FSEG
Nabeul
كلية العلوم الاقتصادية
و التصرف بنابل

Mastère Recherche : Economie Quantitative de l'Industrie et des Réseaux

Niveau : M1

Module : Microéconomie Avancée

Chapitre 1 : Biens publics et externalités

Quelques exercices complémentaires

Exercice 1

Soit une économie comprenant *2* consommateurs. Chaque consommateur *i* (*i* = 1,2) reçoit un revenu R_i qu'il répartisse entre l'acquisition d'un premier bien privé z_i à un prix unitaire égal à 1, le paiement d'une contribution t_i destinée au financement de la production des biens publics et des dépenses M_i affectées à d'autres biens privés.

On suppose que les deux consommateurs perçoivent un même revenu $R_1 = R_2 = 30$. Deux biens publics purs sont produits dans l'économie, en quantités notées respectivement *x* et *y*, avec des coûts *a x* et *b y*. Les préférences des deux consommateurs sont identiques et représentables pour *i* par la fonction d'utilité suivante :

$$U_i = \ 2\,M_i \ + 2\ Log\ Z_i \ + 2\ Log\,x \ + Log\,y$$

Pour financer la production des biens publics, les contributions t_i sont prélevées sous forme d'un impôt forfaitaire. Le prélèvement fiscal total doit permettre d'équilibrer les comptes des entreprises produisant les biens publics. On doit donc avoir :

$$\sum_{i=1}^{i=2} t_i \ = \ CT \ = \ a\,x \ + \ b\,y$$

Un vecteur (*x*, *y*, z_1, z_2, M_1, M_2) définit une allocation, c'est à dire une manière de répartir les richesses de l'économie entre la production de biens publics et la consommation de biens privés. Une allocation est dite réalisable si elle est compatible avec le financement de la production du bien public, et si elle vérifie les conditions de signe $x > 0$, $y > 0$, $z_1 > 0$, $z_2 > 0$ $M_1 > 0$, $M_2 > 0$. Une allocation réalisable est un optimum de *Pareto* si on ne peut améliorer la satisfaction de l'un des consommateurs sans réduire celle de l'autre.

1. Déterminez la contrainte budgétaire du consommateur *i*.

2. Définir l'ensemble des allocations réalisables.

3. Enoncez les conditions de *B.L.S* et caractériser l'ensemble des optima de *Pareto*.

4. Déterminez l'optimum de *Pareto* associé à des prélèvements identiques $t_1 = t_2$.

5. Supposons qu'on détermine la production de biens publics sur la base d'une souscription : chaque consommateur i détermine librement le montant t_i de sa contribution.

- **a.** Déterminez l'allocation qui résulte de cette souscription.
- **b.** Cet équilibre est-il optimal ?
- **c.** Commentez.

6. Supposons que l'on décentralise l'optimum selon la procédure de *Lindahl*, c'est à dire chaque consommateur paye un prix personnalisé pour le bien public.

- **a.** Déterminez les prix et les quantités d'équilibre.
- **b.** Cet équilibre est-il optimal ?

Quelles sont les limites d'application de cette procédure de financement ?

Exercice 2

On considère une économie comprenant deux consommateurs dont les préférences sont représentables par les fonctions d'utilité suivantes :

$$U_1(x, M_1) = (x)^{1/2}(M_1)^{1/2}$$
$$U_2(x, M_2) = 2(x)^{2/3}(M_2)^{1/3}$$

où x désigne la quantité d'un bien public pur produit dans l'économie et M_1, M_2 représentent la valeur des consommations de biens privés de chaque individu avec $x > 0$, $M_1 > 0$, $M_2 > 0$.

La production de x unités de bien public entraîne un coût total $CT = 2x$. Par ailleurs, chaque consommateur dispose d'un revenu égal à 20. Chaque consommateur i contribue au financement de la production du bien public pour un montant t_i. Il affecte le reliquat à la consommation de biens privés.

Un vecteur (x, M_1, M_2) définit une allocation, càd une manière de répartir les richesses de l'économie entre la production de bien public et la consommation de biens privés. Une allocation est dite réalisable si elle est compatible avec le financement de la production du bien public, et si elle vérifie les conditions de signe $x > 0$, $M_1 > 0$, $M_2 > 0$. Une allocation réalisable est un optimum de Pareto si on ne peut améliorer la satisfaction de l'un des consommateurs sans réduire celle de l'autre.

1. Définir l'ensemble des allocations réalisables.
2. Définir l'ensemble des optima de Pareto.
3. Déterminer l'optimum de Pareto associé à des prélèvements identiques $t_1 = t_2$.
4. Caractériser l'équilibre de Lindahl, càd l'équilibre avec prix personnalisés. Montrer que c'est un optimum de Pareto. Quelles sont les limites d'application de cette procédure de financement ?

Exercice 3

Soit une économie qui comporte deux biens privés (*X* et *Y*) et *m* consommateurs identiques.

Le bien *Y* est produit à partir du bien *X* selon la technologie suivante : $y_e = (x_e)^{1/2}$, $x_e \geq 0$ et $y_e \geq 0$,où y_e représente la production du bien *Y* et x_e la quantité du bien *X* utilisée comme facteur de production.

Chaque consommateur possède *W* unités du bien X comme ressource initiale (*W* >1) et la fonction d'utilité du consommateur *i* s'écrit :

$$U^i(x_i,\ y_i, y_e) = x_i + Log\, y_i - \alpha\, Log\, y_e, \quad 0 < \alpha < 1, \quad \text{pour} \quad i = 1, \dots m$$

avec $x_i \geq 0$, $\mathrm{y_i} > 0$, $y_e > 0$: x_i et y_i représentent respectivement la consommation des biens *X* et *Y* par l'individu *i* (avec $y_e = \sum_{i=1}^{i=m} y_i$).

Un vecteur $(x_1, \dots, x_m, y_1, \dots, y_m, x_e, y_e)$ définit un état de l'économie. Un tel état de l'économie est réalisable s'il vérifie les contraintes emplois- ressources pour les biens *X* et *Y*, la contrainte de fonction de production et les conditions de signe. Un état réalisable est un optimum de Pareto s'il n'existe pas d'autre état réalisable qui améliore la satisfaction de l'un des consommateurs sans réduire celle d'un autre.

1. Expliquer pourquoi nous sommes en présence d'externalité ?

2. Définir l'ensemble des états réalisables de l'économie.

3. Déterminer l'optimum égalitaire de Pareto (celui où tous les individus sont traités de manière identique). Il suffit de maximiser U_i sous les états réalisables de l'économie. Calculer le niveau d'utilité U_i^{op} atteint par un consommateur-type.

4. On suppose $P_x = 1$ et $P_y = p$, déterminer la fonction d'offre de l'entreprise, calculer son profit, déterminer la part du profit qui revient à chaque consommateur en cas de distribution égalitaire.

5. Sachant que le revenu du consommateur comprend les profits qui lui reviennent et la valeur de ses ressources initiales, déterminer ses consommations x_i et y_i en fonction de *p*.

6. Calculer la valeur d'équilibre de *p*, montrer que le marché du bien *X* est en équilibre pour cette valeur. En déduire les quantités consommées (en biens *X* et *Y*) par chaque consommateur à l'équilibre ainsi que la quantité produite en bien *Y* par l'entreprise et la quantité de bien *X* utilisée à l'équilibre.

Calculer le niveau d'utilité U_i^* atteint par un consommateur-type dans cette situation d'équilibre général. Comparer avec le résultat de la question 3. Commenter.

7. Suggérer une solution pour rétablir la correspondance entre équilibre général et optimum paretien.