Question 5/12

Записати розмірності для знаходженння P' у матричному вигляді

M- матриця прямокутна( )x(n), P -стовпець (n)x(1) , B -стовпець ( )x(1).

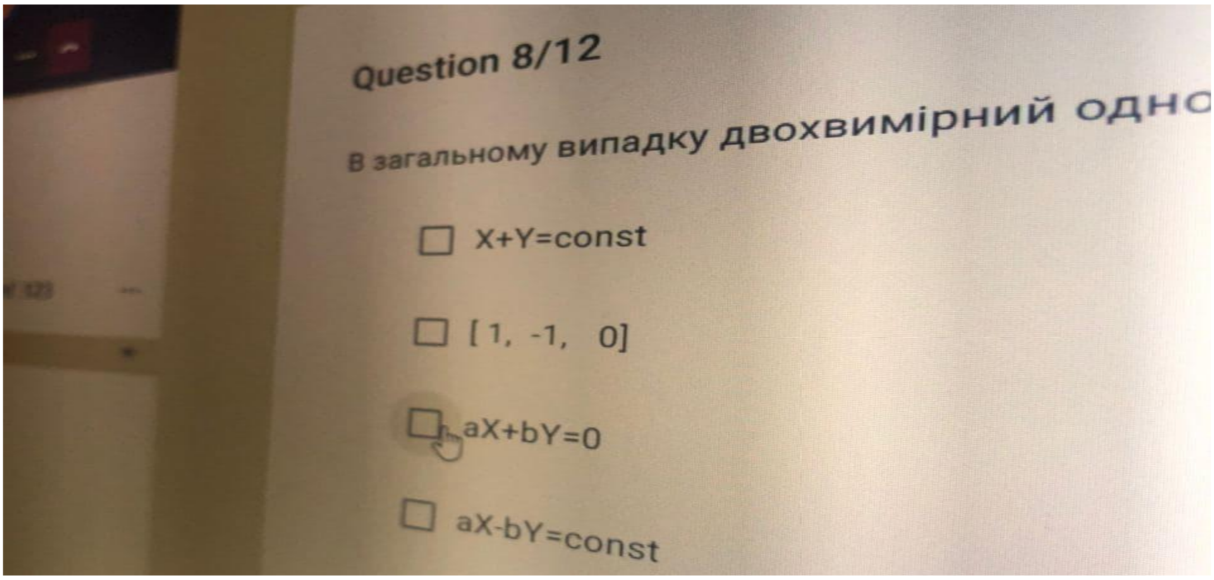
\+ ADD AN ANSWER

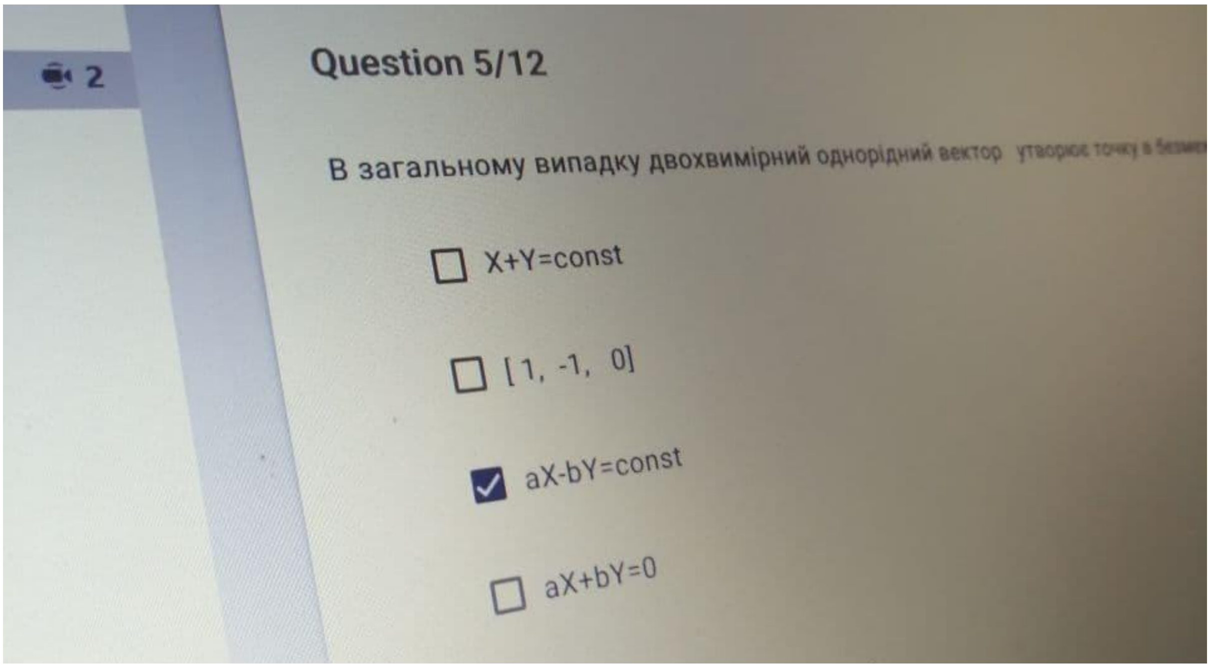
< PREVIOUS NEXT >

Question 2/12

В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор утворює точку в безмежності на прямій

- [ ] aX-bY=const
- [ ] aX+bY=0
- [ ] X+Y=const
- [ ] [1, -1, 0]





Вар.2

1. Точка (1, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

а) (3, 18, 21, 3); б)(3, 6, 7, 4); в)(3, 6, 7, 1).

2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за обертання:____a e j s_________

Відповідь: a,b,c,d,e,f,h,i,j

$[X \ Y \ Z \ 1]$ $[X \ Y \ Z \ H]$

Перетворення однорідних координат тепер опишеться співвідношеннями:

$$[X \ Y \ Z \ H] = [x \ y \ z \ 1]T \quad (1)$$

та

$$[x' \ y' \ z' \ 1] = \left[\frac{X}{H} \ \frac{Y}{H} \ \frac{Z}{H} \ 1\right]$$

- деяка матриця перетворення.

В загальному випадку ця матриця може бути записана, як 4х4 виду:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix} \quad (2)$$

