3- MA’RUZA MASHG‘ULOTI

Mavzu: Turli geografik kenglamalarda osmon sferasining sutkalik va yillik ko‘rinma aylanishi. Quyosh sutkalik harakatining yil davomida o‘zgarishini geografik kenglamaga bog‘liqligi

Reja:

1. Turli geografik kenglamalarda osmon sferasining sutkalik va yillik ko‘rinma aylanishi.
2. Quyosh sutkalik harakatining yil davomida o‘zgarishini geografik kenglamaga bog‘liqligi.

MASHG‘ULOTNING MAQSADI:

Talabalarga turli geografik kenglamalarda osmon sferasining sutkalik va yillik ko‘rinma aylanishi haqida ma’lumot berish. Quyosh sutkalik harakatining yil davomida o‘zgarishini geografik kenglamaga bog‘liqligini ilmiy mohiyatini talabalarga tushuntirish.

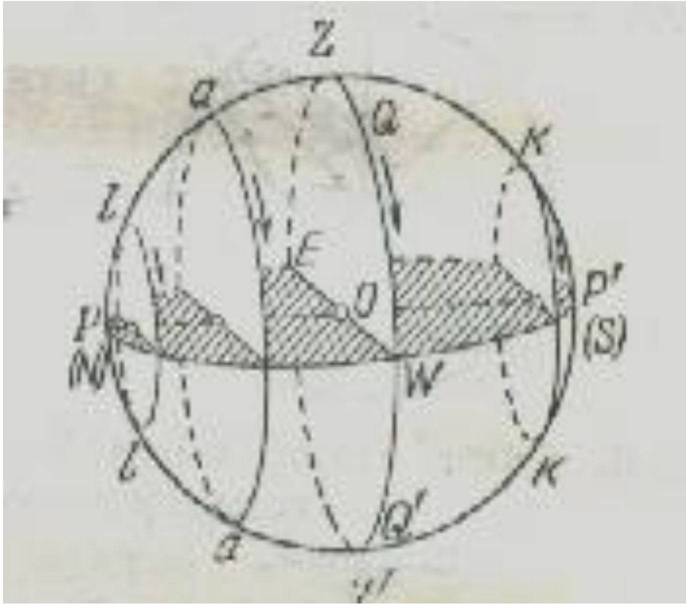
Tayanch tushunchalar: Geografik kenglama, sutkalik ko‘rinma aylanish, yillik ko‘rinma aylanish, Yer o‘qi, osmon ekvatori.

MAVZUNING QISQACHA MAZMUNI

Turli geografik kenglamalarda osmon sferasining sutkalik ko‘rinma aylanishi

Osmon sferasining sutkalik ko‘rinma aylanishi, Yerning o‘z o‘qi atrofida aylanishining natijasi bo‘lganidan, turli geografik kenglamalarda, osmon yoritgichlarining ko‘rinma aylanishi turlicha bo‘lishini tushunish qiyin emas. Tanlab olingan uch xil geografik kenglamada osmon sferasini aylanishini o‘rganish, bu hodisani turli kenglamalarda qanday kechishi haqida yetarlicha to‘la ma’lumot bera oladi.

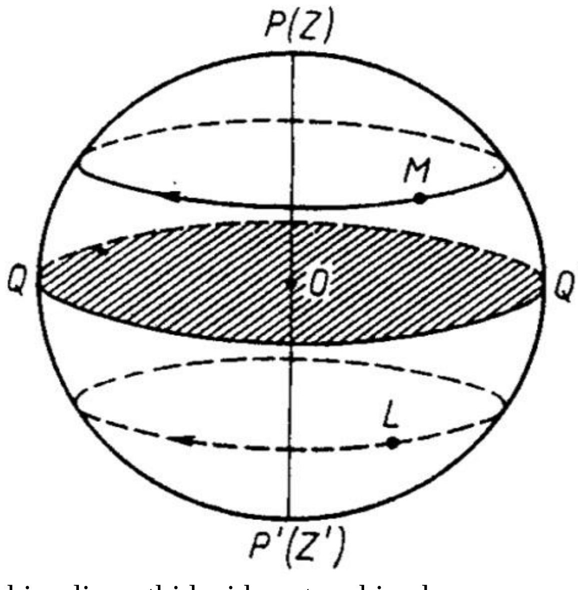
1-hol. Kuzatuvchi $\boldsymbol{\varphi=0^0}$ geografik kenglamada, ya’ni ekvatorda bo‘lsin. U holda Olam qutbining balandligi haqidagi teoremaga muvofiq, olam qutblari matematik gorizont bilan ustma-ust tushadi, chunki $h_p=\varphi = 0$. Olam o‘qi esa tush chizig‘i bo‘ylab yo‘naladi. Osmon ekvatori aylanasi tekisligi, olam o‘qiga tik bo‘lganidan zenit va nadir nuqtalari orqali o‘tadi. Yoritgichlarning sutkalik yo‘llari, ekvatorga parallel bo‘lgan sutkalik parallel aylanalari bo‘ylab kechganidan ular ham matematik gorizontga tik va u bilan teng ikkiga bo‘linadi (1-rasm). Bundan ko‘rinishicha, ekvatorda osmonning shimoliy va janubiy yarim sharidagi barcha yoritgichlarning gorizontni ustida va ostida bo‘lish vaqtlari o‘zaro teng bo‘ladi. Ularning meridiandagi balandliklari $h = 90^0 - |\delta|$ ga teng bo‘ladi. Ekvatordagi kuzatuvchi uchun barcha yoritgichlar chiqadi va botadi. Agar yoritgich ekvator bo‘ylab sutkalik ko‘rinma harakat qilsa, u zenit orqali o‘tadi.



