



Modèle dynamique d'un  
robot de radiologie  
Vasculaire:  
**Sujet 3**  
GROUPE C





# Impact et Enjeux:



- Nécessité d'un modèle dynamique précis
- Obtention des paramètres à partir de données mesurées
- Application aux robots interventionnels



- Précision des modèles de commande
- Réduction des incertitudes et prise en compte des perturbations
- Mise en œuvre d'algorithmes d'identification adaptés
- Interopérabilité avec d'autres modèles et systèmes



# Validation des modèles développés

Par association à une identification des mesures visant à:

- Une détermination des paramètres inconnus, incorrects ou incertains.
- Analyse de performance du modèle par introduction du bruit en données mesurées



## Objectifs :

- 1) Développer une procédure d'identification pour déterminer les paramètres inconnus du modèle de robot de radiologie vasculaire.
- 2) Exploiter les paramètres mesurables via la méthode des moindres carrés.
- 3) L'analyse de l'influence du bruit sur les données mesurées.
- 4) Le calcul des incertitudes associées aux paramètres identifiés.



# Procédure d'identification: construction de la matrice dynamique $W(q,qp,qpp)$

Formulation générale dynamique

$W(q,qp,qpp) = A(q)qpp + C(q,qp) + Q(q)$ : **Matrice de régression dynamique**

avec:

**A: Matrice d'inertie** associée à  $XX_2, YY_2, XZ_2, ZZ_1, ZZ_2\dots$

**C: Matrice des forces de Coriolis et centrifuges:** termes quadratiques  $qp$ .

**Q: Matrice des termes des forces gravitationnelles:** associée à  $MX_1, MY_1, MZ_2\dots$

**X: Matrice des paramètres dynamiques**

$$(XX_2 \quad YY_2 \quad XY_2 \quad XZ_2 \quad YZ_2 \quad ZZ_1 \quad ZZ_2 \quad MY_1 \quad MY_2 \quad MX_1 \quad MX_2 \quad MZ_2)^T$$



# Procédure d'identification: construction de la matrice dynamique $W(q, \dot{q}, \ddot{q})$

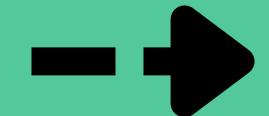
On note:

$$\Gamma = W \cdot X$$

avec

$$\Gamma = [\Gamma_1, \Gamma_2]^T$$

Couples moteurs  
mesurés.



$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \sin(\theta_2)^2 + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) & -\frac{1}{2} \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_1^2 \\ \cos(\theta_2)^2 \dot{\theta}_1 - 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) & \frac{1}{2} \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_1^2 \\ 2\dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 (2\cos(\theta_2)^2 - 1) & -\dot{\theta}_1^2 \cos(2\theta_2) \\ \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2) + \dot{\theta}_2^2 \cos(\theta_2) & \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \cos(\theta_2) - \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_1 & 0 \\ 0 & \dot{\theta}_2 \\ g \cos(\theta_1) & 0 \\ -g \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) & g \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) \\ g \sin(\theta_1) & 0 \\ g \cos(\theta_2) \sin(\theta_1) & g \cos(\theta_1) \sin(\theta_2) \\ -g \cos(\theta_1) & 0 \end{pmatrix}^T$$



