Деякі загальні питання математичного аналізу

1. Означення множини: відкритої, замкненої, зв'язної, області.
2. Означення просторів: неперервних функцій, неперервно диференційовних функцій.
3. Що таке ліво- та правостороння похідна?
4. Яка заміна змінних на площині називається невиродженою?
5. Означення того, що функція задовольняє умову Ліпшиця.
6. Теорема про достатні умови того, що функція задовольняє умову Ліпшиця.
7. Теорема Лебега про перехід до границі під знаком інтегралу.

Деякі загальні питання теорії диференціальних рівнянь

8. Означення диференціального рівняння порядку n.
9. Означення диференціального рівняння першого порядку.
10. Вигляд диференціальне рівняння першого порядку в нормальній формі.
11. Що таке розв'язок диференціального рівняння першого порядку в нормальній формі?
12. Вигляд диференціальне рівняння першого порядку в симетричній формі.
13. Що таке розв'язок диференціального рівняння першого порядку в симетричній формі?
14. Означення загального розв'язку диференціального рівняння першого порядку.
15. Що таке інтеграл диференціального рівняння першого порядку?
16. Означення загального інтегралу диференціального рівняння першого порядку.
17. Що таке поле напрямків диференціального рівняння першого порядку в нормальній формі?
18. **(Я)** Що таке поле напрямків диференціального рівняння першого порядку в симетричній формі?
19. Що таке інтегральна крива диференціального рівняння першого порядку?

Інтегровні типи звичайних диференціальних рівнянь

20. Вигляд рівняння на відшукання первісної.
21. Теорема про вигляд загального розв'язку рівняння на відшукання первісної.
22. Означення рівняння з відокремленими змінними.
23. Теорема про вигляд загального інтегралу рівняння з відокремленими змінними.
24. Означення рівняння з відокремлюваними змінними.
25. Які рівняння зводяться до рівнянь відокремлюваними змінними?
26. Означення однорідної функції виміру к.
27. Означення однорідного рівняння.
28. **(ЩУДЛО)**Вигляд рівняння, права частина якого є функцією від лінійного виразу.
29. Вигляд рівняння, права частина якого є функцією від дробово-лінійного виразу.
30. Означення узагальнено однорідного рівняння.
31. Означення рівняння в повних диференціалах.
32. Теорема про необхідні та достатні умови того, що рівняння є рівнянням в повних диференціалах.
33. **(Яровий)**Що таке інтегрувальний множник ?
34. Означення лінійного рівняння першого порядку.
35. Вигляд рівняння Бернуллі.
36. Сформулюйте закон Мальтуса.
37. Вигляд рівняння Ферхюльста.
38. Вигляд рівняння балансу доходу економіки.
39. Зв'язок між струмом і напругою реохорда.
40. Зв'язок між струмом і напругою котушки.

41. Зв'язок між струмом і напругою конденсатира.

(Козачук)Інтегральні рівняння Вольтерра

42. Означення інтегрального рівняння Вольтерра.
43. Що таке розв'язок інтегрального рівняння Вольтерра.
44. Теорема Пікара для інтегральних рівнянь.
45. Формула послідовних наближень розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра.

Задача Коші для звичайного диференціального рівняння першого порядку, розв'язаного стосовно похідної

46. (Генріх)Як ставиться задача Коші для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі?
47. Що таке розв'язок задачі Коші для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі?
48. Лема про зв'язок інтегрального рівняння та задачі Коші для диференціального рівняння.
49. Теорема Пікара для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі.
50. Теорема Пеано для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі.
51. Що таке відрізок Пеано?
52. Лема Гронуолла-Беллмана.
53. Теорема єдиності розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі.
54. Означення продовження розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння.
55. Означення непродовжувального розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння.
56. Теорема про продовження розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі.
57. Теорема про існування непродовжувального розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі.
58. Теорема про єдиність непродовжувального розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі.

