ESTRUCTURAS DE DATOS

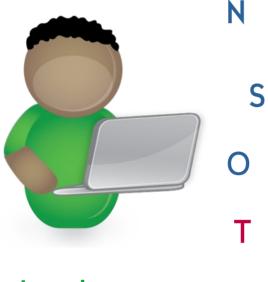
INTRODUCCIÓN A LOS TIPOS ABSTRACTOS DE DATOS

TADs: motivación

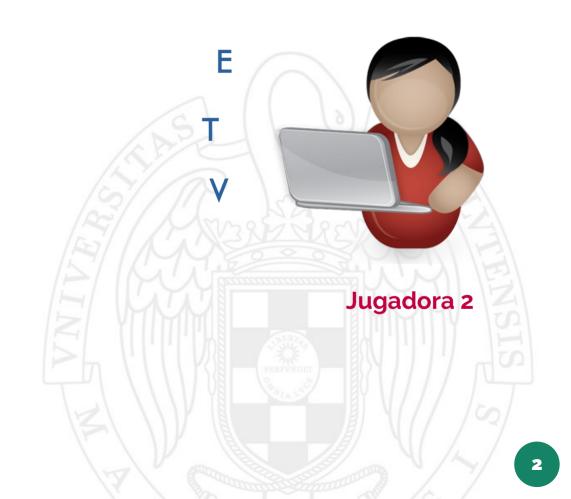
Manuel Montenegro Montes

Departamento de Sistemas Informáticos y Computación
Facultad de Informática – Universidad Complutense de Madrid

Un pequeño juego



Jugador 1



Un pequeño juego



 Para saber si una letra se ha dicho antes, debemos almacenar el conjunto de letras nombradas hasta el momento.

Tipo de datos ConjuntoChar

```
const int MAX_CHARS = 26;
struct ConjuntoChar {
  int num_chars;
  char elementos[MAX_CHARS];
};
```

- Suponemos que solo se admiten las letras mayúsculas del alfabeto inglés (A-Z).
 - Son un total de 26 letras.
- Guardamos las letras nombradas hasta el momento en el array elementos.
- Las primeras num_chars
 posiciones tienen letras. El resto se consideran posiciones "vacías".

Función auxiliar: esta_en_conjunto

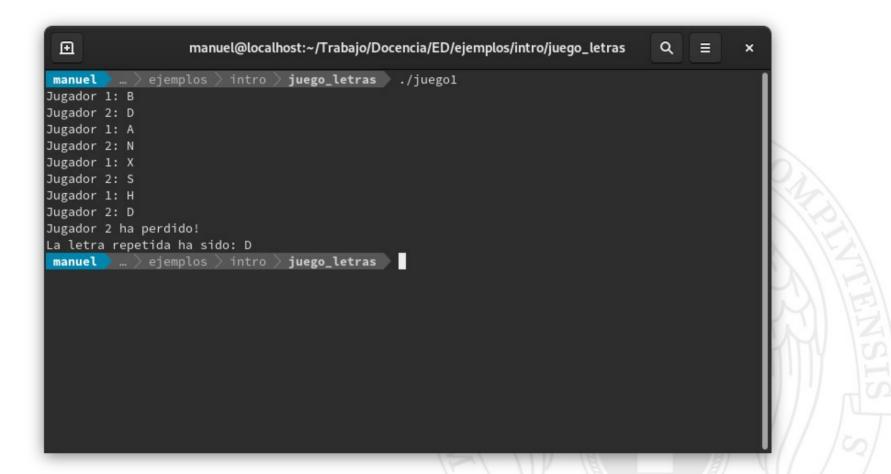
Determina si el conjunto contiene la letra c pasada como parámetro.

```
bool esta en conjunto(char c, const ConjuntoChar &conjunto) {
  int i = 0;
  while (i < conjunto.num_chars && conjunto.elementos[i] != c)</pre>
    j++;
  return conjunto.elementos[i] == c;
```

