

CS441/CS241 Automata Theory and Formal Languages



خريف 2024

د. عدنان محمود عبدالله الشريف

adnan.sherif@uot.edu.ly



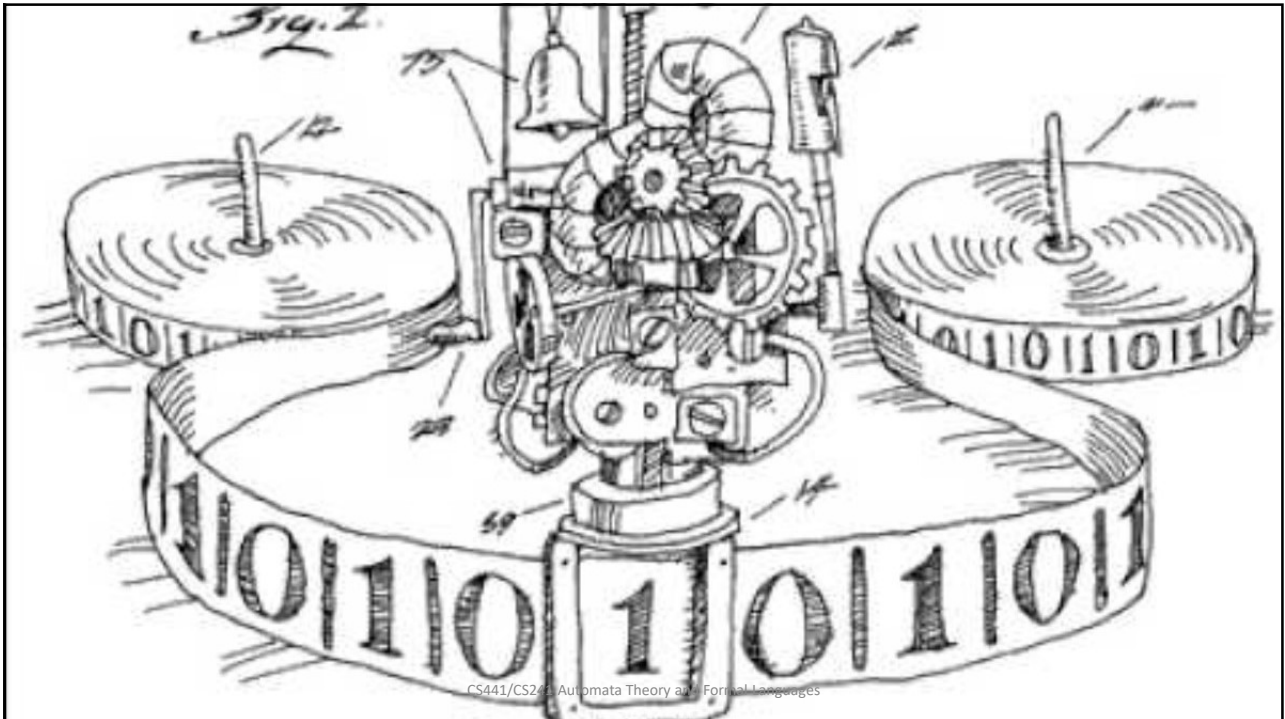
1

آلة تورينغ Turing Machine

• مفهوم وتاريخ آلة تورينغ:

- قدم الان تورينغ (ALAN TURING) فكرة لآلة تقوم بعمليات حسابية بدل الانسان في ورقة بعنوان "ON COMPUTABLE NUMBERS, WITH AN APPLICATION TO THE ENTSCHEIDUNGSPROBLEM" سنة 1939.
- تقوم آلة تورينغ على أساس بسيط هو ان الآلة تتكون من راس يستطيع القراءة والكتابة على شريط. كما يمكن لهذا الراس ان يتحرك على اليمين او على اليسار على الشريط.
- يمكن إعطاء الآلة تعليمات لحل مشكل معين (برنامج) وتكون التعليمات في شكل اوتوماتا منتهية لاحتمية حيث كل انتقال من حالة الى أخرى في الاوتوماتا تعتمد على القيمة الموجودة في الشريط أسفل الراس (القراءة) تصحبها تعليمات إما بكتابة حرف مكان الحرف الذي تم قراءته والانتقال الى اليمين او اليسار على الشريط.
- هذه الفكرة البسيطة وهي أساس كل عملية حسابية او منطقية يمكن لجهاز حاسوب القيام بها.

