

ثانوية: محمد الامير صالح
المدة: 2 سا و 03 د

امتحان البكالوريا التجريبي
الشعبة : الثالثة اداب و فلسفة
اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين :

الموضوع الاول:

التمرين الأول (5 نقاط) : اختر الجواب الصحيحة مع التبرير
ليكن العددين الطبيعيين a و b حيث $a \equiv 3[4]$; $b \equiv 2[4]$

الجواب 3	الجواب 2	الجواب 1	
5	2	-1	$a^2 + b \equiv \dots[4]$
-2	1	5	$a^{2018} \equiv \dots[4]$
3	0	-1	$a + 2018 + 1439 \equiv \dots[4]$
$a - b \equiv 0[5]$	$b \equiv 0[5]$	$a \equiv 0[5]$	إذا كان $a \equiv b[5]$ فإن
15	12	6	إذا كان $a = 5^3 \times 3^2$ فإن عدد قواسم a هو

التمرين الثاني (7 نقاط) :

لتكن المتتالية الحسابية (u_n) المعرفة على N بـ $u_5 = 17$ و $u_7 = 25$

- عين الأساس r و الحد الأول u_0 .
 - اكتب عبارة u_n بدلالة n .
 - استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
 - اثبت أن 69 حد من حدود المتتالية (u_n) مع تحديد رتبته.
- أحسب المجموع $S_n = u_5 + u_6 + u_7 + \dots + u_n$, ثم عين n علما أن $S_n = 602$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول (5 نقاط) :

- (1) ليكن العدد الطبيعي a حيث $a = 80$
 أ) تحقق أن $a \equiv -1[9]$.
 ب) بين أن : $a^{367} + 10$ يقبل القسمة على 9 و ذلك باستعمال الخواص .
 (2) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 9 .
 أ) عين باقي قسمة 7^{698} على 9 .
 ب) استنتج قيم العدد الطبيعي n بحيث $7^n - 13 \equiv 0[9]$

التمرين الثاني (7 نقاط) :

(u_n) متتالية عددية معرفة بجدها الأول $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3u_n + 4$

- (1) أحسب u_1 ، u_2 ، u_3 .
 (2) من أجل كل عدد طبيعي n ، نعرف المتتالية (v_n) كما يلي : $v_n = u_n + 2$
 أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 3$ وحدها الأول v_0
 ب) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
 ج) نضع $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$. أحسب S_n بدلالة n
 د) استنتج S'_n بدلالة n حيث $S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

التمرين الثالث (8 نقاط) :

. و المعرفة بجدول تغيراتها كما يلي :

هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ وتمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	2	$+\infty$	2

- (1) من خلال الجدول عين :
 أ) نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف .
 ب) المستقيمات المقاربة ل .
 ج) إشارة الدالة المشتقة .
 (2) علما أن $f(x) = \frac{2x-5}{x+2}$
 أ) عين نقاط تقاطع مع محوري الإحداثيات.
 ب) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
 ج) أرسم المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).

انتهى الموضوع الثاني

التمارين		عناصر الإجابة		التنقيط	
				كاملة	مجزأة
التمرين الاول		$a^2 + b \equiv -1[4]$ $a^{2018} \equiv 1[4]$ $a + 2018 + 1439 \equiv 0[4]$ إذا كان $a \equiv b[5]$ فإن $a - b \equiv 0[5]$ إذا كان $a = 5^3 \times 3^2$ فإن عدد قواسم a هو 12		5 نقاط	0.5×2 0.5×2 0.5×2 0.5×2 0.5×2
التمرين الثاني		(1) الاساس $r = 4$ و الحد الأول $u_0 = -3$ (2) عبارة u_n بدلالة n : $u_n = -3 + 4n$ (3) اثبات أن 69 حد من حدود المتتالية (u_n) : $-3 + 4n = 69$ إذن $n = 18$ رتبة الحد هي 19. (4) اتجاه تغير المتتالية (u_n) : بما ان $r > 0$ إذن المتتالية متزايدة . (5) حساب المجموع $S = 2n^2 - n - 28$, تعيين n علما ان $S = 602$ اي $2n^2 - n - 28 = 602$ إذن $n = 18$		7 نقاط	1 0.5 1 1.25 0.5 0.5 1.25 1