Implementación inicial del juego

```
int main() {
  int jugador_actual = 1;
  ConjuntoChar letras_nombradas;
  letras nombradas.num chars = 0;
  char letra_actual = preguntar_letra(jugador_actual);
  while (!esta_en_conjunto(letra_actual, letras_nombradas)) {
    letras_nombradas.elementos[letras_nombradas.num_chars] = letra_actual;
    letras nombradas.num chars++;
    jugador_actual = cambio_jugador(jugador_actual);
    letra_actual = preguntar_letra(jugador_actual);
  std::cout << "Jugador " << jugador_actual << " ha perdido!" << std::endl;</pre>
  std::cout << "La letra repetida ha sido: " << letra_actual << std::endl;</pre>
  return 0;
```

Funcionamiento



Cambios en la implementación

```
const int MAX_CHARS = 26;
struct ConjuntoChar {
  bool esta[MAX_CHARS];
};
```

- Nuestro conjunto contiene un número limitado de letras.
- Podemos representar el contenido del conjunto como un array de booleanos.
 - Si la letra A está en el conjunto: esta[0] = true.
 - Si la letra B está en el conjunto: esta[1] = true.

- W

Cambios en esta_en_conjunto

```
bool esta_en_conjunto(char c, const ConjuntoChar &conjunto) {
  return esta[c - (int)'A'];
}
```



Implementación inicial del juego

```
int main() {
  int jugador_actual = 1;
 ConjuntoChar letras_nombradas;
  letras_nombradas.num_chars = 0;
  char letra_actual = preguntar_letra(jugador_actual);
 while (!esta_en_conjunto(letra_actual, letras_nombradas)) {
    letras_nombradas.elementos[letras_nombradas.num_chars] = letra_actual;
    letras_nombradas.num_chars++;
    jugador_actual = cambio_jugador(jugador_actual);
    letra_actual = preguntar_letra(jugador_actual);
  std::cout << "Jugador " << jugador_actual << " ha perdido!" << std::endl;</pre>
  std::cout << "La letra repetida ha sido: " << letra_actual << std::endl;</pre>
  return 0;
```

¿Qué ha fallado?

- Cualquier cambio en el tipo de datos ConjuntoChar tiene que ser propagado hasta aquellos sitios en los que se utilicen dichos campos.
- La función main() menciona explícitamente los campos del tipo
 ConjuntoChar. Por tanto, se ve afectada por el cambio de la definición del tipo.
- Un cambio en la definición de un tipo de datos debe provocar el menor impacto posible en el la implementación del resto del programa.
- ¿Cómo delimitamos las operaciones que pueden verse afectadas por este cambio?

Abstracción mediante Tipos Abstractos de Datos (TADs)

ESTRUCTURAS DE DATOS

INTRODUCCIÓN A LOS TIPOS ABSTRACTOS DE DATOS

TADs: definición

Manuel Montenegro Montes

Departamento de Sistemas Informáticos y Computación
Facultad de Informática – Universidad Complutense de Madrid

¿Qué hemos hecho mal?

```
int main() {
                                                             implementación de los
  int jugador actual = 1;
                                                             conjuntos de caracteres
  ConjuntoChar letras_nombradas;
 letras nombradas.num chars = 0;
  char letra actual = preguntar letra(jugador actual);
 while (!esta en conjunto(letra actual, letras nombradas)) {
    letras nombradas.elementos[letras nombradas.num chars] = letra actual;
    letras nombradas.num chars++;
    jugador_actual = cambio_jugador(jugador actual);
    letra actual = preguntar letra(jugador actual);
  std::cout << "Jugador " << jugador_actual << " ha perdido!" << std::endl;</pre>
  std::cout << "La letra repetida ha sido: " << letra actual << std::endl;</pre>
  return 0;
```

La lógica del juego utiliza detalles relativos a la

¿Qué hemos hecho mal?

```
int main() {
  int jugador actual = 1;
  ConjuntoChar letras_nombradas;
  letras nombradas.num chars = 0;
  char letra actual = preguntar letra(jugador actual);
 while (!esta en conjunto(letra actual, letras nombradas)) {
    letras nombradas.elementos[letras nombradas.num chars] = letra actual;
    letras nombradas.num chars++;
    jugador_actual = cambio_jugador(jugador_actual);
    letra actual = preguntar letra(jugador actual);
  std::cout << "Jugador " << jugador_actual << " ha perdido!" << std::endl;</pre>
  std::cout << "La letra repetida ha sido: " << letra actual << std::endl;</pre>
  return 0;
```

Sin embargo, aquí sí lo hemos hecho bien...