Цю матрицю природно зобразити як блочну, що містить в собі наступні блоки:

$$\left[\begin{array}{c|c} 3\times 3 & 3\times 1 \\ \hline 1\times 3 & 1\times 1 \end{array}\right]$$

Матриця 3х3 здійснює лінійне перетворення у вигляді: зміни масштабу, зсуву, обертання.
Матриця-стрічка 1х3 - перенос, матриця-стовбець 3х1 відповідає за перетворення в перспективі; 1х1- повну рівномірну зміну масштабу.

3. Записати матрицю дзеркального відображення відносно координатної площини XOZ:

· віддзеркалення відносно координатної площини ***XOZ***

GlScale(1, -1, 1),

$$M_{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

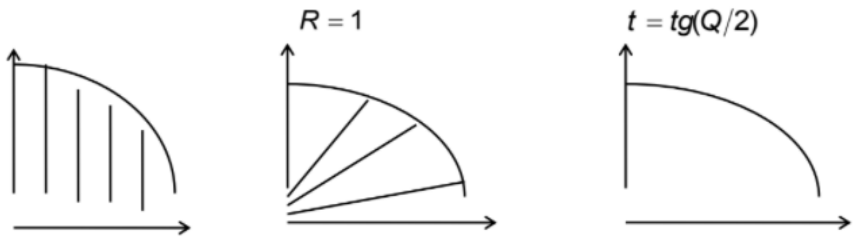
4. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах чверті кола:

1) $\begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases}$ 2) $\begin{array}{l} x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \dfrac{2t}{1+t^2} \end{array}$ $, t = tg(Q/2)$ Поставити знак нерівності: 1) … x більше y ……2) x менше y

