

1 Grundlagen

1.1 Eigenschaften

Eigenschaften LTI-Systeme

1. Stabilität
 $|x(t)| < M < \infty \Rightarrow |y(t)| < N < \infty$
2. Linearität
 $W\left\{\sum_{k=1}^N a_k x_k(t)\right\} = \sum_{k=1}^N W\{a_k x_k(t)\}$
3. Zeitinvarianz
 $W\{x(t - t_0)\} = y(t - t_0)$
4. Kausalität
 $t < 0 \Rightarrow x(t) = 0 \wedge y(t) = 0$

1.2 Systemantwort

Die Sprung-/Impulsantwort beschreibt Systemantwort vollständig

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t - \tau) x'(\tau) d\tau \quad (1)$$

$$a(t - \tau) = W\{s(t - \tau)\}$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau) x(\tau) d\tau \quad (2)$$

$$h(t - \tau) = W\{\delta(t - \tau)\}$$

1.3 Abtasttheorem

Durch die Abtastung wird das Spektrum von $f(t)$ unendlich oft um die Frequenzen $n \cdot \omega_a$ reproduziert.

$$F_A(\omega) = \frac{1}{T_A} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_A) \quad (3)$$

$$2\omega_g \leq \omega_A$$

2 Systemtechnik

2.1 Modellbildung

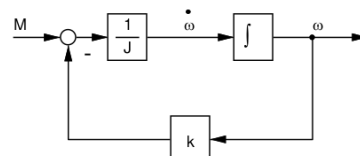
Hinweise zum aufstellen der Differentialgleichung eines Systems:

1. Bestimmung der Ein- und Ausgangsgrößen
2. Suche nach dem beschreibenden Gleichgewicht
3. In der Gleichung dürfen nur Konstanten, sowie die Ein- und Ausgangsgrößen in beliebiger Ableitung vorkommen
4. Andere Variablen müssen durch erlaubte Größen ersetzt werden (Dazu können i.a. physikalische Gleichungen benutzt werden)

2.2 Signalflussplan/Blockschaltbild

Erzeugung des Signalflussplans aus der Zugehörigen DGL.

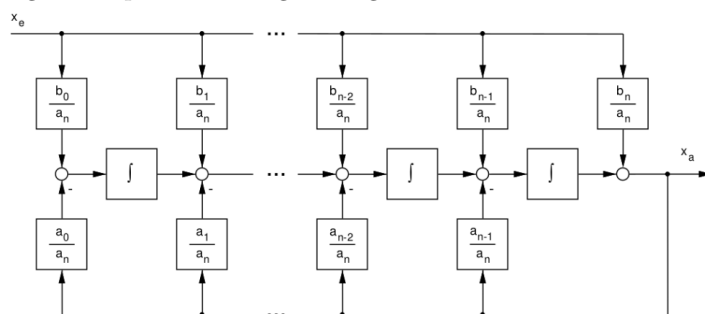
für technische Realisierung gilt: $m < n$;
Dgl. nach höchster Ableitung der Ausgangsgröße auflösen
höchste Ableitung der Ausgangsgröße geht auf den Eingang des ersten Integrators
(Laplace-Trans ersetzt das Integrieren mit einer Division mit „s“)



Erzeugung des Signalflussplans eines Systems mit der Dgl.:

$$a_n^{(n)} x_a + \dots + a_2 \ddot{x}_a + a_1 \dot{x}_a + a_0 x_a = b_m^{(m)} x_e + \dots + b_2 \ddot{x}_e + b_1 \dot{x}_e + b_0 x_e$$

Signalflussplan kann allgemein gezeichnet werden:



2.3 Stabilität

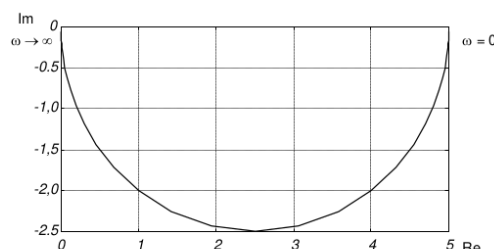
BIBO-Stabilität (Bounded Input/ Bounded Output-> begrenzt):

ein dynamisches System ist stabil, wenn gilt:

für ein begrenztes x_e gibt es immer ein begrenztes x_a

2.4 Ortskurven und Frequenzkennlinien

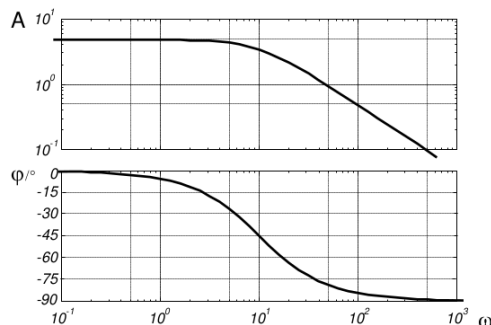
Ortskurvendarstellung:



Für wachsendes ω werden die komplexen Werte $F(j\omega)$ in die komplexe F-Ebene eingetragen und zur Ortskurve verbunden.

Jeder Ortskurvenpunkt kann jetzt als Zeiger gedeutet werden.

Bodediagrammdarstellung:



Der Amplitudengang $A(\omega)$ wird in doppeltlogarithmischer Darstellung aufgetragen, der Phasengang $\varphi(\omega)$ halblogarithmisch. Gemeinsame Abszisse ist ω .
Bei diesem Beispiel (PT1-Glied) ist deutlich der Tiefpass-Charakter zu erkennen.

