جامعة طرابلس – كلية العلوم

قسم الحاسب الآلي

الامتحان النصفي الثاني (الإجابة النموذجية)

مقرر نظرية الاتمتة (CS241/CS441)

الفصل الدراسي خريف 2024

اجب على أربعة فقط من الأسئلة التالية:

سؤال رقم 1: **(5 درجات)**

كون اوتومات منتهية لا حتمية بمكدس على الابجدية $\Sigma = \{a, b, c\}$ للغة التالية:

$$\boldsymbol{L = \{wcw^r : w \in \{a, b\}^*\}}$$

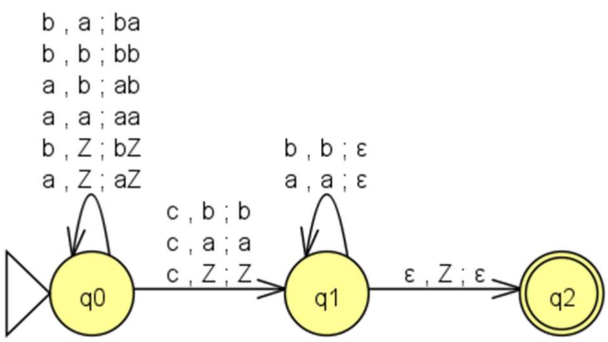
حيث w^r هي السلسلة المعكوسة لـw (لو $w = aabb$ فإن $w^r = bbaa$)

الحل:

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F) = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{a, b, z\}, \delta, q_0, z, \{q_2\})$$

حيث

$$\delta(q_0, a, z) = (q_0, az)$$
$$\delta(q_0, b, z) = (q_0, bz)$$
$$\delta(q_0, a, a) = (q_0, aa)$$
$$\delta(q_0, b, b) = (q_0, bb)$$
$$\delta(q_0, a, b) = (q_0, ab)$$
$$\delta(q_0, b, a) = (q_0, ba)$$
$$\delta(q_0, c, z) = (q_1, z)$$
$$\delta(q_0, c, a) = (q_1, a)$$
$$\delta(q_0, c, b) = (q_1, b)$$
$$\delta(q_1, a, b) = (q_1, \varepsilon)$$
$$\delta(q_1, b, a) = (q_1, \varepsilon)$$
$$\delta(q_1, \varepsilon, z) = (q_2, \varepsilon)$$



سؤال رقم 2: **(5 درجات)**

كون قاعدة خارج السياق (*Context Free Grammar*) للغة التالية:

$$\boldsymbol{L = \{a^3 b^n c^n : n \geq 0\}}$$

حيث $\Sigma = \{a, b, c\}$

الحل:

$$G = (V, \Sigma, P, S) = (\{S, A\}, \{a, b, c\}, P, S)$$

حيث

$P:$

$$S \rightarrow aaaA$$
$$A \rightarrow bAc$$
$$A \rightarrow \varepsilon$$

سؤال رقم 3: **(5 درجات)**

حول القاعدة خارج السياق التالية الى صيغة تشومسكي ثم بين (باستخدام الاشتقاق على القواعد الجديدة) لو السلسلة *abbb* تنتمي الى للغة:

$$S \rightarrow aSaaA \mid A$$

$$A \rightarrow abA \mid bb \mid \varepsilon$$

الحل

باتباع خطوات تحويل قاعدة خارج السياق الى صيغة تشومسكي:

الخطوة الأولى: في حال وجود احدى قواعد الاشتقاق بها متغير البداية S في الطرف الأيمن أضف قاعدة اشتقاق جديدة $S' \rightarrow S$ الى قواعد الاشتقاق لتصبح S' متغير البداية.

نلاحظ وجود القاعدة

$$S \rightarrow aSaaA$$

عليه يتم إضافة البداية الجديدة الى القواعد لتصبح على الشكل التالي:

$$S' \rightarrow S$$
$$S \rightarrow aSaaA|A$$
$$A \rightarrow abA \mid bb \mid \varepsilon$$

الخطوة الثانية: التخلص من قواعد الاشتقاق على الصورة $A \rightarrow \varepsilon$

إذن نقوم اولن بالتخلص من القاعدة $A \rightarrow \varepsilon$ وبذلك تصبح القواعد على الصورة:

$$S' \rightarrow S$$
$$S \rightarrow aSaaA|A|aSaa|\varepsilon$$
$$A \rightarrow abA \mid bb \mid ab$$

نلاحظ ظهور اشتقاق جديد يجب التخلص من وهو $S \rightarrow \varepsilon$ لتصبح قواعد الاشتقاق على الصورة التالية

$$S' \rightarrow S|\varepsilon$$
$$S \rightarrow aSaaA|A|aSaa|aaaA|aaa$$
$$A \rightarrow abA \mid bb \mid ab$$

نلاحظ مرة أخرى ظهور اشتقاق جديد $S' \rightarrow \varepsilon$ ويمكن التخلص منها دون تاثير على القواعد لعدم ورود S' في الطرف الأيمن لاي من قواعد الاشتقاق. وعليه تصبح القواعد على الصورة التالية:

$$S' \to S$$
$$S \to aSaaA|A|aSaa|aaaA|aaa$$
$$A \to abA \mid bb \mid ab$$

الخطوة الثالثة: التخلص من الاشتقاقات الأحادية.

