

4. A matrisi üzerine SVD uygulayınız ve değerleri kısaca yorumlayınız.

$$U: \begin{matrix} -0.5051 & 0.5994 & 0.4165 & -0.4605 \\ -0.5271 & -0.4900 & -0.4843 & -0.4976 \\ -0.4945 & 0.3875 & -0.4817 & 0.6110 \\ -0.4717 & -0.5005 & 0.6000 & 0.4086 \end{matrix}$$

U matrisindeki her sütun, A matrisinin satır uzayını temsil eder. U'nun sütunları, A matrisinin satırlarının doğrusal bağımsız bileşenlerini gösterir. U matrisinin sütunları birbirine dik ve birim uzunluktadır (yani ortogonal ve normlanmış). Bu, her sütunun A matrisinin satırlarının doğrusal bir kombinasyonu olduğunu, ancak her birinin bağımsız bir bileşen olduğunu gösterir. İlk sütun, A matrisinin en güçlü doğrusal bileşenini temsil eder, çünkü ilk singular değeri (11.7352) en büyüktür. Diğer sütunlar ise sırasıyla daha az önemli bileşenleri gösterir.

$$S: \begin{matrix} 11.7352 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5.3002 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.7876 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9983 \end{matrix}$$

S matrisi, A matrisinin singular değerlerini içerir ve bu değerler, matrisin her bir doğrusal bileşeninin ne kadar önemli olduğunu gösterir. Diagonal elemanlar (köşegen değerleri) A matrisinin singular değerleridir. Bu değerlerin büyüklük sırası, A matrisinin her bir bileşeninin veri setindeki önemini gösterir. İlk değer (11.7352) çok büyük olduğundan, A matrisinin en önemli bileşeni bu yönü temsil eder. Diğer değerler (5.3002, 1.7876, 0.9983) daha küçük olduğu için, bunlar A matrisinin daha az önemli bileşenlerini temsil eder. Bu sıralama, verinin boyutlarını anlamak ve veri sıkıştırma gibi uygulamalarda hangi bileşenlerin koruyabileceğini belirlemek için önemlidir.

$$V: \begin{matrix} -0.4658 & -0.6557 & 0.5581 & 0.2037 \\ -0.5577 & -0.3000 & -0.6900 & -0.3505 \\ -0.3416 & 0.4117 & 0.4578 & -0.7101 \\ -0.5961 & 0.5572 & -0.0529 & 0.5756 \end{matrix}$$

V matrisi, sağ tekil vektörleri içerir. V'nin her sütunu, A matrisinin sütun uzayını temsil eden doğrusal bağımsız vektörlerdir. Bu sütunlar, A matrisinin sütunlarının doğrusal bileşimlerini ifade eder. V matrisinin sütunları, A matrisinin sütunlarındaki temel doğrusal bileşenleri gösterir. İlk sütun, A matrisinin sütunları arasındaki en güçlü doğrusal bağıntıyı ifade eder. Bu da ilk singular değeri (11.7352) ile en yüksek öneme sahip bileşenle ilgilidir. Diğer sütunlar, giderek daha zayıf bileşenleri ifade eder ve daha düşük singular değerlere karşılık gelir.

5. A matrisinin eigenvalue'larını elde ediniz ve yorumlayınız.

Eigenvalues of A matrix:

$$11.5468 + 0.0000i$$

$$-1.6401 + 1.6900i$$

$$-1.6401 - 1.6900i$$

$$1.7334 + 0.0000i$$

$\lambda_1=11.5468$ ve $\lambda_4=1.7334$ gerçek eigenvalue'lar, A matrisinin en gl doğrusal bileŖenlerini temsil eder ve sırasıyla daha gl ve daha zayıf bileŖenler olarak yorumlanabilir. $\lambda_2=-1.6401+1.6900i$ ve $\lambda_3=-1.6401-1.6900i$, karmaŖık konjugat eigenvalue'lar, matrisin dnŖmnn dönme veya kararsız özellikler taŖıdığını, belki de dalgalı veya titreŖimli bir davranıŖ gösterdiğini iŖaret eder.