0.25×2

1

0.5

1.5

1

0.25×3

1

1.75

حساب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

(2) حساب الدالة المشتقة f' ؛ $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$

(3) التحقق أن $f'(x) = (3x+1)(x-1)$

$$(3x+1)(x-1) = 3x^2 - 3x + x - 1$$

$$(3x+1)(x-1) = 3x^2 - 2x - 1 = f'(x)$$

(4) دراسة اتجاه تغير الدالة f

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$f'(x)$ إشارة	+	0	-	+

f متناقصة على المجال $[-\frac{1}{3}; 1]$ و متزايدة على المجال $[-\infty; -\frac{1}{3}] \cup [1; +\infty[$

جدول تغيراتها الدالة f

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	0.74	0	$+\infty$

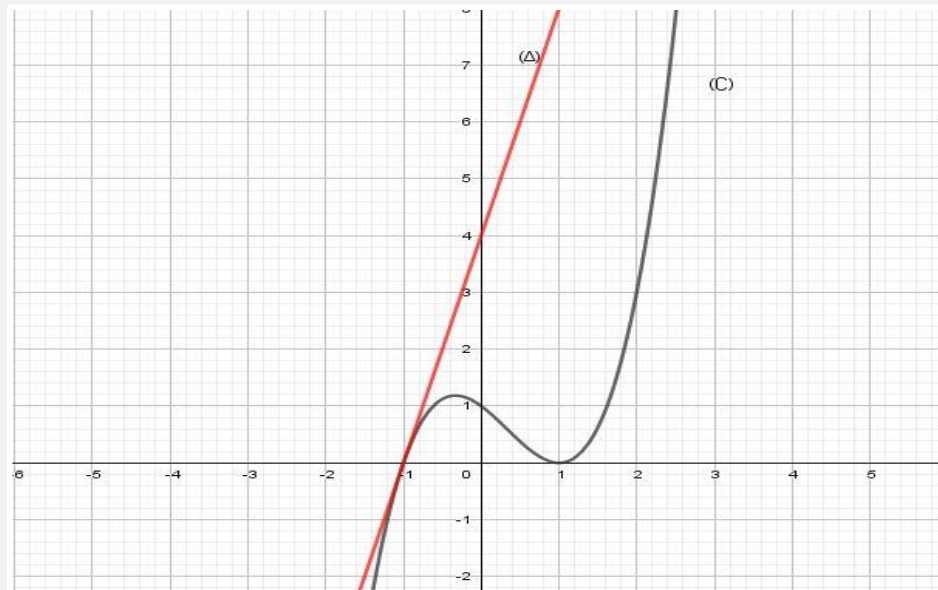
(5) تبيان ان النقطة $A(\frac{1}{3}; \frac{16}{27})$ هي نقطة انعطاف لـ (C_f)

$$f''(x) = 6x - 2 \text{ لدينا } f''(\frac{1}{3}) = 0 \text{ و تنعدم و تغير إشارتها عند النقطة } A(\frac{1}{3}; \frac{16}{27})$$

(6) حساب $f(-1) = 0$ ؛ $f(0) = 1$ ؛ $f(1) = 0$

(7) معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة -1 هي $y = 4x + 4$

أنشئ (Δ) و (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) .