1 – rasm. Ekvatordagi kuzatuvchi uchun yulduzlar osmonining sutkalik ko‘rinma aylanishi.

Bu joyda Quyoshning ma’lum kun uchun sutkalik ko‘rinma harakatini topish uchun, dastlab ekliptikada, berilgan kun uchun Quyoshning o‘rni topiladi. So‘ngra topilgan nuqtadan osmon ekvatori tekisligiga parallel tekislikda yotuvchi aylana–sutkalik parallel aylanasi o‘tkaziladi. Quyoshning berilgan kundagi ko‘rinma harakati shu aylana bo‘ylab kuzatiladi.

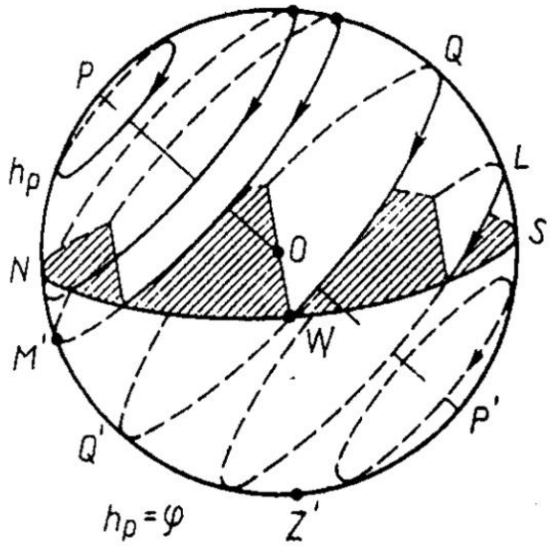
2-hol. $\varphi=\pm 90^0$, ya’ni kuzatuvchi Yer qutblarida bo‘lsin. Agar kuzatuvchi shimoliy qutbda bo‘lsa, olam shimoliy qutbining balandligi $h_p = 90^0$, ya’ni zenit bilan ustma-ust tushadi, u holda olam o‘qi vertikal o‘q bilan, olam ekvatori esa matematik gorizont bilan ustma-ust tushadi (2–rasm). Bunda osmonning shimoliy yarim sharidagi barcha yulduzlar matematik gorizontga parallel aylanadi va botmaydi. Ularning aylanishi balandliklari yil davomida o‘zgarmas bo‘lib, shu yoritgichlarning og‘ish burchaklariga teng bo‘ladi, yani $h=\delta$.



2 – rasm. Yerning shimoliy qutbidagi kuzatuvchi uchun osmonning sutkalik ko‘rinma aylanishi

Osmonning janubiy yarim sharidagi yoritgichlar esa, aksincha, chiqmaydi va gorizont ostida unga parallel harakatlanadi.