**L'identification de toutes les variables dans  
cette configuration s'avère Impossible**

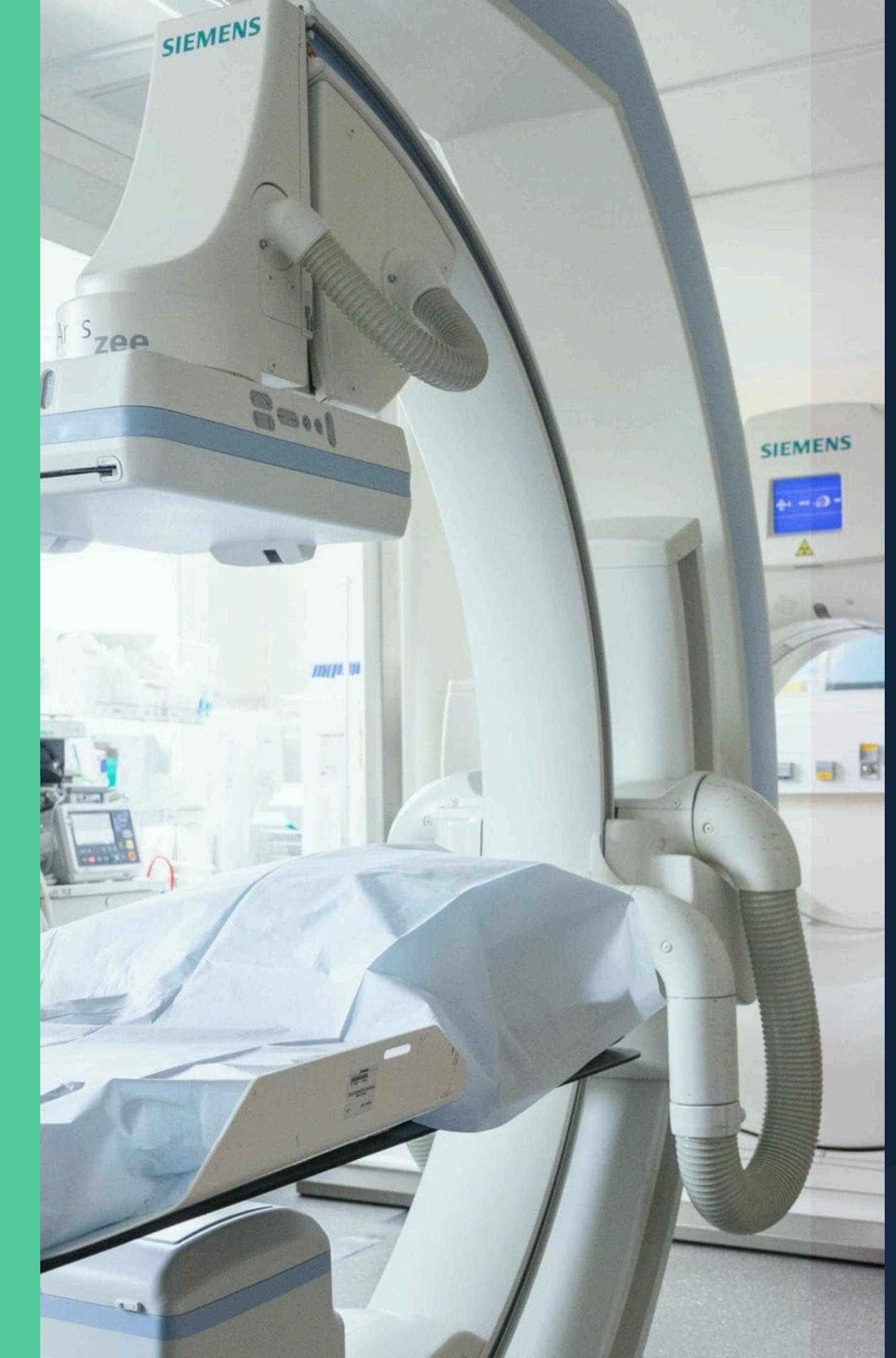
====

Nombre d'équations : 2

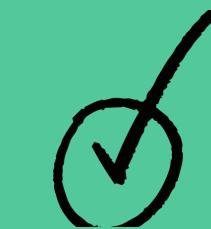
Nombre de variables à déterminer: 12



**Identification par excitation sélective**



## Méthode:



On annule les 7 premières colonnes:

Pour  $\theta_1$  et  $\theta_2$  constants, leurs dérivées premières et secondes s'annulent  
==> remonter aux valeurs de :

