \\ y_{n+1} = \left(\frac{b}{a}\right)x_n\,sh\Delta\varphi + y_n\,ch\Delta\varphi \end{cases} \qquad \varphi_{n+1} = \varphi_n + \Delta\varphi,\ \Delta\varphi = \frac{\varphi_{max} - \varphi_{min}}{n-1}$$

12. Задання просторових кривих. Кубічні сплайни.

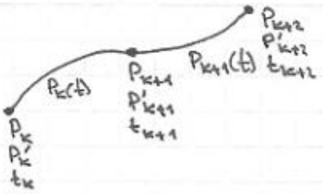
Параметричне :

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \qquad \begin{cases} F(x,t) = 0 \\ g(y,t) = 0 \\ V(z,t) = 0 \end{cases} \qquad t_1 \le t \le t_2$$

Сплайн – кусковий поліном степені k, з неперервним в точці з'єднання похідними (k-1) порядку.

Форма кубічного сплайну задається кубічним поліномом:

$$y = A_1x^3 + B_1x^2 + C_1x + D_1 = B_1 + B_2t + B_3t^2 + B_4t^3 = P(t)$$



P_k, P_{k+1}, P_{k+2} – вектори кінців сегменту

P'_k, P'_{k+1}, P'_{k+2} – дот. вектори кінців

t_k, t_{k+1}, t_{k+2} – знач. парам. кінців сегм.

Узагальнене рівняння для двох будь-яких сусідніх сегментів сплайна:

$$P_k(t) = P_k + P'_k t + \left[\frac{3(P_{k+1} - P_k)}{t_{k+1}^2} - \frac{2P'_k}{t_{k+1}} - \frac{P'_{k+1}}{t_{k+1}}\right]t^2 + \left[\frac{2(P_k - P_{k+1})}{t_{k+1}^3} + \frac{P'_k}{t_{k+1}^2} + \frac{P'_{k+1}}{t_{k+1}^2}\right]t^3$$

Щоб визначити дотичний вектор в точках з'єднання будь-яких двох сегментів, порівняєм $P''_k(t_k) = P''_{k+1}(0)$:

$$t_{k+2}P'_k + 2(t_{k+1} + t_{k+2})P'_{k+1} + t_{k+1}P'_{k+2} = \frac{3}{t_{k+1}t_{k+2}}\left[t_{k+1}^2(-P_{k+1} + P_{k+2}) + t_{k+2}^2(P_{k+1} - P_k)\right]$$

Якщо відомо вектори дотичні на кінцях кривої P'_1 і P'_n, то

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ t_3 & 2(t_2+t_3) & t_2 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & t_4 & 2(t_3+t_4) & t_3 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & t_n & 2(t_n+t_{n-1}) & t_{n-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P'_1 \\ P'_2 \\ P'_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ P'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P'_1 \\ \frac{3}{t_2t_3}\{t_2^2(P_3-P_2) + t_3^2(P_2-P_1)\} \\ \vdots \\ \vdots \\ \frac{3}{t_{n-1}t_n}\{t_{n-1}^2(P_n-P_{n-1}) + t_n^2(P_{n-1}-P_{n-2})\} \\ P'_n \end{bmatrix}$$

Або

$$[M][P'] = [R]$$

$$[P'] = [M]^{-1}[R]$$

Якщо нам відомі P'_k, то можна визначити коефіцієнт B_i для кожного сегменту сплайну

$$B_{1k} = P_k$$
$$B_{2k} = P'_k$$
$$B_{3k} = \frac{3(P_{k+1}-P_k)}{t^2_{k+1}} - \frac{2P'_k}{t_{k+1}} - \frac{P'_{k+1}}{t_{k+1}}$$
$$B_{4k} = \frac{2(P_k-P_{k+1})}{t^3_{k+1}} + \frac{P'_k}{t^2_{k+1}} + \frac{P'_{k+1}}{t^2_{k+1}}$$