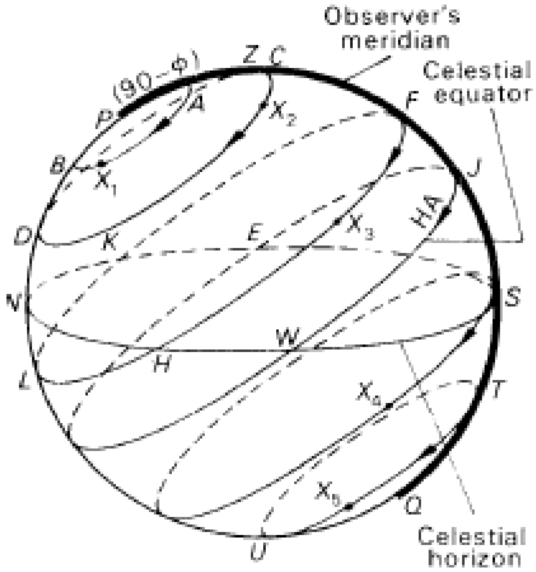
<u>3-hol</u>. $0^0 < \varphi < 90^0$, ya'ni kuzatuvchi ekvatordan va qutbdan boshqa oʻrta geografik kenglamalarga tegishli nuqtalarda boʻlsin. Bu joylarda sutkalik parallel aylanalari matematik gorizont bilan kesishganda teng ikkiga boʻlinmaydi (olam ekvatori bundan mustasno). Shimoliy yarim shardagi sutkalik parallel aylanalarning gorizont ustidagi qismi gorizont ostidagi qismidan katta boʻladi va bu farq yoritgichlarning ogʻish burchagiga (δ) bogʻliq boʻlib, u qancha katta boʻlsa shuncha koʻp boʻladi (3 – rasm). Janubiy yarim shardagi yoritgichlarning sutkalik aylanalari uchun esa, aksincha gorizont ostidagi qismlari, ustidagisidan koʻp, ya'ni yoritgichlar gorizont ostida ustidagiga qaraganda koʻproq vaqt boʻladilar. Shuningdek, osmonning shimoliy va janubiy yarim sharlarida matematik gorizont bilan kesishmaydigan sutkalik parallellar ham mavjud boʻlib, ular boʻyicha harakatlanadigan yoritgichlar *botmaydigan* yoki *chiqmaydigan* yoritgichlar boʻladi. Ular osmonning qutbga yaqin kichik maydonini egallashlari joyning geografik kengligiga bogʻliqdir. Rasmdan qarab, chiqmaydigan va botmaydigan yoritgichlarning ogʻishi uchun quyidagi munosabatni aniqlash mumkin: botmaydigan yoritgichlar uchun $\delta \geq 90^0 - \varphi$, chiqmaydigan yoritgichlar uchun esa $\delta < 90^0 - \varphi$.



3 – rasm. Oʻrta geografik kenglamalarda yulduzlar sutkalik koʻrinma aylanishlarining koʻrinishi

Ogʻish va kenglikni oʻlchash

Faraz qilaylik, φ kenglikda turgan kuzatuvchi δ ogʻish burchagi ostida shimoliy qutb yulduzini kuzatayotgan boʻlsin, misol uchun 4 – rasmdagi X_2 yulduz.



4 – rasm. Qutb yulduziga yaqin joylashgan yulduzlar

Osmon meridian aylanasi yoki trianguliyar asbobdan foydalanib yulduzni ZC yuqori va ZD quyi kulminatsiyasini o‘lchashimiz mumkin.
Shunday qilib

$$PC = PZ + ZC$$

yoki

$$90 - \delta = 90 - \varphi + ZC.$$

Ya’ni

$$\varphi - \delta = ZC. \quad (1)$$

Shu kabi,

$$PD = ZD - ZP$$

yoki

$$90 - \delta = ZD - 90 + \varphi.$$

Ya’ni,

$$\varphi + \delta = 180 - ZD. \quad (2)$$

(1) va (2) tenglamalardan biz ikki noma’lumli φ va δ kattaliklar uchun ikkita tenglamaga ega bo‘lamiz. Shunday qilib, φ va δ qiymatlarni aniqlashimiz mumkin. [65-bet][1]

Quyosh sutkalik harakatining yil davomida o‘zgarishini geografik kenglamaga bog‘liqligi

1). Yer ekvatorida ayrim xarakterli kunlarda, Quyoshning gorizontga nisbatan sutkalik ko‘rinma harakatini ko‘raylik. 22 dekabr kuni qishki quyosh turishi nuqtasi orqali o‘tkazilgan sutkalik paralleldan (1-rasmga qarang) ko‘rinadiki, u kuni Quyosh osmonning janubiy yarim sharida sharqdan $23^0 26'$ li yoy masofada matematik gorizontdan ko‘tariladi. Quyoshning 21 mart va 23 sentyabr kunlaridagi ko‘rinma sutkalik yo‘li, osmon ekvatori bo‘ylab kuzatiladi. Bu kunlari tush paytda Quyosh zenitdan o‘tadi. 22 iyunda esa, Quyoshning sutkalik yo‘li osmonning shimoliy yarim shari qismida ekvatordan $23^0 26'$ li yoy masofadan o‘tuvchi sutkalik parallel bo‘ylab joylashadi. Tush paytda Quyosh, 22 dekabrdagi kabi gorizontdan $66^0 34'$ balandda bo‘ladi. Shunday qilib, ekvatorda bizga tanish to‘rt faslning ma’nosi yo‘qolib o‘rniga asosan ikki fasl-kuz va bahor paytlari eng issiq davr (1-fasl) va yoz hamda qish paytlarida birdek salqin davr (2-fasl) kuzatiladi.

