

Fano 共振

周五下午 第 10 组 9 号 甘城屹

一、数据处理 （原始数据略）

1. 给出标称 18mH、16mH 的电感和标称 0.047μF 的电容的元件参量表征结果,并做简单定性分析。

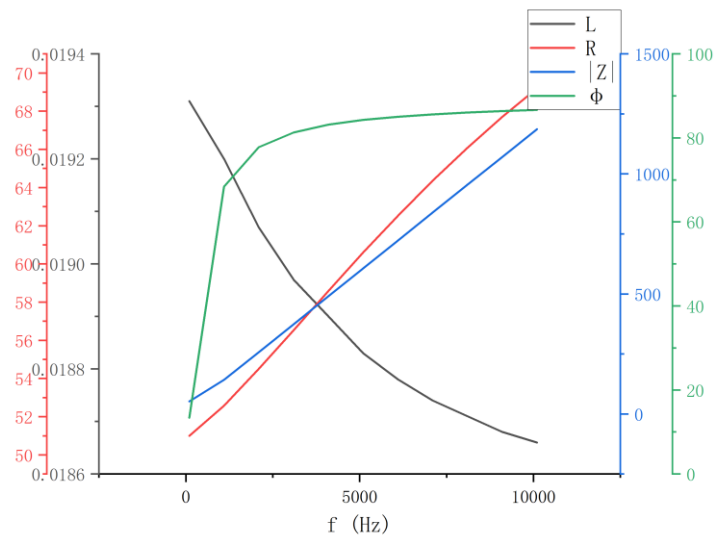


图 1-1 标称 18mH 电感元件参量表征结果

由十次测量结果取平均得到 $\bar{L} = 18.895\text{mH}$

随着频率增大，电感值减小，损耗电阻增大，复阻抗的模增大，相位角迅速增大到 90° 附近后继续缓慢增大。

分析：随频率增大：

- ① 电感减小：可能由于磁性材料的磁导率随频率升高而降低，或者高频下磁芯涡流损耗和磁滞损耗增大，导致表征出的有效电感下降。
- ② 损耗电阻增大：由于趋肤效应，高频率电流会集中在导体表面流动，导致导体有效面积减小，等效电阻增大。
- ③ 复阻抗的模增大：电阻增大，电感对应的感抗 $2\pi fL$ 也增大，二者矢量和增大，复阻抗的模增大。
- ④ 相位角增大：频率趋于 0 时，电感性抗几乎为 0，相位角几乎为 0；频率增大后，电感性抗迅速增大，远超直流电阻，占据复阻抗的主要成分，相位角迅速达到 90° 附近，随后继续缓慢增大。

