



**Université Abdelmalek Essaadi
Ecole Nationale des Sciences
Appliquées- Al Hoceima**



Cours de :

Résistance Des Matériaux 2 (R.D.M 2)

Filière: Génie Civil 1-S2

Pr Abderrahim BOULANOUAR

2020-2021

PLAN

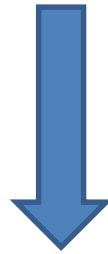
**CHAPITRE I: LA FLEXION DES POUTRES EN UTILISANT LES
FONCTIONS DE SINGULARITÉS**

CHAPITRE II: LES MÉTHODES ÉNERGÉTIQUES

CHAPITRE III: INSTABILITÉ DE FLAMBEMENT

Cette matière constitue une suite à la Résistance de matériaux enseignée en premier semestre, on abordera la flexion des poutres en utilisant les fonctions de singularités, les méthodes énergétiques et l' Instabilité de Flambement.

Connaissances préalables recommandées



Résistance des matériaux 1, Mathématique

OBJECTIFS

- ✓ **E**tudier la flexion en utilisant la méthode de singularité.
- ✓ **D**évelopper les formules d'énergie de déformation qui s'appliquent aux cas particuliers étudiés en RDM; la tension et la flexion.
- ✓ **E**tudier ensuite le théorème de réciprocité, lequel permettra entre autre d'aborder le théorème de Castigliano.
- ✓ **P**oursuivre l'étude d'une forme d'instabilité, à savoir le flambement

CHAPITRE I: LA FLEXION DES POUTRES EN UTILISANT LES FONCTIONS DE SINGULARITÉS

- **Rappel de la «Méthode de la double intégration».**
- **Méthode des fonctions de singularités.**
- **Caractéristiques des fonctions de singularités**
- **Diagrammes de T et de M par fonctions de singularités**
- **L'expression de la flèche de la poutre en tout point**

CHAPITRE I: LA FLEXION DES POUTRES EN UTILISANT LES FONCTIONS DE SINGULARITÉS

La fonction de singularité est définie:

$$f_n(x) = \langle x - a \rangle^n$$

Pour $n \geq 0$

$$= \begin{cases} (x - a)^n & \text{si } x \geq a \\ 0 & \text{si } x < a \end{cases}$$

Pour $n < 0$

$$= \begin{cases} \infty & \text{si } x = a \\ 0 & \text{si } x \neq a \end{cases}$$

Cette fonction obéit à la loi d'intégration

$$\int_{-\infty}^x \langle y - a \rangle^n dy = \frac{\langle x - a \rangle^{n+1}}{n+1} \quad \text{pour } n \geq 0$$
$$\int_{-\infty}^x \langle y - a \rangle^n dy = \langle x - a \rangle^{n+1} \quad \text{pour } n < 0$$

	Fonction de Singularité	Représentation
couple	$p(x) = C \langle x - a \rangle^{-2}$	
force	$p(x) = F \langle x - a \rangle^{-1}$	
charge uniformément répartie	$p(x) = p \langle x - a \rangle^0$	
charge variant linéairement	$p(x) = \frac{dp}{dx} \langle x - a \rangle^1$	

Nota : Le tableau explicite « les actions extérieures » appliquées. Par exemple, d'après notre convention de signes, le couple (C) dans le tableau « tourne » dans le sens négatif, il provoque un moment fléchissant positif dans la section de droite du tronçon de gauche.

$$q(x)$$



$$T = \int q \cdot dx$$

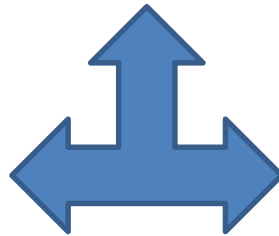


$$M = \int T \cdot dx$$



$$E.I. \frac{d^2 v}{dx^2} = M$$

On calcul la flèche v



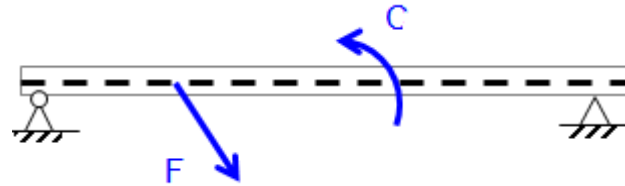
Déterminer l'expression de
la pente $\frac{dv}{dx} = \theta$