2). Quyoshning sutkalik harakati olam qutbida xarakterli bo‘lib, har sutkada chiqib botmaydi. Ekliptika bu joyda matematik gorizont bilan teng ikkiga bo‘linganidan Quyosh yarim yil gorizontdan yuqorida gorizontga deyarli parallel aylanadi. Quyosh qutbdagi kuzatuvchi uchun 21 mart kuni chiqadi va spiral bo‘ylab har kuni qariyb chorak gradusdan ko‘tarilib boradi. 22 iyunda Quyoshning balandligi maksimumga erishib, $\delta = + 23^0 26'$ ga yetadi. Shundan so‘ng yana uch oy davomida Quyosh balandligining tushuvi davom etadi. 23 sentyabr kuni Quyosh eng so‘nggi marta gorizont ustida aylanadi va so‘ngra botadi. Shundan keyin to kelgusi yilning 21 martiga qadar Quyosh chiqmaydi (2-rasm).

3).Quyoshning sutkalik yo‘li shimoliy yarim sharda bo‘lganda (ya’ni 21 martdan to 23 sentyabrga qadar) kunduzini kechasidan uzunroq, janubiy yarim sharda bo‘lganda esa (ya’ni 23 sentyabrdan to kelgusi yilning 21 martiga qadar), kechasining uzunligi kunduzidan ko‘proq ekanligi ko‘rinadi. Agar joyning geografik kenglamasi qutb aylanasidan shimolda (ya’ni $\varphi > 66^0 33'$) bo‘lsa, bunday joylarda 22 iyunga yaqin bir necha kunlar yoki oylar davomida Quyoshni botmasligini, 22 dekabr atrofidagi kunlarda esa, aksincha, uning chiqmasligini kuzatish mumkin (3-rasm).

[1] *A.E.Roy and D.Clarke Astronomy Principles and practice 2000 y.

Sferik uchburchak va uning asosiy formulalari. Paralaktik uchburchak, osmon koordinatalarini almashtirish formulalari

Sferik uchburchak va uning asosiy formulalari

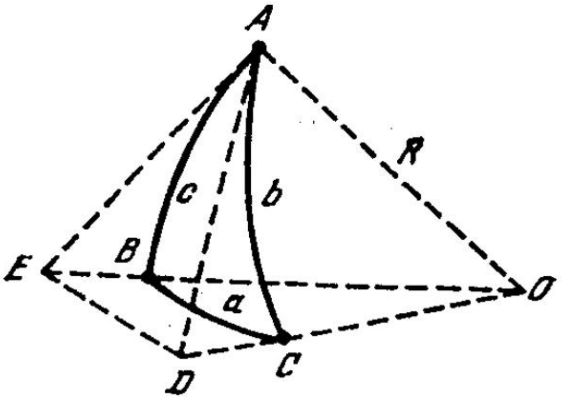
Osmon jismlarining ko‘rinma va haqiqiy harakatlari bilan bog‘liq bo‘lgan ko‘p masalalarni yechish sferik uchburchak xossalari va formulalariga tayanadi. Sferaning biror katta aylanasi tekisligi bo‘ylab yotmaydigan uch nuqtasi orqali o‘tkazilgan katta aylanalarning kesishishidan hosil bo‘lgan uchburchak sferik uchburchak deyiladi. Sferik uchburchakning burchagi deb, shu burchakning tashkil etuvchi katta aylana tekisliklari hosil qilgan ikki yokli burchakka aytiladi. Bu sferik burchaklar uning uchlaridan tomonlariga o‘tkazilgan urinmalar orasidagi tekis burchak bilan o‘lchanadi. Sferik uchburchak ichki burchaklarining yig‘indisi 180° katta bulib 540° dan kichik bo‘ladi. Sferik uchburchak ichki burchaklari yig‘indisi va 180° orasidagi farq sferik orttirma deb yuritiladi.

$$\sigma=\angle A+\angle V+\angle S-180°$$

Sferik orttirma bilan sferik uchburchakning yuzi orasida quyidagi bog‘lanish mavjud.

$$S=\sigma\frac{\pi R^2}{180°}$$

bu yerda R—sfera radiusi. Tekislik uchburchagi sferik uchburchakdan keskin farq qilganidan uning formulalarini sferik uchburchak uchun qo‘llab bo‘lmaydi.