10. İlgili resim zerine SVD uygulayınız; SVD parametrelerinin önem sırasına göre ilk %80 ve %40, son %80 ve %40 parametreleri ile sıkıŖtırma gerekleŖtiriniz ve kısaca ayrı ayrı yorumlayınız.



Orijinal Gri Skala Görüntü

- **İlk %80 Parametrelerle SıkıŖtırma**

Sonuç: Görüntü orijinale oldukça yakın, detay kaybı minimal.

Neden: İlk %80'lik singular değerler, verinin en önemli kısmını temsil eder. Bu nedenle sıkıŖtırma, görüntünün temel özelliklerini korudu ve netlik ile keskinlik sağlandı.



İlk %80 Parametrelerle SıkıŖtırılmış Görüntü

- **İlk %40 Parametrelerle Sıkıştırma**

Sonuç: Görüntü kalitesi belirgin şekilde düştü, daha fazla detay kaybı görüldü.

Neden: Yalnızca %40'lık singular değerler saklandığında, daha az önemli bilgiler korunur. Bu da görüntünün daha fazla detay kaybı yaşamasına ve özellikle dokuların silikleşmesine yol açar.

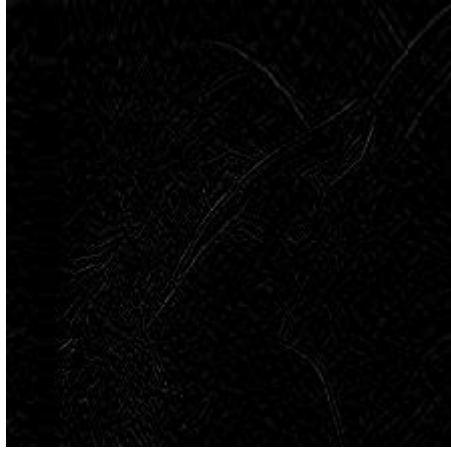


İlk %40 Parametrelerle Sıkıştırılmış Görüntü

- **Son %80 Parametrelerle Sıkıştırma**

Sonuç: Görüntü kalitesi ilk %80'e göre çok daha kötüleşti, karanlık ve çok az kenarların belli olduğu bir görünüm ortaya çıktı.

Neden: Son %80'lik singular değerler, verinin daha az önemli, genellikle gürültüye yakın kısımlarını temsil eder. Bu değerlerin saklanması, görüntüde yapı kaybına yol açar ve netlik azalır.

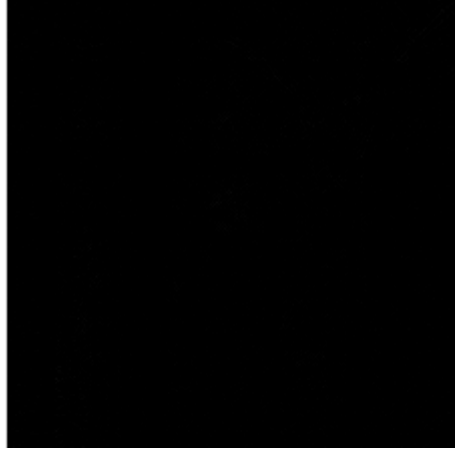


Son %80 Parametrelerle Sıkıştırılmış Görüntü

- **Son %40 Parametrelerle Sıkıştırma**

Sonuç: Görüntü neredeyse tamamen bozuldu, tanınabilir özellikler kalmadı.

Neden: Sadece en küçük, en az bilgi taşıyan singular değerler saklanır. Bu, çoğunlukla gürültü veya çok küçük varyasyonlara denk gelir ve görüntüde büyük bir bozulma ve soyutlaşma meydana gelir.



Son %40 Parametrelerle Sıkıştırılmış Görüntü

İlk %80, en iyi kaliteyi sağladığı için en iyi sıkıştırma yöntemidir, çünkü görüntünün çoğu anlamlı verisini korur. İlk %40 hala önemli özellikleri korudu, ancak belirgin detay kayıpları yaşandı. Son %80 ve Son %40 oldukça kötü sonuçlar verdi çünkü daha az önemli bileşenler korundu, bu da görüntüde büyük bozulmalara ve netlik kaybına yol açtı.