**MY2** ( $\theta_1 = 0, \theta_2 = 0$ ),

**MY1 - MZ2** ( $\theta_1 = 0, \theta_2 = 0$ ),

**MX2** ( $\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi/2$ )

**MX1 + MX2** ( $\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = 0$ )

{Calculables séparément}

$$\left( \begin{array}{c} \dot{\theta}_1 \sin(\theta_2)^2 + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) \\ \cos(\theta_2)^2 \dot{\theta}_1 - 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) \\ 2\dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 (2\cos(\theta_2)^2 - 1) \\ \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2) + \dot{\theta}_2^2 \cos(\theta_2) \\ \dot{\theta}_2 \cos(\theta_2) - \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2) \\ \dot{\theta}_1 \\ 0 \end{array} \right) \xrightarrow{T} \left( \begin{array}{c} \frac{1}{2} \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_1^2 \\ \frac{1}{2} \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_1^2 \\ -\dot{\theta}_1^2 \cos(2\theta_2) \\ \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 \\ \cos(\theta_2) \dot{\theta}_1 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right)$$





**Pour des différents instants on prend les valeurs de  $\theta_1$  et  $\theta_2$  en sortie de simulation**

$$\theta_1 = 0, \theta_2 = 0$$

**MY1-MZ2**

$$-37.3491483\text{kg.m}$$

$$\theta_1 = 0, \theta_2 = 0$$

**MY2**

$$-45.8340387\text{kg.m}$$

$$\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi/2$$

**MX2**

$$-25.1435875\text{kg.m}$$

$$\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = 0$$

**MX1**

$$0.01$$

## Méthode:

Colonnes 4 et 5:



Garder  $\theta_1 = 0$  (constant) et faire varier  $\theta_2$  en une rampe (= échelon en vitesse)

$\Rightarrow$  remonter, en annulant les colonnes 1,2,3,6,7 à **XZ2** et **YZ2** de la fonction

$$\theta_2 \rightarrow (\theta_2 p)^2 \cos(\theta_2) * XZ2 - (\theta_2 p)^2 \sin(\theta_2) * YZ2$$

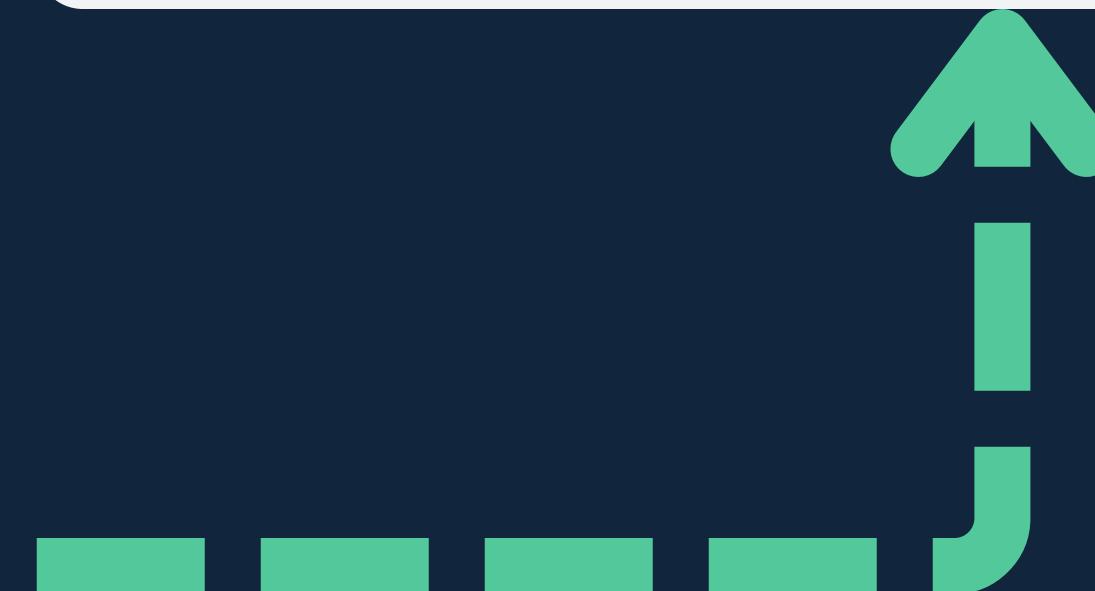
$$\begin{pmatrix}
 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_2)^2 + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) \\
 \cos(\theta_2)^2 \dot{\theta}_1 - 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) \\
 2\dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 (2\cos(\theta_2)^2 - 1) \\
 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2) + \dot{\theta}_2^2 \cos(\theta_2) \\
 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_2) - \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2) \\
 \dot{\theta}_1 \\
 0
 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}
 g \cos(\theta_1) \\
 -g \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) \\
 g \cos(\theta_1) \\
 g \cos(\theta_2) \sin(\theta_1) \\
 -g \cos(\theta_1)
 \end{pmatrix}$$

