5- MA’RUZA MASHG‘ULOTI

Mavzu: Planetalarning konfiguratsiyalari, siderik va sinodik davrlari. Keplerning umumlashgan qonunlari

Reja:

1. Planetalarning konfiguratsiyalari, siderik va sinodik davrlari.
2. Keplerning umumlashgan qonunlari.
3. Keplerning III qonunini Nyuton tomonidan umumlashtirilgan ko‘rinishi.

MASHG‘ULOTNING MAQSADI:

Planetalarning ko‘rinish shartlarini belgilash uchun ularning Quyoshga nisbatan ma’lum holatlarini (konfiguratsiyalarini) o‘quvchilarga tushuntirish vash u asosda ularga planetalarning siderik va sinodik davrlari haqida tushunchalarni shakllantirish. Keplerning osmon mexanikasi muhim o‘rin tutgan umumlashgan qonunlari bilan o‘quvchilarni tanishtirish.

Tayanch tushunchalar: Konfiguratsiya, qo‘shilish, elongasiya, qarama-qarshi turish, kvadratura, perigeliy, afeliy, katta yarim o‘q.

MAVZUNING QISQACHA MAZMUNI

Planetalarning konfiguratsiyalari, siderik va sinodik davrlari.

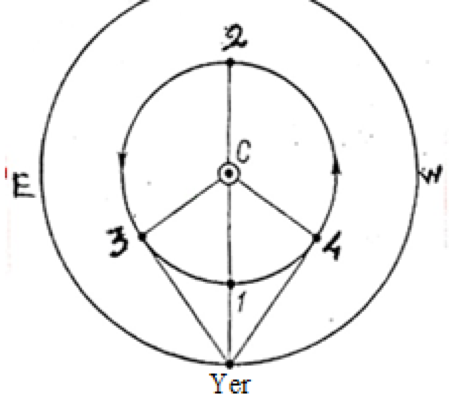
Quyosh atrofida harakatlanayotgan planetalarning yulduzlar fonidagi siljishlari harakatlanayotgan Yerdan kuzatilgani tufayli murakkab ko‘rinish kasb etadi. Planetalarning Yerdan qaraganda, Quyoshga nisbatan egallagan alohida vaziyatlari ularning konfiguratsiyalari deyiladi.

Planetaning siderik davri (T_{pl}) deb, uning Quyosh atrofida ma’lum bir yulduzga nisbatan to‘la aylanib chiqishi uchun ketgan vaqtga aytiladi. Planetaning sinodik davri (S) deb, uning bir xil konfiguratsion vaziyatlarining, ya’ni planetaning Quyosh va Yerga nisbatan qabul qilingan ma’lum vaziyatlarining (planetalarning qo‘shilishi, elongasiyalari, va qarama-qarshi turishlari) biridan ikki marta ketma-ket o‘tishi uchun zarur bo‘lgan vaqt oralig‘iga aytiladi. Planetaning sinodik davri S Yerning harakati bilan bog‘liq bo‘lib, Yerning siderik davri $T_{\oplus}$ va planetaning siderik davri T_{pl} bilan quyidagicha bog‘liq:

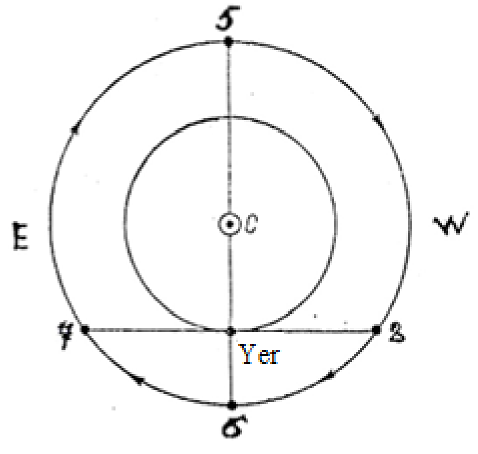
$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T_{пл}}, \qquad \text{tashqi planetalar uchun}$$

yoki

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{пл}} - \frac{1}{T_{\oplus}}, \qquad \text{ichki planetalar uchun.}$$



Ichki planetalarning konfiguratsion vaziyati



Tashqi planetalarning konfiguratsion vaziyati

Keplerning umumlashgan qonunlari

Birinchi qonun: Barcha planetalar, Quyosh atrofida ellips bo‘ylab harakatlanadilar. Ellipsning fokuslaridan birida Quyosh yotadi. Planetalarning orbitalari aylanadan ko‘p farq qilmay, ellipslarning ekssentrisitetlari ye $\left(OF_1 / O\Pi\right)$ nolga yaqin bo‘ladi (aylananing ekssentrisiteti ye=0 bo‘ladi).

Keplerning birinchi qonuniga ko‘ra, Quyosh F_1 da yotib, orbitadagi P nuqta uning *perigeliyi*, A nuqta esa *afeliyi* deyiladi. OA=OP=a orbitaning katta yarim o‘qi deyiladi. Perigeliyda planetaning Quyoshdan uzoqligi $q = a(1-e)$, afeliyda esa $Q = a(1+e)$ ifodadan topiladi. Orbitaning ixtiyoriy nuqtasi (K) ni ellipsning fokusidagi (F_1) Quyosh bilan tutashtirilgan kesmasi – orbitaning radius-vektori r deb ataladi. Orbitaning katta yarim o‘qi, perigeliy va afeliyning uzoqliklari (q, Q) orqali quyidagicha topiladi:

$$a = \frac{Q+q}{2}$$

Ikkinchi qonun: Planetaning radius-vektori teng vaqtlar ichida teng yuzalar chizadi.