2



3

آلة تورينغ Turing Machine

• تعريف آلة تورينغ:

يمكن تعريف آلة تورينغ TM بالمجموعة التالية:

$$TM = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$$

حيث:

- Q مجموعة منتهية من الحالات وهي مجموعة غير خالية
- Σ الأبجدية المستهدفة
- Γ مجموعة من الرموز التي يحتويها الشريط وتشمل رموز الأبجدية يعني $\Sigma \subseteq \Gamma$
- $q_0 \in Q$ الحالة الابتدائية ويجب ان تكون أحد عناصر Q يعني $q_0 \in Q$
- B رمز يدل على خانة فارغة على الشريط $B \in \Gamma$ ولكن $B \notin \Sigma$
- $F \subseteq Q$ هي مجموعة الحالات النهائية (حالات القبول) وتكون Q

4

آلة تورينغ Turing Machine

• دالة الانتقال لآلة تورينغ حيث يتم وصفها
 $\delta: (Q \times \Gamma) \rightarrow (Q \times \Gamma \times D)$

حيث

- $D = \{R, L\}$ وهذه الفئة تعليمات للآلة بتحريك الراس على الشريط الى اليمين (R) او يسار (L).
- الدالة تأخذ حالة الاوتومات الحالية والرمز على الشريط أسفل الراس وتنتقل الى الحالة الجديدة بعد كتابة الرمز الجديد على الشريط ويتحرك الراس اما الى اليمين او اليسار.
- مثال

$$\delta(q_0, 1) = (q_1, 0, L)$$

تصف انه في حال وجود الرمز 1 على الشريط تحت الراس والاوتومات الخاصة بالآلة عند الحالة q_0 يكتب على الشريط 0 في نفس الخانة ثم ينتقل على الشريط خانة واحدة الى اليسار.

آلة تورينغ Turing Machine

• مثال 1

عرف آلة تورينغ للتعرف على اللغة التالية:

$$L = \{a^n b^n | n \geq 0\}$$

الحل: درسنا في السابق ان هذا اللغة من اللغات خارج السياق قمنا بوصف اوتوماتا منتهية لا حتمية بمكدس للتعرف على هذه اللغة وقد كان الاوتوماتا يعتمد على المكدس حيث يقوم بإضافة a على المكدس كل مرة يتم إدخال الحرف a ولا يتم قراءة الحرف b لو اعلی المكدس ليس a وذلك لضمان ان عدد مرات ورود الحرف a هو نفس عدد الحرف b في السلسلة.

لكن في حال آلة تورينغ نفتقر الى مكدس، ولكن يمكن استخدام الشريط لترميز الحروف التي تم قراءتها.

آلة تورينغ Turing Machine

• مثال 1 (تابع)

حالة البداية (q_0): يمكن تجهيز الشريط يحتوي على السلسلة المطلوب التعرف عليها ولتكن في هذا التوضيح السلسلة aaabbb ورأس القراءة والكتابة عند الرمز الأول في السلسلة

		a	a	a	b	b	b		
--	--	---	---	---	---	---	---	--	--

عند هذه الحالة لو الرمز أسفل الرأس هو a يتم استبداله بالرمز X للإشارة ان هذا الرمز قد تم قراءته والانتقال الى الحالة الجديدة (q_1) والحركة على الشريط خانة الى اليمين.

$$\delta(q_0, a) = (q_1, X, R)$$

		X	a	a	b	b	b		
--	--	---	---	---	---	---	---	--	--

02/12/2024

CS441/CS241 Automata Theory and Formal Languages

7

7

آلة تورينغ Turing Machine

• مثال 1 (تابع)

حالة (q_1): كما وضعنا الوصول الى هذه الحالة يدل على ان الآلة قد تعرفت على الرمز a على الشريط ويجب البحث عن الرمز b المناظر له على الشريط.

