

# 第01回 準備：2部門モデル

## Chapter 1 Preliminaries: Two-Sector Models

Feenstra, Robert C. (2015). Advanced International Trade: Theory and Evidence, 2nd edition, Princeton University Press.

田中 鮎夢

# はじめに

- 私たちは古典的なリカード・モデルから国際貿易の研究を始める。リカード・モデルでは、2つの財と1つの生産要素（労働）が考えられている。
- リカード・モデルは、各国間の技術格差が重要であるということを教えてくれる。
- それに比べて、ヘクシャー＝オーリン・モデルは、技術格差という概念を用いずに、生産要素賦存がいかに国際貿易を形作るのかを明らかにする。

- ヘクシャー＝オーリン・モデルは理論上は優れているかもしれないが、実際には現実を説明する力は非常に乏しい。次の章で示されるように、各国間の技術格差を許さなければ、ヘクシャー＝オーリン・モデルが過去あるいは現代の貿易パターンを説明することは望み薄である。
- このため、リカード・モデルは、これまでと同様に今日でも現実を理解する上で妥当なものである。
- 本章では、学部レベルのリカード・モデルの簡単な復習を行う。しかし、この本の様々なところで、リカード・モデルに言及する機会があるだろう。

- リカード・モデルの復習を行なった後に、2財2要素モデルを扱う。これは、ヘクシャー=オリーン・モデルの基礎となる。
- 2財が国際市場で貿易されるが、生産要素は国際移動で着ないと仮定する。
- これは、労働や資本の国際移動が国境で規制されており、財に比べて国際移動が困難である事実を反映している。
- 本章では、1国に焦点を当て、世界価格は所与であると仮定する。

# 第02回 リカード・モデル

## RICARDIAN MODEL

### Chapter 1 Preliminaries: Two-Sector Models

Feenstra, Robert C. (2015). Advanced International Trade: Theory and Evidence, 2nd edition, Princeton University Press.

田中 鮎夢

# リカード・モデル

## (2国2財1生産要素)

- ・ 財の下添字： $i = 1, 2$
- ・  $a_i$ ：自国で財1単位を生産するのに必要な労働
- ・  $a_i^*$ ：外国で財1単位を生産するのに必要な労働
- ・  $L$ ：自国の総労働力
- ・  $L^*$ ：外国の総労働力

# 投入係数

	財1	財2
自国	$a_1$	$a_2$
外国	$a_1^*$	$a_2^*$

# 生産量

	財1	財2
自国	$y_1$	$y_2$
外国	$y_1^*$	$y_2^*$



# 従業者数

	財1	財2	計
自国	$a_1 y_1$	$a_2 y_2$	$L$
外国	$a_1^* y_1^*$	$a_2^* y_2^*$	$L^*$

- 労働は、国内で産業間移動は完全に自由。
- 労働の国際移動は不可能。
- よって、自国で両財が生産されるのは、2つの産業の賃金が等しい場合のみ。
- 各産業の労働の限界生産物は、 $\frac{1}{a_i}$  であり、労働者は限界生産物価値を支払われるので、 $\frac{p_1}{a_1} = \frac{p_2}{a_2}$  のときのみ、産業間で賃金は均等化する。
- この条件は、財 1 の相対価格を  $p = \frac{p_1}{p_2}$  とすると、 $p = \frac{a_1}{a_2}$  となる。

# 比較優位

- 自国は財1に比較優位、外国は財2に比較優位と仮定。

- $\frac{a_1}{a_2} < \frac{a_1^*}{a_2^*}$

- この条件は、 $p = \frac{a_1}{a_2}$  および  $p^* = \frac{a_1^*}{a_2^*}$  の関係から、 $p < p^*$  と書き直せる。

つまり、自国が財1に比較優位あるとき、自国の財1の相対価格が外国よりも低い。

- $\frac{p_1}{p_2} < \frac{p_1^*}{p_2^*}$

# 自国のPPF

The production possibility frontiers (PPFs)

- 自国のPPF:  $a_1y_1 + a_2y_2 = L \longrightarrow y_2 = -\frac{a_1}{a_2}y_1 + \frac{L}{a_2}$
- 閉鎖経済の相対価格を $p^a$ とすると、 $p = \frac{a_1}{a_2}$ の関係より、