В матричній формі рівняння будь-якого сплайна:

$$[B] = \begin{bmatrix} B_{1k} \\ B_{2k} \\ B_{3k} \\ B_{4k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{3}{t^2_{k+1}} & -\frac{2}{t_{k+1}} & \frac{3}{t^2_{k+1}} & -\frac{1}{t_{k+1}} \\ \frac{2}{t^3_{k+1}} & \frac{1}{t^2_{k+1}} & -\frac{2}{t^3_{k+1}} & \frac{1}{t^2_{k+1}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_k \\ P'_k \\ P_{k+1} \\ P'_{k+1} \end{bmatrix}$$

$$P_k(t) = [1 \;\; t \;\; t^2 \;\; t^3] \begin{bmatrix} B_{1k} \\ B_{2k} \\ B_{3k} \\ B_{4k} \end{bmatrix}, \quad 0 \le t \le t_{k+1}$$

$$P_k(\tau) = [F_1(\tau) \;\; F_2(\tau) \;\; F_3(\tau) \;\; F_4(\tau)] \begin{bmatrix} P_k \\ P_{k+1} \\ P'_k \\ P'_{k+1} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} 0 \le \tau \le 1 \\ 1 \le k \le n-1 \end{matrix},$$

Де

$$F_{1k}(\tau) = 2\tau^3 - 3\tau^2 + 1$$
$$F_{2k}(\tau) = -2\tau^3 + 3\tau^2$$
$$F_{3k}(\tau) = \tau(\tau^2 - 2\tau + 1)t_{k+1}$$
$$F_{4k}(\tau) = \tau(\tau^2 - \tau)t_{k+1}$$

- вагові функції

Тому

$P_k(\tau) = [F][G]$, де $[F]$ - матр. вагової функції

$$[F] = [F_1(\tau) \;\; F_2(\tau) \;\; F_3(\tau) \;\; F_4(\tau)]$$

$$[G]^T = [P_k \;\; P_{k+1} \;\; P'_k \;\; P'_{k+1}]$$

Гранична умова	Ненульові елементи в першій і останній строках [M]	Перша і остання строки [R]
Закріплена	$M(1,1)=1$ $M(n,n)=1$	$R(1,1)=P'_1$ $R(n,1)=P'_n$
Слабка	$M(1,1)=1$ $M(1,2)=1/2$ $M(n,n-1)=2$ $M(n,n)=4$	$R(1,1)=\frac{3}{2t_2}(P_2-P_1)$ $R(n,1)=\frac{6}{t_n}(P_n-P_{n-1})$
Циклічні	$M(1,1)=2\left(1+\frac{t_n}{t_2}\right)$ $M(1,2)=\frac{t_n}{t_2}$ $M(1,n-1)=1$	$R(1,1)=3\left(\frac{t_n}{t_2^2}\right)(P_2-P_1)-\frac{3}{t_n}(P_{n-1}-P_n)$ $R(n,1)$ не визначений
Ациклічні	$M(1,1)=2\left(1+\frac{t_n}{t_2}\right)$ $M(1,2)=\frac{t_n}{t_2}$ $M(1,n-1)=-1$	$R(1,1)=3\left(\frac{t_n}{t_2^2}\right)(P_2-P_1)+\frac{3}{t_n}(P_{n-1}-P_n)$ $R(n,1)$ не визначений

Закріплені – коли відомі одиничні вектори $P_1' \; і \; P_n'$

Слабкі – нульова кривизна в кінцевих точках

Циклічні – дотичні вектори і кривизна на обох кінцях нульові $P_1'(0)' = P_n'(t_n)'$ $P_1''(0) = P_n''(t_n)$

Ациклічні – дотичні вектори на кінцях мають однакову величину і протилежні напрями $P_1'(0) = -P_n'(t_n)$ $P_1''(0) = -P_n''(t_n)$

13. Параболічна інтерполяція.

Ідея полягає в лінійній інтерполяції перелічених частин двох парабол. Параболи задані чотирма послідовними точками:

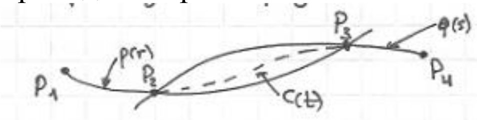
-перша – 3 перші точки

-друга – 3 останні

Перетин лежить між другою і третьою точками.

Параболічно інтерпольована крива має вигляд:

$C(t) = (1-t)p(r) + tq(s)$, де r, s, t – параметри , p(r), q(s) – параметричні параболи, які проходять через $P_1, P_2, P_3 \; і \; P_2, P_3, P_4$ відповідно



$p(r) = [r^2 \; r \; 1][B]$
$q(s) = [s^2 \; r \; 1][D]$

[B] і [D] –матриці, що представляють положення вектор-точок $P_1, P_2, P_3 \; і \; P_2, P_3, P_4$ відповідно.