- **E**nergie de déformation
- **T**héorèmes pour les structures avec un comportement élastique linéaire:
 - **Théorème de Clapeyron**
 - **Théorème de Castigliano**
 - **Théorème de réciprocité de Maxwell-Betti**
 - **Principe du travail virtuel**

CHAPITRE II: LES MÉTHODES ÉNERGÉTIQUES

❖ Théorème de Clapeyron permet de calculer le travail des forces extérieures

$$W_{ext} = \frac{1}{2} F.x + \frac{1}{2} C\theta$$



Energie de déformation totale:

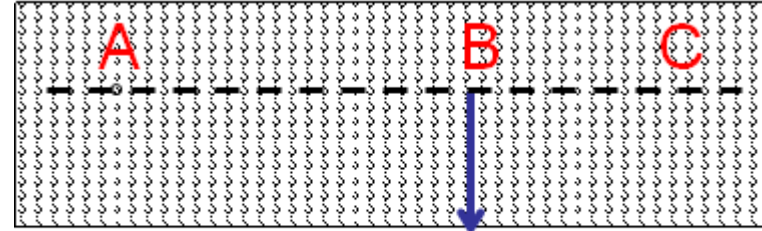
$$W_d = \underbrace{\frac{1}{2E} \int \frac{N^2}{S} dx}_{\text{effort normal}} + \underbrace{\frac{1}{2\mu} \int \frac{T_y^2}{S} dx}_{\text{effort tranchant}} + \underbrace{\frac{1}{2E} \int \frac{M_z^2}{I_z} dx}_{\text{moment fléchissant}} + \underbrace{\frac{1}{2\mu} \int \frac{M_x^2}{I_0} dx}_{\text{moment de torsion}}$$

effort normal + effort tranchant + moment fléchissant + moment de torsion

CHAPITRE II: LES MÉTHODES ÉNERGÉTIQUES

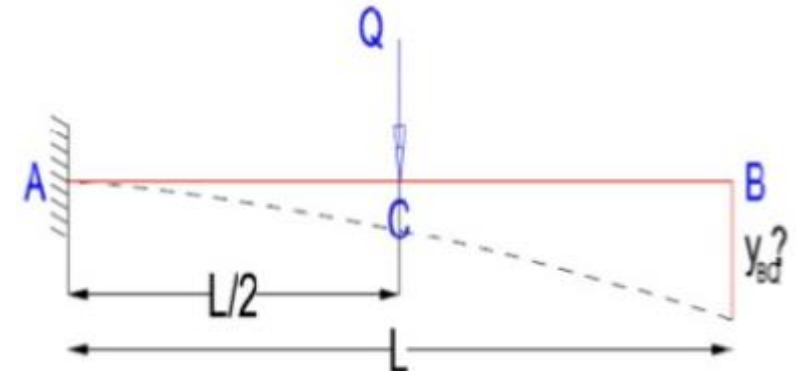
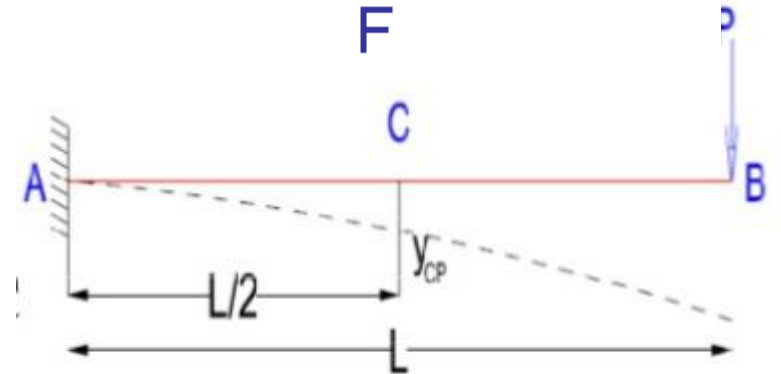
❖ Théorème de Castigliano permet de calculer directement le déplacement

$$\frac{\partial W_d}{\partial F} = x_B$$



❖ Théorème de réciprocité de Maxwell - Betti

$$P \cdot y_{B/Q} = Q \cdot y_{C/P}$$



CHAPITRE III: INSTABILITÉ DE FLAMBEMENT

- Définir le flambage
- Equation vérifiée par la flèche
- Elancement, Rayon de giration
- Charge critique de flambage :
 - Rotule-rotule soumise à une charge excentrée
 - Flambement d'une colonne avec différents conditions aux limites



