Université Mohammed V
Faculté des Sciences de Rabat
Département de Mathématiques

Année Universitaire **2022–2023**
Module **Probabilités et Statistique**
Filière – **SMI (S3)**

TD n° 4
Variables Aléatoires Discrètes
– *Un corrigé*

Exercice 1. On considère la variable aléatoire X dont la loi est donnée par :

Valeurs de X : x_i	-2	-1	0	1	3
$\mathbb{P}(X = x_i) = p_i$	0.2	0.1	a	0.2	0.1

1) Calculer a, $\mathbb{E}(X)$ et $\mathbb{V}(X)$.
2) Déterminer la fonction de répartition $F_X(x)$ de la variable aléatoire X et tracer sa courbe.
Soit la variable aléatoire $Y = |X|$.
3) Quelle est la loi de probabilité de Y.
4) Déterminer la fonction de répartition $F_Y(x)$ de la variable aléatoire Y et tracer sa courbe.
5) Calculer $\mathbb{E}(Y)$ et $\mathbb{V}(Y)$. En déduire l'écart-type $\sigma(Y)$.

Exercice 2. La loi d'une variable aléatoire X est donnée par le tableau suivant :

Valeurs de X : x_i	-1	0	1
$\mathbb{P}(X = x_i) = p_i$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

Soit la nouvelle variable aléatoire $Y = X^2$:

1. Chercher la loi de Y.
2. Les variables aléatoires X et Y sont-elles indépendantes ?
3. Montrer que $cov(X, Y) = 0$. Que conclure ?

Solution –

Rappel : *Si X et Y sont deux v. a. indépendantes alors $Cov(X, Y) = 0$.*
L'objectif de cet exercice est de montrer que la réciproque est fausse.

1. Soit la v. a. $Y = X^2$, on a donc $Y(\Omega) = \{0, 1\}$ avec

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(Y=0) &= \mathbb{P}(X^2=0) = \mathbb{P}(X=0) = \frac{1}{3},\\ \mathbb{P}(Y=1) &= \mathbb{P}(X^2=1) = \mathbb{P}(\{X=1\} \cup \{X=-1\})\\ &= \mathbb{P}(X=1) + \mathbb{P}(X=-1) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.\end{aligned}$$

Car $\{X = 1\}$ et $\{X = -1\}$ sont deux événements incompatibles. ($Y \sim \mathcal{B}(\frac{2}{3})$)

2. ***Rappel :*** *2 v.a.d. X et Y sont indépendantes ssi*

$$\forall (i, j) \in X(\Omega) \times Y(\Omega) : \mathbb{P}(X = i, Y = j) = \mathbb{P}(X = i) \times \mathbb{P}(Y = j)$$

.

On a par exemple,

$$\mathbb{P}(X = -1, Y = 0) = \mathbb{P}(\emptyset) = 0$$

Vu que $X = -1, Y$ ne peut pas être égale à 0. mais,

$$\mathbb{P}(X = -1) \times \mathbb{P}(Y = 0) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \neq 0$$

Donc il existe

$$(-1, 0) \in X(\Omega) \times Y(\Omega) : P(X = -1, Y = 0) \neq P(X = -1)P(Y = 0).$$

Par conséquent les v.a.d X et Y ne sont pas indépendantes.

3. Il vient que

$$Cov(X,Y) = \mathbb{E}[XY] - \mathbb{E}[X]\mathbb{E}[Y] = \mathbb{E}[XY]$$

car $\mathbb{E}[X] = \sum_{k\in X(\Omega)} k\mathbb{P}(X=k) = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0.$

On a besoin de la loi du couple (X,Y)*, Pour calculer* $\mathbb{E}[XY]$*,*

X,Y	0	1
-1	0	$\frac{1}{3}$
0	$\frac{1}{3}$	0
1	0	$\frac{1}{3}$

Car,

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(X=-1, Y=0) &= \mathbb{P}(X=-1, X^2=0) = 0,\\
\mathbb{P}(X=-1, Y=1) &= \mathbb{P}(X=-1) = \frac{1}{3},\\
\mathbb{P}(X=0, Y=0) &= \mathbb{P}(X=0) = \frac{1}{3},\\
\mathbb{P}(X=0, Y=1) &= \mathbb{P}(X=0, X^2=1) = 0,\\
\mathbb{P}(X=1, Y=0) &= \mathbb{P}(X=1, X^2=0) = 0,\\
\mathbb{P}(X=1, Y=1) &= \mathbb{P}(X=1) = \frac{1}{3}.
\end{aligned}$$

