

КОЛОКВІУМ № 2
з курсу
”Диференціальні рівняння”
(спеціальність: інформатика, 2016-2017 н.р.)

Деякі загальні питання математичного аналізу

Означення множини: відкритої, замкненої, зв’язної, області.
Означення просторів: неперервних функцій, неперервно диференційовних функцій.
Що таке ліво- та правостороння похідна?
Яка заміна змінних на площині називається невиродженою?
Означення того, що функція задовольняє умову Ліпшиця.
Теорема про достатні умови того, що функція задовольняє умову Ліпшиця.
Що таке власне значення, власний вектор, норма матриці?
Яка функція називається додатно визначеною, від’ємно визначеною?

**Нормальні системи диференціальних рівнянь та
диференціальні рівняння вищого порядку**

Загальний вигляд системи звичайних диференціальних рівнянь.
Означення нормальної системи звичайних диференціальних рівнянь.
Означення розв’язку нормальної системи звичайних диференціальних рівнянь.
Як ставиться задача Коші для нормальних систем?
Означення того, що функція $g(x, \vec{y}) : R^{n+1} \rightarrow R^1$ задовольняє умову Ліпшиця за змінною \vec{y} .
Означення того, що вектор-функція $\vec{g}(x, \vec{y}) : R^{n+1} \rightarrow R^{n+1}$ задовольняє умову Ліпшиця за змінною \vec{y} .
Теорема Пікара для нормальної системи.
Вигляд системи Бейлі.
Загальний вигляд рівняння n -го порядку, розв’язаного відносно старшої похідної.
Означення розв’язку рівняння n -го порядку, розв’язаного відносно старшої похідної.
Записати нормальну систему, якій еквівалентне рівняння n -го порядку, розв’язаного відносно старшої похідної.
Як ставиться задача Коші для рівняння n -го порядку, розв’язаного відносно старшої похідної?
Теорема Пікара для рівнянь n -го порядку.
Види рівнянь вищого порядку (рівняння, що не містить незалежної змінної, рівняння, що не містить невідомої функції, однорідне рівняння вищого порядку, узагальнено однорідне рівняння вищого порядку) та методи пониження їх порядку.

Лінійні рівняння вищого порядку зі змінними коефіцієнтами

Загальний вигляд ЛОР та ЛНОР n -го порядку.
Що таке коефіцієнти та вільний член ЛНОР n -го порядку?
Теорема про метод пониження порядку для ЛНОР?
Теорема про існування та єдиність розв’язку задачі Коші для ЛНОР n -го порядку?
Вигляд лінійного диференціального оператора n -го порядку.
Теорема про властивості лінійного диференціального оператора n -го порядку.
Теорема про властивості лінійних комбінацій розв’язків ЛОР n -го порядку.
Теорема про комплекснозначні розв’язки ЛОР.
Означення того, що функції $g_1, \dots, g_n : R^1 \rightarrow R^1$ є лінійно залежними.
Означення того, що функції $g_1, \dots, g_n : R^1 \rightarrow R^1$ є лінійно незалежними.
Що таке фундаментальна система розв’язків ЛОР n -го порядку?
Теорема про існування фундаментальної системи розв’язків ЛОР n -го порядку.

Що таке визначник Вронського набору функцій $\varphi_1, \dots, \varphi_n : R^1 \rightarrow R^1$?

Теорема про властивості визначника Вронського набору функцій $\varphi_1, \dots, \varphi_n : R^1 \rightarrow R^1$.

Теорема про структуру загального розв'язку ЛОР n -го порядку?

Теорема про структуру загального розв'язку ЛНОР n -го порядку?

Теорема про метод варіації сталих для ЛНОР n -го порядку.

Лінійні рівняння вищого порядку зі сталими коефіцієнтами

Загальний вигляд ЛОР n -го порядку зі сталими коефіцієнтами та характеристичне рівняння для нього.

Лема про формулу зсуву для лінійного диференціального оператора n -го порядку.

Лема про розв'язок ЛОР n -го порядку зі сталими коефіцієнтами, що відповідає дійсному кореню $\lambda \in R$ характеристичного рівняння з кратністю $k = 1$.

Лема про розв'язок ЛОР n -го порядку зі сталими коефіцієнтами, що відповідає комплексному кореню $\lambda \in C$ характеристичного рівняння з кратністю $k = 1$.

Лема про розв'язок ЛОР n -го порядку зі сталими коефіцієнтами, що відповідає дійсному кореню $\lambda \in R$ характеристичного рівняння з кратністю $k > 1$.

Лема про розв'язок ЛОР n -го порядку зі сталими коефіцієнтами, що відповідає комплексному кореню $\lambda \in C$ характеристичного рівняння з кратністю $k > 1$.

Теорема про вигляд часткового розв'язку ЛНОР n -го порядку зі сталими коефіцієнтами у випадку, коли вільний член рівняння є квазімногочленом.

Теорема про вигляд часткового розв'язку ЛНОР n -го порядку зі сталими коефіцієнтами у випадку, коли вільний член рівняння є тригонометричним квазімногочленом.