Результат інтерполяції – кубічна крива

$C(t) = [t^3 \; t^2 \; t \; 1][A][G] = [T][A][G]$, де [T][A] – матриця інтерполяційних функцій, а [G]- геометрична матриця вектор-точок P_1, P_2, P_3, P_4 .

Нехай дані розподілені рівномірно і діапазон параметрів нормалізований $0 \le r, s, t \le 1$, r, s в точках $P_2, P_3 = 1/2$

Тоді матриця А має вигляд:

$$[A] = \left(\frac{1}{2}\right)\begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 2 & -5 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

14. Криві Без'є.

Математичне параметричне задання кривої Без'є:

$P(t) = \sum_{i=0}^{n} B_i J_{n,i}(t), \quad 0 \le t \le 1$, де функція апроксимації $J_{n,i}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}, \quad \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} \quad n = N-1$, де N –кількість вершин.

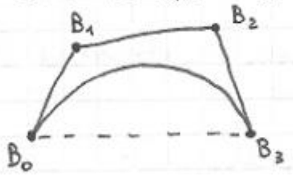
Крива Без'є задається багатокутником, має такі властивості:

1. Функції апроксимації дійсні
2. Степінь многочлена, що визначає ділянку кривої, на одиницю менший від к-ті точок відповідного многокутника
3. Перша і остання точки кривої збігаються з відповідними точками визначального багатокутника
4. Крива лежить всередині опуклої оболонки многокутника
5. Крива іваріантна щодо афінних перетворень

Крива Без'є в матричній формі:

$$P(t) = [t][N][G] = [F][G]$$

Тут $[F] = [J_{0,n} \ J_{1,n} \ \dots \ J_{n,n}]$ і $[G]^T = [B_0 \ B_1 \ \dots \ B_n]$



15. Апроксимація поверхонь в просторі.

Будемо вважати, що опис поверхонь зроблено в векторному параметричному вигляді.
Таке задання є зручним з наступних причин:

1. Осенезалежне
2. Дозволяє отримати єдине представлення для багатозначних поверхонь
3. Спрощує задання просторових поверхонь в одн. коорд. і допускає використання 3-вимірних перетворень одн. коорд.

Припустимо, що поверхня є кусково-неперервна, тобто вона складена з окремих елементів з'єдананих по границі

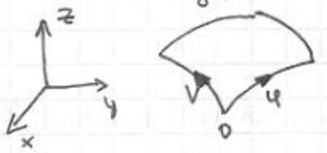
$$P(t) = [x(t), y(t)]$$
$$P(t) = [x(t), y(t), z(t)]$$

Узагальнемо це для векторної функції 2 змінних:

$$P(u,v) = [x(u,v), y(u,v), z(u,v)]$$

u, v – криволінійні коорд.

$$(x, y, z) \rightsquigarrow (u, v)$$



$P(u_i, v)$
$P(u, v_i)$

$$P(u_i, v_i) \text{ – точка} \iff \begin{cases} f(u,v) = 0 \\ g(u,v) = 0 \end{cases}$$

Розглянемо деякі способи інтерполяції:

1. Білінійні поверхні

Опис поверхні будемо здійснювати в криволінійній системі координат (u, v). Припустимо, що задані 4 кутові точки P(0, 0), P(0, 1), P(1, 0), P(1, 1)
Необхідно побудувати білінійну функцію Q(u, w) в якій довільне положення визначається лінійно через u i w.
Це досягається заданням наступної функції

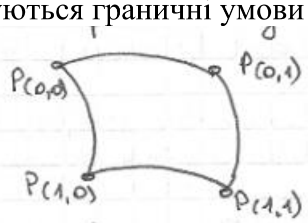
$$Q(u,w) = P(0,0)(1-u)(1-w) + P(1,0)u(1-w) + P(0,1)(1-u)w + P(1,1)uw \quad (1)$$

(1) в матричній формі:

$$Q(u,w) = (1-u, u)\begin{pmatrix} P(0,0) & P(0,1) \\ P(1,0) & P(1,1) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1-w \\ w \end{pmatrix}$$

Легко бачити, що виконуються граничні умови

$$Q(0,0) = P(0,0)$$
$$Q(1,0) = P(1,0)$$
$$Q(0,1) = P(0,1)$$
$$Q(1,1) = P(1,1)$$



2. Лінійчаті поверхні.