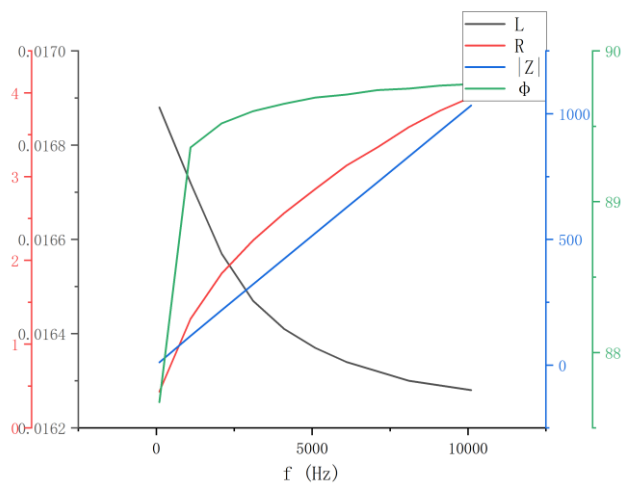


图 1-2 标称 16mH 电感元件参量表征结果

由十次测量结果取平均得到 $\bar{L} = 16.45\text{mH}$

随着频率增大，电感值减小，损耗电阻增大，复阻抗的模增大，相位角迅速增大到 90° 附近后继续缓慢增大。

分析同前。

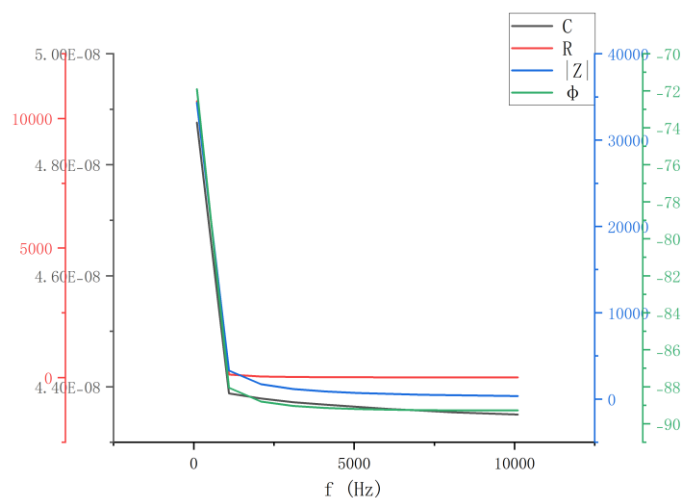


图 1-3 标称 $0.047\mu\text{F}$ 电容元件参量表征结果

由十次测量结果取平均得到 $\bar{C} = 4.41\mu\text{F}$

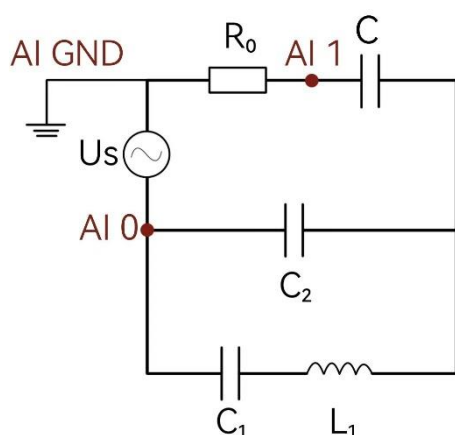
随着频率增大，电容值减小，损耗电阻减小，复阻抗的模减小，相位角迅速达到 -90° 附近后继续缓慢减小。

分析：随频率增大：

- ① 电容减小：可能由于高频下极化场的建立跟不上电场变化，导致等效的相对介电常数减小，从而有效电容下降。
- ② 损耗电阻减小：高频时，介质中的偶极子转向速度跟不上电场变化，极化程度降低转向摩擦损耗减少，损耗电阻减小
- ③ 复阻抗的模减小：低频时电容的容抗 $\frac{1}{2\pi fC}$ 占据主要成分，随频率增大，容抗迅速从极大处减小到近似为零，随后继续缓慢减小。
- ④ 相位角减小：频率越高，越接近理想电容器，损耗电阻的作用越小，相位越接近 -90° 。

2. 根据所提供的仪器用具，自行设计电路，观察 Fano 共振现象。

左图中：



$$R_0 = 100\Omega$$

$$C = 0.04\mu\text{F}, C_1 = 0.047\mu\text{F}, C_2 = 0.04\mu\text{F}$$

$$L_1 = 16\text{mH}$$

图 2-1 自行设计的电路

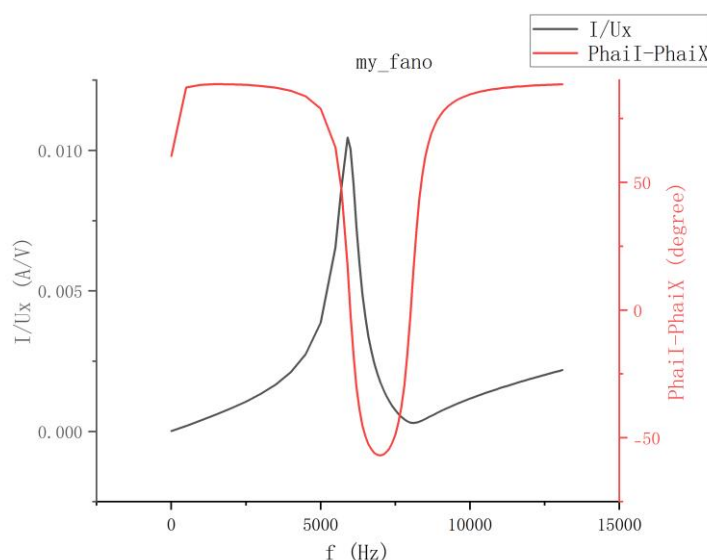
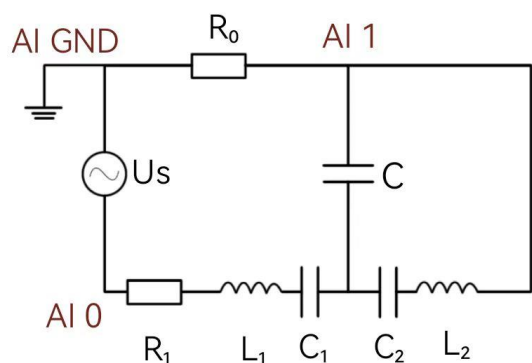