Paramètres identifiés

$$\begin{pmatrix}
 -\frac{1}{2} \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_1^2 \\
 \frac{1}{2} \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_1^2 \\
 -\dot{\theta}_1^2 \cos(2\theta_2) \\
 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 \\
 \cos(\theta_2) \dot{\theta}_1 \\
 0 \\
 \vdots \\
 \dot{\theta}_2
 \end{pmatrix}^T$$

$$\Gamma' = \Gamma - Q$$





Ainsi,  $\Gamma_1$  ne dépend plus que de  
**XZ2, YZ2 et des paramètres déjà identifiés**

$$\Gamma_1 : \theta_2 \rightarrow (\theta_2 p)^2 \cos(\theta_2) XZ2 - (\theta_2 p)^2 \sin(\theta_2) YZ2$$

**XZ2**

~0 kg.m

**YZ2**

~10 kg.m

## Méthode:

Colonne 7:



Garder  $\theta_1 = 0$  (constante) et faire varier  $\theta_2$  en une parabole (= rampe en vitesse)

$\Rightarrow$  remonter, en annulant les colonnes 1,2,3,4,5,6 à **ZZ2** de la fonction

$\theta_2 \rightarrow \theta_2 \text{ppzz2}$

$$\left( \begin{array}{c} \dot{\theta}_1 \sin(\theta_2)^2 + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) \\ \cos(\theta_2)^2 \dot{\theta}_1 - 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) \\ 2\dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 (2\cos(\theta_2)^2 - 1) \\ \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2) + \dot{\theta}_2^2 \cos(\theta_2) \\ \dot{\theta}_2 \cos(\theta_2) - \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2) \\ \dot{\theta}_1 \\ 0 \end{array} \right)^\top$$

**Paramètres identifiés**

$$\begin{array}{ll} g \cos(\theta_1) & g \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) \\ -g \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) & 0 \\ g \cos(\theta_1) & g \cos(\theta_1) \sin(\theta_2) \\ g \cos(\theta_2) \sin(\theta_1) & 0 \\ -g \cos(\theta_1) & \end{array}$$

**Paramètres identifiés**

$$\Gamma' = \Gamma - Q$$





**Ainsi, il suffirait de diviser  $\Gamma_2$  par  $\theta_2 pp$  pour obtenir ZZ2**

$$\Gamma_2 : \theta_2 \rightarrow \theta_2 pp ZZ2$$

Cependant, les résultats de simulation sont absurdes et la valeur de ZZ2 varie fortement selon les simulations. Ainsi, on fixe ZZ2 = 279 kg.m, valeur proche de la valeur théorique

ZZ2

279 kg.m

## Méthode:

Colonnes 1,2,6

On prend un  $\theta$  constant et l'autre à dérivée seconde constante:

$\theta_2 = 0 \Rightarrow$  sur la 1ère ligne :

$$\theta_1 \text{pp}(YY2 + ZZ1) + g * \cos(\theta_1)(MY1 - MZ2) + g * \sin(\theta_1).(MX1 + MX2)$$

$\theta_2 = \pi/2 \Rightarrow$  sur la 1ère ligne:

$$\theta_1 \text{pp}*(XX2 + ZZ1) + g * \cos(\theta_1)(MY1 - MZ2) + g * \sin(\theta_1)(MX1 - MY2)$$



$$\left( \begin{array}{ccc|c} \dot{\theta}_1 \sin(\theta_2)^2 + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) & & & -\frac{1}{2} \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_1^2 \\ \cos(\theta_2)^2 \dot{\theta}_1 - 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) & & & \frac{1}{2} \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_1^2 \\ 2\dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 (2\cos(\theta_2)^2 - 1) & & & -\dot{\theta}_1^2 \cos(2\theta_2) \\ \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2) + \dot{\theta}_2^2 \cos(\theta_2) & \text{Paramètres identifiés} & & \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \cos(\theta_2) - \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2) & & & \cos(\theta_2) \dot{\theta}_1 \\ \hline & \dot{\theta}_1 & & 0 \\ & 0 & & \dot{\theta}_2 \\ & g \cos(\theta_1) & & 0 \\ & -g \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) & \text{Paramètres identifiés} & g \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) \\ & g \sin(\theta_1) & & 0 \\ & g \cos(\theta_2) \sin(\theta_1) & & g \cos(\theta_1) \sin(\theta_2) \\ & -g \cos(\theta_1) & & 0 \end{array} \right)^T$$



$$\Gamma' = \Gamma - Q$$



On fixe  $\theta_2$ , et on commande une rampe en vitesse sur  $\theta_1$

$$\theta_2 = \pi/2$$

$$XX2+ZZ1$$

261 kg.m

$$\theta_2 = 0$$

$$YY2+ZZ1$$

308 kg.m

## Méthode:

Colonne 3



Impossible d'isoler la colonne 3 avec une fonction qui annule les autres colonnes, il faut donc utiliser les valeurs trouvées précédemment :

on commande en entrée une rampe en vitesse sur  $\theta_1$  et  $\theta_2$

$$\begin{array}{c|c} \begin{matrix} \dot{\theta}_1 \sin(\theta_2)^2 + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) \\ \cos(\theta_2)^2 \dot{\theta}_1 - 2\dot{\theta}_2 \theta_1 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) \\ 2\dot{\theta}_1 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 (2\cos(\theta_2)^2 - 1) \end{matrix} & \begin{matrix} -\frac{1}{2} \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_1^2 \\ \frac{1}{2} \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_1^2 \\ -\dot{\theta}_1^2 \cos(2\theta_2) \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2) + \dot{\theta}_2^2 \cos(\theta_2) \\ \dot{\theta}_2 \cos(\theta_2) - \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_2) \\ \dot{\theta}_1 \end{matrix} & \begin{matrix} \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 \\ \cos(\theta_2) \dot{\theta}_1 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \\ 0 \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} g \cos(\theta_1) \\ -g \sin(\theta_1) \sin(\theta_2) \\ g \sin(\theta_1) \\ g \cos(\theta_2) \sin(\theta_1) \\ -g \cos(\theta_1) \end{matrix} & \begin{matrix} g \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) \\ 0 \\ g \cos(\theta_1) \sin(\theta_2) \\ 0 \end{matrix} \end{array}$$