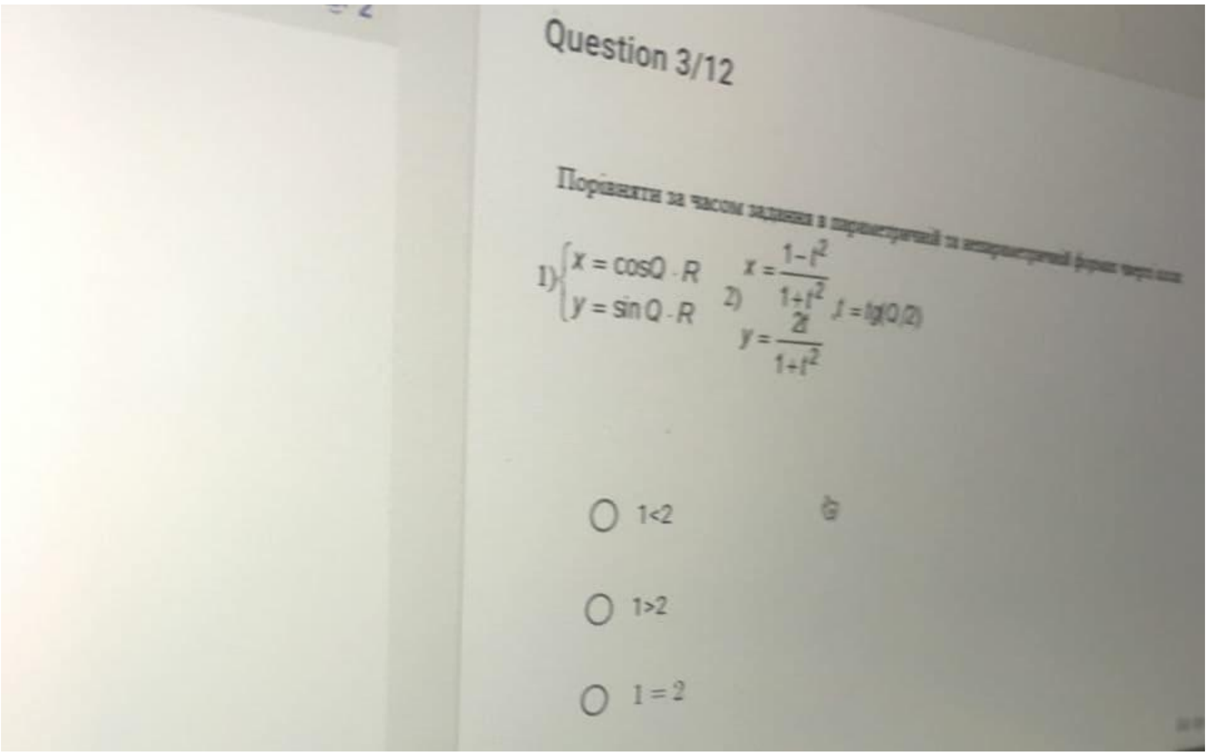
Відповідь: 2<1?

Порівняємо різницю в параметричній та непараметричній формах на прикладі чверті кола:

$$y = \sqrt{1-x^2} \qquad \begin{cases} x = \cos Q \cdot R \\ y = \sin Q \cdot R \end{cases} \qquad \begin{array}{l} x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \dfrac{2t}{1+t^2} \end{array}$$



Розглянемо більш детально способи зображення канонічних кривих на основі їх параметричного представлення:

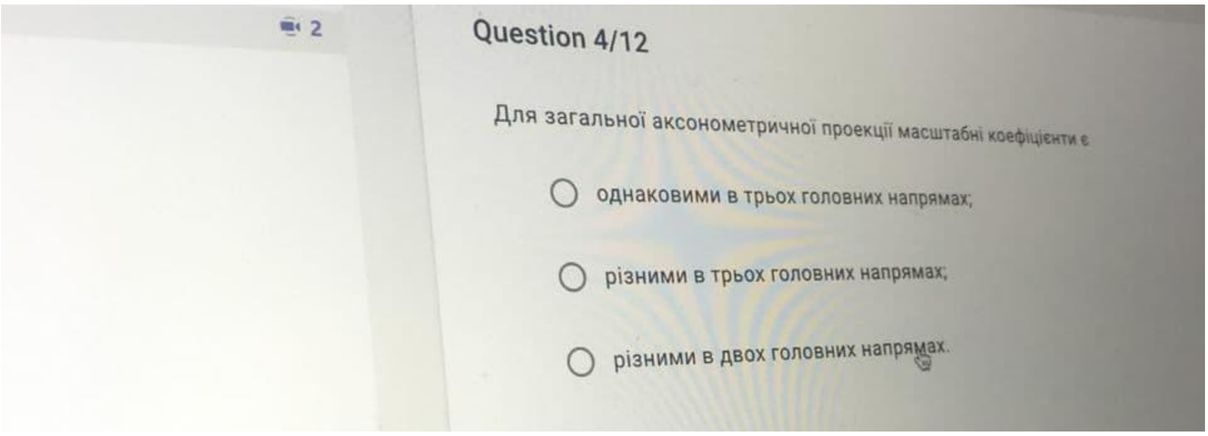


5. Для загальної аксонометричної проекції масштабні коефіцієнти є

а) однаковими в трьох головних напрямах; - ізометрія
б) різними в трьох головних напрямах;
в) різними в двох головних напрямах. - диметрія OX=OZ

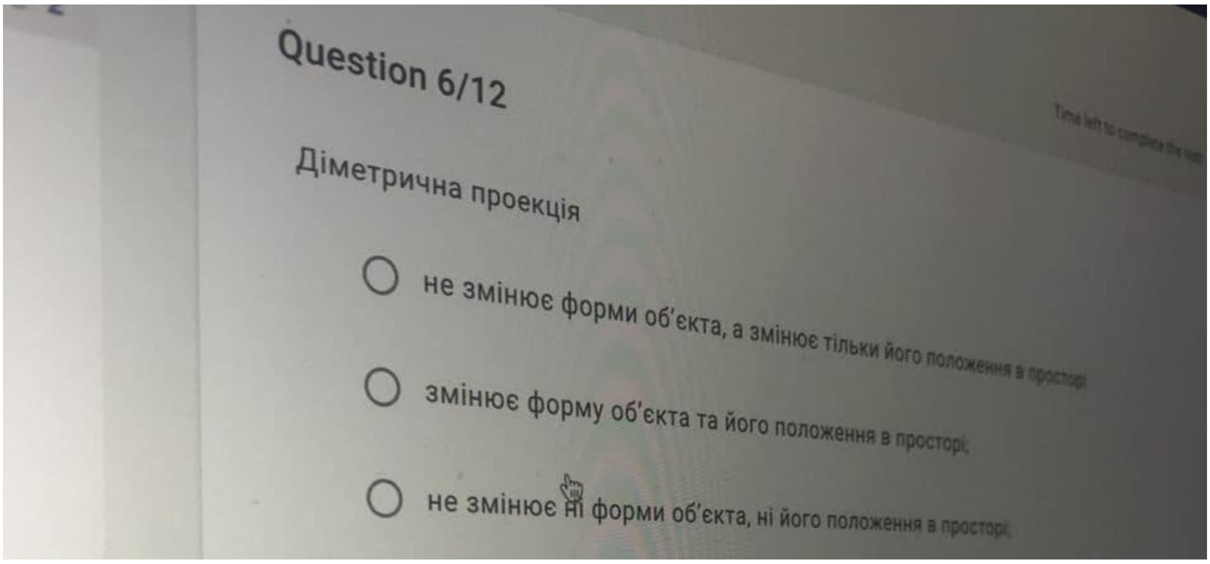
10. В триметрической проекции меньше всего ограничений, а в изометрической — больше всего. В самом деле, как будет показано ниже, изометрическая проекция есть частный случай диметрической, а диметрическая проекция есть частный случай триметрической.

В общем случае для триметрической проекции коэффициенты искажения по каждой из проецируемых главных осей (x, y и z) не равны друг другу. Здесь



6. Діметрична проекція

а) змінює форму об'єкта та його положення в просторі;
б) не змінює ні форми об'єкта, ні його положення в просторі;
в) не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі



7. Процес обертання навколо осі OZ(а)

$$\text{а) }\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{б) }\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \qquad \text{в) }\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$$

Відповідь: а)

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$R_z(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

8. Записати розмірності для знаходженння P' у матричному вигляді
$M \cdot P = B$, M- матриця прямокутна( )x( ), P -стовпець n x1, B -стовпець n x1 .

9. В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор утворює точку в безмежності на прямій (б)

а) $X+Y=const$ б) $aX-bY=0$ в) $\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\end{bmatrix}$.