图 2-2 自行设计电路实验结果

观察到幅频特性（黑线）与相频特性（红线）如上所示。

- (1) 幅频特性：约 6kHz 处出现尖锐的峰，幅值显著升高，且左侧相对平缓，右侧相对陡峭且右侧下降后又有缓升，显示出非对称峰的特性但并不十分明显。
- (2) 相频特性：在约 7kHz 处出现低谷（相位快速变化），表明存在谐振引起的相位反转，与普通共振系统的相位随频率平滑单调变化不同，但与典型的 fano 共振有差异。

3. 给出 Fano 共振在统一参考电路和标准参量下的测量结果。



参考参量： $R_0 = 100\Omega, R_1 = 500\Omega$
 $C = 0.5\mu\text{F}, C_1 = 0.047\mu\text{F}, C_2 = 0.2\mu\text{F}$
 $L_1 = 16\text{mH}, L_2 = 18\text{mH}$

图 3-1 参考电路

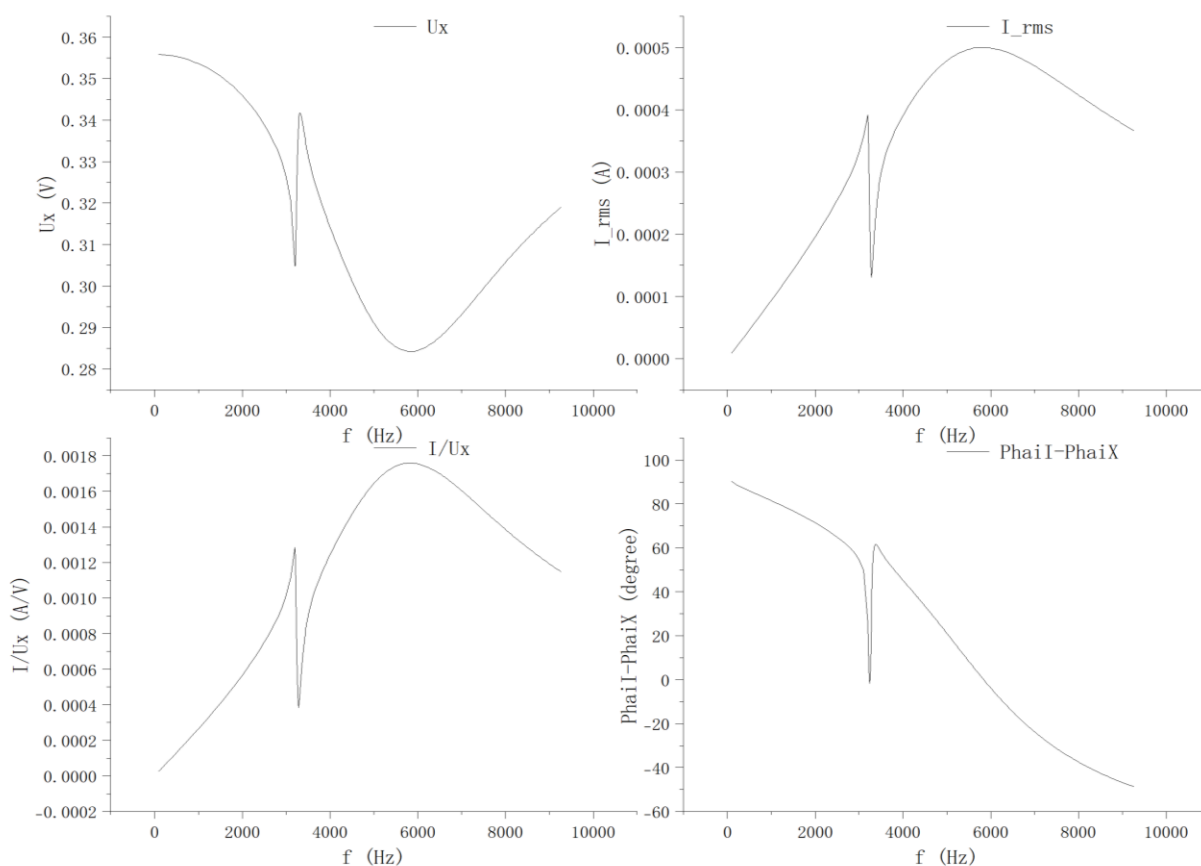


图 3-2 参考电路实验结果

以上分别为不同频率下，电压有效值，电流有效值，电导，电流与电压相位差的图像，可见都具有 Fano 共振的典型特征。

4. 给出系统改变参量值对相关现象开展研究的测量结果，总结并分析实验结果。

(1) 变化 R_1 的值

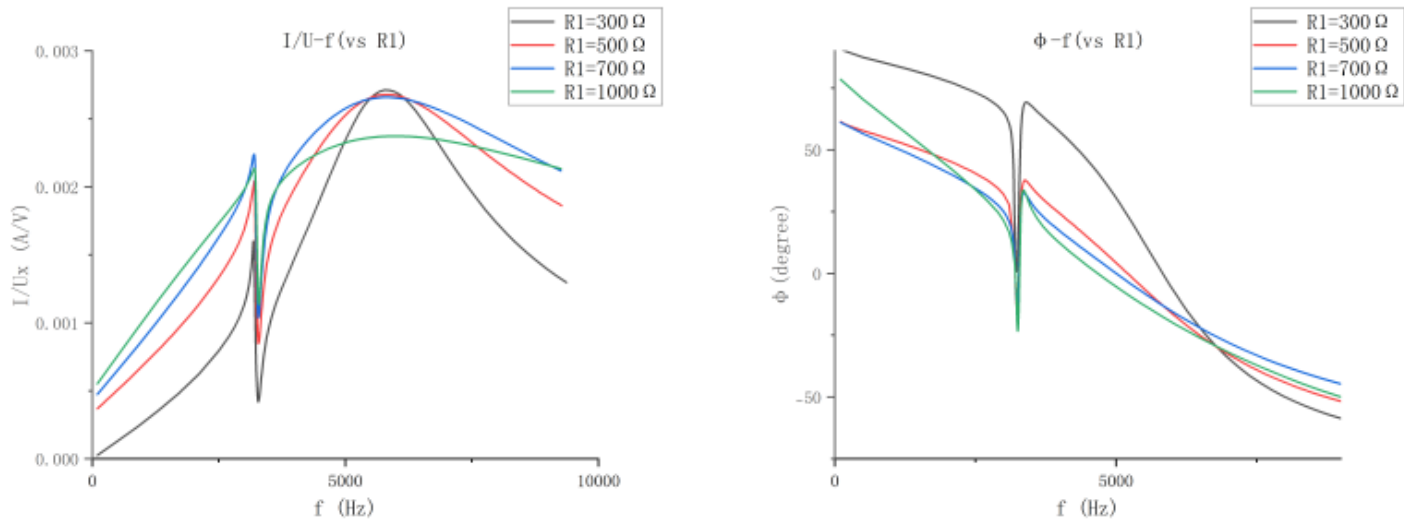


