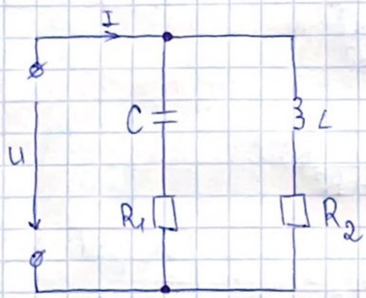
Задача 2.

Задание: определить эквив-ую проводимость, резонансную частоту и добротность для параллельного контура с потерями (записать ответы ч-з параметры идеального контура ρ, w_0).



Решение:

$$G_э = \frac{1}{Z_{э_1}} + \frac{1}{Z_{э_2}} = \frac{1}{R_1 + \frac{1}{jwC}} + \frac{1}{R_2 + jwL} = \frac{R_1 - \frac{1}{jwC}}{\left(R_1 + \frac{1}{jwC}\right)\left(R_1 - \frac{1}{jwC}\right)} + \frac{R_2 - jwL}{(R_2 + jwL)(R_2 - jwL)} =$$

$$= \frac{R_1 - \frac{1}{jwC}}{R_1^2 + \frac{1}{w^2C^2}} + \frac{R_2 - jwL}{R_2^2 + w^2L^2} =$$

$$\boxed{= \frac{R_1}{R_1^2 + \frac{1}{w^2C^2}} + \frac{R_2}{R_2^2 + w^2L^2} + j\left(\frac{\frac{1}{wC}}{R_1^2 + \frac{1}{w^2C^2}} - \frac{wL}{R_2^2 + w^2L^2}\right)}$$

При резонансе имп-нс действит. -> мнимая часть = 0 =>

$$\frac{\frac{1}{w_pC}}{R_1^2 + \frac{1}{w_p^2C}} = \frac{w_pL}{R_2^2 + w_p^2L^2}$$

$$\frac{R_2^2 + w_p^2L^2}{w_pC} = w_pL\left(R_1^2 + \frac{1}{w_p^2C^2}\right)$$

$$\frac{R_2^2}{w_pC} + \frac{w_pL^2}{C} = R_1^2 w_pL + \frac{L}{w_pC^2} \quad \Big| \cdot w_pC$$

$$R_2^2 + w_p^2L^2 = R_1^2 w_p^2 LC + \frac{L}{C}$$

$$w_p^2 L^2 - R_1^2 w_p^2 LC = \frac{L}{C} - R_2^2 \quad \Big| \cdot C$$

$$w_p^2 \left(L^2C - R_1^2 LC^2 \right) = L - R_2^2 C$$

$$w_p^2 = \frac{L - R_2^2C}{L^2C - R_1^2LC^2} = \frac{L - R_2^2C}{LC(L - R_1^2C)} = \frac{1}{LC} \cdot \frac{L - R_2^2C}{L - R_1^2C}$$

$$W_p = \sqrt{\frac{1}{LC} \cdot \frac{L - R_2^2C}{L - R_1^2C}} = \sqrt{\frac{1}{LC} \cdot \frac{L/C - R_2^2}{L/C - R_1^2}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{L/C - R_2^2}{L/C - R_1^2}}$$

$w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – цикл. частота $\Rightarrow$ $w_p = w_0 \cdot \sqrt{\frac{L/C - R_2^2}{L/C - R_1^2}}$

При отсутствии потерь $\frac{U}{I} = \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{w_p = w_0 \cdot \sqrt{\frac{\rho^2 - R_2^2}{\rho^2 - R_1^2}}}$

При $w = w_p$:

$$G_{э.р.} = \frac{R_1}{R_1^2 + \frac{1}{w_p^2C^2}} + \frac{R_2}{R_2^2 + w_p^2 L} + j \cdot 0 = \ldots = \frac{R_1 + R_2}{\rho^2 + R_1 \cdot R_2}$$

$$Q = \gamma R_{э.р.} = \frac{\gamma}{G_{э.р.}} = \frac{1}{G_{э.р.}\,\rho} = \boxed{\frac{\rho^2 + R_1 \cdot R_2}{\rho(R_1 + R_2)}}$$