400104964

تمرین عملی اول

آیلین رسته

(1) تابع $f(x,y)=\frac{1}{xy}$ را می‌توان به صورت ترکیب توابع $\frac{1}{u}$ ، $\sqrt{uv}$ و u^2 نوشت به صورت زیر:

$f(x,y)=\frac{1}{xy}$ $(x,y)\in R^2_{++}$ $f(x)=f_1(f_2(f_3(x,y)))$

$f_1(x)=x^2$ ⇝ convex , increasing if $x\geq 0$ and decreasing if $x\leq 0$ } convex

$f_2(x)=\frac{1}{u}$ ⇝ Convex and decreasing if $x>0$ } ⇒ $f_2(f_3(x,y))$ ⇝ convex

$f_3(x,y)=\sqrt{xy}$ ⇝ concave if $xy>0$

xy

y x

(2) a) مینیمم کردن مساحت‌ها:

$$\text{minimizing } \sum_{i=1}^{n} \pi r_i^2 \rightsquigarrow \text{convex}$$

$$\text{s.t. } c_i=c_i^{fix},\ r_i=r_i^{fix} \quad i=1,2,\dots,K \rightarrow \text{affine}$$

$$\|c_i-c_j\|\leq r_i+r_j \quad (i,j)\in I \rightsquigarrow \text{Convex}$$

$$r_i\geq 0 \rightsquigarrow \text{Convex}$$

مینیمم کردن محیط‌ها:

$$\text{minimizing } \sum_{i=1}^{n} 2\pi r_i \rightarrow \text{affine}$$

$$\text{s.t. } c_i=c_i^{fix},\ r_i=r_i^{fix} \quad i=1,2,\dots,K \rightarrow \text{affine}$$

$$\|c_i-c_j\|\leq r_i+r_j \quad (i,j)\in I \rightarrow \text{Convex}$$

$$r_i\geq 0 \rightarrow \text{Convex}$$

3) a)

minimizing $\|y\|_2$ → convex

s.t. $y_i S_i \geq 0$ for $i = 1, \dots, n$ → convex set (half space)

$\sum_{i=1}^{n} y_i S_i = n$ → affine

$y_t = \sum_{j=1}^{B} a_j \cos\left(\frac{2\pi}{n}(f_{min}+j-1)t\right) + b_j \sin\left(\frac{2\pi}{n}(f_{min}+j-1)t\right)$ → affine

$i = 1, \dots, B$

b) همانطور که مشاهده می‌شود، مقدار recovery error برابر 0.12 شد که از انتخابی که از اطلاعات داده شده خیلی کم بود

مقدار خیلی خوبی است.

4) a)

$$P(N_t) = e^{-\lambda_t} \frac{\lambda_t^{N_t}}{N_t!}$$

1) اگر N_t برابر صفر باشد:

$\frac{\lambda_t^{N_t}}{N_t!} = 1 \quad \operatorname{argmax}(e^{-\lambda_t}) = 0 \Rightarrow \operatorname{argmax}(P(N_t)) = 0$

2) اگر $N_t \neq 0$ باشد،

increasing

$\log P(N_t) = -\lambda_t + N_t \log \lambda_t - \log N_t!$

$\log' P(N_t) = -1 + N_t \frac{1}{\lambda_t} = 0 \Rightarrow N_t = \lambda_t \Rightarrow \operatorname{argmax} \log P(N_t) = \operatorname{argmax} P(N_t) = N_t$

maximize $\sum_{t=1}^{24} -\lambda_t + N_t \log \lambda_t - \underbrace{\log N_t!}_{\text{constant}}$ or minimize $\sum_{t=1}^{24} \lambda_t - N_t \log \lambda_t$

s.t. $\lambda_t \geq 0 \quad t = 1, \dots, 24$

b) به نظر در صورت سوال ایرادی وجود دارد و ρ باید در کل عبارت ضرب شود.

$\underset{\text{concave}}{\text{maximize}} \sum_{t=1}^{24} (-\lambda_t + N_t \log \lambda_t - \underbrace{\log N_t!}_{\text{constant}}) - \rho\left(\sum_{t=1}^{23} ((\lambda_{t+1} - \lambda_t)^2 + (\lambda_1 - \lambda_{24})^2)\right)$

s.t. $\lambda_t \geq 0 \quad t = 1, \dots, 24$

برای تبدیل آن به مسئله convex می‌توان منفی عبارت را minimize کرد.

c) اگر $\rho=\infty$ باشد آنگاه تمام λ_t ها باید با هم برابر باشند و مساله به مساله زیر تبدیل می‌شود:

$$\text{maximize } -24\lambda + \log\lambda \sum_{t=1}^{24} n_t \quad \text{or} \quad \text{minimize } 24\lambda - \log\lambda \sum_{t=1}^{24} n_t$$

$$\text{s.t.} \quad \lambda \geq 0$$

که جواب مساله برابر می‌شود با $\dfrac{\sum_{t=1}^{24} n_t}{24}$