

# CS441/CS241 Automata Theory and Formal Languages



ربيع 2024  
د. عدنان محمود عبدالله الشريف  
[adnan.sherif@uot.edu.ly](mailto:adnan.sherif@uot.edu.ly)



1

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

• نظرية 1: لكل لغة خارج السياق  $L$  آوتومات منتهية لا حتمية بمكدس  $M$  تمثلها بحيث

$$L = L(M)$$

لإثبات هذه النظرية علينا التحقق من التالي :

1. كل قواعد خارج السياق التي تمثل اللغة  $L$ ، بشرط ان تكون على صيغة جريباغ، يمكن تكوين آوتومات منتهية لا حتمية بمكدس  $M$  مكافئة لها.
2. لكل آوتومات منتهية لا حتمية بمكدس  $M$  تمثل اللغة  $L$  يمكن تكوين قاعدة خارج السياق مكافئة لها تمثل نفس اللغة  $L$

2

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

• خطوات تحويل قاعدة خارج السياق الى آوتومات منتهية حتمية بمكدس:

$$G = (V, \Sigma, P, S) \equiv M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$$

1. في حال لم تكن قواعد الاشتقاق على صيغة جريبياغ يتم اتباع الخطوات التي تم دراستها سابقا لتحويل القاعدة الى صيغة جريبياغ.
  2. يتم تكوين  $Q$  من ثلاث حالات هي حالة البداية  $q_0$  حالة الاشتقاق التي يتم فيها استخدام القواعد  $q_1$  والحالة الأخيرة  $q_f$  هي حالة النهاية أو القبول  $Q = \{q_0, q_1, q_f\}$  و  $F = \{q_f\}$
  3. حيث  $\Sigma$  تمثل رموز السلاسل عليه  $\Sigma_G = \Sigma_M$
  4. اما بخصوص رموز المكدس يتم اخذ اتحاد كل المتغيرات  $V$  ورمز النهاية  $Z_0 = z$   
 $\Gamma = V \cup \{z\}$
- حيث  $z$  هو رمز البداية اعلى المكدس ويدل على المكدس الفارغ ويجب اختيار هذا الرمز بحيث  $z \notin V \wedge z \notin \Sigma$

08/07/2024

اعداد د. عدنان محمود الشريف ، قسم الحاسب الآلي - كلية العلوم - جامعة طرابلس

3

3

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

• خطوات تحويل قاعدة خارج السياق الى آوتومات منتهية حتمية بمكدس:

$$G = (V, \Sigma, P, S) \equiv M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$$

5. بخصوص الدالة  $\delta$  نقوم بالتالي:
  1. نعرف حركة البداية من حالة البداية  $q_0$  الى الحالة  $q_1$  دون قراءة أي مدخلات وعلى ان الرمز اعلى المكدس  $z$  (المكدس فارغ) ويتم إضافة متغير البداية  $S$  اعلى المكدس  
 $\delta(q_0, \varepsilon, z) = \{(q_1, Sz)\}$
  2. لكل قاعدة من قواعد الاشتقاق على الصورة  $A \rightarrow au$  يتم إضافة تعريف للدالة  $\delta$  كالتالي:  
 $\delta(q_1, a, A) = \{(q_1, u)\}$
- نلاحظ من صيغة جريبياغ ان  $u$  ممكن ان تكون السلسلة الفارغة  $\varepsilon$  او سلسلة من المتغيرات  $C_1 C_2 \dots C_n$  وفي الحالة الاولى لا يتم إضافة شيء اعلى المكدس اما في الحالة الثانية يتم إضافة  $C_1 C_2 \dots C_n$  الى المكدس بحيث يكون الرمز اعلى المكدس  $C_1$
3. يتم إضافة الانتقال الى حالة النهاية  $q_f$  من الحالة  $q_1$  في حال كان المكدس فارغ أي ان الرمز اعلى المكدس  $z$  والمدخلات فارغة  $\varepsilon$   
 $\delta(q_1, \varepsilon, z) = \{(q_f, \varepsilon)\}$

08/07/2024

اعداد د. عدنان محمود الشريف ، قسم الحاسب الآلي - كلية العلوم - جامعة طرابلس

4

4

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

- مثال 1: حول القاعدة التالية  $G$  الى آوتومات منتهية لا حتمية بمكدس  
 $G = (V, \Sigma, P, S) = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$