(Чемерський)Неявні диференціальні рівняння першого порядку

59. Що таке неявне диференціальне рівняння 1-го порядку?
60. Означення розв'язку неявного диференціального рівняння 1-го порядку?
61. Як ставиться задача Коші для неявного диференціального рівняння 1-го порядку?
62. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші для неявного диференціального рівняння 1-го порядку?
63. Що таке звичайні точки неявного диференціального рівняння 1-го порядку?
64. Що таке особливі точки неявного диференціального рівняння 1-го порядку?
65. Що таке особлива інтегральна крива неявного диференціального рівняння 1-го порядку?
66. Що таке особливий розв'язок неявного диференціального рівняння 1-го порядку?
67. Як знайти дискримінантні криві неявного диференціального рівняння 1-го порядку?
68. Загальний вигляд рівняння Лагранжа. У чому полягає особливість цього

рівняння?

69. Загальний вигляд рівняння Клеро. У чому полягає особливість цього рівняння?

1. Означення множини: відкритої, замкненої, зв'язної, області.

Множину *E* з метричного простору (M,p) називають:

а) *відкритою,* якщо вона не містить жодної своєї межової точки, тобто $\partial E \cap E = \emptyset$;

б) *замкненою*, якщо вона містить всі свої межові точки, тобто $\partial E \subset E$;

в) *зв'язною,* якщо вона не може бути представлена у вигляді об'єднання без перетинів двох непорожніх відкритих просторів;

г) область - це відкрита і звязна множина в просторі R^n

2. Означення просторів: неперервних функцій, неперервно диференційовних функцій.

1) якщо $M \subset R^n$, то $C(M) = \{u : M \to R | \forall x_0 \in M \lim\limits_{M \ni x \to x_0} u(x) = u(x_0)\}$

2) якщо $M \in N,$ то $C^m(< a, b >)$

3. Що таке ліво- та правостороння похідна?

Якщо існує скінченна границя $\lim\limits_{\Delta x \to +0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$, то цю границю називають правосторонньою похідною функції $y = f(x)$ у точці x_0 і позначають $f'_+(x_0)$. (лівостороння прямує до -0).

4. Яка заміна змінних на площині називається невиродженою?

$\xi = \xi(x, y),\ \eta = \eta(x, y)$ є невиродженою => $\frac{D(\xi,\eta)}{D(x,y)} =$ визначник $|\xi'x\ \xi'y;\ \eta'x\ \eta'y| \neq 0$ в D

5. Означення того, що функція задовольняє умову Ліпшиця.

$f : D \to R$ задовольняє в *D* ум. Л.за змінною *y*, якщо існує таке число L>0, що для всіх $(x, y_1),\ (x, y_2) \in D$ виконується нерівність $|f(x, y_1) - f(x, y_2)| \le L|y_1 - y_2|$

6. Теорема про достатні умови того, що функція задовольняє умову Ліпшиця.

Якщо функція f(x,y) у випуклій області G має обмежену часткову похідну по y, то $f \in Lip_y(G)$.

7. Теорема Лебега про перехід до границі під знаком інтегралу.

Нехай *z, z1, z2,..:<a,b> -> R* - деякі функції. Тоді якщо:

1) $\forall t \in < a, b >: z_m(t) \to z(t)$ при $m \to \infty$;

2) $\exists M > 0\ \forall m \in N\ \forall t \in < a, b >: |z_m(t)| \le M$;

3) $z_1,\ z_2, ... -$ інтегровні на $< a, b >$, то

1) *z* інтегровна на <a,b>,

2) $\lim\limits_{m \to \infty} \int_a^b z_m(t)dt = \int_a^b \lim\limits_{m \to \infty} z_m(t)dt = \int_a^b z(t)dt.$

Деякі загальні питання теорії диференціальних рівнянь

8. Означення диференціального рівняння порядку n.

Співвідношення вигляду $F(x, y(x), y'(x), y''(x), ..., y^{(n)}(x)) = 0$ між незалежною змінною x, невідомою функцією y=y(x) та її похідними до порядку n включно, називається *звичайним диференціальним рівнянням n-го порядку*, якщо похідна $y^{(n)}$ дійсно є в рівнянні.