إذا علينا التخلص أولا من الاشتقاق $S \to A$ لتصبح قواعد الاشتقاق على الصورة

$$S' \to S$$
$$S \to aSaaA|abA \mid bb \mid ab|aSaa|aaaA|aaa$$
$$A \to abA \mid bb \mid ab$$

ولان نقوم بالتخلص من الاشتقاق $S' \to S$ لتصبح قواعد الاشتقاق على الصورة

$$S' \to aSaaA|abA \mid bb \mid ab|aSaa|aaaA|aaa$$
$$S \to aSaaA|abA \mid bb \mid ab|aSaa|aaaA|aaa$$
$$A \to abA \mid bb \mid ab$$

الخطوة الرابعة: لكل قواعد الاشتقاق على الصورة $A \to B_1B_2 \dots B_n$ حيث $n > 2$ قم بتغير القاعدة الى الصورة $A \to B_1C_1$ وإضافة القاعدة $C_1 \to B_2 \dots B_n$. كرر هذه الخطوة حتى تصبح كل القواعد على الصورة $A \to BC$. تصبح قواعد الاشتقاق على الصورة التالية:

$$S' \to aC_1|aC_4 \mid bb \mid ab|aC_6|aC_8|aC_9$$
$$S \to aC_1|aC_4 \mid bb \mid ab|aC_6|aC_8|aC_9$$
$$C_1 \to SC_2 \quad C_2 \to aC_3 \quad C_3 \to aA \quad C_4 \to SC_5$$
$$C_5 \to aa \quad C_6 \to aC_7 \quad C_7 \to aA \quad C_8 \to aa \quad C_9 \to bA$$
$$A \to aC_9 |\; bb \mid ab$$

الخطوة الخامسة: إضافة اشتقاق $X \to a$ والاشتقاق $Y \to b$ ثم تغيير كل الرموز في قواعد الاشتقاق في الطرف الأيمن الى X و Y. وعليه تصبح قواعد الاشتقاق النهائية هي:

$$S' \to XC_1|XC_4 \mid YY \mid XY|XC_6|XC_8|XC_9$$
$$S \to XC_1|XC_4 \mid YY \mid XY|XC_6|XC_8|XC_9$$
$$C_1 \to SC_2 \quad C_2 \to XC_3 \quad C_3 \to XA \quad C_4 \to SC_5$$
$$C_5 \to XX \quad C_6 \to XC_7 \quad C_7 \to XA \quad C_8 \to XX \quad C_9 \to YA$$
$$A \to XC_9|YY \mid XY$$
$$X \to a$$
$$Y \to b$$

يمكن الان اشتقاق السلسلة $abbb$ على النحو التالي:

$$S' \Rightarrow XC_9 \Rightarrow aC_9 \Rightarrow aYA \Rightarrow abA \Rightarrow abYY \Rightarrow abbY \Rightarrow abbb$$

سؤال رقم 4: **(5 درجات)**

باستخدام توطئة الضخ بين ان اللغة التالية ليست لغة خارج السياق.

$$L = \{a^n b^j c^k | k > n, k > j\}$$

الحل

نلاحظ من المعطيات ان اللغة L تتكون من سلاسل تبدأ بعدد n من الرمز a متبوع بعدد j من الرمز b وتنتهي بعدد k من الرمز c بشرط ان عدد مرات تكرار الرمز c أكبر من عدد مرات تكرار الرمز a و b.

يمكن اثبات ان اللغة ليست لغة خارج السياق وذلك بان اثبات ان اللغة لا تحقق توطئة الضخ بالخطوات التالية:

1- نفرض ان اللغة L لغة خارج السياق.

2- نقوم باختيار ثابت ضخ وليكن p.

3- نقوم باختيار سلسلة w تنتمي الى اللغة L بشرط ان طول هذه السلسلة أكبر او تساوي ثابت الضخ p بحيث $|w| \geq p$ ولتكن هذه السلسلة

$$w = a^p b^p c^{p+1}$$

4- نقسم السلسلة الى خمس أجزاء بحيث تعاقب هذه الأجزاء ينتج نفس السلسلة

$$w = uvxyz$$

يجب ان يحقق هذا التقسيم بعض الشروط وهي

- $|vxy| \leq p$ أي ان طول تعاقب الأجزاء v و x و y يجب ان يكون أصغر من ثابت توطئة الضخ p.
- $|vy| \neq 0$ طول تعاقب الجزاء v و y لا يكون 0 بمعنى اخر لا يمكن ناتج التعاقب سلسلة فارغة أي ان $v \neq \varepsilon$ او $y \neq \varepsilon$.