Perigeliy yaqinida planeta radius-vektorining Δt Vaqtda chizgan yuzasi CK_1K_2, shunday vaqt ichida afeliy yaqinida chizgan CK_3K_4 yuzaga tengligidan, bu davrlarda planetalarning perigeliy va afeliy yaqinida utgan yo‘llari, mos ravishda, K_1K_2 va K_3K_4 bo‘ladi. q<Q bo‘lishiga qaramay, yuzalar tengligidan $K_1K_2 > K_3K_4$ bo‘lishi ayon bo‘ladi. Bu yoylarni planeta bir xil Δt vaqt ichida o‘tganidan, uning ellips bo‘ylab harakati notekis kechishi, aniqrog‘i – perigeliy yaqinida u tezroq, afeliy yaqinida esa sekinroq yurishi ma’lum bo‘ladi.

Planetalarning perigeliy yaqinidagi tezligi $\upsilon_\pi = \upsilon_{yp}\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$, afeliy yaqinidagisi esa $\upsilon_a = \upsilon_{yp}\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$ ifodalardan topiladi, bu yerda ϑ_{yp} - planetaning orbita bo‘ylab o‘rtacha yoki radiusi r=*a* aylana bo‘ylab tezligi.

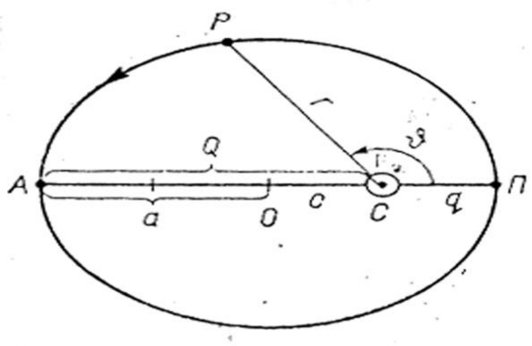
Keplerning uchinchi qonuni: Ixtiyoriy ikki planeta siderik (haqiqiy) davrlari kvadratlarining nisbati, katta yarim o‘qlari kublarining nisbatiga teng, ya’ni

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3},$$

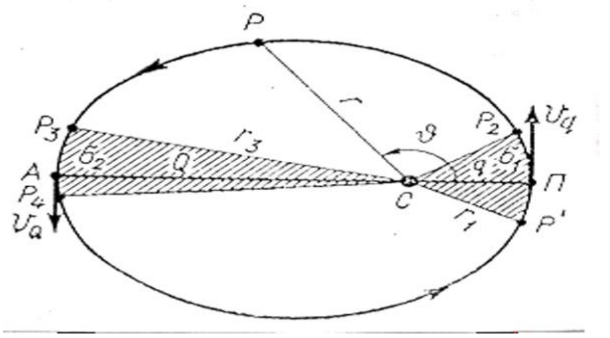
bu yerda T_1 va T_2 - planetalar siderik davrlarini, a_1 va a_2 lar esa ularning orbitalarining katta yarim o‘qlarini ifodalaydi.

Agar ikkinchi planeta uchun Yer olinib, $T_2 = T_\oplus = 1$ yil, $a_2 = a_\oplus = 1$ a.b. ekanligi e’tiborga olinsa, ixtiyoriy planetaning *yillarda* ifodalangan davri T, uning *astronomik birlik*larda ifodalangan katta yarim o‘qi bilan quyidagicha bog‘lanadi:

$$T = \sqrt{a^3}$$



Keplerning birinchi qonuni ifodalovchi chizma



Keplerning ikkinchi qonuni ifodalovchi chizma

Keplerning III qonunini Nyuton tomonidan umumlashtirilgan ko'rinishi

Quyoshdan r masofada, uning atrofida ω burchak tezlik bilan harakatlanayotgan planetaning tezlanishi:

$$a = \frac{4\pi^2}{T^2} r \tag{1}$$

ko'rinishni oladi.

Endi M massali markaziy jism (misolimizda – Quyosh) atrofida aylanayotgan m massali jismning (planeta) nisbiy tezlanishi:

$$a_{нисб} = G\frac{M+m}{r^2} \tag{2}$$

bo'lib, a va $a_{нисб}$ tezlanishlar, aslida bir tezlanishning ikki xil ifodasi, binobarin $a = a_{нисб}$. Shuning uchun (9) ni (10) ga tenglab:

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{G(M+m)}{r^2} \tag{3}$$

yozish mumkin.

(11) dan ma'lum kattaliklarni barobarini bir tomonda qoldirsak:

$$\frac{T^2(M+m)}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G} = const \tag{4}$$

Agar jismning ellips bo'yicha harakatlanayapti deb qaralsa, r ni a - ellipsning katta yarim o'qi bilan almashtirish zarur bo'ladi, ya'ni

$$\frac{T^2(M+m)}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G} \tag{5}$$

Buni M_1 va M_2 jismlar atrofida, a_1 va a_2 katta yarim o'qli ellipslar bo'yicha harakatlanuvchi m_1 va m_2 massali jismlar uchun yozilsa:

$$\frac{T_1^2(M_1+m_1)}{a_1^3} = \frac{4\pi^2}{G} \quad \text{va} \quad \frac{T_2^2(M_2+m_2)}{a_2^3} = \frac{4\pi^2}{G} \tag{6}$$

bo'ladi, bu erda T_1 va T_2 ularning aylanish davrini xarakterlaydi. (14) dagi tenglamalarning o'ng tomonlari tengligidan chap tomonlarini ham tenglab yoza olamiz:

$$\frac{T_1^2(M_1+m_1)}{a_1^3} = \frac{T_2^2(M_2+m_2)}{a_2^3} \tag{7}$$

yoki

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}\cdot\frac{M_1+m_1}{M_2+m_2}=\frac{a_1^3}{a_2^3} \quad (8)$$

(16) ifoda Kepler uchinchi qonunining Nyuton tomonidan aniqlashtarilgan ko‘rinishini ifodalaydi. Xususiy holda m_1 va m_2 jismlarni Quyosh atrofida aylanuvchi planetalar deb qaralsa, $M_1 = M_2 = M_\Theta$ - Quyosh massasini ifodalab, (16) tenglamani ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}\cdot\frac{M_\Theta+m_1}{M_\Theta+m_2}=\frac{a_1^3}{a_2^3} \quad (9)$$

Agar (17) da m_1 va m_2 lar Quyosh massasi oldida juda kichikligidan, tashlab yuborilsa ($m_1 \cong m_2 = 0$) u:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}\cdot=\frac{a_1^3}{a_2^3} \quad (10)$$

teng bo‘lib, Kepler tomonidan aniqlangan formulaga erishamiz.

