

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

ДОКЛАД

на тему Аукцион второй цены

дисциплина: Математическое моделирование

Студент: Шапошникова Айталиа

Группа: НПИбд-02-18

МОСКВА

2021 г.

Содержание

Введение	3
Аукцион второй цены	4
Аукцион с однородной ценой	4
Механизм Викри-Кларка-Гровса (VCG auction).....	4
Механизм Викри-Кларка-Гровса (VCG auction) в интернет- рекламе	5
Случай различной кликабельности мест	7
Свойства.....	8
Заключение	10
Список литературы по теме	11

Введение

Аукцион — публичная продажа товаров, ценных бумаг, имущества предприятий, произведений искусства, и других объектов, которая производится по заранее установленным правилам аукциона. Общим для всех аукционов принципом является принцип состязательности между потенциальными покупателями. В процессе состязания между покупателями за право приобрести товар выявляется победитель аукциона. Победителем аукциона признаётся лицо, выигравшее аукцион в соответствии с его правилами. В этом случае объект приобретает победителем аукциона. [1]

С точки зрения способа установления цены различают два типа аукционов:

1. Аукцион с повышением цены (английский аукцион), победителем которого признаётся лицо, предложившее наивысшую цену.
2. Аукцион с понижением цены (голландский аукцион), победителем которого признаётся лицо, первым согласившееся уплатить предлагаемую на аукционе цену. [1]

Основная суть аукционов заключается в удобстве их проведения и для покупателей, и для продавцов. Оно выражается в том, что отпадает необходимость поиска активных участников торгов — продавцов и покупателей. На аукционе здесь и сейчас в онлайн-режиме формируется цена и спрос на конкретный товар. И эта цена, как правило, оказывается самой выгодной. [1]

Аукцион, как было замечено, является тем местом, где осуществляются торги. Таким образом, аукцион представляет собой инструмент для совершения сделки. И эта процедура должна быть четко прописана и организована по определенным правилам. Правила эти закрепляют порядок проведения аукциона (его этапы) и особенности поведения на каждом этапе. В общепринятой классификации этапов выделяют 4 шага любого аукциона: подготовку, осмотр товаров, аукционный торг, исполнение аукционной сделки. Особое место во всей процедуре занимает третий этап — непосредственно торг, где путем повышения цены аукционисты добиваются реализации товара. [1]

В данной работе мы поговорим об одном из типов аукционов - аукционе второй цены, ее механизме работы и ее правилах.

Аукцион второй цены

Закрытый аукцион второй цены или аукцион Викри — это алгоритм проведения однораундного закрытого аукциона (участники которого не знают ставок друг друга), при котором право на покупку получает участник, предложивший максимальную ставку, но покупка осуществляется по второй максимальной ставке. [1,2]

Аукцион был предложен Уильямом Викри. Этот тип аукциона стратегически схож с английским аукционом, стимулируя участников делать ставки, по истинной оценке, ими ценности товара. [1,2]

Аукционы Викри хорошо изучены в экономической литературе. Одним из рынков, на котором они активно используются, является коллекционирование марок. Система аукционов eBay также схожа, но не идентична с аукционом Викри. Слегка обобщённый вариант аукциона Викри, называемый обобщённым аукционом второй цены (generalized second-price auction), отличный от механизма VCG, используется в системах онлайн-рекламы Google, Yahoo и Яндекс. [1,2]

Аукцион с однородной ценой

В случае множественных идентичных (или делимых) товаров, реализуемых в рамках одного аукциона, очевидным обобщением является продажа товара всем участникам, выигравшим аукцион, по наибольшей цене неудовлетворенных предложений. Такое обобщение известно как аукцион с однородной ценой (the uniform-price auction). Последний стимулирует участников делать ставки в соответствии с их истинной оценкой ценности только в случае, когда каждому игроку разрешено купить только один товар. В случае возможности делать ставки на несколько товаров свойство оптимальности правдивых ставок в общем случае не выполняется. [1,2]

Механизм Викри-Кларка-Гровса (VCG auction)

Обобщение аукциона Викри на случай продажи нескольких товаров, сохраняющее стимулы к правдивому назначению ставок, известно как механизм Викри-Кларка-Гровса (Vickrey-Clarke-Groves, VCG). Идея VCG-аукциона состоит в том, что каждый участник аукциона платит цену исходя из того, как его участие воздействует на всех остальных участников. А именно, каждый игрок платит по

итогах аукциона сумму, равную недополученной ценности товаров другими игроками из-за того, что в аукционе участвует этот игрок. [1,2]

Например, предположим, что мы хотим продать через аукцион два яблока, имея трёх участников.