$T$



$$\Gamma' = \Gamma - Q$$



**Les valeurs obtenues précédemment  
ne sont pas suffisamment précises  
pour trouver XY2**

**XY2**

~500 kg.m



# Méthode des moindres carrés:



**Il n'y a pas de solution exacte = système Incompatible**

On cherche toujours une solution qui minimise l'erreur quadratique :

$$\min_X \|WX - L\|^2$$



**Solution Pseudo-inverse**

Solution optimale en moindres carrés:

$$X^* = (W^T W)^{-1} W^T L$$



# EVALUATION VIA DES CRITERES QUANTITATIFS

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Gamma_i - \hat{\Gamma}_i)^2$$

- $\Gamma_i$  sont les valeurs réelles (observées) de  $\Gamma$ ,
- $\hat{\Gamma}_i$  sont les valeurs prédites par le modèle,
- $\bar{\Gamma}$  est la moyenne des valeurs observées de  $\Gamma$ ,
- $n$  est le nombre total d'observations.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\Gamma_i - \hat{\Gamma}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (\Gamma_i - \bar{\Gamma})^2}$$

- $\Gamma_i$  sont les valeurs réelles (observées) de  $\Gamma$ ,
- $\hat{\Gamma}_i$  sont les valeurs prédites par le modèle,
- $\bar{\Gamma}$  est la moyenne des valeurs observées de  $\Gamma$ ,
- $n$  est le nombre total d'observations.