1 – rasm

Sferik uchburchak formulalarini chiqaraylik. Uchlari A, B va C nuqtalarda yotgan sferik uchburchak, radiusi R va markazi O nuqtada bo‘lgan sferada yotsin (1 – rasm). B va C nuqtalaridan o‘tgan radius yunalishlari OB va OC larni A uchidan b va c tomonlariga o‘tkazilgan urinmalar bilan kesishguncha davom ettiramiz. Bu kesishgan nuqtalar (K va L) ni o‘zaro tutashtirib, bir tomoni (KL) umumiy bulgan ikkita teng yonli AKL va OKL uchburchaklarni hosil qilamiz. Bu uchburchaklarning umumiy tomoni KL ning kattaligini har ikkala uchburchakdan alohida—alohida topsak,

Δ AKL dan: $KL^2=AK^2+AL^2-2AK\cdot AL\cos A$ (1)

Δ OKL dan: $KL^2=OK^2+OL^2-2OK\cdot AL\cos a$ (2)

(2) dan (1) ni ayirsak:

$$2OK\cdot AL\cos a=OK^2-AK^2+OL^2-AL^2+2AK\cdot AL\cos A \quad (3)$$

Endi Δ AKO va Δ ALO uchburchaklar to‘g‘ri burchakli ekanligidan ulardan topilgan radius:

$$R^2=OK^2-AK^2,\ R^2=OL^2-AL^2 \quad (4)$$

bo‘ladi. Shuningdek, bu uchburchaklardan:

$$\frac{R}{OK}=\cos c \text{ yoki } OK=\frac{R}{\cos c}$$

$$\frac{R}{OL} = \cos b \text{ yoki } OL = \frac{R}{\cos b}$$
$$\frac{AK}{R} = tgc \text{ yoki } AK = R \cdot tgc = R\frac{\sin c}{\cos c}$$
$$\frac{AL}{R} = tgb \text{ yoki } AL = R \cdot tgb = R\frac{\sin b}{\cos b}$$
(4) va (5) larni (3) ga qo'yib ixchamlab, quyidagi tenglamani hosil qilamiz:
$$2 \cdot \frac{R}{\cos c} \cdot \frac{R\cos A}{\cos b} = R^2 + R^2 + 2R^2 \frac{\sin c}{\cos c} \cdot \frac{\sin b}{\cos b} \cdot \cos A$$
uni $2R^2$ ga bo'lsak, $\frac{\cos A}{\cos b \cdot \cos c} = 1 + \frac{\sin b \cdot \sin c}{\cos b \cdot \cos c} \cdot \cos A$

yoki $$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A \quad (6)$$

Demak, sferik uchburchakda bir tomonining kosinusi qolgan ikki tomonining kosinuslari bilan shu tomonlar sinuslari va ular orasidagi burchak kosinusiga ko'paytmasining yig'indisiga teng bo'ladi. (6) formulani sferik uchburchakning boshqa tomonlari uchun ham yozish mumkin.
$$\cos b = \cos c \cdot \cos a + \sin c \cdot \sin a \cdot \cos B$$
$$\cos c = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \cdot \cos C \quad (7)$$
(7) tenglamalardan (1) formuladagi $\cos\alpha$ o'riniga (6) tenglamaning o'ng tomonini qo'ysak, u holda:
$$\cos b = \cos c \cdot (\cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A) + \sin c \cdot \sin a \cdot \cos B$$
$$\cos b = \cos^2 c \cdot \cos b + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A + \sin c \cdot \sin a \cdot \cos B$$
$$\cos b(1 - \cos^2 c) = \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A + \sin c \cdot \sin a \cdot \cos B$$
$1 - \cos^2 c = \sin^2 c$ ga almashgirib barcha haddarini sinc ga bo'lsak:
$$\cos b \cdot \sin c = \sin b \cdot \cos c \cdot \cos A + \sin a \cdot \cos B$$
yoki
$$\sin a \cdot \cos B = \cos b \cdot \sin c - \sin b \cdot \cos c + \cos A$$
Shuningdek:
$$\sin b \cdot \cos C = \sin a \cdot \cos C - \sin c \cdot \cos a \cdot \cos B \quad (8)$$
$$\sin c \cdot \cos A = \sin b \cdot \cos a - \sin a \cdot \cos b \cdot \cos C$$
demak, sferik uchburchakda biror tomoni sinusining shu tomonga yopishgan burchak kosinusiga kupaytmasi, burchakni chegaralovchi ikkinchi tomon sinusining uchinchi tomon kosinusiga ko'paytmasidan chegaralovchi tomon kosinusini uchinchi tomon sinusiga va keyingi ikki tomon orasidagi burchak kosinusi ko'paytmasi ayrilganiga teng. (8) formulalar sferik uchburchakning besh elementli formulalari deb yuritiladi. Endi (6) tenglamani sosA ga nisbatan aniqlab, sinuslar formulalarini topamiz.
$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cdot \cos c}{\sin b \cdot \sin c} \quad (9)$$
Ikkala tomonini kvadratga ko'tarib:
$$\cos^2 A = \frac{(\cos a - \cos b \cdot \cos c)^2}{\sin^2 b \cdot \sin^2 c} \quad (10)$$
hosil qilamiz. (10) ning har ikkala tomoninidan ayirsak:
$$1 - \cos^2 A = 1 - \frac{(\cos a - \cos b \cdot \cos c)^2}{\sin^2 b \cdot \sin^2 c}$$
bu yerda 1-sos^{2}A ni sin^2*A* bilan almashtirib, tenglikning ikkala tomonini sin^{2}a ga bo'lsak:

