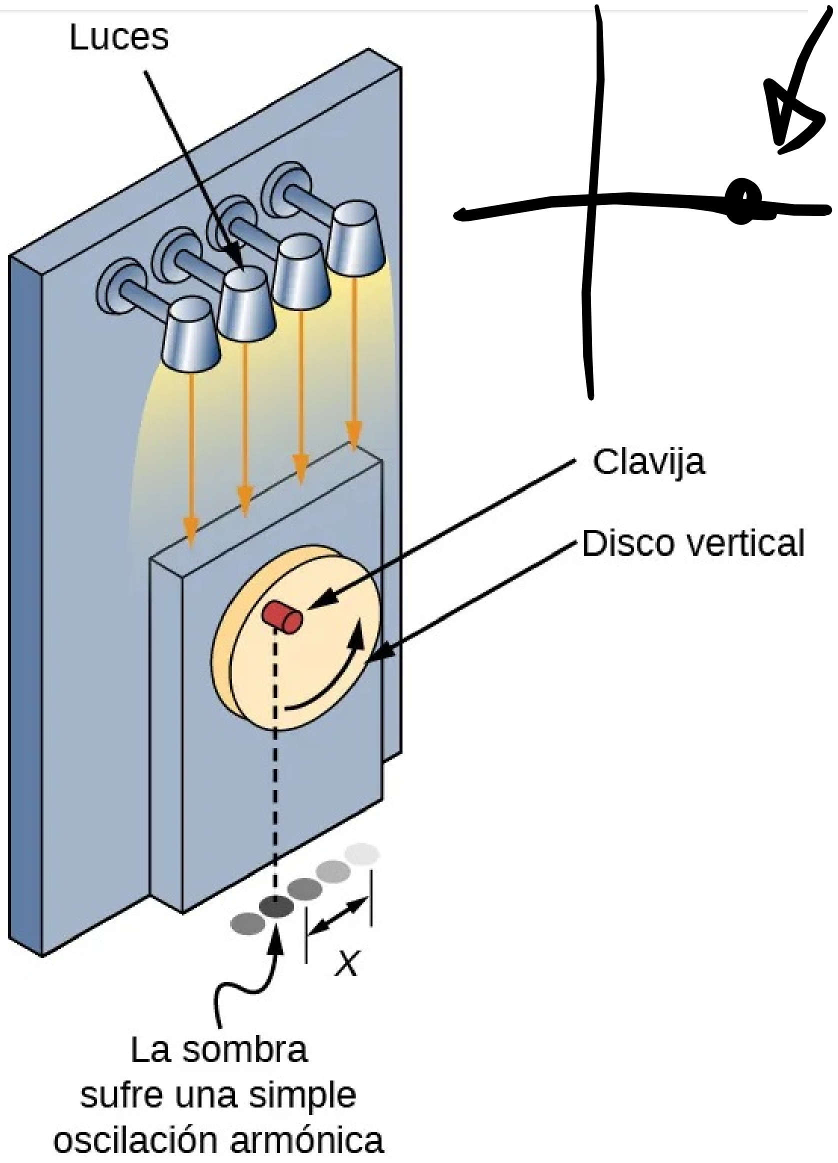
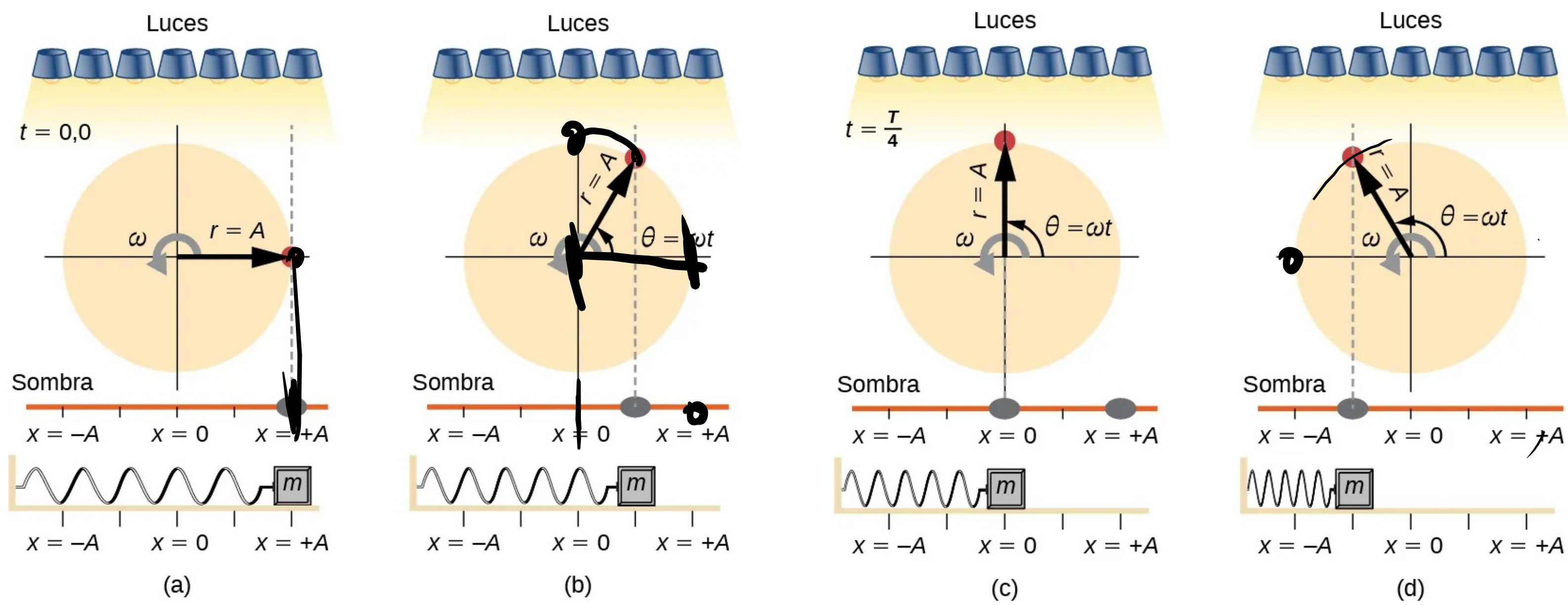