حيث

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aA \\ A &\rightarrow aABC|bB|a \\ B &\rightarrow b \\ C &\rightarrow c \end{aligned}$$

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

- مثال 1 (تابع): الحل باتباع الخطوات

  1. قواعد الاشتقاق على صيغة جريباغ إذن هذه الخطوة لا نحتاج الى القيام بشي.
  2. يتم تعريف كل من  $Q = \{q_0, q_1, q_f\}$  و  $F = \{q_f\}$  و  $q_0$  حالة البداية
  3. لا تغيير في  $\Sigma$
  4. يتم تعريف  $\Gamma = \{S, A, B, C, z\}$  حيث  $Z_0 = z$

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

$S \rightarrow aA$   
 $A \rightarrow aABC|bB|a$   
 $B \rightarrow b$   
 $C \rightarrow c$

• مثال 1 (تابع):

5. يمكن الآن تعريف الدالة  $\delta$  كالتالي :

$$\begin{aligned}
 \delta(q_0, \varepsilon, z) &= \{(q_1, Sz)\} \\
 \delta(q_1, a, S) &= \{(q_1, A)\} \\
 \delta(q_1, a, A) &= \{(q_1, ABC), (q_1, \varepsilon)\} \\
 \delta(q_1, b, A) &= \{(q_1, B)\} \\
 \delta(q_1, b, B) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
 \delta(q_1, c, C) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
 \delta(q_1, \varepsilon, z) &= \{(q_f, \varepsilon)\}
 \end{aligned}$$

08/07/2024

اعداد د. عدنان محمود الشريف ، قسم الحاسب الآلي - كلية العلوم - جامعة طرابلس

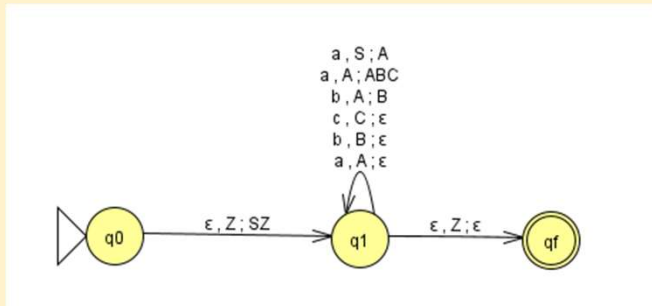
7

7

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

• مثال 1 (تابع): إذن يمكن تعريف الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس  $M$  المكافئة للقاعدة  $G$  كالتالي:

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F) = (\{q_0, q_1, q_f\}, \{a, b, c\}, \{S, A, B, C, z\}, q_0, z, \{q_f\})$$



$$\begin{aligned}
 \delta(q_0, \varepsilon, z) &= \{(q_1, Sz)\} \\
 \delta(q_1, a, S) &= \{(q_1, A)\} \\
 \delta(q_1, a, A) &= \{(q_1, ABC), (q_1, \varepsilon)\} \\
 \delta(q_1, b, A) &= \{(q_1, B)\} \\
 \delta(q_1, b, B) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
 \delta(q_1, c, C) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
 \delta(q_1, \varepsilon, z) &= \{(q_f, \varepsilon)\}
 \end{aligned}$$

08/07/2024

اعداد د. عدنان محمود الشريف ، قسم الحاسب الآلي - كلية العلوم - جامعة طرابلس

8

8

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

- مثال 2: حول القاعدة التالية  $G$  الى آوتومات منتهية لا حتمية بمكدس  
 $G = (V, \Sigma, P, S) = (\{S', B, C\}, \{0,1\}, P, S')$

حيث

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow 0B|0C \\ B &\rightarrow 0BC|0CC \\ C &\rightarrow 1 \end{aligned}$$

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

- مثال 2 (تابع): الحل:  
 من الواضح ان القاعدة على صيغة جريباغ وبذلك يمكن تعريف آوتومات منتهية لا حتمية بمكدس بالخطوات من 2 الى 4 كالتالي:

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F) = (\{q_0, q_1, q_f\}, \{0,1\}, \{S', B, C, z\}, \delta, q_0, z, \{q_f\})$$

