



به نام خدا
بهینه‌سازی محدب ۱ (۲۵۷۵۶)
تمرین شماره ۳

نیم‌سال اول ۱۴۰۳-۱۴۰۲
زمان تحویل: جمعه ۳ آذر

سوالات این تمرین از مسائل مرجع اصلی درس و مسائل تکمیلی آن انتخاب شده‌اند. لطفاً از نسخه قرار داده شده در *CW* برای کتاب (*Convex Optimization*) و مسائل تکمیلی (*Convex Optimization Additional Exercises*) استفاده کنید. می‌توانید از اتم‌های توابع محدب/مقعر ذکر شده در کلاس یا کتاب بدون اثبات استفاده کنید.

۱- ماکزیمم یک تابع محدب روی چندوجهی (سوال ۳.۱ مسائل تکمیلی)

۲- توابع محدب/مقعر (سوالات ۳.۱۷ و ۳.۱۸ کتاب)

۳- ترکیب با تابع پرسپکتیو (سوال ۳.۵ مسائل تکمیلی)

۴- توابعی از مقادیر ویژه (سوال ۳.۲۶ کتاب)

۵- توابع لگاریتمی-مقعر (سوال ۳.۴۹ کتاب)

۶- تعمیم تحدب تابع $\log\text{-det-inv}$ (سوال ۳.۲۶ مسائل تکمیلی)

۷- سوال امتیازی: تابع کانولوشن infimal و نُرم هابر (سوالات ۳.۱۷ و ۳.۳۰ مسائل تکمیلی)

۸- سوال امتیازی: نابرابری!

فرض کنید a, b, c اعداد حقیقی مثبت باشند. با انتخاب یک تابع محدب مناسب و استفاده از نابرابری *Jensen* نابرابری زیر را اثبات کنید:

$$\frac{a}{\sqrt{a^2 + 8bc}} + \frac{b}{\sqrt{b^2 + 8ca}} + \frac{c}{\sqrt{c^2 + 8ab}} \geq 1$$