Ainsi

$$\mathbb{E}[XY] = \sum_{(i,j)\in X(\Omega)\times Y(\Omega)} ij\mathbb{P}(X=i, Y=j) = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0.$$

On en conclut que $Cov(X,Y) = 0$.

Nous avons aussi trouvé 2 v.a.d. X *et* Y *de covariance nulle mais qui ne sont pas indépendantes.*

Autrement dit la réciproque du Rappel est fausse.

Exercice 3. Une compagnie d'assurance vend des polices d'assurance-vie de 50 000 Dh à des personnes âgées de 60 ans. La probabilité qu'un individu de cet âge décède au cours de la période d'un an suivant l'achat d'une telle police est estimée à 0.02.

Quelle prime doit-elle exiger si elle entend faire un bénéfice moyen de 400 Dh par police vendue ?

Solution –

On note par B *"le bénéfice de l'entreprise", et* x *la prime.*

La loi de B ***est la suivante :***

B	$x - 50\ 000$	x
Proba	0.02	0.98

$\mathbb{E}(B) = 400 \iff x = 1400$ *Dh.*

Exercice 4. Un agriculteur a entreposé dans un local humide 12 doses d'un herbicide total et 8 doses d'un fongicide. En vue d'un traitement, l'agriculteur prend 6 doses au hasard. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de doses d'herbicide prise parmi ces 6 doses.

Déterminer la distribution (loi) de probabilité de X.

Solution –

x_i	0	1	2	3	4	5	6	$\boldsymbol{\Sigma}$
$\mathbb{P}(X=x_i)$	$\frac{C_8^6}{C_{20}^6} \simeq 0.0007$	$\frac{C_{12}^1 C_8^5}{C_{20}^6} \simeq 0.0173$	0.1192	0.3179	0.3576	0.1635	0.0238	1

Exercice 5. Une pièce de monnaie non équilibrée est lancée, avec la probabilité d'obtenir ***"Pile :*** P***"*** est $\frac{2}{3}$, jusqu'à ce que ***"Face :*** F***"*** apparaisse pour la première fois. L'univers Ω possède donc un nombre *infini dénombrable* d'événements : $\{F, PF, PPF, ...\}$.

1) Calculer les probabilités d'obtenir face : au premier lancer, au deuxième lancer, au troisième lancer, au lancer n.

2) Démontrer que la somme des probabilités est égale à 1.
3) Soit X le nombre de lancers pour obtenir ***"Face"***. Calculer les probabilités :
a) que X soit un nombre impair ;
b) que X soit un nombre pair.

Solution –

On note pour un lancer donné : F : "Obtenir Face", P : "Obtenir Pile" ; alors $\mathbb{P}(P) = \frac{2}{3}$ et $\mathbb{P}(F) = 1 - \mathbb{P}(P) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

Considérons les événements suivants :

F_k : "Obtenir Face au kème lancer" pour $k \geq 1$.

Comme les lancers sont indépendants on aura :

1.

$$\mathbb{P}(F_1) = \mathbb{P}(F) = 1 - \mathbb{P}(E) = \frac{1}{3}.$$

$$\mathbb{P}(F_2) = \mathbb{P}(PF) = \mathbb{P}(P) \times \mathbb{P}(F) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3}.$$

$$\mathbb{P}(F_3) = \mathbb{P}(PPF) = \mathbb{P}(P) \times \mathbb{P}(P) \times \mathbb{P}(F) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{1}{3}.$$

$$\mathbb{P}(F_n) = \mathbb{P}(\underbrace{PP...P}_{n-1\ fois}F) = \underbrace{\mathbb{P}(P) \times \mathbb{P}(P) \times ... \times \mathbb{P}(P)}_{n-1\ fois} \times \mathbb{P}(F) = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \times \frac{1}{3}.$$