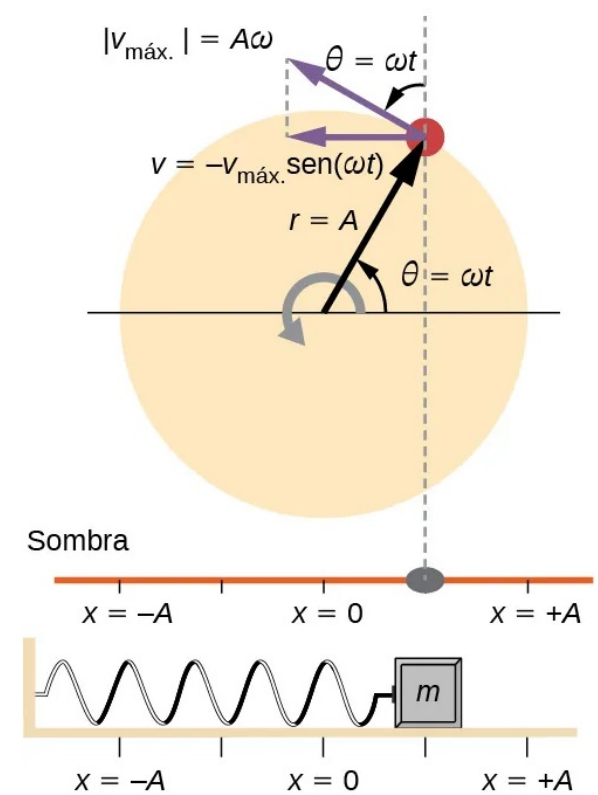
Comparación entre MAS y MCU