حيث باستخدام الخطوة 5 نحصل على الدالة  $\delta$  كالتالي:

$$\begin{aligned} S' &\rightarrow 0B|0C \\ B &\rightarrow 0BC|0CC \\ C &\rightarrow 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta(q_0, \varepsilon, z) &= \{(q_1, S'z)\} \\ \delta(q_1, 0, S') &= \{(q_1, B), (q_1, C)\} \\ \delta(q_1, 0, B) &= \{(q_1, BC), (q_1, CC)\} \\ \delta(q_1, 1, C) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, z, \varepsilon) &= \{(q_f, \varepsilon)\} \end{aligned}$$

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

- خطوات تحويل آوتومات منتهية حتمية بمكدس الى قاعدة خارج السياق:

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F) \equiv G = (V, \Sigma, P, S)$$

قبل تحويل آوتومات منتهية حتمية بمكدس الى قاعدة خارج السياق يجب توفر شرطين هما:

1. يجب ان تكون حالة النهاية واحدة فقط ولا يمكن الدخول في هذه الحالة لو المكدس غير فارغ.
2. يجب ان تكون جميع قيم الدالة  $\delta$  على الشكل التالي:

$$\delta(q_i, a, A) = \{(q_j, \varepsilon)\}$$

او

$$\delta(q_i, a, A) = \{(q_j, BC)\}$$

حيث  $a \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

- خطوات تحويل آوتومات منتهية حتمية بمكدس الى قاعدة خارج السياق (تابع) :

الشروط في الخطوة رقم 1 لا تتطلب تغيير جذري او فهم لعمل الآوتومات ويمكن إجراء بعض التعديلات البسيطة.

1. في حال وجود أكثر من حالة نهاية يمكن ان نقوم بتعديل دالة الآوتومات، في حال وجود أكثر من حالة نهاية كما موضح في المجموعة التالية:

$$F = \{q_{f1}, q_{f2}, \dots, q_{fn}\}$$

نقوم بإضافة حالة نهاية واحدة جديدة  $q_{ff}$  ويتم تعديل الدالة بإضافة التالي:

$$\delta(q_{f1}, \varepsilon, \varepsilon) = (q_{ff}, \varepsilon)$$

$$\delta(q_{f2}, \varepsilon, \varepsilon) = (q_{ff}, \varepsilon)$$

$$\delta(q_{fn}, \varepsilon, \varepsilon) = (q_{ff}, \varepsilon)$$

ونلاحظ ان هذا التعديل ليس له أي تأثير على اللغة التي تتعرف عليها الآوتومات.

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

- خطوات تحويل آوتومات منتهية حتمية بمكدس الى قاعدة خارج السياق (تابع) :
- 2. اما الجزء الثاني من الشرط الأول هو ان المكدس يجب ان يكون فارغ عند الوصول الى حالة النهاية.  
في حال ان الآوتومات المطلوب تحويلها لا تفي بهذا الشرط يمكن القيام بالتالي:  
1. يتم إضافة حالة بداية جديدة  $q'_0$  يتم الانتقال منها الى حالة البداية الأصلية  $q_0$  بعد إضافة  $Z_0$  الى المكدس.  
$$\delta(q'_0, \epsilon, Z_0) = (q_0, Z_0 Z_0)$$
  
2. يتم إضافة حركة لكل رمز من رموز  $\Gamma$  من حالة النهاية الى نفسها لتقوم بإفراغ المكدس كالتالي:  
$$\delta(q_f, \epsilon, \gamma) = (q_f, \epsilon)$$
  
$$\forall \gamma \in \Gamma$$
  
3. يتم إضافة حالة نهاية جديدة  $q_{ff}$  وننتقل الى هذه الحالة بحركة تخرج  $Z_0$  من المكدس لضمان ان المكدس الان فارغ.  
$$\delta(q_f, \epsilon, Z_0) = (q_{ff}, \epsilon)$$