10. Задані точки кривої Без'є: $B_0(1,1)$, $B_1(2,3)$, $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$. Координати точок цієї кривої при u=0 та u=1 будуть такими:
а) (1,1), (3,1); б) (1,1), $B_1(2,3)$; в) $B_2(4,3)$, $B_3(3,1)$.

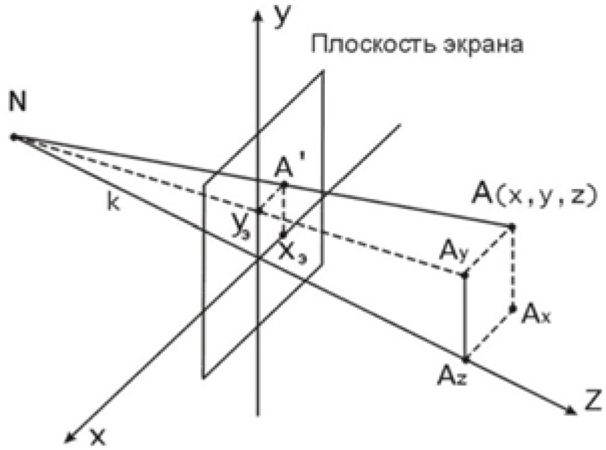
Відповідь: а)

$$r = r(U) = (1-U)^3 r_0 + 3U(1-U)^2 r_1 + 3U^2(1-U) r_2 + U^3 r_3$$

11. Проекція, при якій положення об’єктів перетворюється в координати проекції вздовж ліній, які сходяться до точки за площиною спостереження:

a) ортогональна; б)перспективна; в)косокутна паралельна.

Відповідь: б)



12. Знайти помилки в умовах задання кривої Без’є:

$r(0)=r_1$ $r(1)=r_3$ $r'(0)=3(r_1 - r_0)$ $r'(1)=3(r_2 - r_3)$

Відповідь: r(0)=r1 , r’(1)= 3(r2 - r3)

$a_0 = r_0$
$a_1 = 3(r_1 - r_0)$
$a_2 = 3(r_2 - 2r_1 + r_0)$
$a_3 = r_3 - 3r_2 + 3r_1 - r_0$

І як результат такої рівності:

$r(0) = r_0$
$r(1) = r_3$
$r'(0) = 3(r_1 - r_0)$
$r'(1) = 3(r_3 - r_2)$

Неважко побачити, що (4) ча

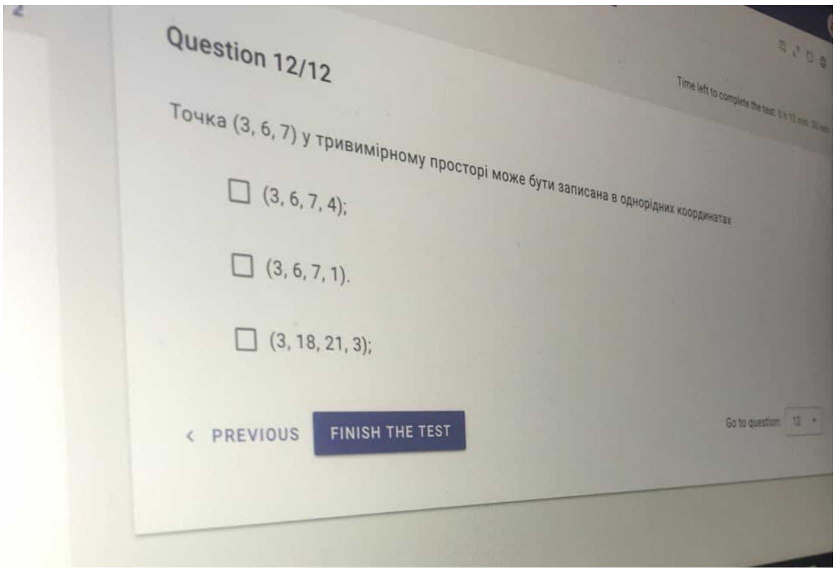
З (6) випливає, що

$$
\begin{aligned}
r(0) &= r_0 \\
r'(0) &= n(r_1 - r_0) \\
r(1) &= r_n \\
r'(1) &= n(r_n - r_{n-1})
\end{aligned}
\qquad (7)
$$

Вар.3

1. Точка (3, 6, 7) у тривимірному просторі може бути записана в однорідних координатах

а)(3, 18, 21, 3); б)(3, 6, 7, 4); в)(3, 6, 7, 1).

