PETIT AYMERIC LAB 2.

1) La commutativité de $\wedge$:

$(p \wedge q) \wedge (\neg p \wedge \neg r) \equiv p \wedge \neg p \wedge q \wedge \neg r$

Complémentarité de $p \wedge \neg p \equiv C$ (contradiction). On a donc $C \wedge q \wedge \neg r \equiv C$

(qui est l'élément absorbant de $\wedge$).

Élément absorbant pour $\vee$: $p \vee C \equiv p$

Le résultat est donc p.

2) Absorbtion : $p \vee (p \wedge q) \equiv p$ on a donc $p \vee (q \wedge r)$

On peut pas faire d'absorbtion donc c'est la forme simplifiée : $p \vee (q \wedge r)$

ENSUITE POUR LA NÉGATION :

Loi de morgan : $\neg(p \vee X) \equiv (\neg p) \wedge (\neg X)$ avec $X = q \wedge r$ puis $\neg(q \wedge r)$
$\equiv \neg q \vee \neg r$.

Le résultat sera donc $\neg p \wedge (\neg q \vee \neg r)$. Si on applique la distributivité

on aura $(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg r)$ mais ce n'est peut-être pas nécessaire.

3) $(p \vee q) \vee (p \vee r) \equiv ((p \vee q) \vee p) \vee r$ (association)

$\equiv (p \vee (q \vee p)) \vee r$ (commutativité)

$\equiv ((p \vee q) \vee p) \vee r$ (association)

$\equiv ((p \vee p) \vee q) \vee r$ (association)

$\equiv (p \vee q) \vee r$ (idempotence)

$\equiv p \vee (q \vee r)$

Ainsi, $(p \vee q) \vee (p \vee r) \equiv p \vee (q \vee r)$ donc $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee (p \vee r)$

idempotence : de $p \vee p \equiv p$ et $p \wedge p \equiv p$

associativité : $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ pareil pour $\wedge$

commutativité : $p \vee q \equiv q \vee p$, $p \wedge q \equiv q \wedge p$

4) $\neg(p \vee \neg q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$.

Loi de morgan : $\neg(p \vee \neg q) \equiv (\neg p) \wedge q$

on a donc $(\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$.

distributivité : $\neg p \wedge (q \vee \neg q)$

tautologie : $q \vee \neg q \equiv t$. élément neutre : $\neg p \wedge t \equiv \neg p$.

le résultat est donc : $\neg p$

5) a) $\exists x \in U, P(x)$

il existe au moins un étudiant dans la classe qui aime les licorne.

b) $\forall x \in U, P(x)$

Tout les étudiants de la classe aiment les licornes

c) $\exists x \in U, \neg P(x)$

Il existe au moins un étudiant dans la classe qui n'aime pas les licornes.

d) $\forall x \in U, \neg P(x)$

Tout les étudiants de la classe n'aiment pas les licornes.

6) a) Langage ordinaire : "$5^3 \leq 3 \times 5$" soit "$125 \leq 15$"

Vérité : FAUX car $125 > 15$

b) Langage ordinaire : "$4 \geq 4^2$" soit "$4 \geq 16$".

Vérité : FAUX, car $4 < 16$.

c) Langage ordinaire : " Pour tout les entiers de 1 à 10, $x^3 \leq 3x$.

Vérité : FAUX, car $x = 2$: $8 \leq 6$ est faux, c'est un contre-exemple.

d) Langage ordinaire : " Il existe au moins un entier de 1 à 10 tel que $x^3 \leq 3x$".

Vérité : VRAI, témoin $x = 1$: $1 \leq 3$.

e) Langage ordinaire : " Pour tout les entiers de 1 à 10, $x \not\geq x^2$? donc $x < x^2$

Vérité : FAUX, car $x = 1$ rend $R(1)$ vrai (comme $1 \geq 1$).

f) Langage ordinaire : " Il existe au moins un entier de 1 à 10 tel que $x \geq x^2$".

Vérité : VRAI, témoin $x = 1$: $1 \geq 1$.