08/07/2024

اعداد د. عدنان محمود الشريف ، قسم الحاسب الآلي - كلية العلوم - جامعة طرابلس

13

13

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

- خطوات تحويل آوتومات منتهية حتمية بمكدس الى قاعدة خارج السياق (تابع) :
- عند استيفاء كل الشروط يمكن الان القيام بالخطوات التالية:  
أولاً : يتم تكوين متغيرات القواعد مشتقة من الحالات وعناصر المجموعة  $\Gamma$ . بمعن لو كان الآوتومات بها 3 حالات أي ان  $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$  و  $\Gamma = \{0, 1\}$  فإن المتغيرات تكون:  
$$V = \{[q_0 0 q_0], [q_0 0 q_1], [q_0 0 q_2], [q_0 1 q_0], [q_0 1 q_1], [q_0 1 q_2], [q_0 z q_0], [q_0 z q_1], [q_0 z q_2], [q_1 0 q_0], [q_1 0 q_1], [q_1 0 q_2], [q_1 1 q_0], [q_1 1 q_1], [q_1 1 q_2], [q_1 z q_0], [q_1 z q_1], [q_1 z q_2], [q_2 0 q_0], [q_2 0 q_1], [q_2 0 q_2], [q_2 1 q_0], [q_2 1 q_1], [q_2 1 q_2], [q_2 z q_0], [q_2 z q_1], [q_2 z q_2]\}$$
  
يمكن فيما بعد اختصار هذا العدد الكبير من المتغيرات بإلغاء المتغيرات التي ليس لها قواعد اشتقاق.

08/07/2024

اعداد د. عدنان محمود الشريف ، قسم الحاسب الآلي - كلية العلوم - جامعة طرابلس

14

14

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

- خطوات تحويل آوتومات منتهية حتمية بمكدس الى قاعدة خارج السياق (تابع) :  
 ثانيًا : رموز المدخلات  $\Sigma$  لا تتغير هي نفسها في الآوتومات والقواعد  
 أما حالة البداية  $S$  يكون المتغير  $[q_0 z q_f]$  حيث الحالة  $q_0$  حالة البداية و  $q_f$  حالة النهاية.  
 ثالثًا: لكل حالة من حالات الدالة  $\delta$  يتم إضافة قاعدة اشتقاق كالتالي:  
 1. حالة الدالة من النوع  $\{(q_j, \varepsilon)\}$   $\delta(q_i, a, A) = \{(q_j, \varepsilon)\}$  يتم إضافة قاعدة الاشتقاق التالية  
 $[q_i A q_j] \rightarrow a$   
 2. في حال ان الدالة من النوع  $\{(q_j, BC)\}$   $\delta(q_i, a, A) = \{(q_j, BC)\}$  يتم إضافة قواعد الاشتقاق التالية  
 $[q_i A q_k] \rightarrow a [q_j B q_l] [q_l C q_k]$   
 حيث  $q_k$  و  $q_l$  هي كل الحالات في  $Q$  أي يتم إضافة هذه القاعدة لكل الحالات

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

- مثال 2: قم بإيجاد قواعد خارج السياق المكافئة للآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس التالية:  
 $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F) = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \{A\}, \delta, q_0, z, \{q_2\})$   
 حيث

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a, z) &= \{(q_0, Az)\} \\ \delta(q_0, a, A) &= \{(q_0, A)\} \\ \delta(q_0, b, A) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, \varepsilon, z) &= \{(q_2, \varepsilon)\}\end{aligned}$$

الحل: نلاحظ ان الآوتومات تحقق الشرط الأول من  $|F| = 1$  أي ان الآوتومات لديها حالة نهاية واحدة فقط.  
 كما نلاحظ انه للانتقال الى هذه الحالة من  $\delta(q_1, \varepsilon, z) = \{(q_2, \varepsilon)\}$  نعرف انه يقوم بإفراغ المكدس من  
 عنصر البداية  $z$  وعليه المكدس فارغ عند الوصول الى حالة النهاية  $q_2$ .



## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

- مثال 2 (تابع): الشرط الثاني هو ان تكون كل قواعد الاشتقاق على الصورة

$$\delta(q_i, a, A) = \{(q_j, \varepsilon)\}$$

او

$$\delta(q_i, a, A) = \{(q_j, BC)\}$$

نلاحظ ان القاعدة التالية لا تحقق الشرط حيث لا تقوم هذه العملية باي تغيير على المكدس

$$\delta(q_0, a, A) = \{(q_0, A)\}$$

يمكن تعديل هذه القاعدة بإضافة حالة جديدة  $q_3$  بحيث ينتقل الى الحالة الجديدة بإخراج  $A$  من المكدس ثم ينتقل بحركة  $\varepsilon$  بعد إضافة  $A$  على المكدس أي يتم استبدالها بالتالي

$$\delta(q_0, a, A) = \{(q_3, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_3, \varepsilon, z) = \{(q_0, A)\}$$