图 4-1 变化 R_1 的幅频（左）与相频（右）

现象：随着 R_1 的增大，幅频曲线整体变宽，峰值变矮；相频曲线整体变矮

(2) 变化 C 的值

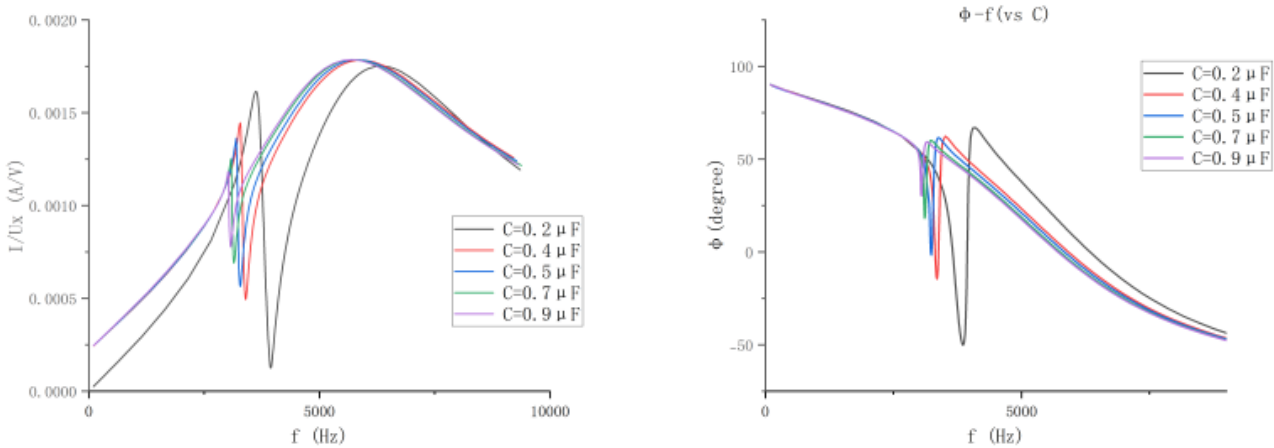


图 4-2 变化 C 的幅频（左）与相频（右）

现象：随着 C 的增大，幅频曲线共振峰位置变化不大，但峰值变矮，相频曲线相位突变的位置也几乎不动，但突变幅度变小。

(3) 变化 C_2 的值

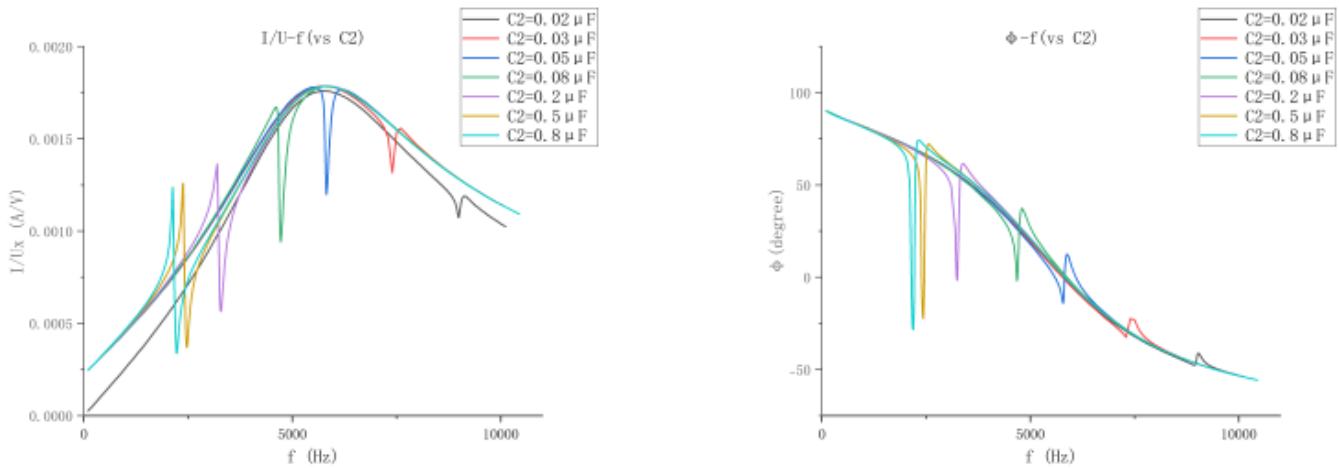
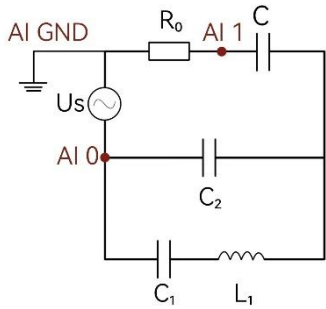