2.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \mathbb{P}(F_n) = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \times \frac{1}{3} = 1$$

3. ***(a)*** *On note l'événement : R : "X* ***est impair"****. Donc*

$$R = \bigcup_{k=0}^{\infty} F_{2k+1}$$

et

$$\mathbb{P}(R) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{P}(F_{2k+1}) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{2k} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{5}$$

(b) *L'événement "X* ***est pair"*** *n'est rien que l'événement contraire de R. On a ainsi,*

$$\mathbb{P}(\overline{R}) = 1 - \mathbb{P}(R) = \frac{2}{5}.$$

Exercice 6. Un étudiant attend son bus en moyenne 10 minutes tous les matins. Donner une majoration de la probabilité que cet étudiant attende son bus plus de 20 minutes.

Solution –

Soit X la variable aléatoire représentant "le temps d'attente de l'étudiant".

On utilise l'inégalité de Bienaymé-Tchebichev : $\mathbb{P}(X > 20) \leq \frac{\mathbb{E}(X)}{20} = \frac{1}{2}$.

Exercice 7. Considérons X une variable aléatoire suivant une loi binomiale $\mathcal{B}(6, 0.1)$ et Y une autre variable aléatoire définie par $Y = 0$ si X est impaire et $Y = 1$ si X est paire.

1. Chercher la loi de probabilité de Y.
2. En déduire l'espérance mathématique et la variance de Y.

Solution –

1. Notons d'abord que $X \sim B(6; 0.1)$ veut dire que :
— $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
— $\forall\, k \in X(\Omega),\ P(X = k) = C_6^k (0.1)^k (0.9)^{6-k}$

Soit la variable aléatoire discrète.

$$Y = \begin{cases} 1 \text{ si } X \text{ est pair} \\ 0 \text{ si } X \text{ est impair} \end{cases}$$

Y est une variable aléatoire de loi de Bernoulli de paramètre $p = P(\text{succès}) = P(Y=1)$ où

$$P(Y=1) = P\{[X=0] \cup [X=2] \cup [X=4] \cup [X=6]\}$$

probabilité d'univers d'événements 2 à 2 incompatibles

$$p = P(Y=1) = P(X=0) + P(X=2) + P(X=4) + P(X=6)$$

et de même on trouve (moins de calculs) :

$$q = 1 - p = P(Y=0) = P(\text{échec}) = P\{[X=1] \cup [X=3] \cup [X=5]\}$$

probabilité d'univers d'événements 2 à 2 incompatibles :

$$\begin{aligned} q &= P(Y=0) \\ &= P(X=1) + P(X=3) + P(X=5) \\ &= C_6^1(0,1)(0,9)^5 + C_6^3(0,1)^3(0,9)^3 + C_6^3(0,1)^5(0,9) \\ &= 0,36893. \end{aligned}$$

Donc $Y \sim Bern(1 - 0,36893 = 0.63107)$

2. $E(Y) = p = 0.63107$ *et* $V(Y) = p(1-p) = 0,36893 \times 0,63107 = 0,23282.$

Exercice 8. Le nombre de particules visibles dans des flacons d'une solution injectable suit une loi de ***Poisson***. Sachant que sur 10 000 flacons contrôlés, on a décelé 2 particules dans 109 flacons et 3 particules dans 6 flacon, estimer

(a) le nombre total de particules qui doivent avoir été decelées sur les 10 000 flacons ;

(b) le nombre de flacons sans particules visibles.

Solution −

Soit X "Le nombre de particules visibles", $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$:

$X(\Omega) = \mathbb{N}$

$\mathbb{P}(X=k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$, *pour tout $k \in X(\Omega)$*

(a) *le nombre total de particules qui doivent avoir été decelées sur les* 10 000 *flacons :*

$0.0109 = \frac{\lambda^2}{2!}e^{-\lambda}$ *et* $0.0006 = \frac{\lambda^3}{3!}e^{-\lambda}$

$\Longrightarrow \lambda = 0.1651 = \mathbb{E}(X) = \frac{n}{10000}$ *où n est le nombre total de particules*

$\Longrightarrow n = 1651$

(b) *le nombre de flacons sans particules visibles.*

$\mathbb{P}(X=0) = \frac{\lambda^0}{0!}e^{-\lambda} = 0.8478$

$\Longrightarrow$ *le nombre de flacons sans particules visibles est de* 8478.