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

- مثال 2 (تابع): بهذه التعديلات تصبح الآوتومات المطلوب تحويلها هي

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F) = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \{A\}, \delta, q_0, z, \{q_2\})$$

حيث

$$\delta(q_0, a, z) = \{(q_0, Az)\}$$

$$\delta(q_0, a, A) = \{(q_3, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_3, \varepsilon, z) = \{(q_0, Az)\}$$

$$\delta(q_0, b, A) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_1, \varepsilon, z) = \{(q_2, \varepsilon)\}$$

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

$$\delta(q_0, a, z) = \{(q_0, Az)\}$$

$$\delta(q_0, a, A) = \{(q_3, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_3, \varepsilon, z) = \{(q_0, Az)\}$$

$$\delta(q_0, b, A) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_1, \varepsilon, z) = \{(q_2, \varepsilon)\}$$

• مثال 2 (تابع): نلاحظ ان

$$\delta(q_0, a, A) = \{(q_3, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_0, b, A) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_1, \varepsilon, z) = \{(q_2, \varepsilon)\}$$

على الصورة

$$\delta(q_i, a, A) = \{(q_j, \varepsilon)\}$$

عليه يتم إضافة قواعد الاشتقاق التالية

$$[q_0 A q_3] \rightarrow a$$

$$[q_0 A q_1] \rightarrow b$$

$$[q_1 z q_2] \rightarrow \varepsilon$$

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

$$\delta(q_0, a, z) = \{(q_0, Az)\}$$

$$\delta(q_0, a, A) = \{(q_3, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_3, \varepsilon, z) = \{(q_0, Az)\}$$

$$\delta(q_0, b, A) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_1, \varepsilon, z) = \{(q_2, \varepsilon)\}$$

• مثال 2 (تابع): من الحركة

$$\delta(q_0, a, z) = \{(q_0, Az)\}$$

يتم إضافة جميع قواعد الاشتقاق الممكنة كالتالي

$$[q_0 z q_0] \rightarrow a[q_0 A q_0][q_0 z q_0] | a[q_0 A q_1][q_1 z q_0] |$$

$$a[q_0 A q_2][q_2 z q_0] | a[q_0 A q_3][q_3 z q_0]$$

$$[q_0 z q_1] \rightarrow a[q_0 A q_0][q_0 z q_1] | a[q_0 A q_1][q_1 z q_1] |$$

$$a[q_0 A q_2][q_2 z q_1] | a[q_0 A q_3][q_3 z q_1]$$

$$[q_0 z q_2] \rightarrow a[q_0 A q_0][q_0 z q_2] | a[q_0 A q_1][q_1 z q_2] |$$

$$a[q_0 A q_2][q_2 z q_2] | a[q_0 A q_3][q_3 z q_2]$$

$$[q_0 z q_3] \rightarrow a[q_0 A q_0][q_0 z q_3] | a[q_0 A q_1][q_1 z q_3] |$$

$$a[q_0 A q_2][q_2 z q_3] | a[q_0 A q_3][q_3 z q_3]$$

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a, z) &= \{(q_0, Az)\} \\ \delta(q_0, a, A) &= \{(q_3, \varepsilon)\} \\ \delta(q_3, \varepsilon, z) &= \{(q_0, Az)\} \\ \delta(q_0, b, A) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, \varepsilon, z) &= \{(q_2, \varepsilon)\}\end{aligned}$$

• مثال 2 (تابع): بنفس الطريقة من الحركة

$$\delta(q_3, \varepsilon, z) = \{(q_0, Az)\}$$

يتم إضافة جميع قواعد الاشتقاق الممكنة كالتالي

$$\begin{aligned}[q_3zq_0] &\rightarrow [q_0Aq_0][q_0zq_0]||[q_0Aq_1][q_1zq_0]|| \\ &\quad [q_0Aq_2][q_2zq_0]||[q_0Aq_3][q_3zq_0] \\ [q_3zq_1] &\rightarrow [q_0Aq_0][q_0zq_1]||[q_0Aq_1][q_1zq_1]|| \\ &\quad [q_0Aq_2][q_2zq_1]||[q_0Aq_3][q_3zq_1] \\ [q_3zq_2] &\rightarrow [q_0Aq_0][q_0zq_2]||[q_0Aq_1][q_1zq_2]|| \\ &\quad [q_0Aq_2][q_2zq_2]||[q_0Aq_3][q_3zq_2] \\ [q_3zq_3] &\rightarrow [q_0Aq_0][q_0zq_3]||[q_0Aq_1][q_1zq_3]|| \\ &\quad [q_0Aq_2][q_2zq_3]||[q_0Aq_3][q_3zq_3]\end{aligned}$$

