

# **Отчет по лабораторной работе №2**

**Задача о погоне - вариант 28**

Исмаил Айман

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>6</b>
3.1	Условие задачи . . . . .	8
3.2	Код программы (Julia) . . . . .	8
3.3	Код программы (Python) . . . . .	10
3.4	Решение . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Выводы</b>	<b>16</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>17</b>

# List of Figures

3.1	траектории для случая 1 (Python)	13
3.2	траектории для случая 1 (Julia)	13
3.3	траектории для случая 2 (Python)	14
3.4	траектории для случая 2 (Julia)	15

# 1 Цель работы

Приведем один из примеров построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска. Например, рассмотрим задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии  $k$  км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в  $n$  раза больше скорости браконьерской лодки. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.

## 2 Задание

1. Провести необходимые рассуждения и вывод дифференциальных уравнений, если скорость катера больше скорости лодки в  $n$  раз.
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Определить по графику точку пересечения катера и лодки.

### 3 Выполнение лабораторной работы

Принимаем за  $t_0 = 0$ ,  $X_0 = 0$  - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения,  $X_0 = k$  - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров  $x_0 = 0$  ( $\theta = x_0 = 0$ ), а полярная ось  $r$  проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Чтобы найти расстояние  $x$  (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время  $t$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии  $x$  от полюса. За это время лодка пройдет  $x$ , а катер  $x - k$  (или  $x + k$ , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $\frac{x}{v}$  или  $\frac{x+k}{v}$  (для второго случая  $\frac{x-k}{v}$ ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:  $\frac{x}{v} = \frac{x+k}{v}$  - в первом случае,  $\frac{x}{v} = \frac{x-k}{v}$  во втором случае.

Отсюда мы найдем два значения  $x_1$  и  $x_2$ , задачу будем решать для двух случаев.

$$x_1 = \frac{k}{n+1}, \text{ при } \theta = 0$$

$$x_2 = \frac{k}{n-1}, \text{ при } \theta = -\pi$$

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки  $v$ . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:  $v_r$  - радиальная скорость и  $v_t$  - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер

удаляется от полюса  $v_r = \frac{dr}{dt}$ . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем  $v = \frac{dr}{dt}$ . Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости  $\frac{d\theta}{dt}$  на радиус  $r$ ,  $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$ . Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи  $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$ . Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость  $v_t = \sqrt{n^2 v_r^2 - v^2}$ . Поскольку, радиальная скорость равна  $v$ , то тангенциальную скорость находим из уравнения  $v_t = \sqrt{n^2 v^2 - v^2}$ . Следовательно,  $v_t = v \sqrt{n^2 - 1}$ .

Тогда получаем  $r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{n^2 - 1}$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{n^2 - 1} \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{k}{n+1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{k}{n-1} \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:  $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{n^2 - 1}}$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах. Теперь, когда нам известно все, что нам нужно, построим траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

### 3.1 Условие задачи

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 15 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4 раза больше скорости браконьерской лодки

### 3.2 Код программы (Julia)

```
using DifferentialEquations
using Plots
```

```
n = 4
s = 15
fi = 3/4*pi
```

```
function f(r, p, t)
    dr = r/sqrt(n^2-1)
    return dr
end
```

```
function f2(t)
    xt = tan(fi+pi)*t
    return xt
end
```

```
r0 = s/(n+1)
```



```

theta0 = collect(LinRange(0, 2*pi, 10000))
prob = ODEProblem(f, r0, (0, 2*pi))
sol = solve(prob, saveat=theta0)

t = collect(LinRange(0.000000001, 8, 1000))
r1=[]
tetha1=[]
for i in t
    push!(r1, sqrt(i^2 + f2(i)^2))
    push!(tetha1, atan(f2(i)/i))
end

plot(sol, proj=:polar, label="катер")
plot!(tetha1, r1, proj=:polar, label="лодка")

savefig("01jl.png")

```

```

r0 = s/(n-1)

```

```

theta0 = collect(LinRange(0, 2*pi, 10000))
prob = ODEProblem(f, r0, (0, 2*pi))
sol = solve(prob, saveat=theta0)
t = collect(LinRange(0.000000001, 15, 1000))
r1=[]
tetha1=[]
for i in t
    push!(r1, sqrt(i^2 + f2(i)^2))
    push!(tetha1, atan(f2(i)/i))
end