Exercice 9. Dans une certaine population, 2% des gens souffrent de troubles respiratoires. On prélève un échantillon de n individus choisis au hasard et avec remise. Quelle doit être la taille de cet échantillon, si on veut être sûr à plus de 95% qu'il contiendra au moins un individu souffrant de troubles respiratoires.

Solution −

Soit X le nombre de souffrants de troubles respiratoires, $X \sim \mathcal{B}(n, 0.02)$

$0.95 \leq \mathbb{P}(X \geq 1) \Longleftrightarrow \mathbb{P}(X=0) \leq 0.05 \Longleftrightarrow 0.98^n \leq 0.05 \Longleftrightarrow n \geq 148,28$

On prend donc $n = 149$.

Exercice 10. Une plante appelée **Z** peut contenir une molécule appelée molécule **magique** avec une probabilité 0.01. On examine successivement des plantes **Z** et on note par X la variable aléatoire représentant "le nombre des plantes examinées **Z** jusqu'à trouver la molécule **magique** pour la première fois".

On sait aussi que l'examen d'une plante coûte 50 Dh.

1) Quelle est la loi de X, son paramètre, son espérance et sa variance ?

2) Calculer la probabilité de trouver

a) la molécule **magique** au $6^{\text{ème}}$ examen ;

b) la molécule **magique** avant le $6^{\text{ème}}$ examen.

3) Calculer la probabilité de trouver la molécule **magique** avec un budget qui ne dépasse pas 1000Dh.
4) Déterminer le budget minimal pour trouver :
a) la molécule **magique** avec une probabilité qui dépasse 0.9 ;
b) la molécule **magique** avec une probabilité qui dépasse 0.95 ;
c) la molécule **magique** avec une probabilité qui dépasse 0.99.

Solution –

1. X : ***"le nombre des plantes examinées jusqu'à trouver la molécule magique"***
Il s'agit ici de la répétition de l'expérience de Bernoulli jusqu'à l'obtention du succès (ici le succès c'est de trouver la molécule magique, avec $p = 0.01$ *est la probabilité de trouver cette molécule magique) : c'est-à-dire que* $X \sim \mathcal{G}eom(p = 0.01)$ *; avec :*

$$\mathbb{E}(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.01} = 100 \qquad et\ \mathbb{V}(X) = \frac{q}{p^2} = \frac{1-0.01}{0.01^2} = 9900$$

2. ***(a)*** *La probabilité de trouver la molécule* ***magique*** *au* $6^{\text{ème}}$ *examen :*

$$\mathbb{P}(X = 6) = pq^5 = 0.01 \times 0.99^5 = 0.0095$$

(b) *La probabilité de trouver la molécule* ***magique*** *avant le* $6^{\text{ème}}$ *examen :*

$$\mathbb{P}(X < 6) = \mathbb{P}(X \leq 5) = p(q^0 + q^1 + q^2 + q^3 + q^4) = p\frac{1-q^5}{1-q} = 1 - q^5 = 1 - 0.99^5 \simeq 0.049$$

Propriété : *On peut observer la propriété suivante : pour* $X \sim \mathcal{G}(p)$ *:*

$$\mathbb{P}(X \leq k) = 1 - q^k.$$

3. *La probabilité de trouver la molécule* ***magique*** *avec un budget qui ne dépasse pas 1000dh.*

$$\mathbb{P}(Budget \leq 1000) = \mathbb{P}(50X \leq 1000) = \mathbb{P}(X \leq \frac{1000}{50}) = \mathbb{P}(X \leq 20) = 1 - q^{20} = 0.1821$$