نلاحظ انه من الممكن تقسيم السلسلة بعدد من الطرق تحقق الشروط السابقة، يمكن تقسيم السلسلة بحيث تكون الأجزاء v و x و y ضمن رمز واحد من السلسلة او رمزين ولا يمكن ان تضم ثلاثة رموز حيث هذا لا يحقق الشرط الأول. وكذلك نلاحظ ان شرط اللغة تضع قيود على عدد مرات تكرار الرمز a و b إذن اختيار الرمز c وضخ السلسلة بزيادة عدد الرمز c لا تأثير له على السلسلة من ناحية تبعيتها الى اللغة ام لا.

عليه يمكن اختيار تقسيم السلسلة بحيث تكون بداية السلسلة في الرمز a كالتالي:

$$u = a^{p-r-q-l}$$
$$v = a^r$$
$$x = a^q$$
$$y = a^l$$
$$z = b^p c^{p+1}$$

بحيث $(r + l) \neq 0$ لكي يتحقق الشرط الثاني.

5- يمكن ضخ السلسلة الان بقيمة $k \geq 0$ كالتالي

$$uv^k xy^k z$$

والهدف الحصول على سلسلة ناتجة عن الضح لا تنتمي الى اللغة L

نلاحظ انه عند التعويض بقيم المتغيرات التي تم اختيارها في الخطوة السابقة نحصل على:

$$uv^k xy^k z = a^{p-r-q-l} a^{r^k} a^q a^{l^k} b^p c^{p+1}$$
$$= a^{p-r-q-l} a^{rk} a^q a^{lk} b^p c^{p+1}$$
$$= a^{(p-r-q-l+rk+q+lk)} b^p c^{p+1}$$
$$= a^{(p-(r+l)+k(r+l)} b^p c^{p+1}$$
$$= a^{(p+(r+l)(k-1))} b^p c^{p+1}$$

من المعطيات ان شرط انتماء السلسلة الى اللغة يجب ان يكون عدد مرات تكرار رمز a اقل من عدد مرات تكرار الرمز c عليه من المعادلة السابقة نلاحظ ان هذا الشرط يجب ان يحقق الشرط التالي:

$$\big(p + (r + l)(k - 1)\big) < p + 1$$

كما نذكر ان من شروط التجزئة $(r + l) \neq 0$

عند التعويض عن $k = 2$ نلاحظ ان هذا الشرط لا يتحقق حيث

$$\big(p + (r + l)(k - 1)\big) < p + 1$$
$$\big(p + (r + l)(2 - 1)\big) < p + 1$$
$$\big(p + (r + l)\big) < p + 1$$

وحيث ان $(r + l) \neq 0$ إذن هذه السلسلة عند ضخها بقيمة $k \geq 2$ ينتج عنها سلسلة لا تنتمي الى اللغة L وعليه اللغة ليست لغة خارج السياق حيث هذا تناقض مع الفرضية في الخطوة رقم 1.

سؤال رقم 5(الأخير): **(5 درجات)**

حول القاعدة خرج السياق التالية الى اوتومات منتهية لا حتمية بمكدس

$$S \to aSA \mid bSB \mid aA \mid bB$$
$$A \to a$$
$$B \to b$$

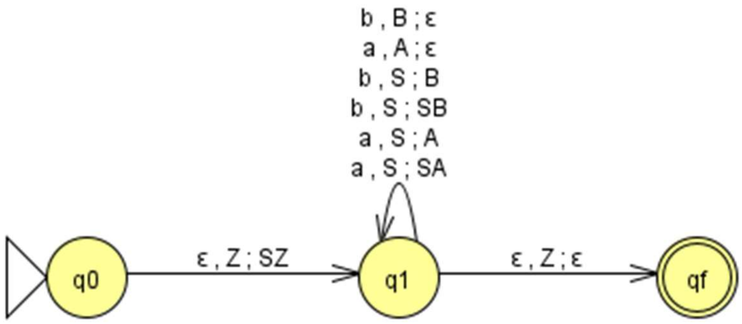
الحل

نلاحظ ان القواعد على صيغة قريباغ عليه يمكن تطبيق خطوات تحويل القواعد الى اوتوماتا منتهية لا حتمية بكدس كالتالي:

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F) = (\{q_0, q_1, q_f\}, \{a, b\}, \{S, A, B, z\}, q_0, z, \{q_f\})$$

من خطوات تحويل القاعدة الى PDA تكون δ كالتالي:

$$\delta(q_0, \varepsilon, z) = (q_1, Sz)$$
$$\delta(q_1, a, S) = (q_1, SA)$$
$$\delta(q_1, b, S) = (q_1, SB)$$
$$\delta(q_1, a, S) = (q_1, A)$$
$$\delta(q_1, b, S) = (q_1, B)$$
$$\delta(q_1, a, A) = (q_1, \varepsilon)$$
$$\delta(q_1, b, B) = (q_1, \varepsilon)$$
$$\delta(q_1, \varepsilon, z) = (q_f, \varepsilon)$$



تمنياتي للجميع بالتوفيق