- Участник А желает одно яблоко и делает ставку \$5.
- Участник В также хочет одно яблоко и готов заплатить \$2.
- Участник С претендует на два яблока и намерен заплатить \$6 за оба, но не желает приобретать одно яблоко без другого. [1,2]

Во-первых, мы определяем победителей путём максимизации ставок: яблоки уходят к участникам А и В (поскольку, проиграв одно яблоко участнику А, С не претендует на второе). [1,2]

Во-вторых, чтобы определить платежи, мы рассматриваем, что произойдет, если бы победитель не участвовал в аукционе. [1,2]

Платеж победителя А: В получает яблоко, сделав ставку \$2. Если бы участника А не было, С выиграл бы оба яблока и заплатил бы за них \$6. Так что А платит разницу между ценой С за оба яблока и ценой В за одно из них: $\$6 - \$2 = \$4$. [1,2]

Платеж победителя В: А получает яблоко, сделав ставку \$5, а С не получает ничего. Не будь В, С получил бы оба яблока за \$6 (поскольку \$6 за два яблока превышает ставку А \$5 в отсутствие других участников). Поэтому В платит разницу $\$6 - \$5 = \$1$. [1,2]

Механизм Викри-Кларка-Гровса (VCG auction) в интернет-рекламе

VCG-аукцион используется для продажи рекламных мест на интернет-площадках. В частности, эту модель аукциона используют Яндекс, Facebook и Google (в своей партнерской сети). Другой популярной моделью продажи рекламных мест является аукцион обобщенной второй цены (generalized second-price auction). [1,2]

Пусть в рекламном блоке K мест. За эти места конкурируют несколько рекламных объявлений. В модели, когда оплата осуществляется за клики (pay per click модель), важными параметрами конкурирующих объявлений являются их ставки за клики b_i и вероятности клика p_i . [1,2]

Ценность кандидата в этой модели задаётся функцией $V(b,p)=b*p$. Наилучшие по ценности K объявлений идут в показ. Для i -го игрока имеем $V_i=V(b_i, p_i)= b_i* p_i$. [1,2]

Возможны более сложные варианты функции ценности V , важное требование к этой функции — монотонность относительно ставки b . [1,2]

Правила VCG-аукциона для заданной функции ценности $V(b,p)$ и K мест в рекламном блоке звучат следующим образом: нужно отобрать K объявлений максимальных по V и с i -го игрока взять за клик столько денег c_i , что ценность $V(c_i, p_i)$ меньше ценности $V(b_i, p_i)$ его исходной ставки ровно настолько, насколько упала бы суммарная ценность показанных игроков, если бы игрок i не участвовал в аукционе. [1,2]

Рассмотрим случай, когда все позиции одинаково хороши, то есть вероятности клика объявлений не зависят от позиции. [1,2]

Тогда для случая трёх мест $K=3$ для вычисления стоимости клика первого объявления c_1 нужно решить уравнение:

$$V(c_1, p_1)+ V(b_2, p_2)+ V(c_i, p_i)= V(b_2, p_2)+ V(b_3, p_3)+ V(b_4, p_4)$$

Два слагаемых в этом уравнении сокращаются и получается: $V(c_1, p_i)= V(b_4, p_4)$. [1,2]

То есть для вычисления цены клика первого объявления нужно уменьшить его ставку настолько, чтобы его ценность уменьшилось до ценности первого непоказанного игрока (в данном случае — 4-го объявления). [1,2]

$$c_1= b_4* p_4/ p_1.$$

Аналогичное утверждение верно и для 2-го и 3-го игроков:

$$c_2= b_4* p_4/ p_2.$$

$$C_3= b_4* p_4/ p_3.$$

Таким образом, если вероятности клика участвующих в аукционе объявлений равны (оценки CTR совпадают), и их ставки равны 10, 7, 5, 2, то в показ пойдут первые три, и все они будут платить 2 — цену 4-го объявления. [1,2]

При $K=1$ аукцион VCG совпадает с аукционом второй цены. [1,2]

В одном аукционе могут быть смешаны как игроки, которые готовы платить b рублей за клик (с ценностью $V=b*p$, так и игроки, готовые платить A рублей за

показ, тогда их ценность равны $V(A)=A$. Алгоритм вычисления амнистирования выставленной ставки за показ A получается из аналогичных формул. [1,2]

Свойство правдивости назначения ставок (truthfulness) VCG-аукциона в случае интернет-рекламы означает следующее: для решения задачи максимизации своей прибыли рекламодателю нужно ставить такую ставку, что в случае, если бы списываемая цена была равна в точности выставленной, рекламодатель получил бы нулевую прибыль от клика в среднем. Для случая, когда рекламодатель хочет получать прибыль с ROI выше некоторого заданного значения ему нужно ставить минимальную ставку, при которой достигается необходимый ему ROI. Как с ограничением так и без ограничения на ROI оптимальная ставка не зависит от ставок других игроков. [1,2]

Когда у рекламодателя кроме ограничения на ROI есть фиксированный бюджет на рекламу в единицу времени и это ограничение не фиктивное, а регулярно достигаемое, то его алгоритм выставления оптимальной ставки (максимизирующей его прибыль) в VCG-аукционе уже не имеет простого описания. [1,2]

Также алгоритм вычисления оптимальной ставки также сложен и зависит от ставок конкурентов, когда максимизируется не прибыль, а некая комбинация оборота и прибыли. [1,2]

Случай различной кликабельности мест

Рассмотрим случай, когда вероятности клика на объявление зависят от места.