13.2.1. Kepler qonunlari*

Jon Kepler Tixo Brage tomonidan o‘rganilgan sayyoralar holatlari haqida ma’lumot to‘plab 3 ta qonun yaratdi va bu qonunlar uning nomi bilan atalgan.

1.Har bir sayyora orbitasi ellips shaklida va bu ellipsning markazlaridan birida Quyosh joylashgan.

2.Har bir sayyoralar uchun tarqalish maydoni teng emas, vaqti tengdir.

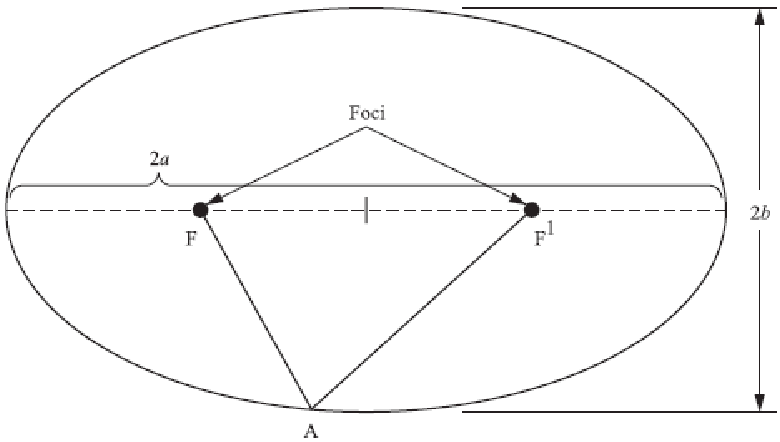
3.Planeta orbitalarining yarim o‘qlarining kublari, ularning aylanish davrlarining kvadratiga proporsional.

Keplerning 1-qonuni bizga sayyoralar orbitasi shaklini va ular ichida Quyoshning vaziyatini tushuntirib beradi.

Keplerning 2-qonuni sayyoralarning burchak tezligi qanchaligini uning Quyoshdan qanday masofada ekanligini tushuntiradi.

Keplerning 3-qonuni sistemadagi turli hajmdagi orbitalarni, sayyoralarni orbitada aylanish davrini tushuntiradi.

Ayni vaqtda ushbu qonunlar ishonchli kuzatish materiallariga asoslangan. Daniyalik astronom Tixo Brage o‘z zamonasining teleskopida ishlagan.Uning kuzatishlari yuqori aniqlikda edi. Kepler qonunlari faqat Quyosh atrofidagi planetalargagina tegishli emas, balki ularning yo‘ldoshlari harakatiga ham tegishlidir. [165-bet][1]



[1] *A.E.Roy and D.Clarke Astronomy Principles and practice 2000 y.

1-rasm. Ellips. Jismning orbita bo‘ylab harakati tasvirlangan, Quyosh ellips fokuslarini birida joylashgan.[2]

Yoritgichlarning sutkalik gorizontal paralliksini hisoblash

Oldingi paragrafdan ma’lum bo‘lishicha, yoritgichlarning gorizontal parallakslarini Yerdan turib topish mumkin bo‘lsa, u holda ulargacha masofani u yerda keltirilgan formula yordamida oson aniqlasa bo‘lar ekan. Shunga e’tiboran, yoritgichning sutkalik parallaksini qanday topish mumkinligi ustida to‘xtaymiz.

Yer shari ixtiyoriy meridianining ikki –A va B nuqtalaridan turib ikki kuzatuvchi Quyosh sistemasiga kiruvchi ma’lum M yoritgichning kulminasiyasini kuzatayotgan bo‘lsin. U holda, bu kuzatuvchilarga mazkur yoritgich yulduzlar orasida, mos ravishda, $M_1'\ (\alpha_1\delta)_1$ va $M_2'\ (\alpha_{2,}\delta_2)$ nuqtalarda ko‘rinadi. Chizmada hosil bo‘lgan EAMB to‘rtburchak burchaklari uchun:

$$360^\circ = \angle AEB + \angle EAM + \angle AMB + \angle MBE \quad \angle AEB = \varphi_A - \varphi_B;$$

$$\angle EAM=180^\circ\text{-}z_A;\ \angle AMB=p_A\text{-}p_B;\ \angle MBE=180^\circ\text{+}z_V$$

ekanligidan yoza olamiz:

$$360^\circ = \varphi_A - \varphi_B + 180^\circ - z_A + p_A - p_B + 180^\circ - z_B$$

yoki

$$p_A\text{-}p_B=(\varphi_A\text{-}z_A)\text{-}(\varphi_V\text{-}z_V)$$

bo‘ladi.