$$\sin^2 A = 1 - \frac{(\cos a - \cos b \cdot \cos c)^2}{\sin^2 b \cdot \sin^2 c}$$

yoki

$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 a} = \frac{(1-\cos^2 b)\cdot(1-\cos^2 c) - (\cos a - \cos b \cdot \cos c)^2}{\sin^2 a \cdot \sin^2 b \cdot \sin^2 c}$$

Qavslarni ochib ixchamlasak,

$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 a} = \frac{1-\cos^2 b - \cos^2 c + \cos^2 b \cdot \cos^2 c - \cos^2 a + 2\cos a \cdot \cos b \cdot \cos c - \cos^2 b \cdot \cos^2 c}{\sin^2 a \cdot \sin^2 b \cdot \sin^2 c}$$

demak

$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 a} = \frac{1-\cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2\cos a \cdot \cos b \cdot \cos c}{\sin^2 a \cdot \sin^2 b \cdot \sin^2 c} \tag{12}$$

olingan natija a, b, s lar uchun simmetrik bo‘lganidan

$$\frac{\sin^2 B}{\sin^2 b} = \frac{1-\cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2\cos a \cdot \cos b \cdot \cos c}{\sin^2 a \cdot \sin^2 b \cdot \sin^2 c}$$

$$\frac{\sin^2 C}{\sin^2 c} = \frac{1-\cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2\cos a \cdot \cos b \cdot \cos c}{\sin^2 a \cdot \sin^2 b \cdot \sin^2 c}$$

(12) da tenglamalarning o‘ng tomonlari teng bo‘lganidan

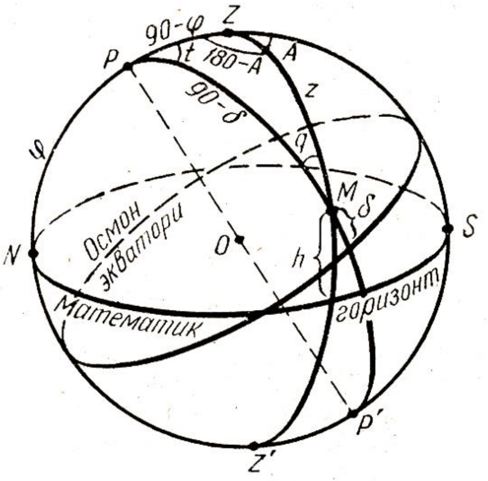
$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 a} = \frac{\sin^2 B}{\sin^2 b} = \frac{\sin^2 C}{\sin^2 c}$$

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c} = const \tag{13}$$

Sferik uchburchak istalgan burchagi sinusining bu burchak qarshisidagi tomon sinusiga nisbati o‘zgarmas kattalikdir.

Parallaktik uchburchak va koordinatalarni almashtirish

Parallaktik uchburchak deb uchlari zenitda, olam qutbida va yoritgichda yotgan sferik uchburchakka aytiladi. Ta’rifdan ko‘rinishicha, parallaktik uchburchakning tomonlari - osmon meridiani, yoritgichdan o‘tgan og‘ish va vertikal yarim aylanalaring yoylaridan iborat bo‘ladi (2-rasm). Sferik uchburchak formulalarini tatbiq etib, koordinatalarning almashtirish formulalarini keltirib chiqarish uchun parallaktik uchburchak tomonlari va burchaklarini yoritgichning ekvatorial (t, δ) va gorizontal koordinatalar kattaliklari (A, z) va joyning geografik kenglamasi (φ) orqali belgilaymiz. Shaklda NP yoy h_R=φ bo‘lganida parallaktik uchburchakning PZ tomoni 90-φ ga, KM=δ_* bo‘lganidan MR_{sh} yoy uzunligi 90-δ ga va uchinchi MZ tomoni yoritgichning zenit masofasi z ga teng bo‘ladi. Shuningdek SZL sferik burchak yoritgich A-azimutni berganidan parallaktik uchburchakning NZL sferik burchagi (180^0-A) ni QPK sferik burchak esa yoritgichning soat burchagi t ni beradi.



