

Міністерство освіти і науки України
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет прикладної математики та інформатики

Звіт

Лабораторна робота №6

Тема: «Алгоритм Дейкстри»
з дисципліни "Паралельні та розподільні обчислення"

Виконав студент групи ПМі-31
Яцуляк Андрій

Львів 2023 р.

Мета: Написати програми знаходження найкоротшого шляху між заданою вершиною та всіма іншими у зваженому орієнтованому графі, використовуючи алгоритм Дейкстри (послідовний та паралельний).

Теоретичний матеріал

Граф — це структура, що складається з набору об'єктів, у якому деякі пари об'єктів у певному сенсі «пов'язані». Об'єкти відповідають математичним абстракціям, які називаються вершинами, а кожна з пов'язаних пар вершин називається ребром. Як правило, граф зображується у вигляді діаграми як набір точок або кіл для вершин, з'єднаних лініями або кривими для ребер. Графи є одним з об'єктів вивчення дискретної математики.

Графом $G = (V, E)$ називають сукупність двох множин: скінченної непорожньої множини V **вершин** і скінченної множини E **ребер**, які з'єднують пари вершин. Ребра зображаються невпорядкованими парами вершин (u, v) .

У графі можуть бути **петлі** — ребра, що починаються і закінчуються в одній вершині, а також повторювані ребра (кратні, або паралельні). Якщо в графі немає петель і кратних ребер, то такий граф називають **простим**. Якщо граф містить кратні ребра, то граф називають **мультиграфом**.

Ребра вважаються неорієнтованими в тому сенсі, що пари (u, v) та (v, u) вважаються одним і тим самим ребром.

Зваженим називають простий граф, кожному ребру e якого приписано дійсне число $w(e)$. Це число називають **вагою** ребра e .

Алгоритм Дейкстри — знаходження найкоротшого шляху від заданої вершини графа до всіх інших вершин цього графа.

Швидкодія $O(E * \log V)$.

Об'єм пам'яті $O(V)$.

Хід роботи

Завдання виконав мовою програмування Java у середовищі IntelliJ IDEA. Написав повноцінну програму для роботи з зваженими орієнтованими графами.

Задається граф матрицею інцидентності, де $verticesOfGraph[i][j]$ — вага орієнтованого ребра від i до j .

```

public class Graph {
    17 usages
    private final int numOfVertex;
    13 usages
    private final Integer[][] verticesOfGraph;
    3 usages
    private static int threadsNumber = 1;

    1 usage
    public Graph(int numOfVertex){...}
    2 usages
    public Graph(Integer[][] verticesOfGraph){...}
    1 usage
    public void setEdge(int source, int destination, int weight){...}
    no usages
    public void removeEdge(int source, int destination){...}
    1 usage
    public void fillGraph(int numberOfEdges){...}
    no usages
    public Integer[][] getVertices() { return this.verticesOfGraph; }
    no usages
    public static int getThreadsNumber() { return threadsNumber; }
    1 usage
    public static void setThreadsNumber(int threadsNumber) { Graph.threadsNumber = threadsNumber; }
    2 usages
    public Integer[] DijkstraAlgorithm(int source) {...}
    10 usages
    private static class VertexDistancePair implements Comparable<VertexDistancePair> {...}

```

```

    2 usages
    public Integer[] DijkstraAlgorithmParallel(int source) {...}
    3 usages
    private class DijkstraTask extends RecursiveTask<Void> {...}
}

```

Робота з графами

Перед початком основної роботи unit тестів, аби перевірити методи на правильність роботи:

The screenshot shows an IDE with a project named 'Lab6'. The left sidebar displays the project structure with folders '.idea', 'out', and 'src'. The 'src' folder contains files 'DijkstraTest', 'Graph', 'Main', and 'Lab6.iml'. The main editor shows the code for 'DijkstraTest.java', which includes imports for JUnit and a public class with two test methods: 'DijkstraAlgorithm()' and 'DijkstraAlgorithmParallel()'. The bottom panel shows the test results for 'DijkstraTest', indicating that both tests passed. The 'DijkstraTest' test took 27 ms, 'DijkstraAlgorithm()' took 24 ms, and 'DijkstraAlgorithmParallel()' took 3 ms. The console output shows the command 'C:\Program Files\Java\jdk-20\bin\java.exe' and the message 'Process finished with exit code 0'.

```
1 import org.junit.jupiter.api.Test;
2 import static org.junit.jupiter.api.Assertions.*;
3
4 public class DijkstraTest {
5     @Test
6     void DijkstraAlgorithm(){...}
7
8     @Test
9     void DijkstraAlgorithmParallel(){...}
10 }
```

Tests passed: 2 of 2 tests – 27 ms

Test	Time
DijkstraTest	27 ms
DijkstraAlgorithm()	24 ms
DijkstraAlgorithmParallel()	3 ms

Process finished with exit code 0

Переконавшись, що все працює правильно, створив граф з 1000 вершинами та 100000 орієнтованими ребрами зі значеннями від 1 до 100. Найкоротший шлях я знайшов для 100 вершини. Алгоритм Дейкстри є досить важким для реалізації обчислення паралельно, адже він залежить від попередніх кроків. Тому для обчислення методу паралельно я використав фреймворк ForkJoinPool. Я рекурсивно розділяв обчислення на менші підзавдання, які відбувалися доти, доки підзавдання не включали в себе ту кількість вершин, яку задає користувач з консолі, після чого кожне підзавдання працювало послідовно. Циклом для різної кількості ядер обчислив час послідовної та паралельної роботи алгоритму, прискорення, ефективність:

```
Enter the number of vertices: 1000
Enter the number of edges: 100000
Enter the number of vertex: 100
Sequential time: 22372100 nanoseconds

Threads number: 2
Parallel time: 8693800 nanoseconds
Speed up: 2.573339621339345
Efficiency: 1.2866698106696726

Threads number: 3
Parallel time: 8046400 nanoseconds
Speed up: 2.7803862596937763
Efficiency: 0.9267954198979255

Threads number: 4
Parallel time: 7332600 nanoseconds
Speed up: 3.0510460136922783
Efficiency: 0.7627615034230696

Threads number: 8
Parallel time: 6259600 nanoseconds
Speed up: 3.574046264937057
Efficiency: 0.4467557831171321

Threads number: 16
Parallel time: 6754400 nanoseconds
Speed up: 3.3122261044652377
Efficiency: 0.20701413152907736
```

Отже, найкращого прискорення з показником 3.57 вдалось досягнути при 8-ми потоках, ефективність у 1.28 є найкращою для 2-х потоків. При збільшенні кількості потоків ефективність зменшується.

Висновок. Під час виконання лабораторної роботи я написав програму для знаходження найкоротшого шляху між заданою вершиною та всіма іншими вершинами у зваженому орієнтованому графі, використовуючи алгоритм Дейкстри (послідовний та паралельний), обчислив прискорення та ефективність для різної кількості потоків та навчився аналізувати ці дані.