MCU MAS

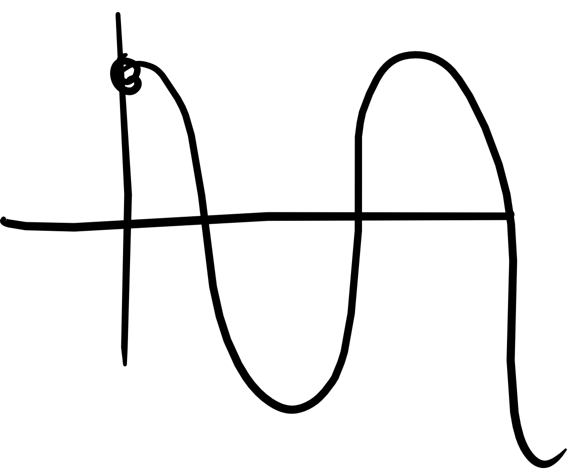
$R = A$

$\omega = \omega$

$\omega = \omega$

R

$A\omega$



$$x(t) = A\cos(\omega t).$$

$$v = -v_{\text{máx.}}\,\text{sen}(\omega t).$$

$$a = -a_{\text{máx.}}\cos(\omega t).$$

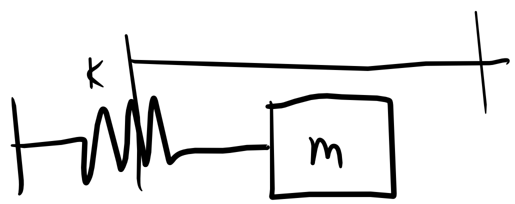
$x_{max} = A$

$v_{max} = A\omega$

$a_{max} = A\omega^2$

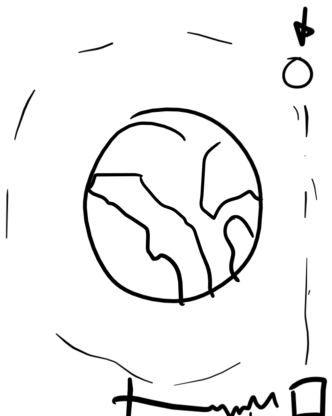
La órbita de la Luna alrededor de la Tierra, proyectada sobre un diámetro, puede considerarse un MAS. Calcule la constante efectiva de fuerza k de este movimiento.

Distancia Luna Tierra:



$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$



$$\omega = \omega$$

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$T = 27.32$ días

$T =$ seg

$$27.32 \text{ días} \cdot \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ día}} \cdot \frac{3600 \text{ seg}}{1 \text{ h}} = 2\,360\,448 \text{ seg}$$

$$= 2.36 \times 10^6 \text{ seg}$$

$$\left(\frac{2\pi}{2.36 \times 10^6}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{K}{7.35 \times 10^{22}}}\right)^2$$

$$K = 5.21 \times 10^{11} \text{ N/m}$$

Energía en MAS

- E
  - $K = \frac{1}{2} m v^2$
  - U
    - $U_g = mgh$
    - $U_e = \frac{1}{2} k x^2$