2 – rasm

1. Gorizontal koordinatalar sistemasidan ekvatorial sistemasiga o‘tish.

Sferik uchburchakning (6) formulalariga ko‘ra

$$\cos(90^0-\delta)=\cos(90^0-\varphi)\cdot\cos z+\sin(90^0-\varphi)\cdot\sin z=\cos(180^0-A).$$

keltirish formulalaridan foydalansak, u holda

$$\sin\delta=\sin\varphi\cdot\cdot\cos z+\cos\varphi\cdot\sin z(-\cos A)=\sin\varphi\cdot\cos z-\cos\varphi\cdot\sin z\cdot\cos A \qquad (1)$$

besh elementli sferik uchburchak (1) ga ko‘ra:

$$\sin(90^0-\delta)\cdot\cos t=\sin(90^0-\varphi)\cdot\cos z-\sin z\cdot\cos(90^0-\varphi)\cdot\cos(180^0-A)$$

yoki

$$\cos\delta\cdot\cos t=\cos\varphi\cdot\cos z+\sin z\cdot\sin\varphi\cdot\cos A \qquad (2)$$

Sinuslar formulasiga ko‘ra:

$$\frac{\sin t}{\sin\delta}=\frac{\sin(180^\circ-A)}{\sin(90^\circ-\delta)} \qquad (3)$$

yoki $\sin t\cdot\cos\delta=\sin z\cdot\sin A$ (3′)

(1), (2) va (3′) formulalar yoritgichlarning gorizontal koordinatalaridan ekvatorial koordinatalarga o‘tishga imkon beradi.

2. Ekvatorial koordinatalardan gorizontal koordinatalarga o‘tish esa quyida chiqariladigan formulalar yordamida bo‘ladi.

Sferik uchburchakning (6) formulasiga

$$\cos z=\cos(90^0-\delta)\cdot\cos(90^0-\varphi)+\sin(90^0-\delta)\cdot\sin(90^0-\varphi)\cdot\cos t$$

ixchamlasak:

$$\cos z=\sin\delta\cdot\sin\varphi+\cos\delta\cdot\cos\varphi\cdot\cos t \qquad (4)$$

(7) formulaga ko‘ra

$$\sin z\cdot\cos(180^0-A)=\sin(90^0-\varphi)\cdot\cos(90^0-\delta)-\sin(90^0-\delta)\cdot\cos(90^0-\varphi)\cdot\cos t$$

Keltirilgan formulalariga ko‘ra

$$-\sin z\cdot\cos A=\cos\varphi\cdot\sin\delta-\cos\delta\cdot\cos\varphi\cdot\cos t$$

$$\sin z\cdot\cos A=-\cos\varphi\cdot\sin\delta+\cos\delta\cdot\cos\varphi\cdot\cos t \qquad (5)$$

Sinuslar teoremasiga ko‘ra

$$\boxed{\frac{\sin t}{\sin\delta}=\frac{\sin(180^\circ-A)}{\sin(90^\circ-\delta)}}$$

yoki sinA·sinz=sint·cosδ;

Xususiy hol-yoritgichning chiqayotgan yoki botayotgan paytida uning azimuti, $z=90^0$ bo‘lganidan quyidagicha topiladi.

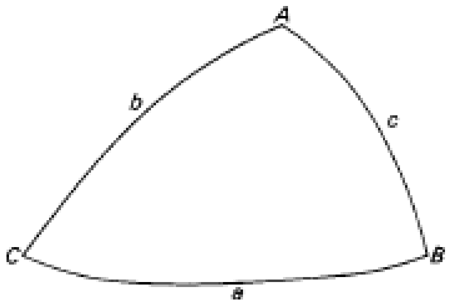
$$\sin A = \sin t \cdot \cos\delta$$

ya’ni

$$A = \pm \arcsin(\sin t \cdot \cos\delta) \quad (6)$$

Bu yerda plyus yoritgichning chiqish momentiga, minus esa botish momentiga tegishli. A – yoritgichning azimutini xarakterlaydi.

Geometrik sfera



3-rasm. **S**ferik uchburchak tasvirlangan

1. Kosinuslar formulasi

cos *a* = cos *b* cos *c* + sin *b* sin *c* cos *A*. (6.1)

Bundan sferik uchburchakning qolgan ikki tomoni topiladi.

cos *b* = cos *c* cos *a* + sin *c* sin *a* cos *B* (6.2)

va

cos *c* = cos *a* cos *b* + sin *a* sin *b* cos *C*. (6.3)

2. Sinuslar formulasi

sin *A*/sin *a*= sin *B*/sin *b*= sin *C*/sin *c* (6.4)

Ushbu formula ko‘p ishlatilgan o‘shandan beri diqqat bilan a, b va B berilgan bo‘lsa, A burchakn topiladi.