Le flambement est une sollicitation composée de compression et de flexion. C'est un phénomène rapidement destructif

➤ CHARGE CRITIQUE D'EULER

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2}$$

L la longueur libre de flambement

➤ ÉLANCEMENT

$$\lambda = \frac{L}{\rho}$$

➤ RAYON DE GIRATION DE LA SECTION

$$\rho = \sqrt{\frac{I}{S}}$$

OBJECTIFS :

- Se familiariser avec le logiciel RDM6 qui permet de faire comme son nom l'indique de la Résistance Des Matériaux.
- Bien maîtriser les étapes qui mènent à l'étude des différents essais.
- Savoir exploiter les connaissances théoriques acquises du cours RDM1 et RDM2.

TP -1 : TRACTION-COMPRESSION

TP -2 : FLEXION SIMPLE

TP -3 -FLAMBEMENT

CHAPITRE I: LA FLEXION DES POUTRES EN UTILISANT LES
FONCTIONS DE SINGULARITÉS

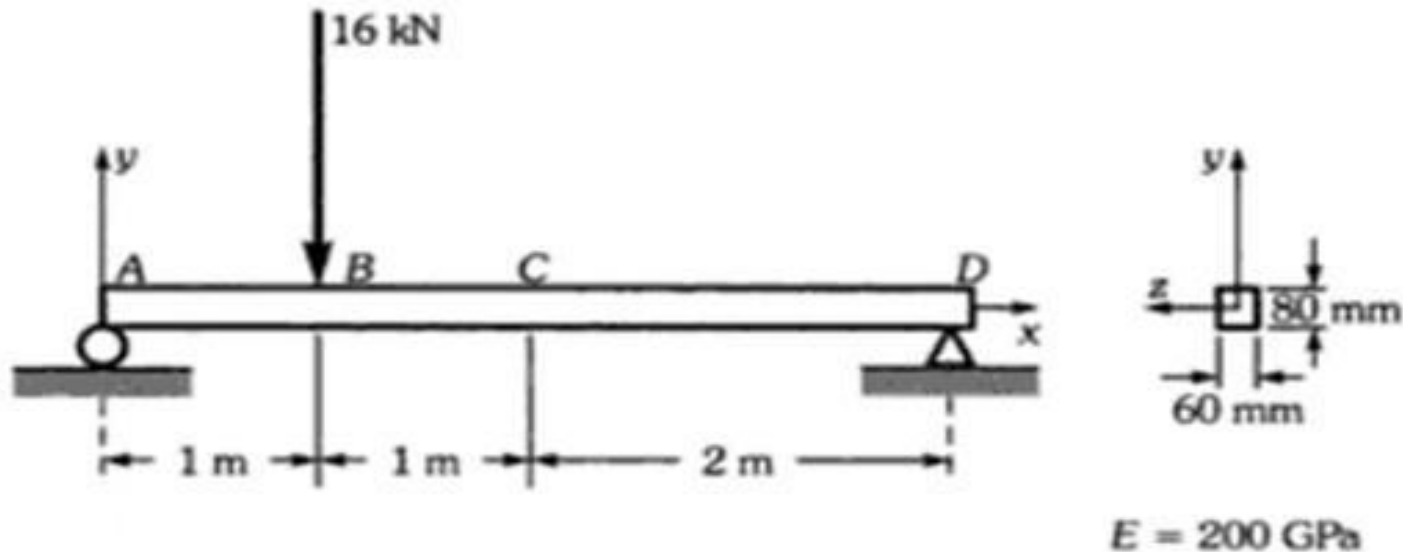
CHAPITRE II: LES MÉTHODES ÉNERGÉTIQUES

CHAPITRE III: INSTABILITÉ DE FLAMBEMENT

CHAPITRE I: LA FLEXION DES POUTRES EN UTILISANT LES FONCTIONS DE SINGULARITÉS

Rappel de la «Méthode de double intégration»

On donne la poutre représentée par la figure ci-dessous.



Déterminer:

1. Les actions de contact en A et en D
2. Les efforts tranchants T .
3. Les moments de flexion
4. L'expression de la pente et celle de la flèche.
5. La flèche de la poutre au point C.