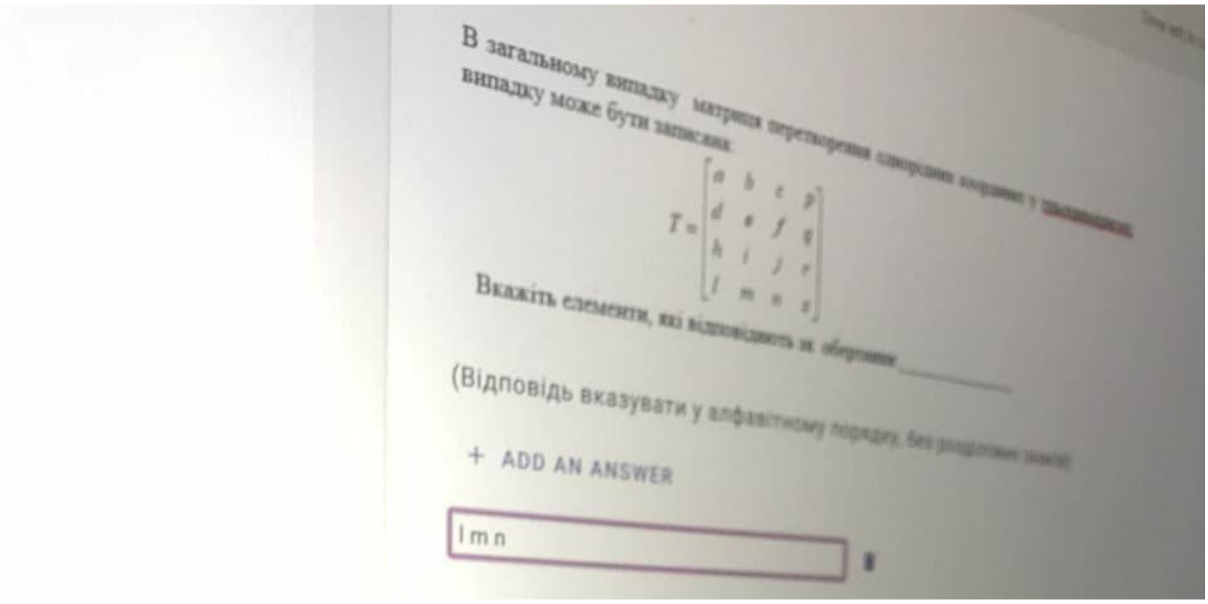


2. В загальному випадку матриця перетворення однорідних координат у трьохвимірному випадку може бути записана:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix}$$

Вкажіть елементи, які відповідають за перенесення.:_______________

Відповідь: l,m,n



$$\left[\begin{array}{ccc|c} & 3\times 3 & & 3 \\ & & & \times \\ & & & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ & 1\times 3 & & 1\times 1 \end{array}\right]$$

Верхняя левая (3×3)-подматрица задает линейное преобразование[1] в форме масштабирования, сдвига, отражения и вращения. Левая нижняя (1×3)-подматрица задает перемещение, а правая верхняя (3×1)-подматрица — перспективное преобразование. Последняя правая нижняя (1×1)-подматрица задает общее масштабирование. Общее преобразование, полученное после применения этой (4×4)-матрицы к однородному вектору и вычисления обычных координат, называется билинейным преобразованием[2]. В общем случае данное преобразование осуществляет комбинацию сдвига, локального масштабирования, вращения, отражения, перемещения, перспективного преобразования и общего масштабирования.

$[X \; Y \; Z \; 1]$ $\quad [X \; Y \; Z \; H]$

Перетворення однорідних координат тепер опишеться співвідношеннями:

$$[X \; Y \; Z \; H] = [x \; y \; z \; 1]T \qquad (1)$$

та

$$[x' \; y' \; z' \; 1] = \left[\frac{X}{H} \; \frac{Y}{H} \; \frac{Z}{H} \; 1\right]$$

- деяка матриця перетворення.