9. Означення диференціального рівняння першого порядку.
Співвідношення вигляду $F(x, y, y') = 0$, яке повязує незалежну змінну x, невідому функцію y та її похідну y', називається *диференціальним рівнянням 1-го порядку.*

10. Вигляд диференціального рівняння першого порядку в нормальній формі.
Рівняння $y' = f(x, y)$ називається *диференціальним рівнянням 1-го порядку в нормальній формі.*

11. Що таке розв'язок диференціального рівняння першого порядку в нормальній формі?
Нехай D - множина з R^2. Функція $y = \varphi(x)$, x є <a,b> називається *розвязком диф. рів. 1-го порядку в нормальній формі* ($y' = f(x, y)$, де f $\in$ C(D)) на проміжку <a,b> якщо:
$1)\varphi \in C^1(< a, b >);$
$2)\forall x \in \ < a, b >: \ (x, \varphi(x)) \ \in \ D;$
3) ….

12. Вигляд диференціального рівняння першого порядку в симетричній формі.
Вираз $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ називається *диф. рів. 1-го порядку в симетричній формі.*

13. Що таке розв'язок диференціального рівняння першого порядку в симетричній формі?
Функція $y = \varphi(x)$, x є <a,b> називається *розвязком диф. рів. 1-го порядку в симетричній формі* на проміжку <a,b> якщо:
$1)\varphi \in C^1(< a, b >);$
$2)\forall x \in \ < a, b >: \ (x, \varphi(x)) \ \in \ D;$
$3)\forall x \in \ < a, b >: \ M(x, \varphi(x))dx + N(x, \varphi(x))\varphi'(x)dx = 0.$

14. Означення загального розв'язку диференціального рівняння першого порядку.
Однопараметричну сім'ю функцй $y = \varphi(x, C), \ x \in I_C;$ де параметр C пробігає деяку множину P$\subset$R, називаємо загальним розв'язком ДР, якщо
1) для всіх C є P функія φ є розвязком ДР на I_C
2) для кожного розвязку z ДР існують такі C_0 є P та $I_{C_0} \subset R$,
що z(x) $\equiv$ $\varphi(x, \ C_0)$ для всіх x є I_{C_0}.

15. Що таке інтеграл диференціального рівняння першого порядку?
Функцію $U = U(x, y)$ з областю визначення $\Omega \subset R^2$ називаємо *інтегралом диф. рів.* $y' = f(x, y)$ чи $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$, якщо: $1)\Omega \subset D;$ 2)для кожного фіксованого $C \in \rho$ рівність $U(x, y) = C$ визначає неявно функцію, яка є розвязком цих рівнянь.

16. Означення загального інтегралу диференціального рівняння першого порядку.
Загальний розвязок ДР, записаний у вигляді U(x,y) = C називається загальним інтегралом диференціального рівняння.

17. Що таке поле напрямків диференціального рівняння першого порядку в

нормальній формі?
Нехай $D \subset R^2$ - область, $f : D \to R$ - деяка функція. Візьмемо $y' = f(x,y)$.В кожній точці $(x,y) \in D$ побудуємо вектор, нахилений під кутом ψ до осі $\overline{OX}$, де $tg\psi = f(x,y)$.
Сукупність таких векторів називається *полем напрямків диф. рів*. $y' = f(x,y)$.

18. Що таке поле напрямків диференціального рівняння першого порядку в симетричній формі?
Нехай M, N Є C(D). У кожній точці (x, y) Є D побудуємо вектор, нахилений під кутом ψ до осі $\overline{OX}$, де tgψ = $-\frac{M(x,y)}{N(x,y)}$ якщо N(x,y) != 0, і вертикальний вектор, якщо N(x,y)=0
Сукупність таких векторів назвемо полем напрямків рівняння M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0

19. Що таке інтегральна крива диференціального рівняння першого порядку?
Крива q, яка в кожній своїй точці дотикається до відповідного вектора поля напрямків називається інтегральною кривою рівняння $y' = f(x,y)$.