**SQRT(MSE1)=345.6**

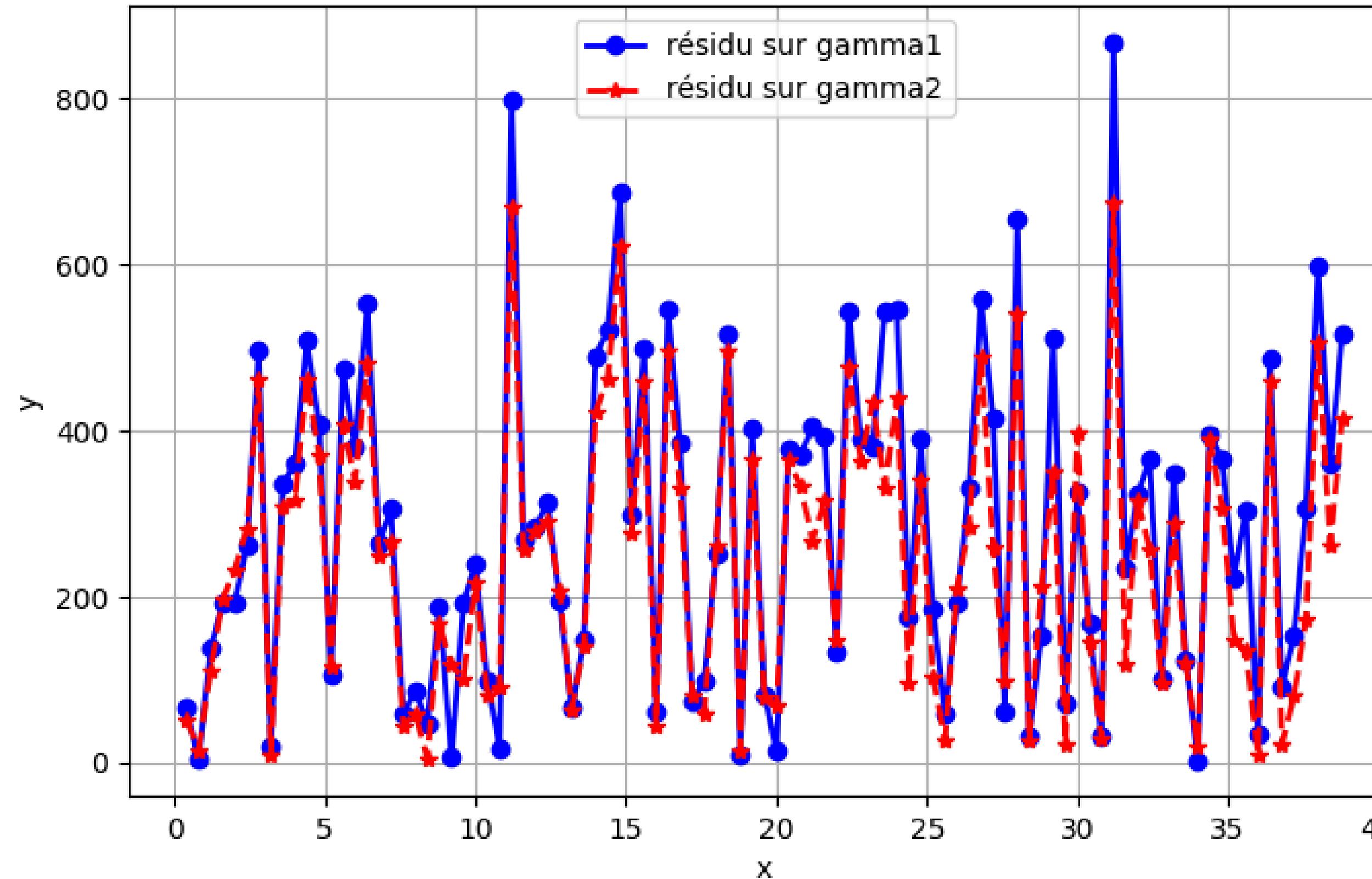
**SQRT(MSE2)=298.8**

**R1<sup>2</sup>=-0,471044186**

**R2<sup>2</sup>=-6,471477929**

R2 négatif → Le modèle est pire qu'une simple moyenne

résidu pour gammal et gamma2





# Influence du bruit

- Ajout d'un bruit aléatoire (uniforme) d'amplitude 1% sur les résultats de simulation
- Calcul des paramètres du modèle avec les données bruité
- Comparaison des paramètres estimés avec et sans bruit.
- Calcul du résidu pour quantifier l'impact du bruit sur les paramètres

$$\dot{q}_{bruitée} = \dot{q} + \alpha \cdot \dot{q} \cdot \text{bruit}$$

$\dot{q}$  est la vitesse nominale (sans bruit).

$\alpha = 1\%$  représente le niveau de bruit appliqué.

Le bruit est une variable aléatoire.  $U(-1, 1)$

Pour un paramètre  $p_i$  identifié dans les deux cas, le résidu absolu est défini comme :

$$R_i = |p_{i,bruité} - p_{i,\text{référence}}|$$



# Résultats

- Bruitage des données servant à déterminer  $XZ2$  et  $YZ2$
- Observation de la variation de l'estimation de  $XZ2$  et  $YZ2$
- Observation de la variation de l'estimation des autres paramètres

- Après bruitage, le estimation de  $XZ2$  et  $YZ2$  varient de  $\sim \pm 2 \text{ kg.m}$
- $XX2$  est estimé par une approche qui annule la contribution de  $XY2/XZ2$ , donc le bruitage se répercute très peu sur le calcul de  $XX2$ .

- Cependant, nous ne pouvons pas estimer  $XY2$  sans que la valeur de  $XZ2$  et  $YZ2$  ait un impact
- On observe donc une variation de  $\sim \pm 40 \text{ kg.m}$



# Risques

**Mauvaise exécution  
des trajectoires**

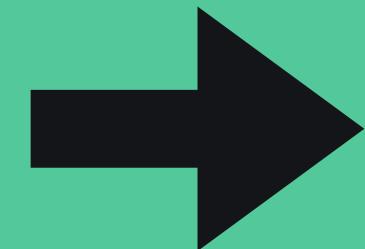


**Instabilité  
et  
vibrations**

**Dégradation des  
performances en  
temps réel**



# Conclusion



**Le modèle Proposé est peu fiable**

**Solution possible:**

**✓ Appliquer des algorithmes adaptatifs**

Implémenter des méthodes d'apprentissage automatique pour ajuster les paramètres dynamiques du robot en temps réel.

Merci Pour  
Votre  
Attention