Yoritgichning p_A va p_B parallakslarini uning sutkalik gorizontal parallaksi p_0 orqali ifodalab:

$$p_A=r_0 sinz_a; \qquad p_B=p_0 sinz_B,$$

kulminasiyadagi yoritgich uchun φ_A-z_A=δ_1; φ_V-z_B=δ_2 ekanligini e’tiborga olsak, yuqoridagi tenglama

$$r_0\sin(\varphi_A\text{-}\delta_1)\text{-}p\ \sin(\varphi_B\text{-}\delta_2)=\delta_1\text{-}\delta_2$$

yoki

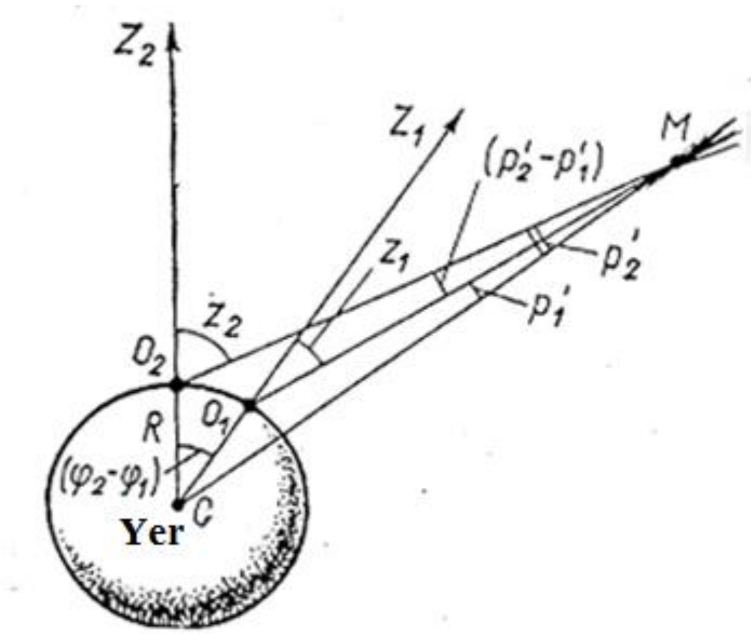
$$p_0[\sin(\varphi_A\text{-}\delta_1)\text{-}\sin(\varphi_B\text{-}\delta_2)]=\ \delta_1\text{-}\delta_2$$

ko‘rinishini oladi. Bu yerdan r_0 ni topsak:

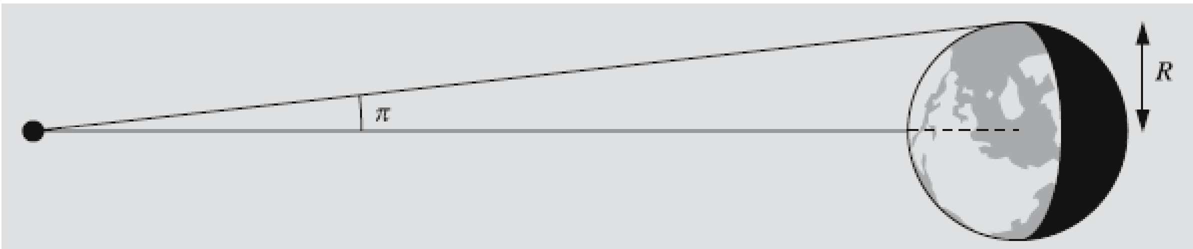
$$p_0 = \frac{\delta_1 - \delta_2}{\sin(\varphi_a - \delta_1) - \sin(\varphi_b - \delta_2)}$$

bo‘ladi.

[2] STACY E. PALEN Theory and Problems of Astronomy 2000 y.



1-rasm. Yerdan turib ixtiyoriy M yorigitgichning parallaksini hisoblashni chizmadagi ko‘rinishi



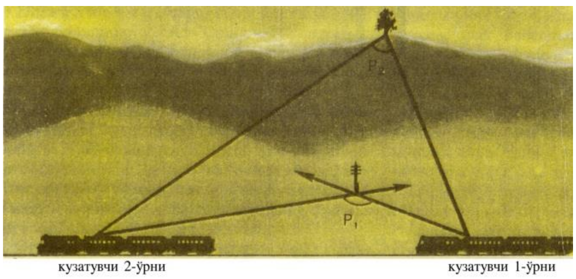
2-rasm. π gorizontal parallax deb Yer ekvatorial radiusini Yerdan jismgacha bo‘lgan masofanga nisbatiga aytiladi. [23-bet][3]

Quyosh sistemasi jismlarigacha bo‘lgan masofalarni aniqlash

Quyosh sistemasiga kiruvchi jismlargacha (planetalar, Oy, mayda planetalar va hokazo) masofalar trigonometrik parallaks deyiluvchi metod yordamida topiladi.

Biz geometriya kursida, borib bo‘lmaydigan nuqtalargacha masofani aniqlash bo‘yicha qo‘llagan metodimizni esga olaylik. 2-rasmda poezda ketayotgan kuzatuvchining 2 holati (rasmda 1- va 2- o‘rni deyilib ko‘rsatilgan) uchun simyog‘och va undan naridagi daraxtning R_1 va R_2 parallakslari berilgan. Ulardan ko‘rinishicha bunda jism kuzatuvchidan qancha narida bo‘lsa, uning parallaksi shuncha kichik bo‘lishi ma’lum bo‘ladi.

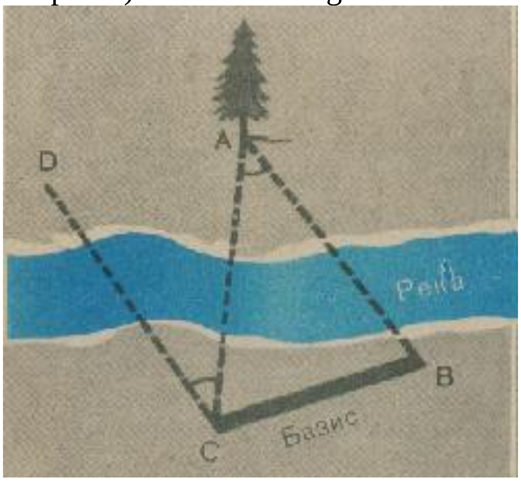
Endi jismning parallaktik siljish hodisasiga tayanib, 1 – rasmga ko‘ra, biror *S* nuqtada turgan kuzatuvchi, o‘tib bo‘lmaydigan daryoning narigi qirg‘og‘ida joylashgan *A* daraxtgacha masofani topishi kerak bo‘lsin.