الموضوع الثاني

التنقيط		عناصر الإجابة	التمارين
كاملة	مجزأة		
6 نقاط		<p>(1) ليكن العدد الطبيعي a حيث $a = 80$</p> <p>أ) التحقق أن $a \equiv -1[9]$.</p> <p>$a \equiv 8[9]$</p> <p>لدينا $a \equiv 8 - 9[9]$</p> <p>$a \equiv -1[9]$</p> <p>ب) تبين أن : $a^{367} + 10$ يقبل القسمة على 9</p> <p>$a \equiv -1[9]$</p> <p>$a^{367} \equiv (-1)^{367} [9]$</p> <p>لدينا $a^{367} + 10 \equiv -1 + 10[9]$</p> <p>$a^{367} + 10 \equiv 0[9]$</p> <p>(2) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 9.</p> <p>$n = 0; 7^0 \equiv 1[9]$</p> <p>$n = 1; 7^1 \equiv 7[9]$</p> <p>$n = 2; 7^2 \equiv 4[9]$</p> <p>$n = 3; 7^3 \equiv 1[9]$</p> <p>اذن الدور هو 3</p> <p>$7^{3k} \equiv 1[9]$</p> <p>$7^{3k+1} \equiv 7[9]$</p> <p>$7^{3k+2} \equiv 4[9]$</p> <p>أ) تعين باقي قسمة 7^{698} على 9.</p> <p>$7^{698} \equiv 4[9]$</p> <p>استنتج قيم العدد الطبيعي n بحيث $7^n - 13 \equiv 0[9]$</p> <p>$7^n - 13 \equiv 0[9]$</p> <p>اذن $n = 3k + 2$</p> <p>$7^n \equiv 13[9]$</p> <p>$7^n \equiv 4[9]$</p>	التمرين الأول
	0.5		
	1		
	0.25		
	0.25		
	0.25		
	0.25		
	0.25		
	0.25		
	0.25		
	0.75		
	1		

<p>6 نقاط</p> <p>0.5×3</p> <p>1</p> <p>0.5</p> <p>1</p> <p>0.75</p> <p>0.75</p> <p>1</p>	<p>(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :</p> $u_{n+1} = 3u_n + 4$ <p>(1) حسب $u_1 = 10$ ، $u_2 = 34$ ، $u_3 = 106$.</p> <p>(2) من أجل كل عدد طبيعي n ، نعرف المتتالية (v_n) كما يلي: $v_n = u_n + 2$</p> <p>أ) اثبات أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 3$ وحدها الأول v_0</p> $v_{n+1} = u_{n+1} + 2$ $v_{n+1} = 3u_n + 4 + 2$ $v_{n+1} = 3(u_n + 2)$ $v_{n+1} = 3v_n$ <p>اذن v_n متتالية هندسية أساسها $q = 3$ وحدها الأول $v_0 = 4$</p> <p>ب) كتابة عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتاج u_n بدلالة n</p> $v_n = 4 \times 3^n$ $u_n = 4 \times 3^n - 2$ <p>ج) أحساب S_n بدلالة n</p> $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ $S_n = 2(3^{n+1} - 1)$ <p>د) استنتاج S' بدلالة n</p> $S' = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ $S' = 2(3^{n+1} - n - 2)$	<p>التمرين الثاني</p>
<p>8 نقاط</p> <p>0.25×4</p> <p>0.5×2</p>	<p>f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .</p> <p>(1) تعين:</p> <p>أ) نهايات الدالة f عند اطراف مجموعة التعريف .</p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$ <p>ب) المستقيمات المقاربة ل (C_f) .</p> $x = -2 \quad \text{و} \quad y = 2$	<p>التمرين الثالث</p>

(ج) إشارة الدالة المشتقة .

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+

(2) علما أن $f(x) = \frac{2x-5}{x+2}$

(أ) عين نقاط تقاطع مع محوري الإحداثيات.

مع محور الفواصل $A(2.5; 0)$

مع محور الترتيب $B(0; -2.5)$

(ب) معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات

الفصلة $0: y = \frac{9}{4}x - \frac{5}{2}$

(ج) رسم المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