Abstrayendo los detalles



 El sitio en el que se guardan las letras nombradas hasta el momento se corresponde con la definición matemática de conjunto.

 $LetrasNombradas = \{N', E', S', O', T', V'\}$

En un lenguaje ideal...

```
int main() {
  int jugador actual = 1;
  LetrasNombradas = \emptyset;
  char letra actual = preguntar letra(jugador_actual);
  while (letra actual ∉ LetrasNombradas) {
    LetrasNombradas = LetrasNombradas \cup \{letra actual\}
    jugador actual = cambio jugador(jugador actual);
    letra actual = preguntar letra(jugador actual);
  std::cout << "Jugador " << jugador_actual << " ha perdido!" << std::endl;</pre>
  std::cout << "La letra repetida ha sido: " << letra_actual << std::endl;</pre>
  return 0:
```

¿Qué necesitamos de un conjunto?

Obtener un conjunto vacío.

```
LetrasNombradas = \emptyset;
```

Saber si una letra pertenece (o no) a un conjunto.

```
while (letra_actual ∉ LetrasNombradas) { ... }
```

Añadir una letra a un conjunto.

```
LetrasNombradas = LetrasNombradas \cup \{letra\_actual\}
```

Tipo Abstracto de Datos: definición

- Un tipo abstracto de datos (TAD) es un tipo de datos asociado con:
 - Un **modelo** conceptual.
 - Un conjunto de **operaciones**, especificadas mediante ese modelo.



En nuestro ejemplo

Tipo de datos: ConjuntoChar

Modelo: conjuntos de letras, en el sentido matemático del término.

```
Operaciones:
                                      [true]
                                     vacio() → (C: ConjuntoChar)
                                     \int C = \varnothing 1
                                     [l \in \{A,...,Z\}]
                                      pertenece(l: char, C: ConjuntoChar) → (está: bool)
                                     [ está \Leftrightarrow l \in C ]
                                     [l \in \{A,...,Z\}]
                                      añadir(l: char, C: ConjuntoChar)
                                     \int C = old(C) \cup \{l\}\}
```

Implementación del TAD

- Nuestro modelo conceptual admite varias representaciones en C++.
 Hemos propuesto dos:
- Representación 1: array de caracteres.

```
struct ConjuntoChar {
  int num_chars;
  char elementos[MAX_CHARS];
};
```

Representación 2: array de booleanos.

```
struct ConjuntoChar {
  bool esta[MAX_CHARS];
};
```

Cada representación implementa de manera distinta las operaciones mostradas anteriormente

La representación determina la eficiencia de las operaciones implementadas

Representación 1

```
void vacio(ConjuntoChar &result) {
  result.num chars = 0;
void anyadir(char letra, ConjuntoChar &conjunto) {
  assert (conjunto.num chars < MAX CHARS);</pre>
  assert (letra ≥ 'A' & letra ≤ 'Z');
  conjunto.elementos[conjunto.num chars] = letra;
  conjunto.num chars++;
bool pertenece(char letra, const ConjuntoChar &conjunto) {
  assert (letra ≥ 'A' & letra ≤ 'Z');
  int i = 0;
 while (i < conjunto.num chars & conjunto.elementos[i] \neq letra) {
    i++;
  return conjunto.elementos[i] = letra;
```

Representación 2

```
void vacio(ConjuntoChar &result) {
  for (int i = 0; i < MAX CHARS; i++) {</pre>
    result.esta[i] = false;
void anyadir(char letra, ConjuntoChar &conjunto) {
  assert (letra ≥ 'A' & letra ≤ 'Z');
  conjunto.esta[letra - 'A'] = true;
bool pertenece(char c, const ConjuntoChar &conjunto) {
  assert (c \geqslant 'A' & c \leqslant 'Z');
  return conjunto.esta[c - 'A'];
```