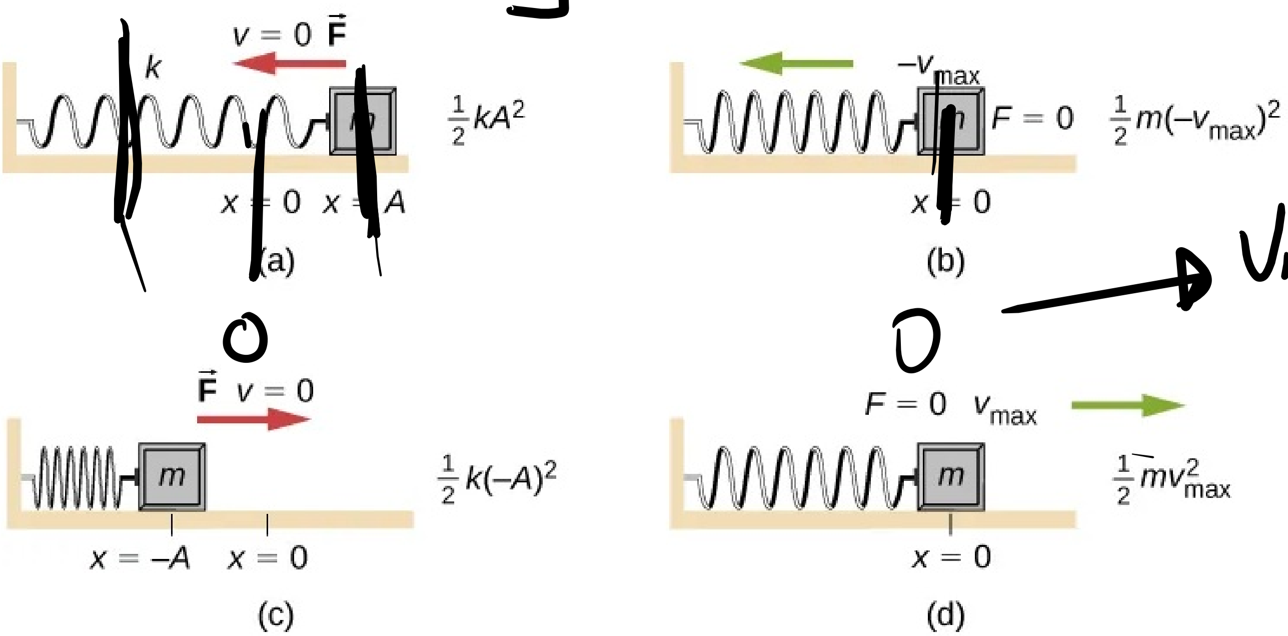
$$E = K + \Sigma U$$

$$[J]$$

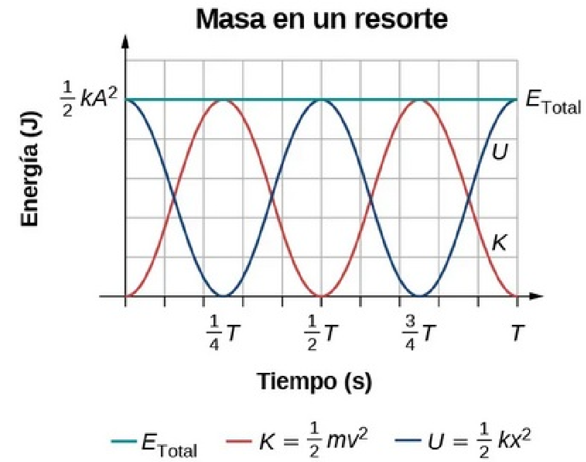
$$\Delta K = W$$

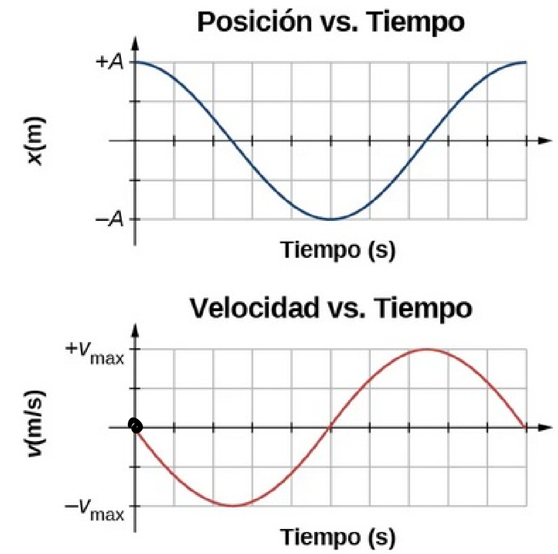
$$W = F \Delta x \cos \theta$$

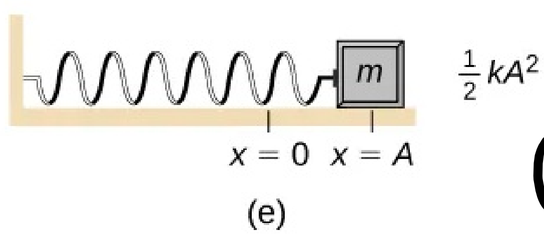
$-A \quad v = \emptyset \quad +A \;\Big] \rightarrow U_e \max$