		X	a	a	b	b	b		
--	--	---	---	---	---	---	---	--	--

عند هذه الحالة يجب تخطي أي رمز على الشريط ليس b وبذلك علينا تخطي الرمز a وكذلك الرمز X دون تغيير الحالة أو الشريط. ونقوم بذلك بقراءة الرمز أسفل الرأس وكتابة نفس الرمز والحركة خانة الى اليمين.

$$\delta(q_1, a) = (q_1, a, R)$$

$$\delta(q_1, X) = (q_1, X, R)$$

		X	a	a	b	b	b		
--	--	---	---	---	---	---	---	--	--

02/12/2024

CS441/CS241 Automata Theory and Formal Languages

8

8

آلة تورينغ Turing Machine

• مثال 1 (تابع)

حالة (q_1) تابع: عند الوصول الى خانة بها الرمز b يقوم بتغيير الرمز الى X والانتقال الى حالة جديدة (q_2) وهذه الحالة تدل على ان الآلة قد تمكنت من مطابقة رمز a مع رمز b مناظر لها. وتقوم بالحركة على الشريط الى اليسار استعدادا للعودة لقراءة رمز a اخر.

			X	a	a	b	b	b		
--	--	--	---	---	---	---	---	---	--	--

$$\delta(q_1, b) = (q_2, X, L)$$

			X	a	a	X	b	b		
--	--	--	---	---	---	---	---	---	--	--

آلة تورينغ Turing Machine

• مثال 1 (تابع)

حالة (q_2) : عند الوصول الى هذه الحالة تكون الآلة قد تمكنت من مطابقة رمز a مع رمز b مناظر له. على الآلة الانتقال الى بداية الشريط لتكرار الخطوات من جديد.

			X	a	a	X	b	b		
--	--	--	---	---	---	---	---	---	--	--

$$\delta(q_2, a) = (q_2, a, L)$$

$$\delta(q_2, X) = (q_2, X, L)$$

			X	a	a	X	b	b		
--	--	--	---	---	---	---	---	---	--	--

وعندما تكون القيمة على الشريط أسفل الراس فارغة (نرمز لها بالرمز \sqcup) يدل هذا على الوصول الى بداية الشريط ويمكن الانتقال الى حالة جديدة (q_3) بعد كتابة الرمز \sqcup على الشريط والتحرك الى اليمين.

$$\delta(q_2, \sqcup) = (q_3, \sqcup, R)$$

			X	a	a	X	b	b		
--	--	--	---	---	---	---	---	---	--	--

آلة تورينغ Turing Machine

• مثال 1 (تابع)

حالة (q_3): عند الوصول الى هذه الحالة تكون الآلة عند اول رمز على الشريط ويجب الحركة على اليمين الى ان تصل الى اول رمز a لم يتم تغييره بعد الى X (لم يتم مطابقته مع b منظره له).

			X	a	a	X	b	b	
--	--	--	---	---	---	---	---	---	--

عندها على الآلة تخطي جميع الرموز X في بداية الشريط وذلك بكتابة X والحركة الى اليمين

$$\delta(q_3, X) = (q_3, X, R)$$

		X	a	a	X	b	b	
--	--	---	---	---	---	---	---	--

وعندما تكون القيمة على الشريط أسفل الراس رمز a يقوم بتغييره الى X والانتقال الى حالة (q_1)
تذكير بأن هذه الحالة (q_1) تقوم بالبحث عن b .

$$\delta(q_3, a) = (q_1, X, R)$$

		X	X	a	X	b	b	
--	--	---	---	---	---	---	---	--

02/12/2024

CS441/CS241 Automata Theory and Formal Languages

11

11

آلة تورينغ Turing Machine

• مثال 1 (تابع)

حالة (q_3) تابع: نلاحظ ان الحالات من (q_1) الى (q_3) تقوم بالبحث عن رمز a وتغييره الى رمز X ثم البحث عن رمز b مناظر وتحويله الى الرمز X وذلك بالحركة على الشريط يمين ويسار.