Nuestro programa ideal...

```
int main() {
  int jugador actual = 1;
  LetrasNombradas = \emptyset;
  char letra actual = preguntar letra(jugador_actual);
  while (letra actual ∉ LetrasNombradas) {
    LetrasNombradas = LetrasNombradas \cup \{letra actual\}
    jugador actual = cambio jugador(jugador actual);
    letra actual = preguntar letra(jugador actual);
  std::cout << "Jugador " << jugador_actual << " ha perdido!" << std::endl;</pre>
  std::cout << "La letra repetida ha sido: " << letra_actual << std::endl;</pre>
  return 0:
```

... y nuestro programa real

```
int main() {
  int jugador actual = 1;
  ConjuntoChar letras nombradas;
  vacio(letras nombradas);
  char letra actual = preguntar letra(jugador actual);
 while (!pertenece(letra actual, letras nombradas)) {
    anyadir(letra actual, letras nombradas);
    jugador actual = cambio jugador(jugador actual);
    letra actual = preguntar letra(jugador actual);
  std::cout << "Jugador " << jugador_actual << " ha perdido!" << std::endl;</pre>
  std::cout << "La letra repetida ha sido: " << letra_actual << std::endl;</pre>
  return 0;
```

¿Qué hemos ganado?

1) Simplificar el desarrollo

No hemos de preocuparnos de cómo está implementado ConjuntoChar.

2) Reutilización

ConjuntoChar puede utilizarse en otros contextos.

3) Separación de responsabilidades

Podemos reemplazar una implementación de **ConjuntoChar** por otra sin alterar el resto del programa.

Pero hay personas despistadas

¿Existe algún mecanismo en el compilador de C++ que impida a las personas despistadas acceder a la representación interna de un TAD?

Encapsulación mediante clases

ESTRUCTURAS DE DATOS

INTRODUCCIÓN A LOS TIPOS ABSTRACTOS DE DATOS

TADs: definición

Manuel Montenegro Montes Departamento de Sistemas Informáticos y Computación Facultad de Informática – Universidad Complutense de Madrid

ESTRUCTURAS DE DATOS

INTRODUCCIÓN A LOS TIPOS ABSTRACTOS DE DATOS

Encapsulación en TADs

Manuel Montenegro Montes Departamento de Sistemas Informáticos y Computación Facultad de Informática – Universidad Complutense de Madrid

TAD ConjuntoChar

- Representa conjuntos de caracteres en mayúsculas en el alfabeto inglés (A.,Z).
- Operaciones:

```
[true]
vacio() → (C: ConjuntoChar)
\int C = \varnothing 1
[l \in \{A,...,Z\}]
pertenece(l: char, C: ConjuntoChar) → (está: bool)
[ está \Leftrightarrow l \in C ]
[l \in \{A,...,Z\}]
añadir(l: char, C: ConjuntoChar)
\int C = old(C) \cup \{l\}\}
```

Implementación de TADs mediante clases



TADs mediante clases

Podemos definir tipos abstracto de datos utilizando las clases de C++.

```
class ConjuntoChar {
public:

// operaciones públicas

private:
// representación interna
};
```



TADs mediante clases

Podemos definir tipos abstracto de datos utilizando las clases de C++.

```
class ConjuntoChar {
public:
  ConjuntoChar();
                                             \rightarrow vacio() \rightarrow (C: ConjuntoChar)
  bool pertenece(char l) const; —
                                             ▶ pertenece(l: char, C: ConjuntoChar) → bool
  void anyadir(char l);
                                             ▶ añadir(l: char, C: ConjuntoChar)
private:
  bool esta[MAX_CHARS];
```

Implementación de las operaciones

```
ConjuntoChar::ConjuntoChar() {
  for (int i = 0; i < MAX CHARS; i++) {</pre>
    esta[i] = false;
bool ConjuntoChar::pertenece(char l) const {
  assert (l \ge 'A' \& l \le 'Z');
  return esta[l - (int)'A'];
void ConjuntoChar::anyadir(char l) {
  assert (l \ge 'A' \delta \delta l \le 'Z');
  esta[l - (int) 'A'] = true;
```