$O \qquad O \rightarrow V_{max} \rightarrow K_{max}$





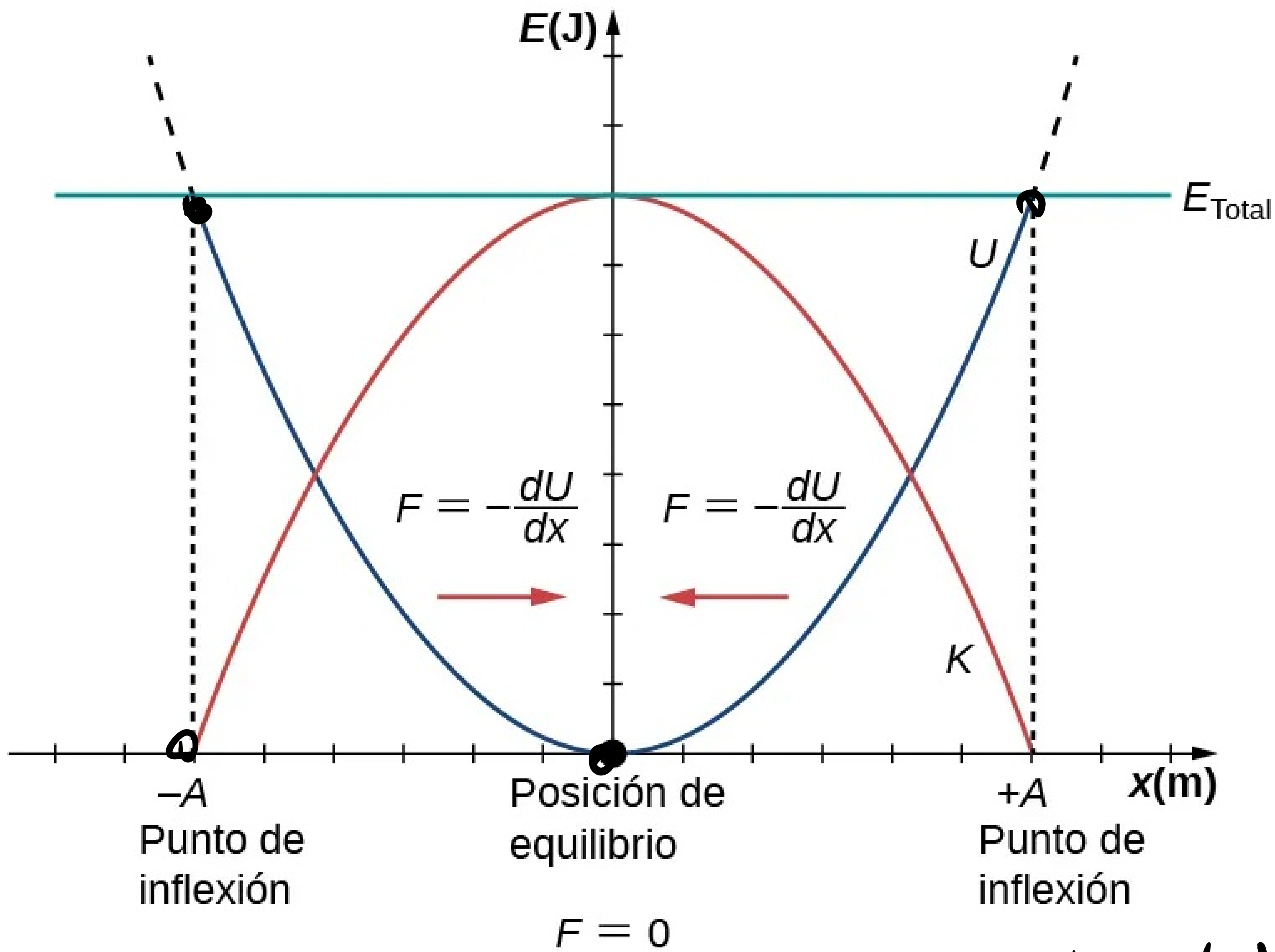


$U_e = \frac{1}{2}k\cancel{x^2}$ $\emptyset$

$E = \cancel{K} + U_e$

$E = K + \cancel{U_e}\ \emptyset$

$$E = K = \frac{1}{2} m v_{max}^2$$



$$E = U_e = \frac{1}{2} k A^2$$

$$V = -A\omega \,\mathrm{sen}(\omega t + \phi)$$

$$E_{\text{Total}} = \frac{1}{2}kx^2 + \underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{} = \underbrace{\frac{1}{2}kA^2.}_{} = \frac{1}{2} m V_{max}^2$$

$$|v| = \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)}.$$

$$E = \frac{1}{2} K A^2$$

$$\cancel{\frac{1}{2}} K A^2 = \cancel{\frac{1}{2}} m V^2 + \cancel{\frac{1}{2}} K X^2$$

$$mV^2 = KA^2 - KX^2$$

$$mV^2 = K(A^2 - X^2)$$

$$\sqrt{V^2} = \sqrt{\frac{K}{m}(A^2 - X^2)}$$

$$V = \omega \sqrt{A^2 - X^2}$$

Una masa de 0.35 kg en el extremo de un resorte, vibra 2.5 veces por segundo con una amplitud de 0.15 m. Determine a) la velocidad cuando pasa por el punto de equilibrio, b) la velocidad cuando está a 0.10 m de la posición de equilibrio, c) la energía total del sistema, y d) la ecuación que describe el movimiento de la masa, suponiendo que en t =0, x fue un máximo. (Giancoli, 2008)

a) V_{max}? ✓

b) V? $x = 0.1\,m$ ✓

c) E? ✓

d) $x(t)$?

