

测量金属的杨氏模量

星期四 第六组 1 号台 甘城屹

一、数据及处理 对用不同的测量方法测得的数据分别作以下记录：

(一) CCD 成像系统测定杨氏模量

1. 对测量某物理量的多个数据和测量多次的数据列表：

(1) 观察伸长变化

i	$\Delta m_i / g$	m_i / g	r_i / mm	r'_i / mm	\bar{r}_i / mm
0	0	0	4.22	4.25	4.235
1	199.81	199.81	4.11	4.13	4.120
2	199.66	399.47	3.97	4.02	3.995
3	199.78	599.25	3.89	3.90	3.895
4	200.06	799.31	3.80	3.92	3.81
5	199.60	998.91	3.67	3.68	3.675
6	199.92	1198.83	3.57	3.56	3.565
7	199.62	1398.45	3.46	3.42	3.44
8	199.82	1598.27	3.30	3.30	3.315

(2) 测金属丝直径

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d' / mm	0.325	0.321	0.322	0.320	0.320	0.321	0.321	0.321	0.322	0.320

$$\bar{d}' = 0.3213mm$$

$$\sigma_{\bar{d}'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (d'_i - \bar{d}')^2}{10 \times 9}} = 4.726 \times 10^{-4}mm$$

$$\sigma_d = \sqrt{\sigma_{\bar{d}'}^2 + \frac{e^2}{3}} = \sqrt{(4.726 \times 10^{-4})^2 + \frac{0.001^2}{3}} mm = 7 \times 10^{-4}mm$$

$$\bar{d}' = (3213 \pm 7) \times 10^{-4}mm$$

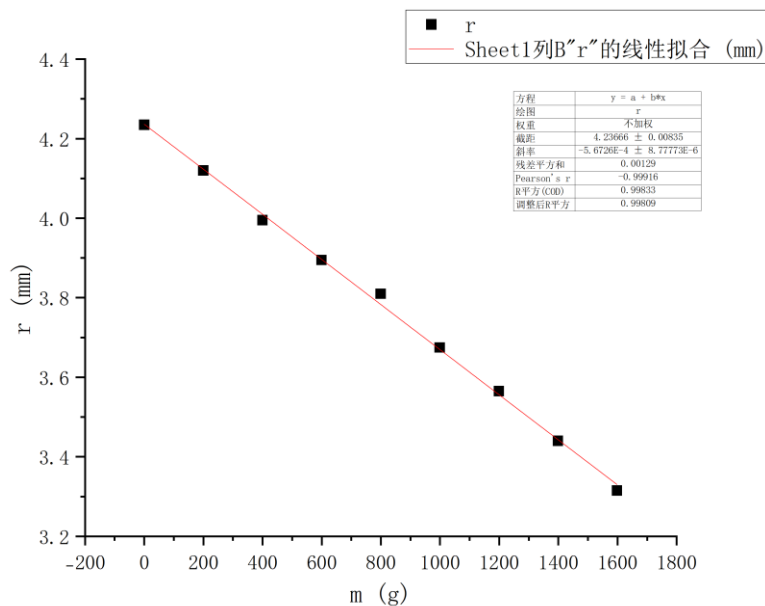
2. 对一次测量的物理量结果及其不确定度做记录；

测金属丝原长: $L = 102.40cm - 24.60cm = 77.80cm$

$$\sigma_L = \frac{e}{\sqrt{3}} = \frac{0.01}{\sqrt{3}} cm = 5.77 \times 10^{-3}cm$$