2-rasm.Ikki nuqtadan qaralganda jismning parallaktik siljishi.

[3] H. Karttunen, P. Kruger, H. Oja, M. Poutanen, K. J. Donner (Eds.) Fundamental Astronomy. Springer-Verlag Berlin Heidelberg -2007

Buning uchun daryoning biz turgan tomonida biror *S* nuqtani olib, *VS* ning uzunligini katta aniqlik bilan o‘lchaymiz. Bu kesmaning uchlaridan *A* daraxtga qarasak, unga tomon yo‘nalishlarning (*AV* va *AS*) kuzatuvchining *V* dan *S* ga siljishiga mos ravishda siljishiga guvoh bo‘lamiz. Qaralayotgan ob’ektga tomon yo‘nalishning, kuzatuvchining siljishiga mos ravishda bu xilda siljishi, parallaktik siljish deyiladi. *VS* masofa esa bazis deyiladi. Bazisning ma’lum uzunligi va uning uchlaridan ob’ektga tomon yo‘nalishlar bilan hosil qilgan *V* va *S* burchaklarga (o‘lchashlar asosida ular oson topiladi) ko‘ra *A* daraxtgacha masofa aniqlanadi.



3 – rasm.Er sirtida borib bo‘lmaydigan ob’ektgacha masofani hisoblash usuli.

1.Osmon jismlarigacha masofalarni aniqlash usuli ham mohiyati jihatidan maktab geometriya kursida qaralgan, borib bo‘lmaydigan ob’ektlargacha masofani o‘lchash usuliga juda o‘xshaydi. Faqat bu o‘rinda bazis sifatida Erning katta o‘lchamlari (radiusi yoki diametri) olinadi.Xususan Quyosh jismlarigacha masofalarni aniqlash, ularning gorizontal parallakslarini topish orqali bajariladi. Darvoqe, 1–rasmga ko‘ra, Er markazidan *gorizontal sutkalik parallaksi* p_0 bo‘lgan *M* osmon jismigacha masofa, to‘g‘ri burchakli uchburchak EKM dan

$$\frac{R_\oplus}{l} = \sin p_0 \quad \text{yoki} \quad l = \frac{R_\oplus}{\sin p_0}$$

orqali topiladi, bu erda p_0–odatda yoy sekundlarida ifodalanishini (Oydan boshqa osmon jismlari uchun) e’tiborga olsak:

$$\sin p''_{0''} = p_0 \sin 1'' = \frac{1}{206265} p''$$

bo‘ladi. Bu ifodaning qiymatini oldingi tenglamaga quyib, yoritgichgacha masofa

$$l = \frac{206265 R_\oplus}{p_0}$$

ifoda orqali topish mumkinligini aniqlaymiz.

Bu formula yordamida faqat Quyosh sitemasiga tegishli osmon jismlarigacha bo‘lgan masofalarnigina hisoblash mumkin. Quyosh sistemasidan juda katta masofada yotgan osmon jismlari, jumladan, yulduzlargacha bo‘lgan masofalarda, osmon jismlarining sutkalik parallaks burchaklarini o‘lchashning iloji yo‘q, chunki bunday katta masofalar oldida bazis sifatida qaralayotgan Yer diametri hisobga olmaslik darajada kichikdir.

2.Ayni paytda Quyosh sistemasiga kiruvchi osmon jismlarigacha masofa radiolokatsion yo‘l bilan ham topiladi. Buning uchun o‘ta qisqa impulsli radiosignal osmon jismiga borib qaytib kelguncha ketgan vaqt *t* ni aniq belgilash zarur bo‘ladi. U holda $\frac{2l}{t} = c$ ligidan (bu erda *s*–yorug‘lik tezligi), $l = \frac{ct}{2}$ ifoda yoritgichgacha masofani belgilaydi.

Astronomiyada uzunlik o‘lchov birliklari

Quyosh sistemasi chegarasida uzunlikning asosiy o‘lchov birligi qilib 1 *astronomik birlik (a.b.)* olinadi.

1 a.b. =149,6 million kilometr.

Yulduzlar orasidagi masofa, yulduz to‘dalari, galaktikalarning o‘lchamlarini ifodalashda esa, *1 yorug‘lik yili (yo.y.)* yoki *parsek (pk)* deyiluvchi o‘lchov birliklari ishlatiladi.

Yorug‘lik yili deganda, tezligi sekundiga 300 000 km bo‘lgan yorug‘likning bir yilda bosib o‘tgan yo‘li tushuniladi, kilometrlarda ifodalanganda u $9{,}6 \cdot 10^{12}$ *км* ni tashkil etadi.

1 parsek esa 3,26 yorug‘lik yiliga, yoki 206265 astronomik birlikka tengdir. 1 parsek masofadan turib, Quyoshga qaralsa, Yer orbitasining o‘rtacha radiusi 1 sekundli burchak ostida ko‘rinadi. Boshqacha aytganda, bunday masofadagi yoritgichning yillik paralaksi $\pi = 1''$ ga teng bo‘ladi. SHu boisdan bunday masofa parsek («parallaks» va «sekund» so‘zlaridan olingan) deb yuritiladi. Uzunlikning bulardan katta birliklari 1 *kiloparsek* (Kpk=10^3 pk) va 1 *megaparsek* (Mpk =10^6 pk) lardir.