Інтегровні типи звичайних диференціальних рівнянь

20. Вигляд рівняння на відшукання первісної.
$y' = f(x)$

21. Теорема про вигляд загального розв'язку рівняння на відшукання первісної.
Якщо $f \in C(< a,b >)$, то ф-ла $y = \int_{x_0}^{x} f(\xi)d\xi + C$
визначає загальний р-ок р-ня $y' = f(x)$

22. Означення рівняння з відокремленими змінними.
Рівняння: K(x)dx + L(y)dy = 0; називається диф. рівнянням з відокремленими змінними

23. Теорема про вигляд загального інтегралу рівняння з відокремленими змінними.
Якщо K Є C(<a, b>), L Є C(<α, β>), то формула
$\int_{x_0}^{x} K(\xi)d\xi + \int_{y_0}^{y} L(\eta)d\eta = C$
де x_0 Є<a, b>,y_0 Є <α, β>, а C - довільна стала, задає загальний інтеграл рівняння.

24. Означення рівняння з відокремлюваними змінними.
Рівняння, яке можна записати у вигляді:
y' = f(x)g(y), де x є <a, b>, або
M_1(x)M_2(y)dx + N_1(x)N_2(y)dy = 0, де x є <a, b> та y є<a, b>, називається рівнянням з відокремлюваними змінними (відповідно в нормальній та симетричній формі).

25. Які рівняння зводяться до рівнянь з відокремлюваними змінними?
1) $y' = f(ax + by + c)$
2) $y' = f(\frac{y}{x})$

26. Означення однорідної функції виміру к.
Функція G = G(x, y) називається однорідною функцією виміру k є R, якщо
G(tx, ty) = t^kG(x, y) для всіх t > 0.

27. Означення однорідного рівняння.

Диференціальне рівняня називається однорідним рівнянням, якщо його можна перетворити до вигляду y' = f($\frac{y}{x}$).

28. Вигляд рівняння, права частина якого є функцією від лінійного виразу.
y' = f(ax + by +c)

29.Вигляд рівняння, права частина якого є функцією від дробово-лінійного виразу.
y' = f($(a_1x + b_1y + c_1)/(a_2x + b_2y + c_2)$)

30.Означення узагальнено однорідного рівняння.
Диф. р-ня y' = f(x, y) чи M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0 називається узагальнено однорідним диф. р-ням, якщо заміна y(x) ~> z(x), де y = z^{α}, при деякому $\alpha \in R\backslash\{0, 1\}$ зводить це р-ня до однорідного.

31.Означення рівняння в повних диференціалах.
Р-ня в симетричній формі M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0, (x, y) $\in$ D, називається диф. р-ням в повних диференціалах, якщо існує така *неперервно-диференційовна* в D функція u = u(x,y), що її диференціал співпадає з лівою частиною цього р-ня, тобто du(x,y) = M(x,y)dx + N(x,y)dy, (x,y) $\in$ D

32.Теорема про необхідні та достатні умови того, що рівняння є рівнянням в повних диференціалах.
Нехай D = {(x,y) $\in R^2$ | $a < x < b$, $\alpha < y < \beta$}, M, N, $\frac{\partial M}{\partial y}$, $\frac{\partial N}{\partial x}$ $\in$ C(D), |M|+|N|>0 в D. Тоді р-ня M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0, (x, y) $\in$ D є р-ням в повних диференціалах тоді і тільки тоді коли виконується умова $\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} \equiv 0$

33. Що таке інтегрувальний множник?
Функція $\mu = \mu(x,y)$, $(x,y) \in D$, називається *інтегрувальним множником* для рівняння $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$, $(x,y) \in D$, якщо $\mu \neq 0$ і рівняння $\mu(x,y)M(x,y)dx + \mu(x,y)N(x,y)dy = 0$ є рівнянням в повних диференціалах.