图 4-1 变化 C_2 的幅频（左）与相频（右）

现象：随着 C_2 的增大，幅频曲线共振峰不断向左移动，且由先谷后峰逐渐变为先峰后谷，同时峰值也变高；相频曲线相位突变位置不断向左移动，且突变幅度逐渐变大。

二、分析与讨论

1.对自行设计电路的解释



这个电路由于 C ， C_2 ， R_0 形成的回路缺少电感，无法形成谐振，所以与参考电路的 Fano 共振有差距。但 C_1 ， L_1 的串联谐振可以提供尖锐共振，通过 C_2 直接耦合，两路径信号于回路叠加，形成非对称峰。而 C_1 ， L_1 谐振频率为 $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{C_1 L_1}}$ ， $(C_1, L_1)|C_2$ 的并联谐振频率为 $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_1} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)}$ ，故适当增大 C_2 的值可能会使 Fano 共振的不对称峰更明显。

2.对参考电路发生 Fano 共振的理论解释

整个电路可以分为两个部分：（甲） R_0, R_1, C_1, L_1 串联与（乙） $C|(C_2, L_2)$ 的并联系统，二者整体串联。（甲）因引入两个电阻损耗导致宽谱响应，（乙）损耗极低导致窄谱响应，二者通过并联的电容 C 耦合在一起，形成 Fano 共振。

$$Z_{\text{甲}} = R_0 + R_1 + i\omega L_1 + \frac{1}{i\omega C_1} \text{ 由 } R_0 + R_1 \text{ 主导,}$$

$$Z_{\text{乙}} = \left(\frac{1}{i\omega C} + \frac{1}{i\omega L_2 + \frac{1}{i\omega C_2}} \right)^{-1} \text{ 在 } \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \text{ 时有 } Z_{\text{乙}} \rightarrow 0, \text{ 形成窄谱谐振。}$$

实验中表征幅度的值为 $I / U_x \propto \frac{1}{|Z_{\text{甲}} + Z_{\text{乙}}|}$ ，在 $\omega = \omega_0$ 附近会出现尖锐的峰；

而相位也会在在 $\omega = \omega_0$ 时发生 180° 跳变，反映了窄谱谐振的相位反转。

3.对改变电路参量发生的现象的理论解释

(1) 随 R_1 的变化

①幅频

R_1 改变的是电路损耗，它的增大一方面使 Z_{eff} 的实部变大，从而宽频响应的能量分布更广，则谱线展宽；另一方面削弱了窄频谐振的能量存储能力，使共振峰峰值变低。从数学上解释，则是品质因子 Q 因 R 增大而减小，共振峰变宽、变矮。

②相频

高损耗会抑制系统相位突变的能力，使得相位变化变钝。

(2) 随 C 的变化

①幅频

由于 ω_0 与 C 无关，故共振峰位置几乎不变，而 C 表征的是耦合强度， C 越大，分流到 C 的电流越多，削弱了 (C_2, L_2) 的谐振贡献，从而共振峰幅度降低。

②相频

同样由于 ω_0 不变，故相位突变的位置几乎不变，但耦合的增强使两个系统更接近一个整体，更接近传统共振时相位的缓慢变化，相位突变的幅度变小。

(3) 随 C_2 的变化

①幅频

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$ 随 C_2 增大而减小，从而共振峰随 C_2 增大而左移；同时 C_2 的增大会使 (C_2, L_2)

支路偏向电容性还是电感性发生改变，使得该支路相较于干路的相位发生超前到落后的变化，从而由先谷后峰变为先峰后谷；此外 C_2 增大会使等效损耗变小（能量存储能力强），从而峰值变大。

②相频

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$ 随 C_2 增大而减小，从而相位突变的位置随 C_2 增大而左移，且等效损耗减小使

得相位在极窄的频带内完成跳变，则突变幅度更明显。

三、收获与感想

1.此次实验使用虚拟仪器，使得数据的采集及计算更加便捷，大大提高了实验效率，体现了科技对科学研究的促进作用。

2.实验操作本身较为简单，但实验原理由于缺少具体计算显得有些抽象而难以理解，同时对数据的处理也很考验对 origin 软件的掌握，总体较为费时。但好在最后把图像折腾了出来，对 origin 又有了更好的掌握。

3.实验中我先用较大的频率变化步长粗测，找到峰值/突变处大致位置后，再重新测，且在前阶段放大步长，接近峰值/突变处时调小步长至 10Hz。采用以上策略后在保证重要数据不确实的同时极大地提高了试验效率。实验后反思时觉得或许应该在峰值/突变处采用更小的步长进行测量，可能可以观察到更明显的相位突变。