Припустимо задана пара кривих, які обмежують поверхню P(u, 0), P(u, 1)
Лінійчата поверхня отримується за допомогою лінійної інтерполяції між цими кривими.
Інтерполяційна схема:

$$Q(u,w) = P(u,0)(1-w) + P(u,1)w$$

Виконуються граничні умови:

$$Q(u,0) = P(u,0)$$
$$Q(u,1) = P(u,1)$$

Коли вважати, що відома друга пара обмежуючих кривих P(0, w), P(1, w)

$$Q(u,w) = P(0,w)(1-u) + P(1,w)u$$

3. Лінійні поверхні Кунса.

Розглянемо 4 обмежуючі криві: P(u, 0), P(u, 1), P(0, w), P(1, w)

Правильний результат можна отримати, враховуючи зайві кутові точки, отримаємо:

$$Q(u,v) = P(u,0)(1-w) + P(u,1)w + P(0,w)(1-u) + P(1,w)u - P(0,0)(1-u)(1-w) - P(0,1)(1-u)w - P(1,0)u(1-w) - P(1,1)u\,w$$

Можна перевірити, що виконуються граничні умови:

$$Q(u,v) = P(u,0)$$
$$Q(0,0) = P(0,0) \quad \text{і т.д.}$$

4. Бікубічні поверхні.

Розглянемо випадок, коли криві P(u, 0), P(u, 1), P(0, w), P(1, w) описуються параметричними многочленами 3-го порядку $P(t) = B_1 + B_2 t + B_3 t^2 + B_4 t^3$

Не зменшуючи загальності, обмежимо діапазон параметра tє[0,1].

Для визначення P_i використовується система рівнянь

$$\begin{cases} P(0) = B_1 \\ P(1) = B_1 + B_2 + B_3 + B_4 \\ P'(0) = B_2 \\ P'(1) = B_2 + 2B_3 + 3B_4 \end{cases} \quad \text{або} \quad P = MB \Rightarrow B = M^{-1}P$$

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} B_4 \\ B_3 \\ B_2 \\ B_1 \end{pmatrix}$$

$$P = (P(0), P(1), P'(0), P'(1))^T$$

$$Q(u,v) = (F_1(u), F_2(u), F_3(u), F_4(u)) \left(\begin{array}{cc|cc} P(0,0) & P(0,1) & P^{0,1}(0,0) & P^{0,1}(0,1) \\ P(1,0) & P(1,1) & P^{0,1}(1,0) & P^{0,1}(1,1) \\ \hline P^{1,0}(0,0) & P^{1,0}(0,1) & P^{1,1}(0,0) & P^{1,1}(0,1) \\ P^{1,0}(1,0) & P^{1,0}(1,1) & P^{1,1}(1,0) & P^{1,1}(1,1) \end{array}\right) \begin{pmatrix} F_1(w) \\ F_2(w) \\ F_3(w) \\ F_4(w) \end{pmatrix}$$

$$P = \left(\begin{array}{c|c} \text{вектори крайових точок} & w\text{-додатні вектори} \\ \hline u\text{-додатні вектори} & \text{вектори кривизни} \end{array}\right)$$

5. Поверхні Без'є.

Поверхня Без'є задається у вигляді $Q(u,w) = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} B_{ij} J_{ni}(u) K_{mj}(w)$, де $J_{ni}(u)$ і $K_{mj}(w)$ - базисні функції в параметричних напрямках u і w.

$$J_{ni}(u) = \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i}$$
$$K_{mj}(w) = \binom{m}{j} w^j (1-w)^{m-j}$$
$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} \qquad \binom{m}{j} = \frac{m!}{j!(m-j)!}$$

B_{ij} - вершина полігональної сітки, m і n на одиницю менші за u і w.

В матричному вигляді поверхня Без'є:

$$Q(u,v) = [U][N][B][M]^T[W]$$

$$[U] = [u^n \quad u^{n-1} \ldots \quad 1]$$
$$[W] = [w^n \quad w^{n-1} \ldots \quad 1]^T$$
$$B = \begin{bmatrix} B_{0,0} & \ldots & B_{0,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n,0} & \ldots & B_{n,m} \end{bmatrix}$$