34. Означення лінійного рівняння першого порядку
Диференціальне рівняння називається *лінійним диференціальним рівнянням першого порядку,* якщо його можна записати у вигляді $y' = a(x)y + b(x)$

35. Вигляд рівняння Бернуллі
Диференціальне рівняння називається *рівнянням Бернуллі,* якщо його можна записати у вигляді$y' = a(x)y + b(x)y^{\alpha}$, де $\alpha \in \mathbb{R}\backslash\{0; 1\}$.

36. Сформулюйте закон Мальтуса
Нехай $u = u(t)$-*чисельність популяції.* В біології відомо, що функція u задовільняє так званий *закон Мальтуса* $u' = \varepsilon u$, де $\varepsilon = \varepsilon(u,t)$ - *істинна швидкість збільшення чисельності популяції.*

37. Вигляд рівняння Фархюльста
Диференціальне рівняння вигляду $u' = \chi u - \frac{\chi}{\kappa} u^2$, називається *рівнянням Ферхюльста (чи логістичним рівнянням)*

38. Вигляд рівняння балансу доходу економіки.

$Y' = \frac{1-a(t)}{K(t)}Y - \frac{b(t)-E(t)}{K(t)}$, де Y(t) — національний дохід, E(t) — державні витрати, K(t) — норма акселерації, a(t) — коефіцієнт схильності до споживання (0<a(t)<1), а b(t) — автономне (скінченне) споживання.

39. Зв'язок між струмом і напругою реохорда.
Реохорд (металева струна) служить для зміни опору, тобто, для обмеження струму.
Зв'язок між I та U: $U_{\alpha\beta}(t) = R_{\alpha\beta}I_{\alpha\beta}(t)$, де $R_{\alpha\beta} = R_{\beta\alpha} > 0$ - стала (опір реохорда).

40. Зв'язок між струмом і напругою котушки.
Котушка - додатковий опір: $U_{\alpha\beta}(t) = L_{\alpha\beta}\frac{d}{dt}I_{\alpha\beta}(t)$, де $L_{\alpha\beta} = L_{\beta\alpha} > 0$ - стала (індуктивність котушки)

41. Зв'язок між струмом і напругою конденсатора.
Конденсатор (дві пластини) - це прилад для накопичення електричного заряду.
$I_{\alpha\beta}(t) = C_{\alpha\beta}\frac{d}{dt}U_{\alpha\beta}(t)$, де $C_{\alpha\beta} = C_{\beta\alpha} > 0$ - стала (ємність конденсатора).

Інтегральні рівняння Вольтерра

42. Означення інтегрального рівняння Вольтера
Інтегральним рівнянням Вольтера 2-го роду називається рівняння $y = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(\xi, y(\xi))d\xi$ яке зв'язує незалежну змінну x, невідому функцію $y(x)$ та інтеграл від певного виразу цієї функції.

43. Що таке розв'язок інтегрального рівняння Вольтерра.
$y = \varphi(x)$ називається розв'язком інтегрального рівнння Вольтера на $< a, b >$, якщо:
1) $x_0 \in < a, b >$; 2) $\forall x \in < a, b >$: $(x, \varphi(x)) \in D$; 3) $\varphi \in C(< a, b >)$;
4) $\forall x \in < a, b >$: $\varphi(x) = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(\xi, y(\xi))d\xi$

44. Теорема Пікара для інтегральних рівнянь.
Якщо $f \in C(D) \cap Lip_y(D)$, то інтегральне р-ня Вольтера $\forall(x_0, y_0) \in D$ має єдиний розв'язок визначений на деякому проміжку $[x_0 - h,\ x_0 + h],\ h > 0$.

45. Формула послідовних наближень розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра.
$\varphi_0(x) = y_0;$
$\varphi_m(x) = \int_{a}^{x} K(x,t)\varphi_{m-1}(t)dt + f(x),\ m = 1, 2, 3...$

Задача Коші для звичайного диференціального рівняння першого порядку, розв'язаного стосовно похідної

46. Як ставиться задача Коші для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі?
Нехай $D \subset R^2,\ (x_0, y_0) \in D,\ f : D \to R.$ Задача Коші:
$y' = f(x, y)$,
$y(x_0) = y_0$

47. Що таке розв’язок задачі Коші для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі?