¿Cómo comprobar las precondiciones?

```
[true]
vacio() → (C: ConjuntoChar)
\int C = \varnothing 1
[l \in \{A,...,Z\}]
pertenece(l: char, C: ConjuntoChar) → (está: bool)
[ est\acute{a} \Leftrightarrow l \in C ]
[1 \in \{A,...,Z\}]
añadir(l: char, C: ConjuntoChar)
[C = old(C) \cup \{l\}]
```

- Más sencillo, pero menos flexible: la macro assert.
 - Se encuentra en el fichero de cabecera < cassert >.
 - Comprueba la condición pasada como parámetro. Si es falsa, el programa aborta.
- Más potente y flexible: manejo de excepciones en C++.

Uso de TAD: lenguaje ideal

```
int main() {
  int jugador actual = 1;
  LetrasNombradas = \emptyset;
  char letra actual = preguntar letra(jugador_actual);
  while (letra actual ∉ LetrasNombradas) {
    LetrasNombradas = LetrasNombradas \cup \{letra actual\}
    jugador actual = cambio jugador(jugador actual);
    letra actual = preguntar letra(jugador actual);
  std::cout << "Jugador " << jugador_actual << " ha perdido!" << std::endl;</pre>
  std::cout << "La letra repetida ha sido: " << letra_actual << std::endl;</pre>
  return 0:
```

Uso de TAD: sin clases

```
int main() {
  int jugador actual = 1;
  ConjuntoChar letras nombradas = vacio();
  vacio(letras nombradas);
  char letra actual = preguntar letra(jugador actual);
 while (!pertenece(letra actual, letras nombradas)) {
    anyadir(letra actual, letras nombradas);
    jugador actual = cambio jugador(jugador actual);
    letra actual = preguntar letra(jugador actual);
  std::cout << "Jugador " << jugador_actual << " ha perdido!" << std::endl;</pre>
  std::cout << "La letra repetida ha sido: " << letra_actual << std::endl;</pre>
  return 0;
```

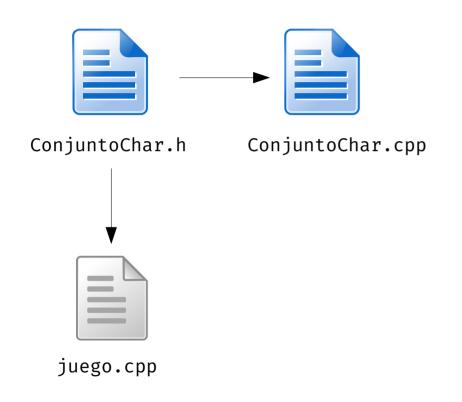
Uso de TAD: con clases

```
Encapsulación garantizada
int main() {
                                                                 por el compilador
  int jugador actual = 1;
 ConjuntoChar letras_nombradas;
  char letra actual = preguntar letra(jugador actual);
 while (!letras nombradas.pertenece(letra actual)) {
    letras nombradas.anyadir(letra actual);
    jugador actual = cambio jugador(jugador actual);
    letra actual = preguntar letra(jugador actual);
  std::cout << "Jugador " << jugador_actual << " ha perdido!" << std::endl;</pre>
  std::cout << "La letra repetida ha sido: " << letra actual << std::endl;</pre>
  return 0:
```

Modularidad: ¿Cómo organizar el código?

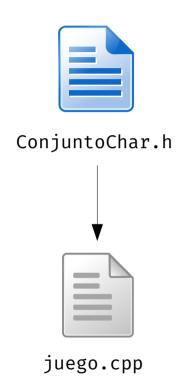


Alt. 1: interfaz/implementación separadas



- Ventajas:
 - Separación de aspectos de implementación.
 - La implementación puede compilarse por separado.
- Desventajas:
 - No puede utilizarse en combinación con plantillas de C++ (template).

