

整除分块

人员

卢新闻 到课, 战鹤文 线上

本周作业

<https://vjudge.net/contest/764809>

课堂表现

同学们这节课听讲都很认真, 课上做题表现也非常好

课堂内容

P9611 [CERC2019] Zeldain Garden

整除分块模板题, 求 $n/1 + n/2 + n/3 + \dots + n/n$

分成 \sqrt{n} 块, 每块 $O(1)$ 求即可

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

typedef long long LL;

LL calc(LL x) {
    LL res = 0;
    for (LL i = 1; i <= x; ) {
        LL v = x / i;
        LL j = x / v;
        res += (LL)v * (j-i+1);
        i = j + 1;
    }
    return res;
}

int main()
{
    LL l, r; cin >> l >> r;
    cout << calc(r) - calc(l-1) << endl;
    return 0;
}
```

P2424 约数和

求 $(n/1) * 1 + (n/2) * 2 + (n/3) * 3 + \dots + (n/n) * n$

分成 \sqrt{n} 块, 每块需要用一下等差公式求和, 然后 $O(1)$ 求

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

typedef long long LL;

LL get_sum(int i, int j) { return ((LL)i+j)*(j-i+1)/2; }

LL calc(int x) {
    LL res = 0;
    for (int i = 1; i <= x; ) {
        int v = x / i;
        int j = x / v;
        res += get_sum(i, j)*v;
        i = j+1;
    }
    return res;
}

int main()
{
    int l, r; cin >> l >> r;
    cout << calc(r) - calc(l-1) << endl;
    return 0;
}
```

P2261 [CQOI2007] 余数求和

$k \% i \rightarrow k - (k/i)*i$

然后就转变成了上一道题

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

typedef long long LL;

LL get_sum(int l, int r) { return ((LL)l+r)*(r-l+1)/2; }

int main()
{
    int n, k; cin >> n >> k;
    LL res = (LL)n * k;
    for (int i = 1; i <= n; ) {
        int v = k / i;
```

```

if (!v) break;
int j = min(k/v, n);
res -= (LL)v * get_sum(i,j);
i = j + 1;
}
cout << res << endl;
return 0;
}

```

CF1561D1 Up the Strip (simplified version)

dp + 整除分块

$f[i]$ 需要转移到 $f[i-1], f[i-2], \dots, f[1], f[i/2], f[i/3], \dots, f[i/i]$

针对减法的转移, 可以利用一个 sum 进行 $O(1)$ 的转移

针对除法的转移, 可以利用整除分块, 进行 $O(\sqrt{n})$ 的转移

时间复杂度: $O(n * \sqrt{n})$

```

#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

typedef long long LL;
const int maxn = 2e5 + 5;
int f[maxn];

int main()
{
    int n, mod; cin >> n >> mod;

    int sum = 0;
    f[n] = 1;
    for (int i = n; i >= 1; --i) {
        f[i] = (f[i] + sum) % mod;
        for (int l = 2; l <= i; ) {
            int v = i / l;
            int r = i / v;
            f[v] = (f[v] + 1LL * f[i] * (r - l + 1) % mod) % mod;
            l = r + 1;
        }
        sum = (sum + f[i]) % mod;
    }
    cout << f[1] << endl;
    return 0;
}

```

CF1561D2 Up the Strip

dp + 调和级数

针对减法的转移, 跟上个题一致

针对除法的转移, 考虑 $f[i]$

可以从 $f[i*2] \sim f[(i+1)*2-1]$ 转移而来

可以从 $f[i*3] \sim f[(i+1)*3-1]$ 转移而来

可以从 $f[i*4] \sim f[(i+1)*4-1]$ 转移而来

...

每一段转移可以用前缀和优化, 实现 $O(1)$ 转移

针对 i 来说, 最多有 n/i 段

时间复杂度: $n * \log n$

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;

typedef long long LL;
const int maxn = 4e6 + 5;
int mod;
int f[maxn], p[maxn];

int get_sum(int l, int r) { return (p[l]-p[r+1]+mod) % mod; }

int main()
{
    int n; cin >> n >> mod;

    f[n] = 1;
    for (int i = n; i >= 1; --i) {
        f[i] = (f[i] + get_sum(i+1,n)) % mod;

        for (int k = 2; k <= n/i; ++k) {
            int l = i*k, r = min((i+1)*k-1, n);
            f[i] = (f[i] + get_sum(l,r)) % mod;
        }
        p[i] = (p[i+1] + f[i]) % mod;
    }
    cout << f[1] << endl;
    return 0;
}
```