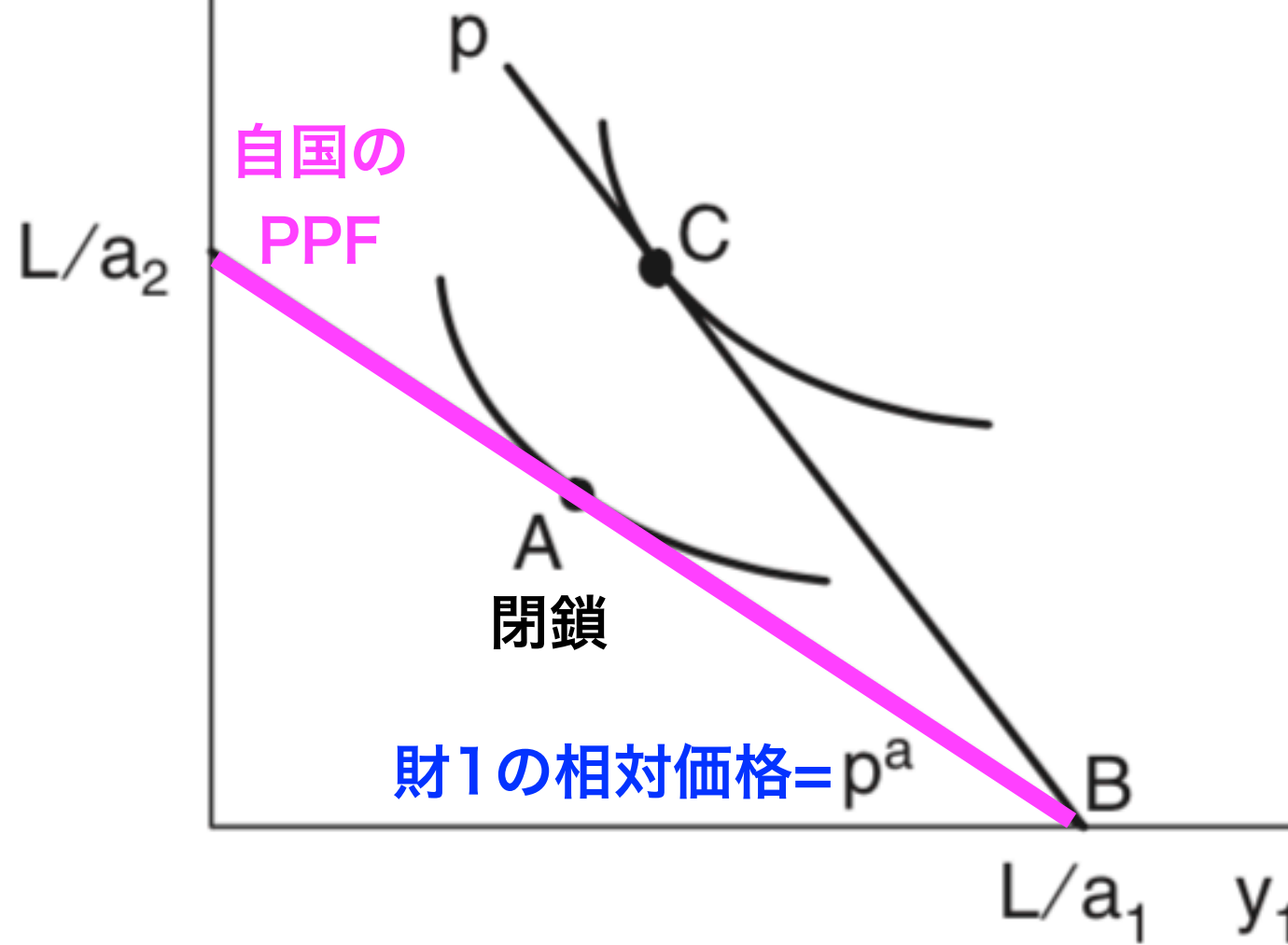
$$y_2 = -\frac{a_1}{a_2}y_1 + \frac{L}{a_2} = -p^ay_1 + \frac{L}{a_2}$$

第2財

$y_2$

<仮定>

自国は財1に比較優位



PPF

$$y_2 = -\frac{a_1}{a_2}y_1 + \frac{L}{a_2}$$

第1財

(a) Home Country

Figure 1.1

## 外国のPPF

The production possibility frontiers (PPFs)