В загальному випадку ця матриця може бути записана, як 4x4 виду:

$$T = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ h & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix} \qquad (2)$$

Цю матрицю природно зобразити як блочну, що містить в собі наступні блоки:

$$\left[\begin{array}{c|c} 3\times3 & 3\times1 \\ \hline 1\times3 & 1\times1 \end{array}\right]$$

Матриця 3x3 здійснює лінійне перетворення у вигляді: зміни масштабу, зсуву, обертання.
Матриця-стрічка 1x3 - перенос, матриця-стовбець 3x1 відповідає за перетворення в перспективі; 1x1- повну рівномірну зміну масштабу.

3. Записати матрицю центральної симетрії відносно початку координат:

4. Діметрична проекція

а) змінює форму об'єкта та його положення в просторі;
б) не змінює ні форми об'єкта, ні його положення в просторі;
в) не змінює форми об'єкта, а змінює тільки його положення в просторі

5. Порівняти за часом задання в параметричній та непараметричній формах малювання параболи:

1) $\begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \end{cases} \quad 0 \le Q \le \frac{\pi}{2}$ $\qquad$ 2) $\begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \end{cases} \quad 0 \le Q \le \infty$

Поставити знак нерівності: 1) ....2)

Відповідь: 2<1

1.1.4. Параметричне представлення параболи

Непараметричне представлення параболи має вигляд

$y^2 = 4ax$

Його використання вимагає обчислення кореня квадратного і тому є незручним. Теж саме стосується параметричного представлення параболи через рівняння

$$\begin{cases} x = tg^2 Q \\ y = \pm 2\sqrt{a} \cdot tgQ \quad 0 \le Q \le \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Більш ефективним є запис

$$\begin{cases} x = a \cdot Q^2 \\ y = 2a \cdot Q \quad 0 \le Q \le \infty \end{cases} \qquad (11)$$

$Q_{n+1} = Q_n + dQ$

Для (11) можна використати рекурентну формулу

6. Процес обертання навколо осі OY

а) $\begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ б) $\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$ в) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}$

Відповідь: б)

Навколо ОУ

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Навколо ОХ

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Навколо OZ

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

7. Записати розмірності для знаходженння P' у матричному вигляді
$M \cdot P = B$, M- матриця прямокутна( )x( ), P -стовпець ( )x( ) , B -стовпець ( )x( ) .

8. Знайти помилки в умовах задання кривої Без'є:

$r(0)=r_0$ $r(1)= r_3$ $r'(0)= 3(r_1 – r_0)$ $r(1)= 3(r_3 – r_2)$

Відповідь: $r(1)= 3(r_3 – r_2)$

$a_0 = r_0$
$a_1 = 3(r_1 - r_0)$
$a_2 = 3(r_2 - 2r_1 + r_0)$
$a_3 = r_3 - 3r_2 + 3r_1 - r_0$

І як результат такої рівності:

$r(0) = r_0$
$r(1) = r_3$
$r'(0) = 3(r_1 - r_0)$
$r'(1) = 3(r_3 - r_2)$

Неважко побачити, що (4) ча

З (6) випливає, що

$$r(0) = r_0$$
$$r'(0) = n(r_1 - r_0)$$
$$r(1) = r_n \qquad (7)$$
$$r'(1) = n(r_n - r_{n-1})$$

9. В загальному випадку двохвимірний однорідний вектор утворює точку в безмежності на прямій