3. 用最小二乘法分别对 1.中的 $r - m$ 关系进行处理

使用 origin 软件对 $r-m$ 的数据进行线性拟合，如下图所示：



可知: $r(mm) = -5.6726 \times 10^{-4}m(g) + 4.2367$

斜率为 $k = -5.6726 \times 10^{-4}mm/g = -5.6726 \times 10^{-4}m/kg$

另外相关系数 $Pearson's r=0.9991630$

4. 计算杨氏模量及其不确定度。

由实验原理可知 $E = \frac{FL}{s\Delta L} = \frac{4gL}{\pi d^2} \frac{1}{|k|} = \frac{4 \times 9.8 \times 0.7780}{3.14 \times (0.3213 \times 10^{-3})^2} \frac{1}{5.6726 \times 10^{-4}} Pa = 1.6586 \times 10^{11} Pa$

下面计算不确定度: $\frac{\sigma_k}{|k|} = \sqrt{\frac{\frac{1}{Pearson's r^2} - 1}{9-2}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{0.9991630^2} - 1}{9-2}} = 0.015474$

$$\begin{aligned} \sigma_E &= E \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(2 \frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2} \\ &= 1.6586 \times 10^{11} \times \sqrt{\left(\frac{5.77 \times 10^{-3}}{77.80}\right)^2 + \left(2 \frac{7 \times 10^{-4}}{0.3213}\right)^2 + (0.015474)^2} Pa \\ &= 0.03 \times 10^{11} Pa \\ E &= (1.66 \pm 0.03) \times 10^{11} Pa \end{aligned}$$

(二) 梁的弯曲测定杨氏模量

1. 对测量某物理量的多个数据和测量多次的数据列表:

观察伸长变化

i	$\Delta m_i / g$	m_i / g	r_i / mm	r'_i / mm	\bar{r}_i / mm	λ_i / mm
0	0	0	34.388	34.372	34.38	0
1	199.81	199.81	32.918	32.863	32.8905	1.4895
2	199.66	399.47	31.340	31.332	31.336	3.044
3	199.78	599.25	29.782	29.670	29.726	4.654
4	200.06	799.31	28.170	28.101	28.1355	6.2445
5	199.60	998.91	26.628	26.530	26.579	7.801
6	199.92	1198.83	25.052	25.052	25.052	9.328

2. 对一次测量的物理量结果及其不确定度做记录;

①梁的有效长度 $l = 28.60\text{cm}$

$$\sigma_l = \frac{e}{\sqrt{3}} = \frac{0.01}{\sqrt{3}}\text{cm} = 5.77 \times 10^{-3}\text{cm}$$

②梁的宽度 $a = 10.00\text{mm}$

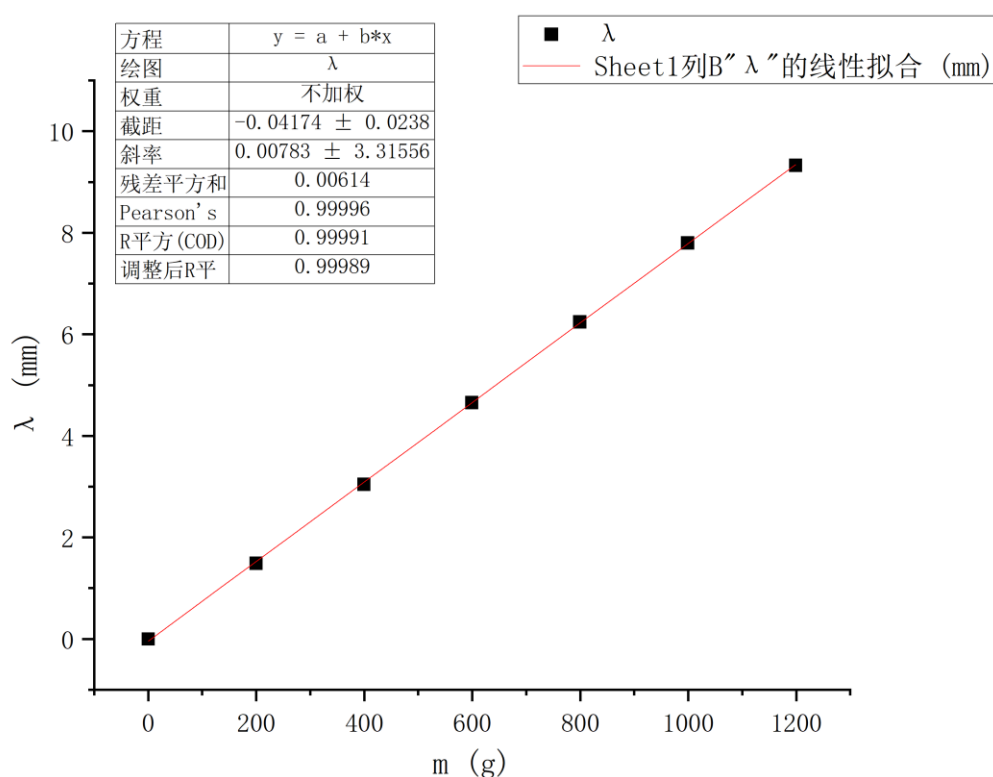
$$\sigma_a = \frac{e}{\sqrt{3}} = \frac{0.01}{\sqrt{3}}\text{mm} = 5.77 \times 10^{-3}\text{mm}$$