Функція y=$\varphi(x)$ наз. розвязком задачі Коші на проміжку <a,b>, якщо:

1) $\varphi \in C^1(<a,b>)$;

2) $\forall x \in <a,b>: (x,\varphi(x)) \in D$;

3) $\forall x \in <a,b>: \varphi'(x) = f(x,\varphi(x))$;

4) $\varphi(x_0) = y_0$;

48. Лема про зв’язок інтегрального рівняння та задачі Коші для диференціального рівняння.

Якщо $f \in C(D)$, то задача Коші $y' = f(x,y)$, $y(x_0) = y_0$ є еквівалентною до інтегрального рівняння $y(x) = y_0 + \int_{x_O}^{x} f(\xi, y(\xi))d\xi,\ x \in <a,b>$.

49. Теорема Пікара для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі.

Якщо $f \in C(D) \cap Lip_y(D)$ то $\forall (x_0, y_0) \in D$ з. Коші має єдиний розв’язок визначений на деякому $I_h = [x_0 - h, x_0 + h]$ де h>0.

50. Теорема Пеано для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі.

Якщо $f \in C(\Pi_{a,b}(x_0,y_0))$, то задачі Коші $y' = f(x,y),\ y(x_0) = y_0$ має р-ок визначений на $I_h = [x_0 - h,\ x_0 + h],$ де $h = min\{a, \frac{b}{M}\},\ a\ M = max_{(x_0,y_0)}|f(x,y)|$ для $(x,y) \in \Pi_{a,b}$

51. Що таке відрізок Пеано?

Відрізок $I_h = [x_0 - h,\ x_0 + h],$ де $h = min\{a, \frac{b}{M}\},\ a\ M = max_{(x_0,y_0)}|f(x,y)|$ для $(x,y) \in \Pi_{a,b}$ називається відрізком Пеано для задачі Коші $y' = f(x,y),\ y(x_0) = y_0$.

52. Лема Гронуолла-Беллмана.

Нехай $u \in C([a,b]),\ x_0 \in [a,b],\ C, L \ge 0$ - сталі. Якщо $\forall x \in [a,b]$ виконується нерівність $|u(x)| \le C + L|\int_{x_0}^{x} |u(\xi)|d\xi|$ то $\forall x \in [a,b]: |u(x)| \le C * e^{L|x-x_0|}$

53. Теорема єдиності розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі.

Якщо $f \in C(D) \cap Lip_y(D)$, то задача Коші ($y' = f(x,y),\ y(x_0) = y_0$) не може мати на $<a,b>$ більше одного розв’язку.

54. Означення продовження розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння.

Якщо $y = \varphi(x)$ - розв’язок задачі Коші на $<a,b>$, а $y = \psi(x)$ - розв’язок задачі на $x\varepsilon <a, b+\varepsilon>$ і, крім того,

1) $\varepsilon > 0$;

2) $\forall x \in <a,b>: \varphi(x) = \psi(x)$,

то ψ називається продовженням розв’язку φ вправо.

55. Означення непродовжувального розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння.

Розв’язок $y = \varphi(x)$ задачі Коші, який не має продовження ні вліво, ні вправо, називається непродовжувальним розв’язком.

56. Теорема про продовження розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі.

Якщо $f \in C(D)$, то $\forall(x_0, y_0) \in D$ р-ок φ задачі Коші $y' = f(x,y),\ y(x_0) = y_0$ можна продовжити на інтервал (ξ, η), який: 1) $\lim\limits_{x\to\eta-0} |\varphi(x)| = +\infty$ або 2) $\lim\limits_{x\to\eta-0} dist(\varphi(x), \vartheta D) = 0,\ \vartheta D$ -межа області D. Аналогічні співвідношення при $x \to \xi + 0$ виконуються і для точки ξ.