Xalqaro astronomik birliklar jadvali [221-bet][4]

Belgilanishi	Son qiymati	Nomlanishi
Nm	1x10^{-9} m	nanometer, uzunlik
Mm	1x10^{-6} m	mikrometer, uzunlik
Sm	1x10^{-2} m	santimeter, uzunlik
M	1 m—3,28 feet	meter, uzunlik
Km	1x10^{3} m	kilometer, uzunlik
a.b	1,496x10^{11} m	astronomik birlik, uzunlik
yo.y	9,4605 x10^{15} m	yorug‘lik yili, uzunlik
Pk	3,0857 x10^{16} m; 3,26 yo.y; 206265 a.b	parsek, uzunlik
Mpk	1x10^{6} pk	megaparsek, uzunlik
Yil	3,16 x10^{7} s	yil, vaqt
M_{Earth}	5,9742 x10^{24} kg	Yer massasi
M_{Sun}	1,9891 x10^{30} kg	Quyosh massasi
R_{Earth}	6,378x10^{6} m	Yer radiusi
R_{Sun}	6,9599x10^{8} m	Quyosh radiusi

[4] H. Karttunen, P. Krцger, H. Oja, M. Poutanen, K. J. Donner (Eds.) Fundamental Astronomy. Springer-Verlag Berlin Heidelberg -2007

Butun Olam tortishish qonuni

Kepler qonunlari faqat planetalarninggina harakatiga tegishli bo‘lmay, ularni tabiiy va sun’iy yo‘ldoshlarga ham qo‘llasa bo‘ladigan qonunlardir.

Kepler qonunlarining kashf etilishi, Quyosh sistemasiga aloqador barcha osmon jismlarining harakatlariga oid qonuniyatlarni ochishga imkon yaratib, Nyuton tomonidan planetalarning harakatlarini boshqaruvchi kuchni aniqlanishiga olib keldi. Ana shunday qonunlardan biri Nyuton tomonidan 1687 yilda kashf etilgan - Butun Olam tortishishi qonuni sizga fizika kursidan ma’lum:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

bu yerda m_1- va m_2- ixtiyoriy ikki jismning massasini, r- ular orasidagi masofani ifodalaydi, G - gravitasion doimiylik ($G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} H \cdot м^2 / кг^2$). Keyinroq Nyuton, matematik yo‘l bilan Keplerning barcha qonunlarini keltirib chiqardi.

Tortishish (gravitasiya) kuchi ta’sirida bir jism boshqa biri atrofida aylana, ellips, parabola yoki giperbola ko‘rinishidagi traektoriyalar bo‘yicha harakat qilishi ham Nyuton tomonidan aniqlandi va u Kepler birinchi qonunining umumlashgan ko‘rinishi deb nom oldi.

Ahamiyatli joyi shundaki, bu qonun faqat planetalar harakatiga taaluqli bo‘lmay, balki barcha tabiiy va sun’iy jismlarning harakati ham unga bo‘ysunadi.

Massasi *t* bo‘lgan jismning markaziy *M* massali jism tortishish maydonidagi harakati katta yarim o‘qi *a* bo‘lgan orbita bo‘ylab kuzatilayotgan bo‘lsa (44 – rasm), u holda bu jismning markaziy jismdan *r* masofada bo‘lgan paytdagi tezligi quyidagicha topiladi:

$$\upsilon^2 = \gamma(M + m)\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$$

bu yerda γ - gravitasiya doimiysi. Bu formula ba’zan energiya integrali deb ham yuritiladi.

Agar *t* moddiy nuqta markaziy jism atrofida aylana bo‘ylab harakatlansa, r = a bo‘lganidan, doiraviy tezlik kattaligi

$$\upsilon^2 = \gamma(M + m)\frac{1}{r}$$

yoki

$$\upsilon = \sqrt{\gamma\frac{M + m}{r}}$$

bo‘ladi.

Agar *t* massali jism parabola bo‘ylab harakatlansa, u holda $a = \infty$ bo‘lib, aniqlangan tezlik parabolik tezlik deb yuritiladi:

$$\upsilon_n = \sqrt{\gamma\frac{2M}{r}}$$

yoki

$$\upsilon = \sqrt{2}\upsilon_0$$

Tezlik elliptik orbita bo‘ylab harakatda $0 < \upsilon_{el} < \upsilon_{par}$ oraliqdagi qiymatlarga, giperbolik orbita bo‘ylab harakatda esa $\upsilon_{gip} > \upsilon_{par}$ qiymatlarga ega bo‘ladi.

Yer sun’iy yo‘ldoshlari orbitaga ko‘p bosqichli raketalar yordamida chiqarilib, oxirgi bosqichning yo‘ldoshga beradigan tezligi ma’lum balandlikda υ_a aylanma tezlik kattaligiga teng bo‘lsa, u yer atrofida aylana bo‘ylab harakatlanadi.

Agar yo‘ldosh olgan tezlik aylanma tezlikdan kichik bo‘lib, yetarlicha katta balandlikda radius-vektorga tik yo‘nalishda berilgan bo‘lsa, bunday yo‘ldosh Yer atrofida ellips bo‘ylab harakatlanadi. Bu holda yo‘ldoshning orbitaga chiqish nuqtasi apogeyga mos keladi.

Agar sun’iy yo‘ldosh υ_a aylanma tezlikdan katta tezlik bilan orbitaga chiqarilsa, uning orbitaga chiqish nuqtasi perigeyga to‘g‘ri kelib, bu holda ham orbita ko‘rinishi ellipsdan iborat bo‘ladi.