③梁的厚度 $h = 1.50\text{mm}$

$$\sigma_h = \frac{e}{\sqrt{3}} = \frac{0.01}{\sqrt{3}}\text{mm} = 5.77 \times 10^{-3}\text{mm}$$

3. 用最小二乘法分别对 1. 中的 $\lambda - m$ 关系进行处理

使用 origin 软件对 $\lambda - m$ 的数据进行线性拟合, 如下图所示:



可知: $\lambda(\text{mm}) = 7.83 \times 10^{-3}m(\text{g}) - 0.04174$

斜率为 $k = 7.83 \times 10^{-3}\text{mm/g} = 7.83 \times 10^{-3}\text{m/kg}$

另外相关系数 $\text{Pearson's } r = 0.99996$

4. 计算杨氏模量及其不确定度。

$$\text{由实验原理可知 } E = \frac{Gl^3}{4\lambda ah^3} = \frac{gl^3}{4akh^3} = \frac{9.8 \times 0.2860^3}{4 \times 0.01 \times 7.83 \times 10^{-3} \times 0.0015^3} \text{Pa} = 2.1688 \times 10^{11} \text{Pa}$$

$$\text{下面计算不确定度: } \frac{\sigma_k}{|k|} = \sqrt{\frac{\frac{1}{\text{Pearson's } r^2} - 1}{7-2}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{0.99996^2} - 1}{7-2}} = 4.000 \times 10^{-3}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_E &= E \sqrt{\left(3 \frac{\sigma_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(3 \frac{\sigma_h}{h}\right)^2} \\
&= 2.1688 \times 10^{11} \\
&\times \sqrt{\left(3 \times \frac{5.77 \times 10^{-3}}{28.60}\right)^2 + \left(\frac{5.77 \times 10^{-3}}{10}\right)^2 + (4.000 \times 10^{-3})^2 + \left(\frac{5.77 \times 10^{-3}}{1.5}\right)^2} Pa \\
&= 1.2 \times 10^9 Pa \\
E &= (2.169 \pm 0.012) \times 10^{11} Pa
\end{aligned}$$

二、分析与讨论 在用 CCD 法和光杠杆法测定金属丝杨氏模量实验中，对出现的下列两种情况分别分析可能的原因：

1. 开始加第一、二个砝码时 r 的变化量大于正常的变化量；
 - ①金属丝没有完全伸直，有的地方扭曲，在受力后拉直而变长；
 - ②超出了弹性形变范围；
 - ③光杠杆法测定中，初始调节不到位，角度、位置不合适，出现异常。
2. 开始加第一、二个砝码时 r 的变化量小于正常的变化量。
 - ①小圆柱与限位螺丝之间存在摩擦，初始砝码质量较小时，金属丝应变不够灵敏。
 - ②光杠杆法测定中，初始调节不到位，角度、位置不合适，出现异常。