```

```

plot(sol, proj=:polar, label="катер")
plot!(tetha1, r1, proj=:polar, label="лодка")

savefig("02jl.png")

```

### 3.3 Код программы (Python)

```

from math import *
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plot

n=4 #разница в скорости
s=15 #расстояние обнаружения
fi=pi*3/4 #угол движения

def f(tetha, r): #уравнение катера
    dr=r/sqrt(n**2 - 1)
    return dr

def f2(t): #лодка браконьеров
    xt = tan(fi+pi)*t
    return xt

r0=s/(n+1) #первый случай

#решение диф уравнения для катера
tetha = np.arange(0, 2*pi, 0.01)

```

```

r = odeint(f, r0, tetha)

#вычисление траектории лодки
t=np.arange(0.000000000000001, 20)
r1=np.sqrt(t**2 + f2(t)**2)
tetha1=np.arctan(f2(t)/t)

plot.rcParams["figure.figsize"] = (10, 10)

plot.polar(tetha, r, 'red', label = 'катер')
plot.polar(tetha1, r1, 'green', label = 'лодка')

#вычисление точки пересечения
tmp=0
for i in range(len(tetha)):
    if round(tetha[i], 2) == round(fi+pi, 2):
        tmp=i
print("Teta:", tetha[tmp], "r:", r[tmp][0])
print("X:", r[tmp][0]/sqrt(2), "Y:", -r[tmp][0]/sqrt(2))

plot.legend()
plot.savefig("01.png",dpi=100)

r0=s/(n-1) #второй случай

#решение диф уравнения для катера
tetha = np.arange(0, 2*pi, 0.01)
r = odeint(f, r0, tetha)

```

```

#вычисление траектории лодки
t=np.arange(0.000000000000001, 20)
r1=np.sqrt(t**2 + f2(t)**2)
tetha1=np.arctan(f2(t)/t)

plot.rcParams["figure.figsize"] = (8, 8)

plot.polar(tetha, r, 'red', label = 'катер')
plot.polar(tetha1, r1, 'green', label = 'лодка')

#вычисление точки пересечения
tmp=0
for i in range(len(tetha)):
    if round(tetha[i], 2) == round(fi+pi, 2):
        tmp=i
print("Teta:", tetha[tmp], "r:", r[tmp][0])
print("X:", r[tmp][0]/sqrt(2), "Y:", -r[tmp][0]/sqrt(2))

plot.legend()
plot.savefig("02.png",dpi=100)

```

### 3.4 Решение

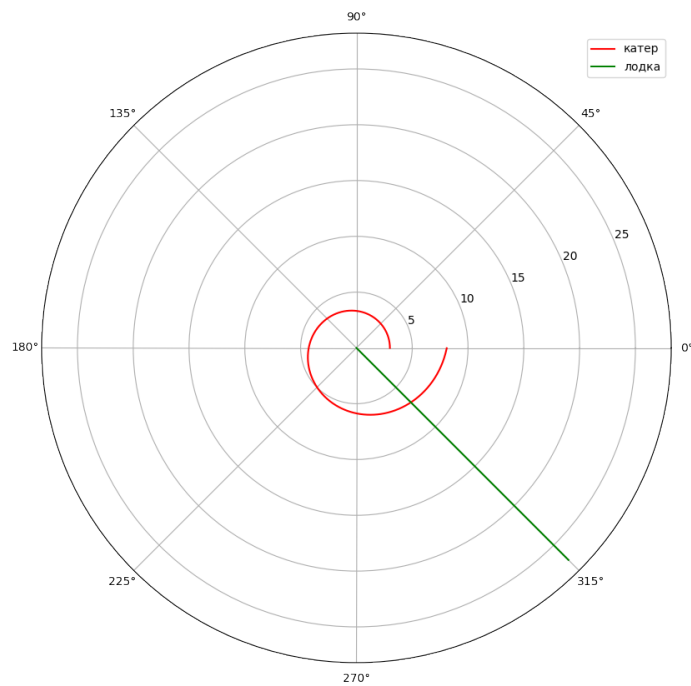


Figure 3.1: траектории для случая 1 (Python)