Sun’iy yo‘ldoshlarning massasi Yer massasi $M_\otimes$ dan hisobga olmaslik darajada kichik (ya’ni $m << M_\otimes$) bo‘lganidan, doiraviy orbita bo‘ylab harakatdagi tezlik quyidagi ifoda orqali topiladi:

$$\upsilon_a = \sqrt{\gamma\frac{M}{R+h}} \qquad \text{yoki} \quad \upsilon_a = \sqrt{\frac{gR}{R+h}}$$

bu yerda $R_\otimes$ - Yerning radiusi, h — yo‘ldoshning Yer sirtidan uchish balandligi.

Yer sirti yaqinida ($h \to 0$) doiraviy orbita bo‘ylab harakatlanayotgan sun’iy yo‘ldosh uchun

$$R_\oplus = 6{,}370 \cdot 10^6\, м \text{ va } g = 9{,}81 \text{ m/s}^2$$

bo‘lganidan doiraviy tezlik, kattaligi

$$\upsilon_{1k} = 7{,}91 \text{ km/s}$$

ga teng bo‘ladi. Sun’iy yo‘ldoshlar uchun tezlikning bu kattaligi birinchi kosmik tezlik deb yuritiladi.

Biroq, Yer qalin atmosfera bilan qoplanganligi tufayli, uning sirti yaqinida harakatlanadigan sun’iy yo‘ldosh uchirishning imkoni yo‘q. Shuning uchun ham Yer sun’iy yo‘ldoshlari ma’lum balandlikdan (h=150 km) yuqorida uchiriladi. Ma’lum h balandlikda υ_g doiraviy tezlik υ_{1k} birinchi kosmik tezlikdan bir oz kichik bo‘lib, kuyidagi ifodadan topiladi:

$$\upsilon_a' = \upsilon_{1к}\sqrt{\frac{R}{R+h}} = 7{,}91\sqrt{\frac{R}{R+h}}$$

Gorizontal yo‘nalishda uchirilgan sun’iy yo‘ldosh orbitasining ye ekssentrisiteti

$$e = 1 - \frac{q}{a}$$

tenglikdan topiladi, bu yerda q perigeygacha bo‘lgan (Yer markazidan hisoblaganda) masofani xarakterlaydi.

Sun’iy yo‘ldoshning orbita elementlari uchirish joyi, uchirish vaqti, boshlang‘ich tezlikning kattaligi va yo‘nalishi bilan bevosita bog‘liq bo‘ladi.

Yer sun’iy yo‘ldoshi elliptik orbitasining Yer ekvatoriga nisbatan taxminiy joylashuvi 45 – rasmda ko‘rsatilgan. Bu rasmda i - yo‘ldosh orbitasi tekisligining Yer ekvatori tekisligiga og‘maligi, ☊- orbitaning ko‘tarilish tuguni, - orbitaning tushish tuguni, P — yo‘ldosh orbitasining perigeyi, A — yo‘ldosh orbitasining apogeyi, ♈- bahorgi tengkunlik nuqtasi, Ω - ko‘tarilish tugunining to‘g‘ri chiqishi, ω - perigeyning ko‘tarilish tugunidan burchak uzoqligi.

Sun’iy yuldoshning Yer atrofida aylanish davri Keplerning uchinchi konunidan foydalanib quyidagicha topiladi:

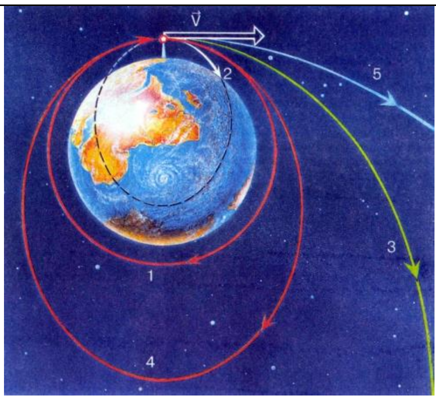
$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\gamma M}} a^{3/2}$$

yoki

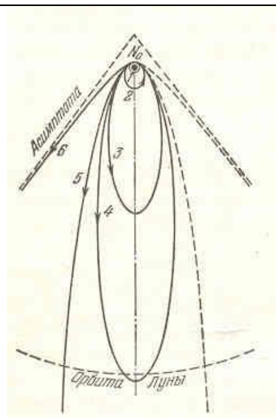
$$T = \frac{2\pi}{R\sqrt{g}} a^{3/2}$$

Agar a ni santimetrlarda ifodalab, R =6370 km va $g_\otimes = 9{,}81 \text{m/s}^2$ ekanligi e’tiborga olinsa, yo‘ldoshning minutlarda ifodalangan aylanish davri ushbu formula yordamida oson topiladi:

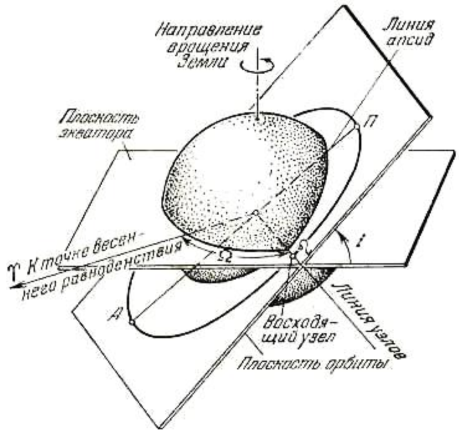
$$T = 1{,}695 \cdot 10^{-4} \cdot a^{3/2}\, мин$$