57. Теорема про існування непродовжувального розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі.

Якщо $f \in C(D)$, то для кожної точки $(x_0, y_0) \in D$ існує непродовжувальний розв’язок задачі Коші.

58. Теорема про єдиність непродовжувального розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння 1-го порядку в нормальній формі.

Якщо $f \in C(D) \cap Lip_y(D)$, то задача Коші має єдиний непродовжувальний розв’язок.

Неявні диференціальні рівняння першого порядку

59. Що таке неявне диференціальне рівняння 1-го порядку?

Диференційне рівняння вигляду $F(x,y,y')=0$ називається неявним диференціальним рівнянням.

60. Означення розв’яку неявного диференціального рівняння 1-го порядку?

Функція $y=\varphi(x)$ називається розв’язком неявного диф.рівняння $F(x,y,y')=0,\ F: G\to R$ якщо

1) $\varphi \in C1(<a,b>)$;
2) $\forall x \in <a,b>: (x,\varphi(x),\varphi'(x)) \in G$;
3) $\forall x \in <a,b>: F(x,\varphi(x),\varphi'(x))=0$.

61. Як ставиться задача Коші для неявного диф.рівняння 1-го порядку?

Для задачі Коші потрібно задавати такі умови: $y(x_0) = y_0,\ y'(x_0) = y_1$, ,також має виконуватися рівність $F(x_0, y_0, y_1) = 0$.

62.Теорема існування та єдиності розв’язку задачі Коші для неявного диф.рівняння 1-го порядку?

Нехай $G \in R^3$ -область , $(x_0, y_0, y_1) \in G$.

Якщо $F \in C(G)$ і виконується умови:

1) $F(x_0, y_0, y_1) = 0$,
2) $F'_y, F'_{y'}$ - неперервні функції в деякому околі точки (x_0, y_0, y_1) ;
3) $F'_{y1}\ (x_0, y_0, y_1) \neq 0$,

то задача Коші має єдиний розвязок ,визначений на деякому інтервалі ,що містить точку x_0.

63. Що таке звичайні точки неявного диференціального рівняння 1-ого порядку?

Точки (x_0, y_0) в яких існує єдиний розвязок задачі Коші для $F(x,y,y')=0$, називаються звичайними точками цього рівняння.

64. Що таке особливі точки неявного диференціального рівняння 1-го порядку?
Точки площини xOy, в яких порушується єдиність розв’язку задачі Коші.

65. Що таке особлива інтегральна крива неявного диференціального рівняння 1-го порядку?
Особлива інтегральна крива - це крива утворена з особливих точок.

66. Що таке особливий розв’язок неявного диференціального рівняння 1-го порядку?
Розв’язок неявного ДР $F(x, y, y') = 0$, який в кожній своїй точці дотикається до графіка якогось іншого розв’язку цього ж рівняння називається *особливим розв’язком.*

67. Як знайти дискримінантні криві неявного диференціального рівняння 1-го порядку?
$\left\{F(x, y, y') = 0;\ F'_{y'}(x, y, y') = 0.\right\}$ Щоб знайти криві, потрібно знайти з 1-го рівнняння системи y' і підставити у 2-ге рівняння цієї системи. Якщо отримана рівність задає на площині xOy якусь криву, то ця крива називається *дискримінантною кривою* рівняння $F(x, y, y') = 0$; вона підозріла на особливий розв’язок.

68. Загальний вигляд рівняння Лагранжа. У чому полягає особливість цього рівняння?
$y = x\varphi(y') + \psi(y')$. Особливість: розв’язуючи це рівняння за допомогою методу введення параметра, всередині отримаємо просте лінійне рівняння.

69. Загальний вигляд рівняння Клеро. У чому полягає особливість цього рівняння?
$y = xy' + \psi(y')$. Особливість: розв’язуючи це рівняння за допомогою методу введення параметра, всередині отримаємо просте лінійне рівняння.