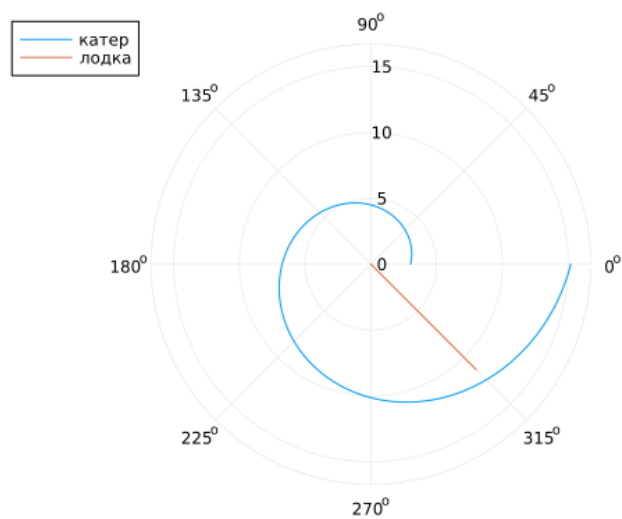


Figure 3.2: траектории для случая 1 (Julia)

Точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет координаты

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 6.9 \end{cases}$$

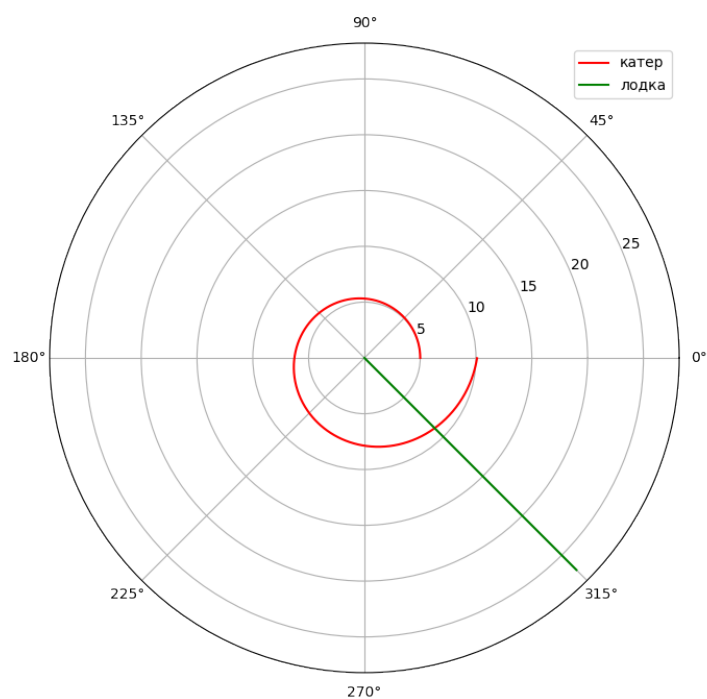


Figure 3.3: траектории для случая 2 (Python)

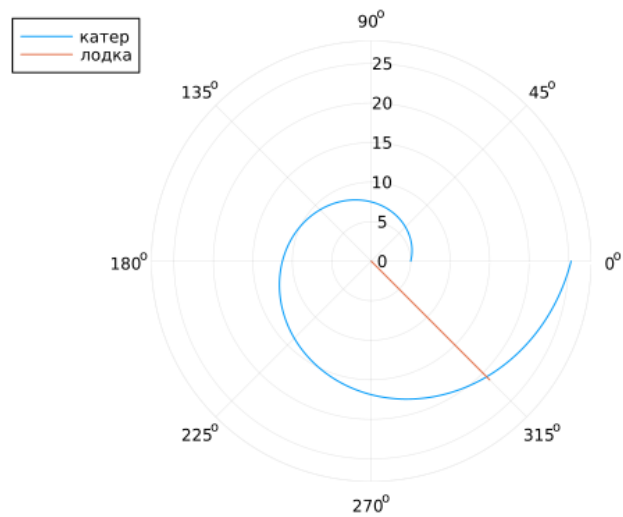


Figure 3.4: траектории для случая 2 (Julia)

Точка пересечения красного и зеленого графиков - точка пересечения катера и лодки, исходя из графика, имеет координаты

$$\begin{cases} \theta = 315 \\ r = 8.9 \end{cases}$$

Наблюдаем, что при погоне «по часовой стрелке» для достижения цели требуется пройти меньшее расстояние.

## 4 Выводы

Рассмотрели задачу о погоне. Провели анализ и вывод дифференциальных уравнений. Смоделировали ситуацию.



# Список литературы

1. Задача о погоне