Alt. 2: interfaz e implementación juntas



- Inconvenientes:
 - Los detalles de implementación quedan expuestos.
 - Si cambiamos ConjuntoChar, hemos de recompilar juego.cpp
- Pero cuando utilicemos templates no tendremos más remedio que implementar las operaciones genéricas en el .h

... por lo menos hasta C++20

ESTRUCTURAS DE DATOS

INTRODUCCIÓN A LOS TIPOS ABSTRACTOS DE DATOS

Modelo vs. representación

Manuel Montenegro Montes

Departamento de Sistemas Informáticos y Computación
Facultad de Informática – Universidad Complutense de Madrid

Modelo vs. representación



TAD ConjuntoChar (representación 1)

Modelo

Representación

Conjuntos de letras mayúsculas $\mathcal{P}(\{A..Z\})$

```
class ConjuntoChar {
    private:
        int num_chars;
        char elementos[MAX_CHARS];
};
```

```
\{A, D, Z\}
```

{ *G*, *M*}

Ø

elementos:

TAD ConjuntoChar (representación 2)

Modelo

Representación

Conjuntos de letras mayúsculas $\mathcal{P}(\{A..Z\})$

```
class ConjuntoChar {
   private:
    bool esta[MAX_CHARS];
};
```

 $\{A, D, Z\}$

Ø

esta:

minima

TFFTF

... F ...

FT

esta:

FFFF ...F... FF

TAD de números int

Modelo

Elementos de \mathbb{Z}

Representación

32 bits en complemento a 2

25

-7

000...00011001

111...11111001

TAD de números float

Modelo

Elementos de $\mathbb Q$

Representación

IEEE 754

1.3423121

-0.5

001111111010101111101000011100010

10111111000000000000000000000000000

iCuidado! La representación es relevante

¿Por qué nos interesa conocer la representación?

- Eficiencia de las operaciones
 - El coste en tiempo puede depender de la representación.
- Coste en memoria de la representación
 - Algunas representaciones necesitan más memoria.
- Limitaciones de algunas representaciones

Limitaciones de algunas representaciones

- Enteros de 32 bits: -2147483648 a 2147483647.
- Coma flotante con float:

```
0.7
0011111100110011001100110011
0.699999881
```

```
float f = 7.0 / 10;
std::cout << std::setprecision(10) << f << std::endl;</pre>
```

Limitaciones de algunas representaciones

- Enteros de 32 bits: -2147483648 a 2147483647.
- Coma flotante con float:

0.7

0.6999999881

0011111100110011001100110011

TAD ConjuntoChar: capacidad máxima



- Fijada la representación de un TAD, la función de abstracción asociada a una representación que asocia cada instancia de la representación con el modelo que representa.
- Ejemplo: TAD int

$$f_{int}(x_{31}x_{30}\cdots x_0) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{30} 2^i * x_i & \text{si } x_{31} = 0\\ -(1 + \sum_{i=0}^{30} 2^i * \overline{x_i}) & \text{si } x_{31} = 1 \end{cases}$$

- Fijada la representación de un TAD, la función de abstracción asociada a una representación que asocia cada instancia de la representación con el modelo que representa.
- Ejemplo: TAD ConjuntoChar

```
class ConjuntoChar {
    ...
private:
    int num_chars;
    char elementos[MAX_CHARS];
};
```

```
f_{\mathit{CCI}}: \texttt{ConjuntoChar} \to \mathcal{P}(\{A..Z\}) f_{\mathit{CCI}}(x) = \{ \textit{x.elementos[i]} \mid 0 \leq i < \textit{x.num\_chars} \ \}
```

- Fijada la representación de un TAD, la función de abstracción asociada a una representación que asocia cada instancia de la representación con el modelo que representa.
- Ejemplo: TAD ConjuntoChar

```
class ConjuntoChar {
    ...
private:
    bool esta[MAX_CHARS];
};
```

```
f_{cc2}: {\tt ConjuntoChar} \to \mathcal{P}(\{A..Z\}) f_{cc2}(x) = \{\ c \in \{A..Z\} \ | \ x.esta[ord(c) - ord(`A')] = true\ \}
```

