

# 第3回 重力方程式

田中 鮎夢

# 1. 重力方程式 (重力モデル)

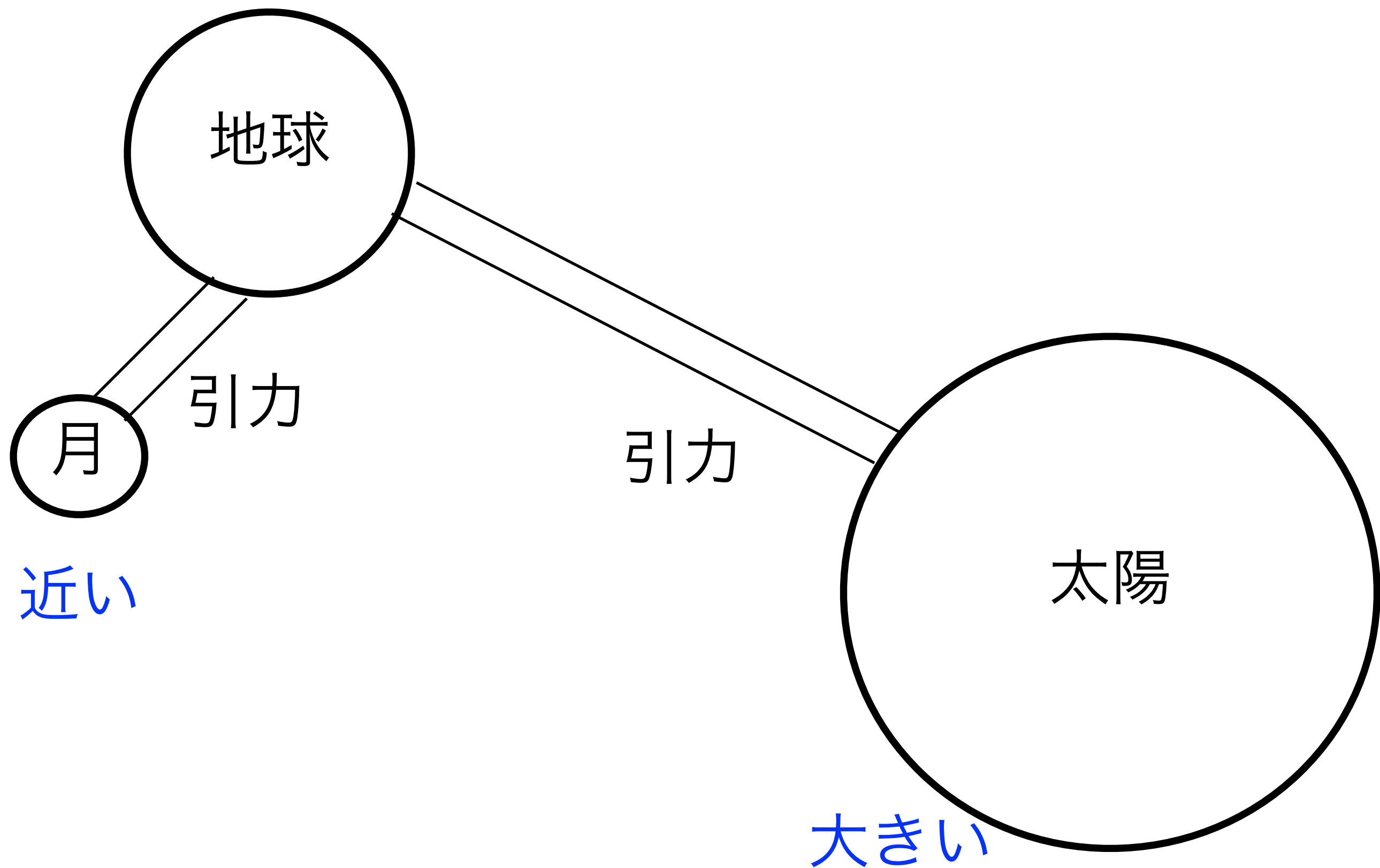
2国間の貿易額は、2国のGDPの積に比例し、  
=掛け算

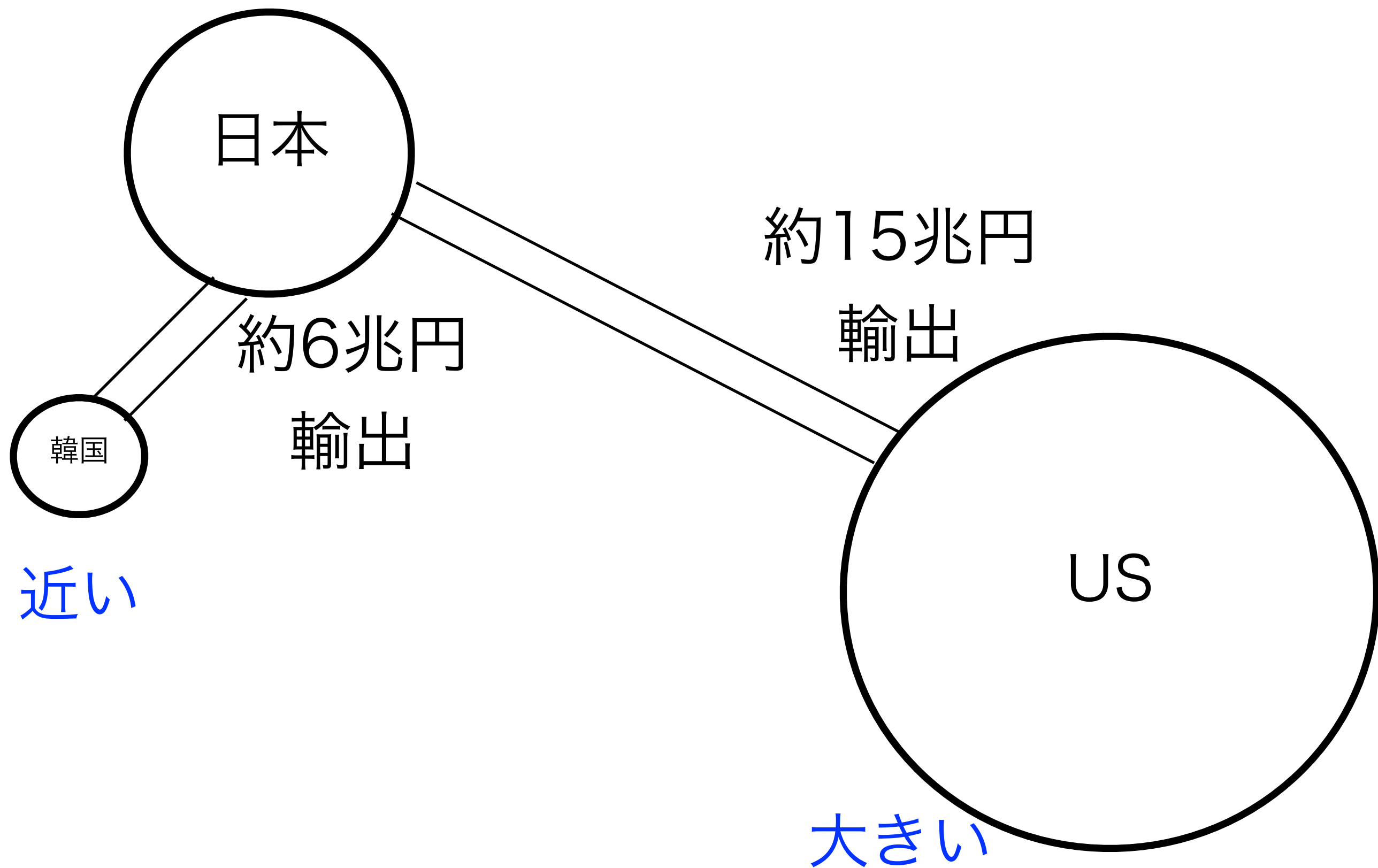
2国間の距離に反比例する。

(参考) Newtonの万有引力の法則

2つの物体間の引力は、その物体の質量の積に比例し、

物体間の距離の2乗に反比例する。





データ出所：財務省貿易統計国別総額表。2017年の数値。

## 2. 経済規模(GDP)と貿易額

### ① GDP大きい国

= 消費額・輸入額も大きい

他の条件が一定ならば、GDP2倍 → 輸入額も2倍に。

### ② GDP大きい国

= 生産額・輸出額も大きい

他の条件が一定ならば、GDP2倍 → 輸出額も2倍

### ③まとめ

2国間の貿易額は、

〈 輸入国のGDP  
輸出国のGDP 〉 と正比例

# 3. 距離と貿易額

2国間の輸送費が大きいほど、貿易額は小さくなる。

—>距離に応じて大きくなる



2国間の距離が大きいほど、

貿易額は 小さくなる

# 4. 重力方程式の推定

[べき乗]  $a^n$

$$2^1 = 2, \quad 2^2 = 2 \times 2 = 4, \quad 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

・・・肩の数字（指数）が大きいほど大きい

$$2^{0.5} = \sqrt{2}, \quad 4^{0.5} = 2$$

・・・肩の数字（指数）が1未満のこともある

$$2^0 = 1, \quad 2^{-1} = \frac{1}{2}, \quad 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$