1-rasm

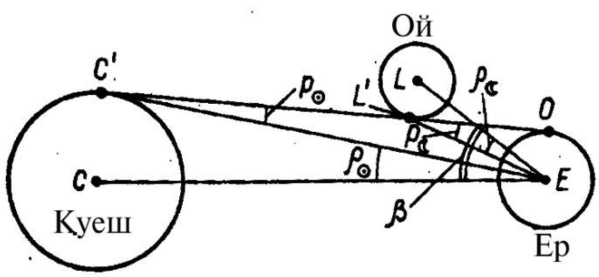


2-rasm

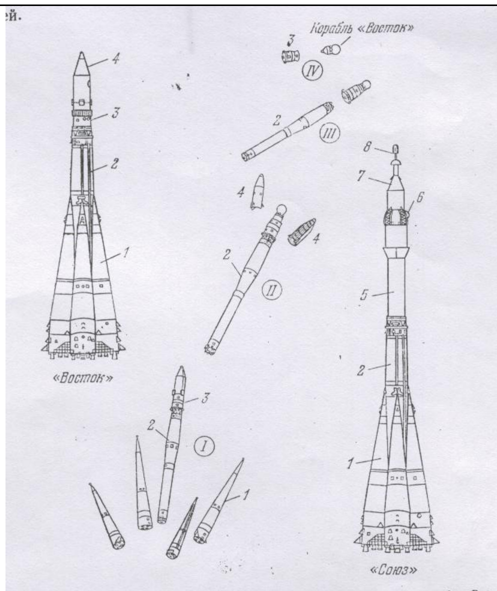


3-rasm

4-rasm



5-rasm



6-rasm

Quyosh sistemasi jismlarining massalarini hisoblash

Osmon jismlarining asosiy fizik xarakteristikalaridan biri - ularning massalarini aniqlashda, Keplerning Nyuton tomonidan umumlashtirilgan (yoki aniqlashtirilgan) ushbu III qonunidan foydalaniladi:

$$\frac{T_1}{T_2}\cdot\frac{M_\Theta + m_1}{M_\Theta + m_2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \qquad (1)$$

bu yerda T_1 va T_2 - Quyosh atrofida aylanuvchi ixtiyoriy ikki planetaning siderik yoki yulduz davrlari (ya'ni Quyosh atrofida haqiqiy aylanish davrlari), $M_{\odot}$ - Quyosh massasini, m_1 va m_2 -

eslatilgan usha ikki planetaning massalari, a_1 va a_2 lar esa, ularning orbitalari katta yarim o‘qlarini xarakterlaydi.

Bevosita o‘lchashlar asosida planetamiz – Yerning massasini topish mumkin. Biroq, boshqa biror planetaning massasini aniqlash uchun esa, Keplerning aniqlashtirilgan III qonunidan foydalaniladi. Bunda topilishi mo‘ljallangan planetaning yo‘ldoshi bilan Yer yo‘ldoshining harakati (davrlari va orbitalarining katta yarim o‘qlari) solishtiriladi, ya’ni

$$\frac{T_1^2}{T_c^2} \cdot \frac{M + m_1}{M_\oplus + m_c} = \frac{a_1^3}{a_c^3} \qquad (2)$$

bu yerda M ixtiyoriy planeta massasini, $M\oplus$ – Yer massasini, T_1 va T_s – mos ravishda, planetaning yo‘ldoshi va Yer sun’iy yo‘ldoshining aylanish davrlarini, m_1 va m_c - planeta yo‘ldoshi va Yer cun’iy yo‘ldoshi massalarini, a_1 va a_s esa, mos ravishda, planetaning yo‘ldoshi va Yer sun’iy yo‘ldoshi orbitalari katta yarim o‘qlarini xarakterlaydi.

Odatda planetalar massalariga nisbatan, ularning yo‘ldosh lari juda kichik bo‘lganidan (Yer va uning tabiiy yo‘ldoshi Oy bundan mustasno), $m_1 << M$; $m_s << M_\oplus$ bo‘ladi,bu yerda m_s–Yerning sun’iy yo‘ldoshining massasini bildiradi, u holda (2) formuladan planeta massasi

$$\frac{T_1^2}{T_c^2} \cdot \frac{M}{M_\oplus} = \frac{a_1^3}{a_c^3} \qquad (2')$$

$$M = \frac{a_1^3}{a_c^3} \cdot \frac{T_c^2}{T_1^2} M_\oplus \qquad (3)$$

(3) ifodadan topiladi.

Endi Keplerning umumlashgan III qonunini M Quyosh va $m_\oplus$ Yer hamda Yer va uning sun’iy yo‘ldoshi m_s juftliklari uchun yozaylik:

$$\frac{T_\oplus^2}{T_c^2} \cdot \frac{M + m_\oplus}{M_\oplus + m_c} = \frac{a_\oplus^3}{a_c^3}$$

tenglikning chap tomoni surat va maxrajini $m_\oplus$ ga bo‘lsak,

$$\frac{T_\oplus^2}{T_c^2} \cdot \frac{M / m_\oplus + 1}{1 + m_c / m_\oplus} = \frac{a_\oplus^3}{a_c^3}$$

tenglikka erishamiz. Bu yerda $m_c / m_\oplus <<1$ ligini e’tiborga olib, $m_\oplus = 1$ desak

$$M + 1 = \frac{a_\oplus^3}{a_c^3} \cdot \frac{T_c^2}{T_\oplus^2}$$

yoki

$$M = \frac{a_\oplus^3}{a_c^3} \cdot \frac{T_c^2}{T_\oplus^2} - 1$$

bo‘lib, u Yer massasi birligidagi Quyosh massasini ifodalaydi. Bu yerda M va $m_\oplus$ - Quyosh va Yerning massalarini, $T_\oplus$ va $a_\oplus$ - Yerning Quyosh atrofida aylanish davri va orbitasining katta yarim o‘qini, T_s va a_s lar esa, Yer sun’iy yo‘ldoshining davrini va orbitasi ning katta yarim o‘qini xarakterlaydi.