$m = 0.35\,kg$ $\quad A = 0.15\,m$

$f = 2.5\,Hz$

c) $E = \frac{1}{2} K A^2$

$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$ $\quad \omega = 2\pi f$

$2\pi(2.5) = \sqrt{\frac{K}{0.35}}$

$K = 15.71\ N/m$

→ 86.4 ✓

30.22

$(5\pi)^2 \times 0.35 = K$

$K = 86.4\ \frac{N}{m}$

c) $E = \frac{1}{2} K A^2$

$E = \frac{1}{2}(86.4)(0.15)^2 = 0.97\,J$

a) $E = E$

$\frac{1}{2} K A^2 = \frac{1}{2} m V_{max}^2$

$0.97 = \frac{1}{2}(0.35)(V_{max})^2$

$V_{max} = 2.4\ m/s$

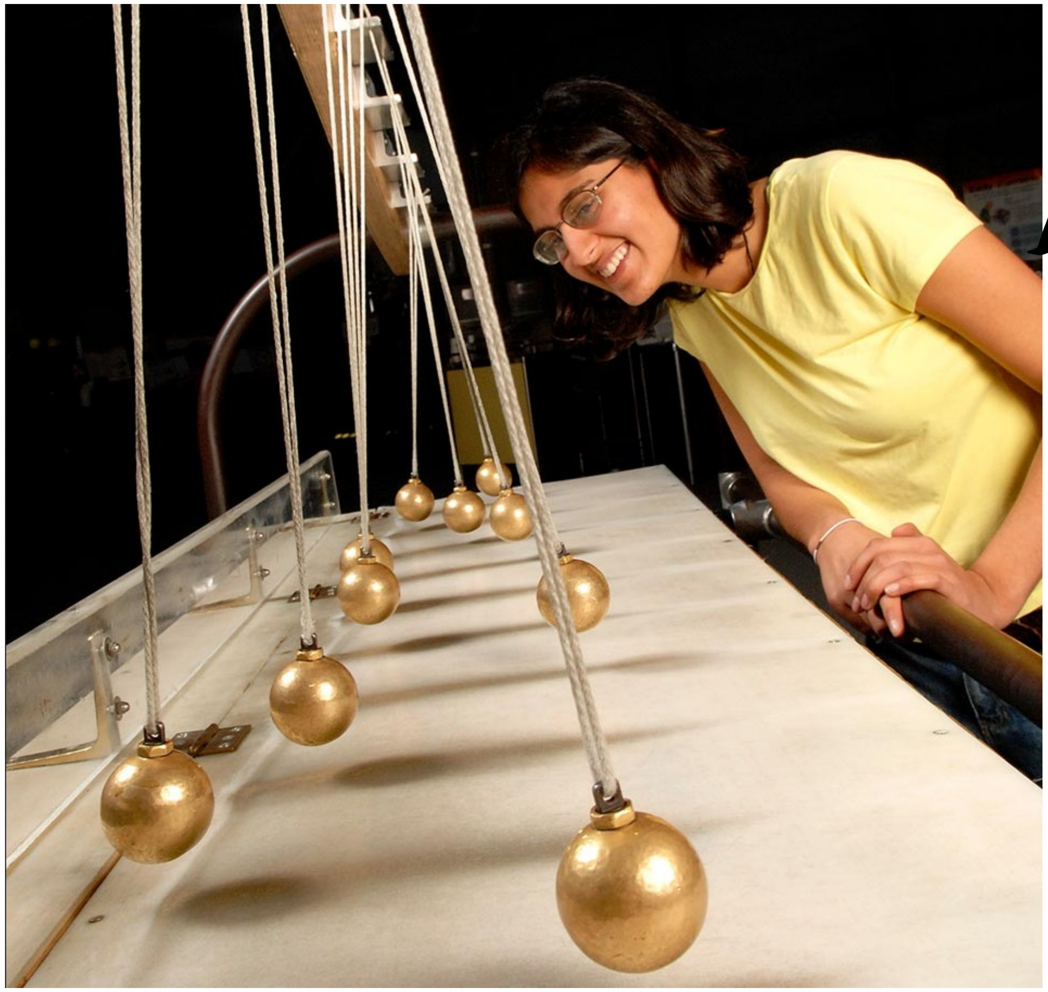
b) $V = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$V = 5\pi\sqrt{0.15^2 - 0.1^2}$