Що таке однорідне та неоднорідне рівняння Ейлера та характеристичне рівняння для нього?

Яка заміна змінних зводить рівняння Ейлера до лінійного рівняння зі сталими коефіцієнтами?

Вигляд рівняння для обчислення сили струму в електричному колі, утвореному послідовним з'єднанням джерела напруги, реохорда, конденсатора та котушки.

Системи лінійних диференціальних рівнянь

Загальний вигляд нормальної СЛОР та СЛНОР.

Що таке матриця, вільний член лінійної системи?

Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для СЛНОР.

Загальний вигляд лінійного векторного диференціального оператора 1-го порядку.

Теорема про властивості лінійного векторного диференціального оператора 1-го порядку.

Теорема про властивості лінійних комбінацій розв'язків СЛОР.

Означення того, що вектор-функції $\vec{g}_1, \dots, \vec{g}_n : R \rightarrow R^n$ є лінійно залежними.

Означення того, що функції $\vec{g}_1, \dots, \vec{g}_n : R \rightarrow R^n$ є лінійно незалежними.

Що таке визначник Вронського набору вектор-функцій $\vec{g}_1, \dots, \vec{g}_n : R \rightarrow R^n$?

Теорема про властивості визначника Вронського набору вектор-функцій $\vec{g}_1, \dots, \vec{g}_n : R \rightarrow R^n$.

Загальний вигляд матричного рівняння?

Означення розв'язку матричного рівняння?

Що таке фундаментальна система розв'язків СЛОР?

Два означення фундаментальної матриці СЛОР.

Теорема про існування фундаментальної матриці СЛОР.

Теорема про структуру загального розв'язку СЛОР?

Теорема про структуру загального розв'язку СЛНОР?

Теорема про метод варіації сталих для СЛНОР.

Системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами

Загальний вигляд СЛОР зі сталими коефіцієнтами та її характеристичного рівняння.

Який вигляд має розв'язок СЛОР зі сталими коефіцієнтами, що відповідає дійсному власному значенню $\lambda \in \mathbb{R}$ матриці цієї системи коли алгебрична та геометрична кратності співпадають і дорівнюють 1 ?

Який вигляд має розв'язок СЛОР зі сталими коефіцієнтами, що відповідає дійсному власному значенню $\lambda \in \mathbb{R}$ матриці цієї системи коли алгебрична та геометрична кратності не співпадають?

Який вигляд має розв'язок СЛОР зі сталими коефіцієнтами, що відповідає комплексному власному значенню $\lambda \in \mathbb{C}$ матриці цієї системи коли алгебрична і геометрична кратності рівні 1?

Теорема про вигляд часткового розв'язку СЛНОР зі сталими коефіцієнтами у випадку, коли вільний член рівняння є векторним квазімногочленом.

Теорема про вигляд часткового розв'язку СЛНОР зі сталими коефіцієнтами у випадку, коли вільний член рівняння є векторним тригонометричним квазімногочленом.

Нормальні загальні системи диференціальних рівнянь

Загальний вигляд таких систем диференціальних рівнянь: нормальної, динамічної, нормальної в симетричній формі, динамічної в симетричній формі.

Як формулюється задача Коші для систем диференціальних рівнянь і які умови гарантують її однозначну розв'язність.

Що таке інтегральна крива, траєкторія, стан рівноваги системи?

Що таке тривіальний розв'язок системи?

Що таке нетривіальний розв'язок системи?

Означення того, що розв'язок задачі Коші для нормальної системи стійкий за Ляпуновим.

Означення того, що розв'язок задачі Коші для нормальної системи асимптотично стійкий за Ляпуновим.

Означення того, що розв'язок задачі Коші для нормальної системи нестійкий.

Означення того, що тривіальний розв'язок системи стійкий за Ляпуновим.

Означення того, що тривіальний розв'язок системи асимптотично стійкий за Ляпуновим.

Означення того, що тривіальний розв'язок системи нестійкий.

Теорема про зв'язок питання про стійкість тривіальних та нетривіальних розв'язків різних систем.

Що таке похідна функції $v : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ в силу динамічної системи диференціальних рівнянь?

Що таке функція Ляпунова для системи рівнянь?

Теорема Ляпунова про стійкість.

Теорема Ляпунова про асимптотичну стійкість.

Теорема Четаєва про нестійкість.

Теорема про стійкість тривіального розв'язку СЛОР зі сталими коефіцієнтами.

Що таке система першого наближення для динамічної системи.

Теорема про стійкість за першим наближенням.

Як нормальну систему звести до динамічної?

Означення та критерій того, що функція є першим інтегралом динамічної системи.

Означення та критерій того, що функція є першим нормальної системи.

Коли перші інтеграли системи будуть незалежними?

Теорема про пониження порядку динамічної системи.

Що таке повний набір перших інтегралів динамічної і нормальної систем порядку n ?

Теорема про існування повного набору перших інтегралів динамічної системи порядку n .

Теорема про існування повний набір перших інтегралів нормальної систем порядку n .

Вигляд загального інтегралу динамічної системи.

Вигляд загального інтегралу нормальної системи.

Вигляд системи Лотки-Вольтерра.