Пусть для объявления i вероятность клика на местах 1, 2, 3 равны соответственно $x_1 * p_1 * x_2 * p_1 * x_3 * p_1$, то есть есть множители $\{x_1, x_2, x_3\}$ меньше 1, определяющие мультипликативный поправки к исходной вероятности клика. Назовем их кликабельностями позиций. Не теряя общности, рассмотрим случай, когда позиции расположены в порядке убывания кликабельности, то есть $x_1 > x_2 > x_3$. Уравнение определения стоимости клика c_1 первого объявления станет следующим:

$$x_1 * V(c_1, p_1) + x_2 * V(c_2, p_2) + x_3 * V(c_3, p_3) = x_1 * V(c_2, p_2) + x_2 * V(c_3, p_3) + x_3 * V(c_1, p_1).$$

Подставляя $V_i = V(b_i, p_i) = b_i * p_i$ получаем:

$$V_1 = ((x_1 - x_2) * V_2 + (x_2 - x_3) * V_3 + x_3 * V_4) / x_1$$

$$c_1 = ((x_1 - x_2)^* +$$

То есть ставка 1-го уменьшается настолько, чтобы его ценность $V(c_1 * p_1)$ стала равна средней взвешенной ценностей объявлений ниже и одного невидимого объявления. Веса в этом усреднении определяются кликабельностью позиций. [1,2]

Свойства

Стимулирование раскрытия истинных оценок

В ходе аукциона Викри с независимыми ставками каждый участник максимизирует полезность, называя истинную индивидуальную оценку ценности товара. Иными словами, стратегия объявления истинных оценок является доминирующей для однократных аукционов Викри. [1,2]

Эффективность распределения ресурсов

Однократный аукцион Викри эффективен (победителем является участник, чья индивидуальная оценка ценности товара максимальна) в самом общем случае; таким образом он является отправной моделью, относительно которой может оцениваться эффективность распределения ресурсов в других моделях аукционов. [1,2]

Ограничения

При всех преимуществах аукцион Викри имеет ряд ограничений:

- Он не позволяет осуществить исследование цен (выяснение покупателями рыночных цен, если они не уверены в своей оценке), иначе как через ряд последовательных аукционов.
- Продавцы могут задействовать «подставные ставки» для увеличения своей прибыли.
- В серии последовательных аукционов Викри стратегия объявления участниками своих истинных оценок более не является доминирующей. [1,2]

Механизм VCG имеет дополнительные ограничения:

- Возможность потери ставок участников аукциона.
- Уязвимость покупателей из-за возможности «подставных ставок» со стороны продавца.
- Отсутствие максимизации выручки продавца — последняя может даже

оказаться равной нулю по итогам аукциона VCG. Если целью аукциона является максимизация прибыли продавца, а не просто эффективное распределение ресурсов среди покупателей, тогда VCG может оказаться плохим выбором.

- Выручка продавца не монотонна по отношению к размерам ставок. [1,2]

Немонотонность выручки продавца относительно размера ставки может быть продемонстрирована следующим примером.

Рассмотрим трёх участников А, В, и С, и два одинаковых товара Y и Z.

А претендует на оба товара и делает ставку \$2 за сумму Y и Z.

Как В, так и С делают ставки по \$2 за любой из товаров (\$2 за Y или Z).

В итоге Y и Z отходят к В и С, но по цене \$0, как можно увидеть, последовательно удаляя В и С.

При этом если С поставил бы \$0 вместо \$2, то продавец получил бы \$2 вместо \$0. Поскольку выручка продавца также может вырасти с ростом ставок В и С, она оказывается немонотонна. [1,2]

Заключение

После проведенной работы хочу выделить основные моменты:

- Четыре основных типа аукционов:
- Два открытых: Английский и Голландский;
- Два закрытых: Викри и первой цены;
- Два стратегически эквивалентных: Голландский и закрытый аукцион первой цены;
- Два слабо эквивалентных: Английский и аукцион Викри.
- Ожидаемый доход аукциониста во всех четырех - одинаковый.
- Оптимальный аукцион = оптимальная резервная цена. [4]

Выгоду от проведения аукционов такого типа имеют и участники, и проводящая сторона: участники определяют настоящую ценность лота для себя и называют именно ее, без искусственного завышения. Организаторы оказываются в плюсе, так как участники в итоге делают более высокие ставки, чем при аукционе первой цены. Данная модель позволяет проводить аукционы очень быстро, поэтому широко используется в онлайн, в частности, при продаже поисковой рекламы. [3]

Список литературы по теме

1. «Аукцион» — Свободная энциклопедия «Википедия». — URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Аукцион>
2. «Аукцион Викри» — Свободная энциклопедия «Википедия». — URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/АукционВикри>
3. Аукцион второй цены в RTB // OneRetarget справочник — URL: <https://oneretarget.com/ru/wiki/%D0%B0%D1%83%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%B2%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%B9-%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%8B-%D0%B2-rtb>
4. Институциональная экономика - 2: Теория аукционов // Светлана Пивоварова — URL: <https://www.youtube.com/watch?v=G0K67jQ-dhA>