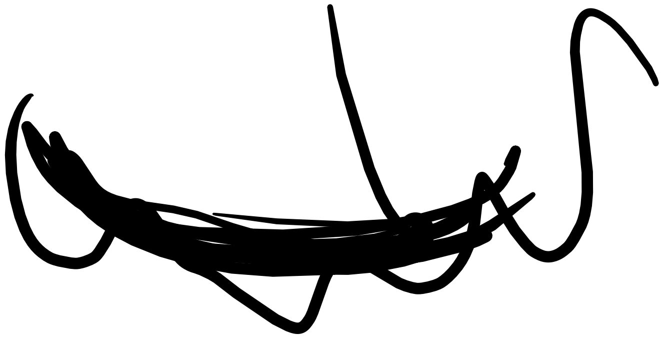
$V = 1.76\ m/s$

d) $x(t) = 0.15\cos(5\pi t)$

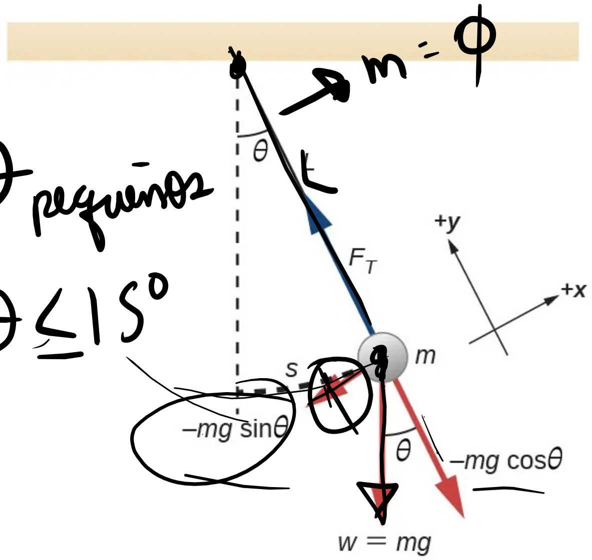
Péndulos







Péndulo simple



Θ pequeños

$\Theta \leq 15^\circ$

$I = mL^2$

$\tau = I\alpha$

$-mg \,\text{sen}\,\theta\, L = mL^2\alpha$

$-g\, \underbrace{\cancel{\text{sen}\,\theta}}_{\theta}\, L = L^2 \underbrace{\alpha}$

