알고리즘 HW#1 보고서

글로벌미디어학부 20182682 김아연

#1-1.

```
#include <iostream>
using namespace std;
void swap(int &i, int &j){
    int tmp=0;
    tmp=i;
    i=j;
    j=tmp;
}
void selection_sort (int arr[], int len)
{
    for(int i=0; i<len-1; i++){
        int min=arr[i];
        int location=i;
        for(int j=i+1; j<len; j++){
            if(min>arr[j]){
                min=arr[j];
                location=j;
                swap(arr[i], arr[location]);
            }
        }
        for(int k=0; k<len; k++){
            cout<<arr[k]<<" ";
        }
        cout<<endl;
    }
}
void bubble_sort (int arr[], int len)
{
    for(int i=0; i<len-1; i++){
        for(int j=0; j<len-(i+1); j++){
            if(arr[j]>arr[j+1]){
                swap(arr[j], arr[j+1]);
            }
        }
        for(int k=0; k<len; k++){
            cout<<arr[k]<<" ";
        }
        cout<<endl;
    }

}
```

```
int main(void)
{
   int arr[8] = {4,7,1,3,2,8,6,5};
   int arr2[8] = {4,7,1,3,2,8,6,5};
   int len = 8;
   cout<<"selection_sort"<<endl;
   selection_sort (arr, len);
    cout<<"bubble_sort"<<endl;
    bubble_sort (arr2, len);
}
```

결과

```
selection_sort
1 7 4 3 2 8 6 5
1 2 7 4 3 8 6 5
1 2 3 7 4 8 6 5
1 2 3 4 7 8 6 5
1 2 3 4 5 8 7 6
1 2 3 4 5 6 8 7
1 2 3 4 5 6 7 8
bubble_sort
4 1 3 2 7 6 5 8
1 3 2 4 6 5 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8
```

#1-2.

a. correctness of selection sort

* n=배열의 길이

- loop invariant : i번째 루프 이후에

  ✓ arr[0] < arr[1] < … <arr[i-1]

  ✓ x > i-1 이라면, arr[x] > arr[i-1]

- inductive hypothesis : loop invariant가 i번째 루프에 성립한다면 i+1번째 루프에도 성립된다.

- base : i=0 인 경우 아무 루프도 돌지 않으므로 null condition. = TRUE

- inductive step : i번째 루프가 끝났을 때 invariant가 성립한다면 i+1번째 루프가 끝났을 때도 성립한다.

- ✓ i번째 루프가 끝난 후에는 남아있는 arr[i] ~ arr[n-1] 중 최솟값을 arr[i]로 옮긴다. 이 때 최솟값으로 바뀐 arr[i]는 arr[x] 안에 있던 값이므로 arr[0] ~ arr[i-1]보다 클 수 밖에 없고, 최솟값을 옮긴 것이므로 남은 arr[i+1] ~ arr[n-1] 값은 모두 arr[i]보다 크다. = TRUE

-conclusion : 모든 루프가 종료가 됐을 때 arr[0] < arr[1] < … < arr[n-1] 가 되므로 loop invariant 두 조건 모두 만족시킨다. = TRUE

Inductive hypothesis가 증명 되었으므로 selection sort 알고리즘은 옳다.

b. correctness of bubble sort

- loop invariant : i번째 루프 이후에

- ✓ arr[n-i] < arr[n-i+1)] < … <arr[n-1]
- ✓ x > i-1 이라면, arr[n-x] < arr[n-i]

- inductive hypothesis : loop invariant가 i번째 루프에 성립한다면 i+1번째 루프에도 성립된다.

- base : i=0 인 경우 아무 루프도 돌지 않으므로 null condition. = TRUE

- inductive step : i번째 루프가 끝났을 때 invariant가 성립한다면 i+1번째 루프가 끝났을 때도 성립한다.

- ✓ i번째 루프가 끝난 후에는 남아있는 arr[0] ~ arr[n-i-1] 중 최댓값을 arr[n-i-1]로 옮긴다. 이 때 최댓값으로 바뀐 arr[n-i-1]은 arr[n-x] 안에 있던 값이므로 arr[n-i] ~ arr[n-1]보다 작을 수 밖에 없고, 최댓값을 옮긴 것이므로 남은 arr[0] ~ arr[n-i-2] 값은 모두 arr[n-i-1]보다 작다. = TRUE

-conclusion : 모든 루프가 종료가 됐을 때 arr[0] < arr[1] < … < arr[n-1] 가 되므로 loop invariant 두 조건 모두 만족시킨다. = TRUE

Inductive hypothesis가 증명 되었으므로 bubble sort 알고리즘은 옳다.

c. T(selection sort) = $O(n^2)$

먼저 T(selection sort)의 worst case를 계산해보면,

```
for(int i=0; i<len-1; i++)                    →n
{
        int min=arr[i];                       →n-1
```

```
        int location=i;                      →n-1
        for(int j=i+1; j<len; j++)           →n(n+1)/2 - 1 (∑_{i=2}^{n} k)
          {
           if(min>arr[j])                    →n(n-1)/2 (∑_{i=1}^{n-1} k)
               {
               min=arr[j];                   →n(n-1)/2 (∑_{i=1}^{n-1} k)
               location=j;                   →n(n-1)/2 (∑_{i=1}^{n-1} k)
               swap(arr[i], arr[location]);  →3n(n-1)/2 (∑_{i=1}^{n-1} k)
           }
}
```

이를 다 더하면 $\frac{7}{2}n^2$+ $\frac{1}{2}$n -3 이 된다.

T($\frac{7}{2}n^2$+ $\frac{1}{2}$n -3) = O(n^2) 을 증명하면

$\frac{7}{2}n^2$+ $\frac{1}{2}$n -3 ≤ C•n^2 이고, n_0=1, C=5 라 할 때 모든 n≥ n_0 이 성립하므로 T(selection sort)는 O(n^2) 이다.

d. T(bubble sort) = O(n^2)

먼저 T(bubble sort)의 worst case를 계산해보면,

```
for(int i=0; i<len-1; i++)                   →n
{
        for(int j=0; j<len-(i+1); j++)       →n(n+1)/2 - 1 (∑_{i=2}^{n} k)
            {
                if(arr[j]>arr[j+1]){         →n(n-1)/2 (∑_{i=1}^{n-1} k)
                 swap(arr[j], arr[j+1]);     →3n(n-1)/2 (∑_{i=1}^{n-1} k)
            }
}
```

이를 다 더하면 $\frac{5}{2}n^2$- $\frac{1}{2}$n -1 이 된다.

T($\frac{5}{2}n^2$- $\frac{1}{2}$n -1) = O(n^2) 을 증명하면

$\frac{5}{2}n^2$- $\frac{1}{2}$n -1 ≤ C•n^2 이고, n_0=1, C=3 라 할 때 모든 n≥ n_0 이 성립하므로 T(bubble sort)는 O(n^2) 이다.