تبقى الحالة التي تكون الآلة قد قامت بتغيير كل رمز a وكل رمز b مناظر الى X ، عليه السلسلة تصبح عبارة من سلسلة بنفس طول السلسلة الاصلية، ولكن تحتوي على X فقط.

		X	X	X	X	X	X	
--	--	---	---	---	---	---	---	--

$$\delta(q_3, X) = (q_3, X, R)$$

وعند الوصول الى هذه الحالة يمكن الانتقال الى حالة القبول (q_4) للدلالة على ان السلسلة مقبولة.

$$\delta(q_3, \sqcup) = (q_4, \sqcup, L)$$

02/12/2024

CS441/CS241 Automata Theory and Formal Languages

12

12

آلة تورينغ Turing Machine

• مثال 1 (تابع)

نلاحظ ان وصف اللغة هي $L = \{a^n b^n | n \geq 0\}$ كما نلاحظ ان الآلة التي تم تعريفها الى الان لا تقبل السلسلة الفارغة ϵ وهذه السلسلة مقبولة في هذه اللغة عندما تكون $n = 0$ ، عليه نحن بحاجة الى حركة من (q_0) حالة البداية الى حالة القبول (q_4) في حال ان السلسلة فارغة أي لا يوجد أي رمز عن بداية تحرك الآلة.

$$\delta(q_0, \sqcup) = (q_4, \sqcup, R)$$

آلة تورينغ Turing Machine

• مثال 1 (تابع)

بعد هذا الشرح يمكن تعريف آلة تورينغ للتعرف على سلاسل اللغة بالتالي

$$TM = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F) = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \{a, b, X, \sqcup\}, \delta, q_0, \sqcup, \{q_4\})$$

حيث

$$\begin{array}{ll} \delta(q_0, a) = (q_1, X, R) & \delta(q_2, X) = (q_2, X, L) \\ \delta(q_0, \sqcup) = (q_4, \sqcup, R) & \delta(q_2, \sqcup) = (q_3, \sqcup, R) \\ \delta(q_1, a) = (q_1, a, R) & \delta(q_3, X) = (q_3, X, R) \\ \delta(q_1, X) = (q_1, X, R) & \delta(q_3, a) = (q_1, X, R) \\ \delta(q_1, b) = (q_2, X, L) & \delta(q_3, \sqcup) = (q_4, \sqcup, L) \\ \delta(q_2, a) = (q_2, a, L) & \end{array}$$

آلة تورينغ Turing Machine

• شكل آلة تورينغ

يمكن رسم شكل آلة تورينغ بنفس الطريقة التي تم رسم الاوتوماتا وذلك برؤوس تمثل الحالات واسهم من راس الى اخر تمثل عملية الحركة بحيث يكون على كل سهم القيم الثلاث التالية:

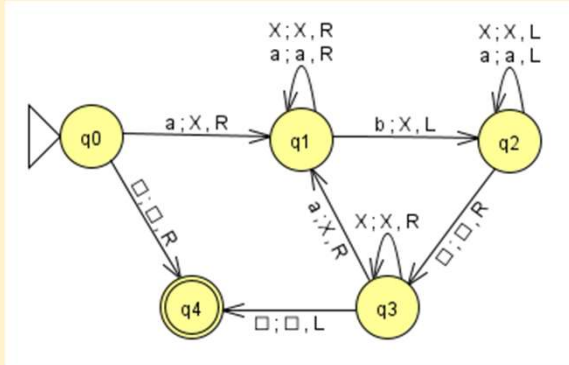
$$a \in \Gamma; b \in \Gamma, d \in D$$

حيث a هو الرمز الذي تم قراءته من الخانة أسفل الراس، b الرمز الذي يتم كتابته في نفس الخانة و d اتجاه الحركة بعد الكتابة ويمكن ان تكون R للحركة الى اليمين او L للحركة الى اليسار.