3. Kosinus formulasini anologi

sin *a* cos *B* = cos *b* sin *c* − sin *b* cos *c* cos *A*. (6.5)

4. To‘rt qismdan iborat formula

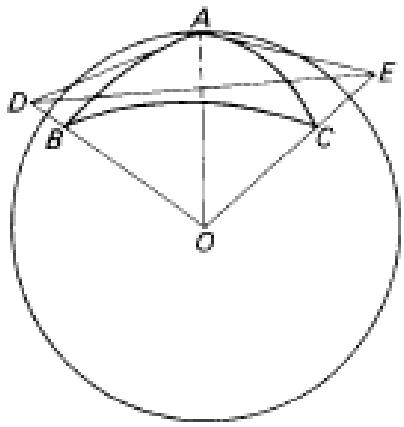
cos *a* cos *C* = sin *a* cot *b* − sin *C* cot *B* (6.6)

U muhim formula hisoblanadi.

Isbotlangan kosinus formulasi

Isbotlangan kosinuslar formulasi (6,3) formulada berilgan. ABC uchburchak sferasi bilan tomonlari AB, BC va CA uzunliklari c, a va b mos ravishda quyidagini isbotlaymiz.

cos *a* = cos *b* cos *c* + sin *b* sin *c* cos *A*.



4-rasm. Kosinuslar formulasi isboti.

A urinmaga AB va AC yoy chizilgan. D va E ga mos ravishda OB va OC tutashtirilgan. D va E birlashtirilgan. U holda ADF ODE uchburchak tekisliklari tekislikka o‘xshash emas.

Ta’rifga o‘tsak burchak DAE sfera burchagi A. Shuningdek burchak DOE burchakka BC chiziq o‘tkazsak, shu sababli ∟DOE=a.

Bizga ΔDAE berilgan

$DE^2 = AD^2 + AE^2 - 2AD.AE \cos A$. (6.7)

Bizga ΔDOE berilgan

$DE^2 = OD^2 + OE^2 - 2OD.OE \cos a$. (6.8)

Shu sababli ayirsak,

$2OD.OE \cos a = (OD^2 - AD^2) + (OE^2 - AE^2) + 2AD.AE \cos A$. (6.9)

Hozir Δ*DAO uchburchak tekisligi A burchak o‘ng tarafiga DA urinmadan AB ga A va OA radius Shu sababli*

$OD^2 - AD^2 = AO^2$.

Shuningdek, u holda ΔOAE dan

$OE^2 - AE^2 = AO^2$.

Shuningdek, (6,9) tenglama o‘zgargan

$OD.OE \cos a = AO^2 + AD.AE \cos A$

yoki

$\cos a = \frac{OA}{OO} \cdot \frac{OE}{OE} + \frac{AD}{OD} \cdot \frac{AE}{OE} \cdot cosA$

Δ*DAO da OA/OD* kosinus burchak DOA dan *AD/OD topiladi*.

Ammo $DOA = c$. Shundan kelib chiqadi, $OA/OD = \cos c$; $AD/OD = \sin c$.

Shunga o‘xshash $OA/OE = \cos b$; $AE/OE = \sin b$.

Bundan, $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$. (6.1)

Sinuslar formulasini isboti

Kosinuslar formulasini yozsak (6.1)

$\sin b \sin c \cos A = \cos a - \cos b \cos c$.

Biz aniqlagan yuza

$\sin^2 b \sin^2 c \cos^2 A = \cos^2 a - 2 \cos a \cos b \cos c + \cos^2 b \cos^2 c$. Bundan

$\sin^2 b \sin^2 c(1 - \sin 2 A) = \sin^2 b \sin^2 c - \sin^2 A \sin^2 b \sin^2 c$

$= (1 - \cos^2 b)(1 - \cos^2 c) - \sin^2 b \sin^2 c \sin^2 A$.

Shundan, $\sin^2 b \sin^2 c \sin^2 A = 1 - \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2 \cos a \cos b \cos c$. (6.10)

Ammo o‘ng tarafdagi 7,13 tenglama simmetrik funksiyadan a,b, va c ni biz quyidagicha yoza olamiz.

$\sin^2 a \sin^2 b \sin^2 C = \sin^2 b \sin^2 c \sin^2 A = \sin^2 c \sin^2 a \sin^2 B$.

Biz har tomonlama $\sin^2 a \sin^2 b \sin^2 c$ ga bo‘lamiz:

$\sin^2 A/\sin^2 a = \sin^2 B/\sin^2 b = \sin^2 C/\sin^2 c$

Kosinuslar formulasining o‘xshashligini isboti

Biz oldin (6.1) formuladan boshlaymiz: $\sin b \sin c \cos A = \cos a - \cos b \cos c$.

Biz (6.3) formuladan: $\sin b \sin c \cos A = \cos a - \cos b(\cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C)$

Demak, bu $\sin b \sin c \cos A = \cos a \sin 2 b - \sin a \sin b \cos b \cos C$.[51-53-betlar][2]

[2] *A.E.Roy and D.Clarke Astronomy Principles and practice 2000 y.