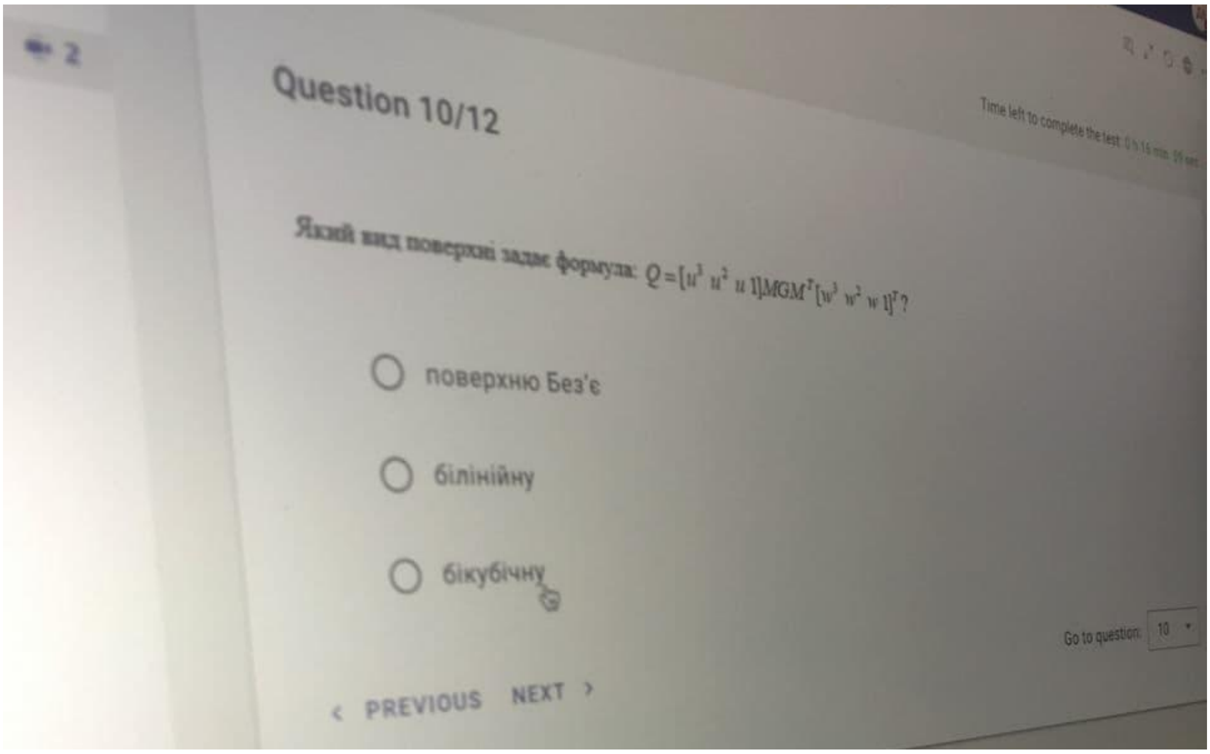
а) $X + Y = const$ б) $aX - bY = 0$ в) $\begin{vmatrix}1 & -1 & 0\end{vmatrix}$.

11. Який вид поверхні задає формула: $Q = [u^3 \ u^2 \ u \ 1]MGM^T[w^3 \ w^2 \ w \ 1]^T$?

а) білінійну б) бікубічну в) поверхню Без'є

Відповідь: бікубічну

$$Q=\begin{bmatrix}u^3 & u^2 & u & 1\end{bmatrix} NPN^T \begin{bmatrix}w^3 & w^2 & w & 1\end{bmatrix}$$



12. При перспективному перетворенні прямі, які були паралельні осі проходять через точку (0, 1, 1/r, 1).
Так/ ні.

Исследование рис. 3-27 показывает, что прямые $A'B'$ и AB пересекают плоскость $z = 0$ в одной и той же точке. Прямая $A'B'$ также пересекает ось z в точке $z = +1/r$. Далее, перспективное преобразование (см. (3-45) и (3-46)) отображает расположенную в бесконечности точку пересечения параллельных прямых AB и оси z в конечную точку $z = 1/r$ на оси z. Эта точка называется точкой схода [1]. Заметим, что точка схода лежит на том же расстоянии от плоскости проекции, что и центр проекции, только с противоположной стороны от плоскости, например, если $z = 0$ есть плоскость проекции, а центр проекции находится в $z = -1/r$, тогда точка схода находится в $z = +1/r$.

Чтобы подтвердить это наблюдение, рассмотрим перспективное преобразование точки, находящейся в бесконечности на оси $+z$, т. е.

$$[0\,0\,1\,0]\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & r\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} = [0 \quad 0 \quad 1 \quad r]. \tag{3-50}$$

Соответствующая ей точка $[x^*\, y^*\, z^*\, 1] = [0 \ \ 0 \ \ 1/r \ \ 1]$ теперь является конечной точкой на положительной оси z. Это означает, что все полубесконечное положительное пространство $(0 \le z \le \infty)$ отображается в ограниченную область $0 \le z^* \le 1/r$. Далее, все прямые, параллельные оси z, теперь проходят через точку $[0 \ \ 0 \ \ 1/r \ \ 1]$ – точку схода.