08/07/2024

اعداد د. عدنان محمود الشريف ، قسم الحاسب الآلي - كلية العلوم - جامعة طرابلس

21

21

## الآوتومات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a, z) &= \{(q_0, Az)\} \\ \delta(q_0, a, A) &= \{(q_3, \varepsilon)\} \\ \delta(q_3, \varepsilon, z) &= \{(q_0, Az)\} \\ \delta(q_0, b, A) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, \varepsilon, z) &= \{(q_2, \varepsilon)\}\end{aligned}$$

• مثال 2 (تابع): بهذا نصل الى قواعد الاشتقاق التالية

نلاحظ وجود عدد كبير من قواعد الاشتقاق غير المفيدة والتي يمكن التخلص منها

$$\begin{aligned}[q_0Aq_3] &\rightarrow a \\ [q_0Aq_1] &\rightarrow b \\ [q_1zq_2] &\rightarrow \varepsilon\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}[q_3zq_0] &\rightarrow a[q_0Aq_0][q_0zq_0]||a[q_0Aq_1][q_1zq_0]|| \\ &\quad a[q_0Aq_2][q_2zq_0]||a[q_0Aq_3][q_3zq_0] \\ [q_3zq_1] &\rightarrow a[q_0Aq_0][q_0zq_1]||a[q_0Aq_1][q_1zq_1]|| \\ &\quad a[q_0Aq_2][q_2zq_1]||a[q_0Aq_3][q_3zq_1] \\ [q_3zq_2] &\rightarrow a[q_0Aq_0][q_0zq_2]||a[q_0Aq_1][q_1zq_2]|| \\ &\quad a[q_0Aq_2][q_2zq_2]||a[q_0Aq_3][q_3zq_2] \\ [q_3zq_3] &\rightarrow a[q_0Aq_0][q_0zq_3]||a[q_0Aq_1][q_1zq_3]|| \\ &\quad a[q_0Aq_2][q_2zq_3]||a[q_0Aq_3][q_3zq_3]\end{aligned}$$

08/07/2024

اعداد د. عدنان محمود الشريف ، قسم الحاسب الآلي - كلية العلوم - جامعة طرابلس

22

22

## الآلات المنتهية لا حتمية بمكدس واللغات خارج السياق Pushdown Automata (PDA) and Context Free Languages

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a, z) &= \{(q_0, Az)\} \\ \delta(q_0, a, A) &= \{(q_3, \varepsilon)\} \\ \delta(q_3, \varepsilon, z) &= \{(q_0, Az)\} \\ \delta(q_0, b, A) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, \varepsilon, z) &= \{(q_2, \varepsilon)\}\end{aligned}$$

• مثال 2 (تابع): عند التخلص من الاشتقاقات غير المفيدة نخلص الى قواعد الاشتقاق التالية

$$\begin{aligned}[q_0 A q_3] &\rightarrow a \\ [q_0 A q_1] &\rightarrow b \\ [q_1 z q_2] &\rightarrow \varepsilon\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}[q_0 z q_0] &\rightarrow a[q_0 A q_3][q_3 z q_0] & [q_3 z q_0] &\rightarrow [q_0 A q_3][q_3 z q_0] \\ [q_0 z q_1] &\rightarrow a[q_0 A q_3][q_3 z q_1] & [q_3 z q_1] &\rightarrow [q_0 A q_3][q_3 z q_1] \\ [q_0 z q_2] &\rightarrow a[q_0 A q_1][q_1 z q_2] & [q_3 z q_2] &\rightarrow [q_0 A q_1][q_1 z q_2] \\ & \quad a[q_0 A q_3][q_3 z q_2] & & [q_0 A q_3][q_3 z q_2] \\ [q_0 z q_3] &\rightarrow a[q_0 A q_3][q_3 z q_3] & [q_3 z q_3] &\rightarrow [q_0 A q_3][q_3 z q_3]\end{aligned}$$

حيث

$$S = [q_0 z q_2]$$