4. ***(a)*** *Le budget minimal* B *pour trouver la molécule* ***magique*** *avec une probabilité qui dépasse 0,9 est tel que :*

$$\mathbb{P}(X \leq \frac{B}{50}) \geq 0.9$$

c'est-à-dire que :

$$1 - q^{\frac{B}{50}} \geq 0.9 \Leftrightarrow q^{\frac{B}{50}} \leq 0.1$$

en appliquant LOG, on trouve que :

$$\frac{B}{50}\ln(q) \leq \ln(0.1)$$

donc :

$$B \geq 50\frac{\ln(0.1)}{\ln(q)} = 50\frac{\ln(0.1)}{\ln(0.99)} = 11455.26$$

Il s'agit d'un budget minimal de 11456 *dh pour trouver la molécule* ***magique*** *avec une probabilité qui dépasse* 0.9.

(b) *Même question avec une probabilité qui dépasse 0,95.*
On utilise le même raisonnement que la question précédente ; on trouve :

$$B \geq 50\frac{\ln(0.05)}{\ln(q)} = 50\frac{\ln(0.05)}{\ln(0.99)} = 14903.64$$

Il s'agit d'un budget minimal de 14904 *dh pour trouver la molécule* ***magique*** *avec une probabilité qui dépasse* 0.95.

(c) *Même question avec une probabilité qui dépasse 0,99.*

on trouve :

$$B \geq 50\frac{\ln(0.01)}{\ln(q)} = 50\frac{\ln(0.01)}{\ln(0.99)} = 22910.53$$

Il s'agit d'un budget minimal de 22911 *dh pour trouver la molécule* ***magique*** *avec une probabilité qui dépasse* 0.99*.*

Exercice 11. Dans un centre hospitalier, la salle d'urgence reçoit en moyenne 7 patients à l'heure.

1) Quelle est la loi de la variable aléatoire X représentant "le nombre d'arrivés à la salle d'urgence en une heure"

2) Quelle est la probabilité de recevoir exactement 2 patients par heure dans la salle d'urgence ?

3) Quelle est la probabilité de recevoir plus de 2 patients par heure dans la salle d'urgence ?

Solution –

Dans un centre hospitalier, la salle d'urgence reçoit en moyenne 7 *patients à l'heure.*

1) *la variable aléatoire X représentant "le nombre d'arrivés à la salle d'urgence en une heure" : suit la loi de Poisson de paramètre $\lambda = \mathbb{E}(X) = 7$. $X \sim \mathcal{P}(7)$, avec*

$X(\Omega) = \mathbb{N}$

$\mathbb{P}(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$, *pour tout $k \in X(\Omega)$*

2) *Quelle est la probabilité de recevoir exactement* 2 *patients par heure dans la salle d'urgence ?*

$\mathbb{P}(X = 2) = \frac{7^2}{2!}e^{-7} \simeq 0.0223$

3) *Quelle est la probabilité de recevoir plus de* 3 *patients par heure dans la salle d'urgence ?*

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(X > 2) &= 1 - \mathbb{P}(X \leq 2) = 1 - (\mathbb{P}(X = 0) + \mathbb{P}(X = 1) + \mathbb{P}(X = 2)) \\ &= 1 - \left(\frac{7^0}{0!}e^{-7} + \frac{7^1}{1!}e^{-7} + 0.0223\right) \simeq 1 - (0.0009 + 0.0064 + 0.0223) \simeq 0.9704\end{aligned}$$

Exercice 12. La *fréquence* des yeux bleus est d'environ 0.2 dans une population donnée. Si l'on suppose que la distribution de ce caractère suive une loi *binomiale*, quel est l'écart-type de la *fréquence* si l'on examine des groupe de 100 sujets ?

Solution – *X : "nombre des yeux bleus". $X \sim \mathcal{B}(100, 0.2)$*

Fréquence : $F = \frac{X}{100}$

Alors $\sigma(F) = \frac{1}{100}\sqrt{100 \times 0.2 \times 0.8} = 0.04$

Exercices supplémentaires

Exercice 13. Soit X et Y deux variables aléatoires indépendantes suivant des lois géométriques de paramètres respectifs p et q. Calculer $\mathbb{P}(Y > X)$.