## [重力方程式]

$$\text{輸出額} = \text{定数} \times \frac{\text{輸出国GDP}^{\alpha} \times \text{輸入国GDP}^{\beta}}{2\text{国間の距離}^{\gamma}}$$

- $\alpha$ が大きければ、輸出国のGDPが重要
- $\beta$ が大きければ、輸入国のGDPが重要
- $\gamma$ が大きければ、距離が重要

問題：掛け算・割り算の形だと計算が困難

[対数] ※ $\ln$ は対数の記号。 $\log$ の代わりに使う。

①  $Z = X \times Y$  なら、 $\ln Z = \ln X + \ln Y$  （掛け算は足し算に）

②  $P = \frac{Q}{R}$  なら、 $\ln P = \ln Q - \ln R$  （割り算は引き算に）

③  $Z = X^\alpha \times Y^\beta$  なら、 $\ln Z = \alpha \ln X + \beta \ln Y$  （指数が係数に）

④  $P = \frac{Q^\beta}{R^\gamma}$  なら、 $\ln P = \beta \ln Q - \gamma \ln R$

## [重力方程式の対数線形化]

重力方程式の対数を取ると、

$$\ln \text{輸出額} = \ln \text{定数} + \alpha \ln \text{輸出国GDP} \\ + \beta \ln \text{輸入国GDP} \\ - \gamma \text{距離}$$

—> PCで回帰分析（最小二乗法、OLS）し、

$\alpha \sim \gamma$ の値を求められる。

## [重力方程式の推定結果（一例）]

$$\begin{aligned}\ln \text{輸出額} = & -41 + 1.15 \ln \text{輸出国GDP} \\ & + 1.04 \ln \text{輸入国GDP} \\ & - 1.53 \text{距離} \\ & + \text{残差}\end{aligned}$$

※ 残差=モデルとデータのズレ（小さいほど望ましい）

注) Glick and Rose(2015)で用いられた2013年の貿易データ用いた推定結果  
田中鮎夢（2016）「国際貿易と重力の意外な関係: 重力方程式の基本」『世界経済評論』  
Glick, Reuven, and Andrew K. Rose. (2015)“Currency Unions  
and Trade: A Post-Emu Mea Culpa.”NBER Working Paper, No. 21535.

## [推定結果の解釈]

- ① 輸出国GDPが1%大きいと、輸出額は1.15%大きくなる。
- ② 輸入国GDPが1%大きいと、輸出額は1.04%大きくなる。
- ③ 2国間の距離が1%大きいと、輸出額は1.53%**小さく**なる。

# References

- Anderson, James E. and Eric van Wincoop. (2003) "Gravity with Gravitas: A Solution to the Border Puzzle." *American Economic Review*, 93(1):170-192.
- Chaney, Thomas (2008) "Distorted Gravity: The Intensive and Extensive Margins of International Trade." *American Economic Review*, 98(4): 1707-1721.
- Helpman, Elhanan, Marc J. Melitz, and Yona Rubinstein. (2008) "Estimating Trade Flows: Trading Partners and Trading Volumes." *Quarterly Journal of Economics*, 123 (2): 441-487.
- Santos Silva, J. M. C. and Silvana Tenreyro (2006) "The Log of Gravity," *Review of Economics and Statistics*, 88(4), 641-658.
- Tinbergen, Jan. (1962) *Shaping the World Economy Suggestions for an International Economic Policy*. New York: Twentieth Century Fund.

# References: guides

- Head, K., & Mayer, T. (2014). Gravity equations: Workhorse, toolkit, and cookbook. In Handbook of international economics (Vol. 4, pp. 131-195). Elsevier. <https://sites.google.com/site/hiegravity/>
- United Nations and World Trade Organization (2012) A Practical Guide to Trade Policy Analysis. WTO Publications. <https://vi.unctad.org/tpa/web/vol1/vol1home.html>
- United Nations and World Trade Organization (2016) An Advanced Guide to Trade Policy Analysis: The Structural Gravity Model. WTO Publications. <https://vi.unctad.org/tpa/web/vol2/vol2home.html>

# 補論：ヤン・ティンバーゲン (Jan Tinbergen, 1903—1994)

- オランダの経済学者。ラグナル・フリッシュとともに1969年第1回ノーベル経済学賞受賞。
- 計量経済学の産みの親の一人とされる。
- ライデン大学で数学と物理学を学ぶ。1929年にライデン大学で博士号取得。
- オランダ統計局、エラスムス大学などに勤務。
- 貿易データに重力モデルを初めて適用したと言われる。