

1 Обязательные задачи

1. Держим на отрезке gcd и пушим число, на которое домножили. Реальный gcd отрезка – это его gcd его push. В итоге $O(\log n)$ раз посчитаем gcd. Но вроде они все суммарно должны отработать за $\log A$.
2. Вроде понятно, что если есть присвоение на отрезке и произведение, то присвоить на отрезке длины l x – это значит присвоить произведению значение x^l . Вопрос в том, как такое пушить. Заметим, что все отрезки у нас длины 2^k , поэтому достаточно для каждого x предподсчитать его такие степени и сохранить, а затем значение пуша брать из этих массивов.
3. Держим в вершине ДО отсортированный массив значений из отрезка, за который эта вершина отвечает, причём с пропусками – массив отсортирован по значению элементов, а ещё мы хотим, чтобы индексы этих элементов в массиве возрастали слева направо. Например, если у нас в отрезке есть два элемента: x на позиции i и y на позиции j , причём $x > y$ и $i < j$, то элемент y нам никогда интересен в этой вершине не будет. Запрос в ДО будет выглядеть так: выпишем все вершины, которые отвечают за отрезок $[pos, n]$. Пойдём по ним слева направо. Остановимся, когда найдём вершину, в которой будет хоть один элемент $\geq x$, это можно чекать за $O(1)$ смотря на последний элемент массива. Сделаем в этой вершине бинпоиск.
Так мы нашли ближайший больший x справа. Аналогично можно найти ближайший больший x слева и выбрать из них.
- 4.
5. ПСП == СП с нулевым балансом и неотрицательными префиксными балансами \rightarrow нам нужно ДО, которое умеет в сумму на отрезке, изменение элемента и минимум префиксных сумм на отрезке. С первыми двумя понятно, второе тоже просто хранить и обновлять: если у вершины v есть дети u и w , то $\min_pref(v) = \min(\min_pref(u), \min_pref[w] + \text{sum}(u))$.
6.
 - а) Пометим, когда из клетки i ушёл котик. Если не ушёл, то поставим бесконечность. Нас интересует для каждого отрезка, когда ушёл последний – максимум на отрезке. Решили за линию с ФКБ.
 - б)

2 Дополнительные задачи

1. Сожмём координаты по y , пройдем окном шириной a слева направо. События – "точка теперь попадает в прямоугольник", "точка теперь не попадает в прямоугольник".

Оба события $- +=$ на отрезке, потому что если точка (x, y) теперь попадает, то давайте прибавим её вес отрезку $[y - b, y]$ в ДО, а если не попадает – вычтем. Значение элемента в ДО в данный момент – это какую сумму мы получим, если поставим правый нижний угол туда. На каждом шаге спрашиваем глобальный максимум в ДО.

2. Бинпоиск по ответу, теперь у нас есть набор квадратов, в которые нельзя поставить центр нашего квадрата, и мы хотим проверить, есть ли точка, непокрытая этими квадратами. Это сканлайн + ДО на $+=$ на отрезке и глобальный минимум. Итого $n \log^2 n$.
3. ДО, где в вершине лежит отсорченный массив. На каждом таком массиве строим sparse table, чтобы узнавать gcd на отрезке за $O(1)$. Осталось взять gcd логарифма величин, но как и в первой задаче обязательной части, они должны отработать суммарно $\log A$.