Solution –

L'événement $\{Y > X\}$ est la réunion des événements disjoints $\{X = k\}$, $\{Y > k\}$, pour k allant de 1 *à $+\infty$.*

Par indépendance des variables aléatoires X et Y, on a

$$\mathbb{P}(X = k, Y > k) = \mathbb{P}(X = k) \times \mathbb{P}(Y > k).$$

De plus, puisque X et Y suivent des lois géométriques, on a

$$\mathbb{P}(X = k) = p(1 - p)^{k-1}$$

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(Y > k) =&1 - P(Y \leq k) \\ =&1 - \sum_{i=1}^{k} \mathbb{P}(Y = i) \\ =&1 - \sum_{i=1}^{k} q(1 - q)^{i-1} \\ =&1 - q\sum_{i=1}^{k}(1 - q)^{i-1} \\ =&1 - q\frac{1 - (1 - q)^k}{q} \\ =&(1 - q)^k\end{aligned}$$

On en déduit que :

$$\mathbb{P}(Y > X) = \sum_{i=1}^{\infty} p(1-q)((1-p)(1-q))^{k-1} = \frac{p(1-q)}{1-(1-p)(1-q)} = \frac{p-pq}{p+q-pq}$$

Exercice 14. **(Loi hypergéométrique)** On tire au hasard 5 cartes d'un jeu de 32 cartes. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de rois obtenus. Donner la loi de X, son espérance et sa variance.
Solution –

On tire sans remise 5 cartes de 32. Le succès est obtenir un roi avec une probabilité de $\frac{4}{32}$. Alors X qui est le nombre de succès obtenus suit une loi hypergéométrique : $X \sim \mathcal{H}(32, 5, 0.125)$

$\mathbb{P}(X = k) = \frac{C_4^k C_{28}^{5-k}}{C_{32}^k}$;
$\mathbb{E}(X) = 0.625$;
$\mathbb{V}(X) = 0.4763$.

Exercice 15. **(Loi de Pascal)** On lance une pièce de monnaie non équilibrée dont la probabilité de tomber sur pile vaut p. On note X la variable aléatoire correspondant au nombre de lancers nécessaires pour obtenir r fois pile. Quelle est la loi de X ?
Solution –

Soit $k \geq r$. Remarquons que si $X = k$, alors le dernier lancer est un pile. Pour les lancers précédents, on a obtenu $r-1$ fois pile, parmi $k-1$ lancers. Le nombre de tirages correspondant à $X = k$ est donc C_{r-1}^{k-1}. La probabilité de chaque lancer est $p^r(1-p)^{k-r}$. On en déduit que :

$$\mathbb{P}(X = k) = C_{r-1}^{k-1} p^r (1-p)^{k-r}$$

Exercice 16. **(Loi uniforme)** Soit X une variable aléatoire de loi uniforme sur $\{1, ..., n\}$. Calculer $\mathbb{E}(X)$ et $\mathbb{V}(X)$. On rappelle les formules $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ et $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Exercice 17. **(Lois binomiale et géométrique)** On possède une pièce de monnaie truquée de telle sorte que la probabilité d'obtenir pile soit 0.3.

1. On lance 10 fois la pièce. Quelle est la probabilité d'obtenir 3 fois pile ?
2. On lance la pièce jusqu'à ce que l ?on obtienne pile pour la première fois. Combien effectuera-t-on en moyenne de lancers ?

Exercice 18. **(Approximation binomiale $\rightsquigarrow$ Poisson)** Une banque a connu des difficultés de trésorerie. On décide d'organiser la gestion de manière à ce qu'il ait 999 chance sur 1000 de toujours pouvoir faire face aux demandes de retrait des déposants. On suppose qu'il n'y a pas de panique parmi les déposants.

La banque a 1000 clients, le dépôt de chaque client est de 1000 Dh. La probabilité pour qu'un client retire son argent un jour donné est de 0.001. Dans ces condition, combien la banque doit-elle conserver de liquide journalière pour obéir un principe de gestion imposé ?