2.5 F(s) in Pol- und Nullstellenform

Zähler- und Nennerpolynom von $F(s)$ besitzt Nullstellen. Diese sind von a_v und b_u abhängig.
Nullstellen des Zählers sind Nullstellen von $F(s)$
Nullstellen des Nenners sind Polstellen von $F(s)$

3 Grundlagen

3.1 Eigenschaften

Eigenschaften LTI-Systeme

1. Stabilität
 $|x(t)| < M < \infty \Rightarrow |y(t)| < N < \infty$
2. Linearität
 $W\left\{\sum_{k=1}^N a_k x_k(t)\right\} = \sum_{k=1}^N W\{a_k x_k(t)\}$
3. Zeitinvarianz
 $W\{x(t - t_0)\} = y(t - t_0)$
4. Kausalität
 $t < 0 \Rightarrow x(t) = 0 \wedge y(t) = 0$

3.2 Systemantwort

Die Sprung-/Impulsantwort beschreibt Systemantwort vollständig

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t - \tau) x'(\tau) d\tau \quad (4)$$

$$a(t - \tau) = W\{s(t - \tau)\}$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau) x(\tau) d\tau \quad (5)$$

$$h(t - \tau) = W\{\delta(t - \tau)\}$$

3.3 Abtasttheorem

Durch die Abtastung wird das Spektrum von $f(t)$ unendlich oft um die Frequenzen $n \cdot \omega_a$ reproduziert.

$$F_A(\omega) = \frac{1}{T_A} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_A) \quad (6)$$

$$2\omega_g \leq \omega_A$$

4 Grundlagen

4.1 Eigenschaften

Eigenschaften LTI-Systeme

1. Stabilität
 $|x(t)| < M < \infty \Rightarrow |y(t)| < N < \infty$
2. Linearität
 $W\left\{\sum_{k=1}^N a_k x_k(t)\right\} = \sum_{k=1}^N W\{a_k x_k(t)\}$
3. Zeitinvarianz
 $W\{x(t - t_0)\} = y(t - t_0)$
4. Kausalität
 $t < 0 \Rightarrow x(t) = 0 \wedge y(t) = 0$

4.2 Systemantwort

Die Sprung-/Impulsantwort beschreibt Systemantwort vollständig

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t - \tau) x'(\tau) d\tau \quad (7)$$

$$a(t - \tau) = W\{s(t - \tau)\}$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau) x(\tau) d\tau \quad (8)$$

$$h(t - \tau) = W\{\delta(t - \tau)\}$$

4.3 Abtasttheorem

Durch die Abtastung wird das Spektrum von $f(t)$ unendlich oft um die Frequenzen $n \cdot \omega_a$ reproduziert.

$$F_A(\omega) = \frac{1}{T_A} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_A) \quad (9)$$

$$2\omega_g \leq \omega_A$$

5 Zusammenwirken mehrerer Systeme

5.1 Fourierreihe

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)] \quad (10)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$

5.2 Fourierreihe, komplex

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad (11)$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

5.3 Fourierintegral

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (12)$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (13)$$

5.3.1 Eigenschaften

1. Linearität
 $a f_1(t) + b f_2(t) \xrightarrow{\text{DFT}} a F_1(\omega) + b F_2(\omega)$
2. Zeitverschiebung
 $f(t - t_0) \xrightarrow{\text{DFT}} F(\omega) e^{-j\omega t_0}$
3. Frequenzverschiebung
 $f(t) e^{\pm j\omega_0 t} \xrightarrow{\text{DFT}} F(\omega \mp \omega_0)$
4. Faltung
 $f_1(t) * f_2(t) \xrightarrow{\text{DFT}} F_1(\omega) \cdot F_2(\omega)$
 $f_1(\omega) \cdot f_2(\omega) \xrightarrow{\text{DFT}} \frac{1}{2\pi} F_1(t) * F_2(t)$

5.4 DFT

$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot e^{i2\pi kn/N} \quad (14)$$

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot e^{-i2\pi kn/N} \quad (15)$$

5.4.1 FFT

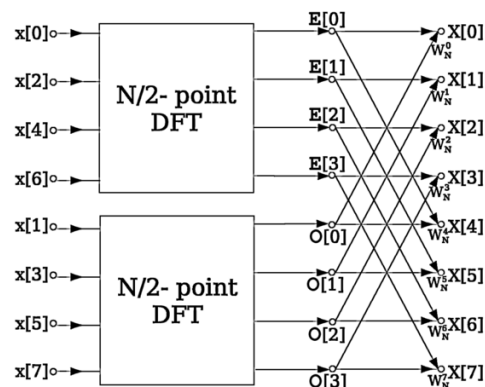


Abbildung 1: FFT

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= 0 * x_1 + 0 * x_2 + 0 * x_3 + 1 * u_1 + 0 * u_2 \\ \dot{x}_2 &= K * x_1 + 0 * x_2 + 0 * x_3 + 0 * u_1 + 0 * u_2 \\ \dot{x}_3 &= 0 * x_1 + 0 * x_2 + 0 * x_3 + H * J * u_1 + J * u_2 \\ \dot{y}_1 &= 0 * x_1 + 1 * x_2 + 0 * x_3 + 0 * u_1 + 0 * u_2 \\ \dot{y}_2 &= 0 * x_1 + 0 * x_2 + l * x_3 + 0 * u_1 + 0 * u_2\end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & l \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ H \cdot J & J \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

7.2 Programmtechnische Umsetzung

Zähler und Nenner der z-Übertragungsfunktion durch die höchste Potenz teilen

```
while(1){
    waitinterrupt();
    xout2 = xout1;
    xout1 = xout;
    xin2 = xin1;
    xin1 = xin;
    input(xin);
    xa = k*xout2 - j*xin1 + o*xout1;
    output(xa);
}
```