آلة تورينغ Turing Machine

• شكل آلة تورينغ للمثال 1

$$TM = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F) = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{a, b\}, \{a, b, X, \sqcup\}, \delta, q_0, \sqcup, \{q_4\})$$



حيث

$$\begin{aligned}
 \delta(q_0, a) &= (q_1, X, R) & \delta(q_2, X) &= (q_2, X, L) \\
 \delta(q_0, \sqcup) &= (q_4, \sqcup, R) & \delta(q_2, \sqcup) &= (q_3, \sqcup, R) \\
 \delta(q_1, a) &= (q_1, a, R) & \delta(q_3, X) &= (q_3, X, R) \\
 \delta(q_1, X) &= (q_1, X, R) & \delta(q_3, a) &= (q_1, X, R) \\
 \delta(q_1, b) &= (q_2, X, L) & \delta(q_3, \sqcup) &= (q_4, \sqcup, L) \\
 \delta(q_2, a) &= (q_2, a, L) & &
 \end{aligned}$$

آلة تورينغ Turing Machine

- يمكن وصف تتابع سلسلة معينة في آلة تورينغ بطريقة مشابهة لآوتوماتا منتهية لاحتمية بمكدس
- بدل حالة المكدس يمكن استخدام حالة الشريط. يمكن استخدام الرمز \vdash للدلالة على الانتقال من حالة الى أخرى بحيث لو تحتوي الآلة على التعريف التالي للدالة δ

$$\delta(q_0, a) = (q_1, X, R)$$
ولنفترض ان السلسلة على الشريط هي $aabb$
يمكن التعبير عن حركة الآلة كالتالي:

$$q_0aabb \vdash Xq_1abb$$

02/12/2024

CS441/CS241 Automata Theory and Formal Languages

17

17

آلة تورينغ Turing Machine

- باستخدام آلة تورينغ في المثال رقم 1 بين تتابع السلسلة $aabb$

$$q_0aabb \vdash Xq_1abb \vdash Xaq_1bb \vdash Xq_2aXb \vdash q_2XaXb \vdash q_2 \sqcup XaXb$$

$$\vdash \sqcup q_3XaXb \vdash \sqcup Xq_3aXb \vdash \sqcup XXq_1Xb \vdash \sqcup XXXq_1b \vdash \sqcup XXq_2XX$$

$$\vdash \sqcup Xq_2XXX \vdash \sqcup q_2XXXX \vdash q_2 \sqcup XXXX \vdash \sqcup q_3XXXX \vdash \sqcup Xq_3XXX$$

$$\vdash \sqcup XXq_3XX \vdash \sqcup XXXq_3X \vdash \sqcup XXXXq_3 \sqcup \vdash \sqcup XXXq_4X \sqcup$$

$$\begin{array}{ll} \delta(q_0, a) = (q_1, X, R) & \delta(q_2, X) = (q_2, X, L) \\ \delta(q_0, \sqcup) = (q_4, \sqcup, R) & \delta(q_2, \sqcup) = (q_3, \sqcup, R) \\ \delta(q_1, a) = (q_1, a, R) & \delta(q_3, X) = (q_3, X, R) \\ \delta(q_1, X) = (q_1, X, R) & \delta(q_3, a) = (q_1, X, R) \\ \delta(q_1, b) = (q_2, X, L) & \delta(q_3, \sqcup) = (q_4, \sqcup, L) \\ \delta(q_2, a) = (q_2, a, L) & \end{array}$$

02/12/2024

CS441/CS241 Automata Theory and Formal Languages

18

18

آلة تورينغ Turing Machine

• مثال 2

عرف آلة تورينغ للتعرف على اللغة التالية:

$$L = \{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$$

الحل: درسنا في السابق ان هذا اللغة ليست من اللغات خارج السياق إذن لا يمكن تكوين قلعة خارج السياق لوصفها كما لا يمكن تكوين اوتوماتا منتهية لا حتمية بمكدس لتمثيلها.

باستخدام نفس الفكرة في المثال السابق يمكن تكوين آلة تورينغ كالتالي:

$$TM = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$$

$$= (\{q_s, q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_f\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c, X, \sqcup\}, \delta, q_s, \sqcup, \{q_f\})$$

آلة تورينغ Turing Machine

• مثال 2 (تابع)