Tipos de operaciones



TAD = Modelo + Operaciones

Las operaciones en un TAD se especifican en función de los modelos.

```
[true]
vacio() → (C: ConjuntoChar)
IC = \emptyset 1
[l \in \{A,...,Z\}]
pertenece(l: char, C: ConjuntoChar) → (está: bool)
∫ está \Leftrightarrow l ∈ C ∫
[l \in \{A,...,Z\}]
añadir(l: char, C: ConjuntoChar)
[C = old(C) \cup \{l\}]
```

Tipos de operaciones

- Funciones constructoras
 - Crean una nueva instancia del TAD.
 - Equivalen a los constructores de C++
- Funciones observadoras
 - No modifican el TAD sobre el que se aplican.
 - En C++ llevan el modificador const.
- Funciones mutadoras
 - Modifican el TAD sobre el que se aplican.

Ejemplo

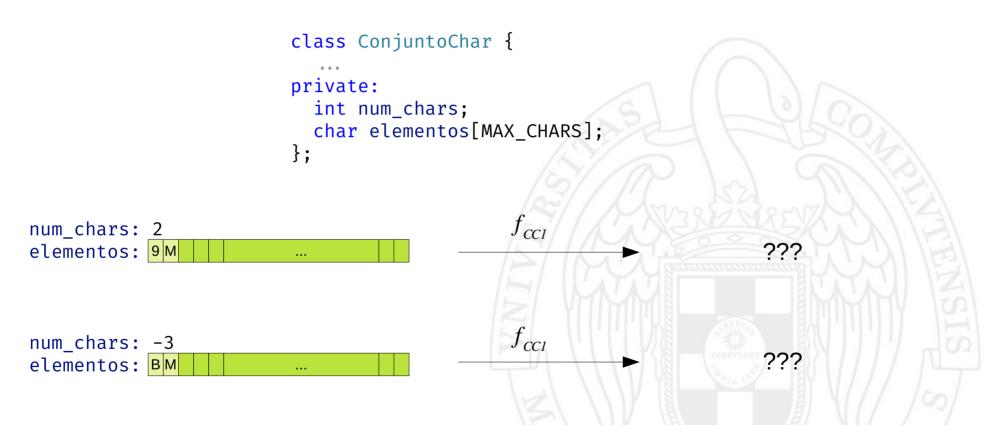
```
[true]
vacio() → (C: ConjuntoChar)
IC = \varnothing 1
[l \in \{A,...,Z\}]
pertenece(l: char, C: ConjuntoChar) → (está: bool)
I está ⇔ l ∈ C 1
[l \in \{A,...,Z\}]
añadir(l: char, C: ConjuntoChar)
\int C = old(C) \cup \{l\}\}
```

Invariante de la representación



Instancias no válidas

No todas las instancias de una representación denotan un modelo.



Invariante de representación

 Un invariante de representación es una fórmula lógica que especifica cuándo una instancia es válida.

```
class ConjuntoChar {
    ...
private:
    int num_chars;
    char elementos[MAX_CHARS];
};
```

```
\begin{split} I_{CCI}(x) = \\ 0 &\leq x.num\_chars \leq MAX\_CHARS \land \\ \forall i: \ 0 \leq i < x.num\_chars \Rightarrow x.elementos[i] \in \{A..Z\} \end{split}
```

Invariante de representación

 Un invariante de representación (o invariante de clase) es una fórmula lógica que especifica cuándo una instancia es válida.

```
class ConjuntoChar {
private:
  bool esta[MAX CHARS];
         I_{CC2}(x) = true
```

Invariantes y operaciones

- Las operaciones constructoras deben producir una instancia que cumpla el invariante.
- Las operaciones consultoras pueden asumir que la instancia cumple el invariante.
- Las operaciones mutadoras pueden asumir que la instancia cumple el invariante, y han de preservarlo al final de su ejecución.

```
[true]
vacio() → (C: ConjuntoChar)
[C = \varnothing]
[l \in \{A,...,Z\}]
pertenece(l: char, C: ConjuntoChar) → (está: bool)
[ está \Leftrightarrow l \in C ]
[l \in \{A,...,Z\}]
añadir(l: char, C: ConjuntoChar)
[C = old(C) \cup \{l\}]
```