$-g\,\theta = L^2 \dfrac{d^2\theta}{dt}$

→ Cuerda y masa
→ cuerda ligera
→ masa puntual

$\theta \propto \alpha$

$\text{sen}\,\theta \propto \alpha$

$\text{sen}(1.35) = 0.9757$

$\text{sen}(0.9) = 0.7833$

$\text{sen}(0.5) = 0.4794$

$\text{sen}(0.1) = 0.099$

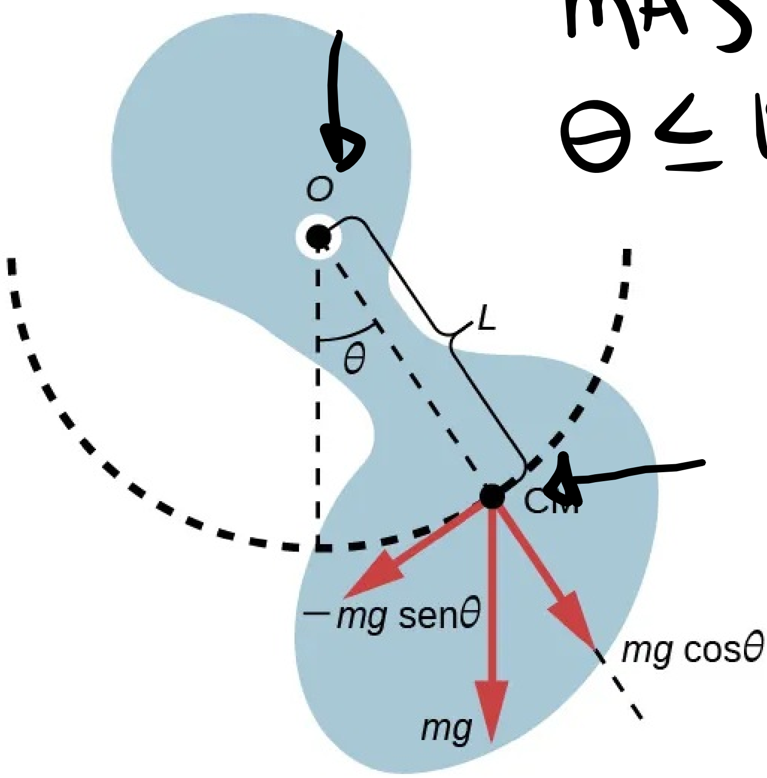
$\text{sen}(0.05) = 0.04997$

$\theta(t) = \theta_{max}\cos(\omega t + \phi)$

$\omega = \sqrt{\dfrac{g}{L}}$

$\text{sen}\,\theta \approx \theta$

Péndulo físico



MAS
$\theta \leq 15^\circ$

$$\tau = I\alpha$$

$$mg\,\cancel{\text{sen}}\,\theta\, L = I\alpha$$

$$\theta(t) = \theta_{max}\cos(\omega t + \phi)$$

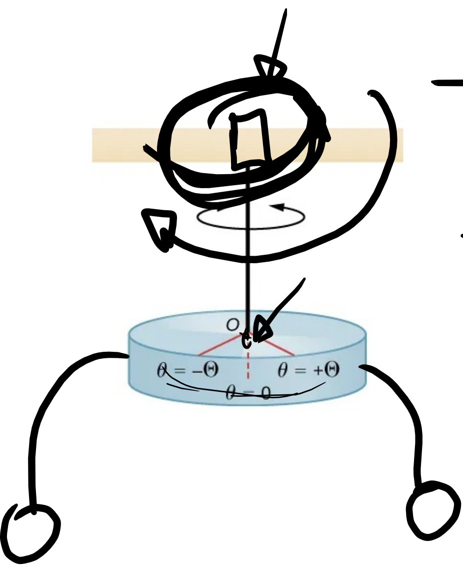
$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$$

m → pendulo

g → gravedad

d → distancia entre pivote y centro de masa

Péndulo de torsión



→ Fibra delgada

→ Transmitir torsión

$$\tau = \kappa \Theta$$

↳ "Kappa"

$$I\alpha = -\kappa\Theta$$

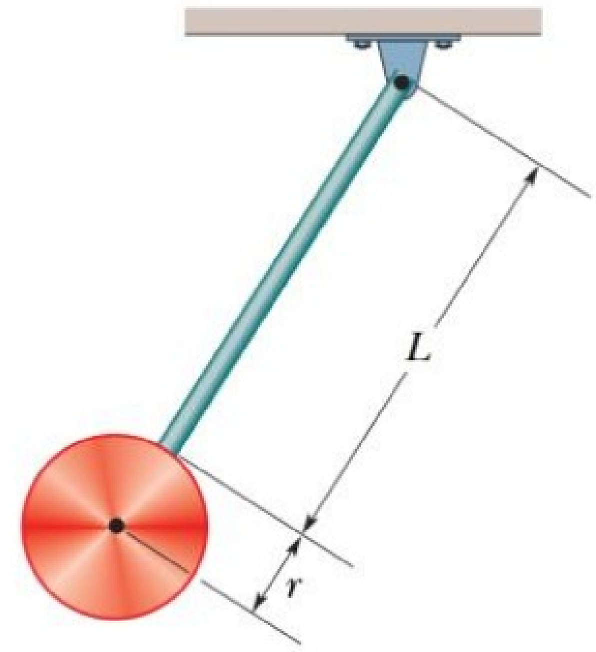
$$I\frac{d^2\Theta}{dt} = -\kappa\Theta$$

$$\Theta(t) = \Theta_{max}\cos(\omega t + \phi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}}$$

Un péndulo de Foucault está diseñado para demostrar el efecto de la rotación de la Tierra. Un péndulo de Foucault exhibido en un museo es típicamente muy largo, con objeto de hacer que el efecto sea más fácil de ver. Considere un péndulo de Foucault con una longitud de 15 m y con un peso de latón de 110 kg. Se le pone a balancear con una amplitud de 3.5°. a) ¿Cuál es el periodo del péndulo? b) ¿Cuál es la energía cinética máxima del péndulo? c) ¿Cuál es la rapidez máxima del péndulo? (Bauer & Westfall, 2011)

Un péndulo consta de un disco uniforme de 10 cm de radio y 500 g de masa unido a una barra de 500 mm de longitud que tiene una masa de 270g. a) Calcule la inercia rotatoria del péndulo respecto al pivote. b) ¿Cuál es la distancia entre el pivote y el centro de masa del péndulo? c) Calcule el periodo de oscilación para ángulos pequeños. (Resnick, Halliday, & Krane, 1999)



Un disco metálico delgado con masa de 2.0×10^{-3} kg y radio de 2.20 cm se une en su centro a una fibra larga. Si se tuerce y suelta, el disco oscila con un periodo de 1.00s. Calcule la constante de torsión de la fibra. (Young & Freedman, 2009)