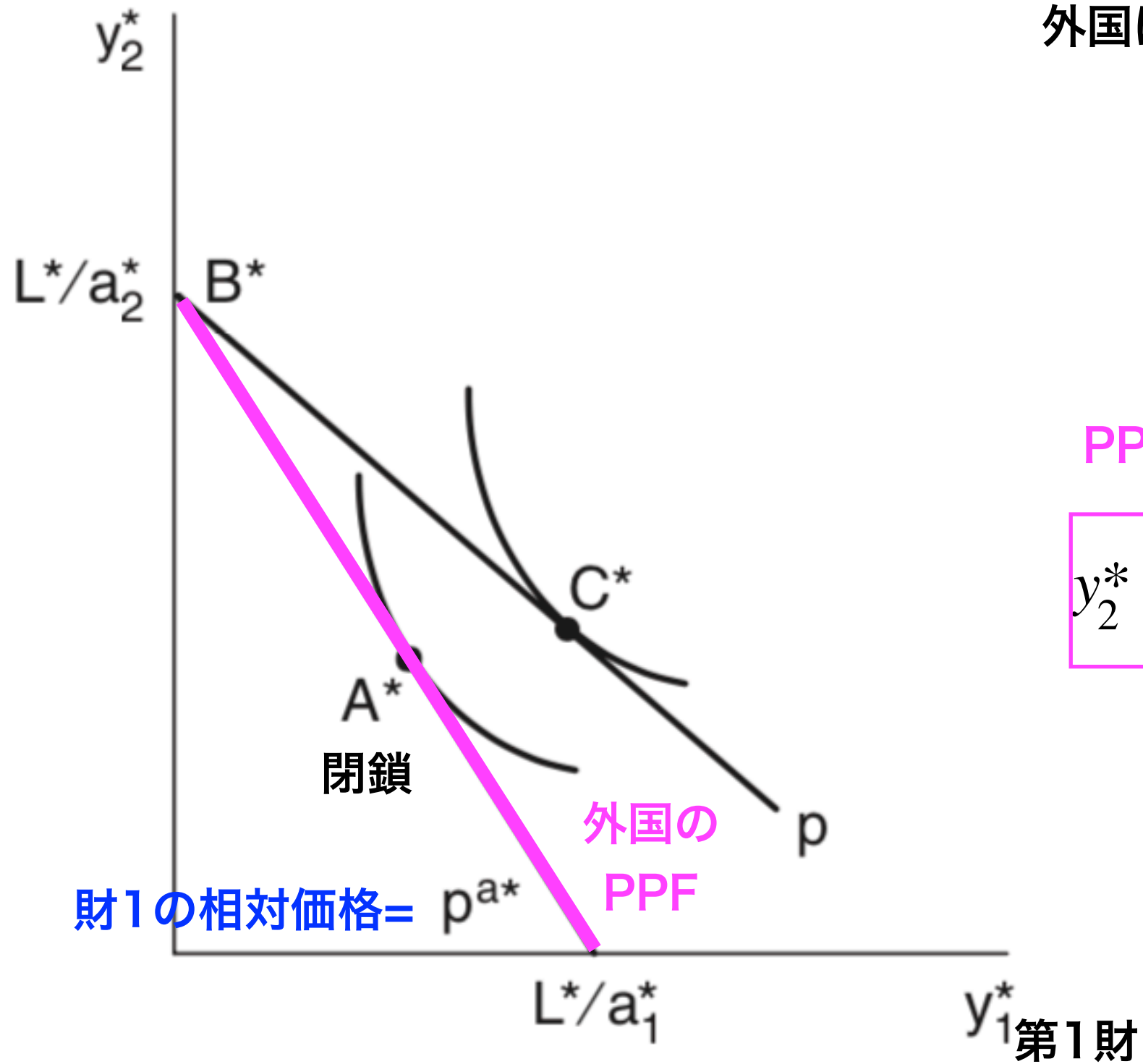
- 外国のPPF:  $a_1^* y_1^* + a_2^* y_2^* = L^* \longrightarrow y_2^* = -\frac{a_1^*}{a_2^*} y_1^* + \frac{L^*}{a_2^*}$
- 閉鎖経済の相対価格を  $p^{a^*}$  とすると、 $p^* = \frac{a_1^*}{a_2^*}$  の関係より、

$$y_2^* = -\frac{a_1^*}{a_2^*} y_1^* + \frac{L^*}{a_2^*} = -p^{a^*} y_1^* + \frac{L^*}{a_2^*}$$

## 第2財

<仮定>

外国は財2に比較優位



(b) Foreign Country

# 財1の相対価格

$$p^{a*} = \frac{a_1^*}{a_2^*}$$

閉鎖経済の  
外国の  
財1の相対価格

自国は財1に比較優位あるため、財1の相対価格が低い

相対供給

Relative Supply

相対需要

Relative Demand

閉鎖経済の  
自国の  
財1の相対価格

$$p^a = \frac{a_1}{a_2}$$

$$(L/a_1) / (L^*/a_2^*)$$

$$(y_1 + y_1^*) / (y_2 + y_2^*)$$

財1の相対供給=  
世界の財1生産量  
/世界の財2生産量

Figure 1.2



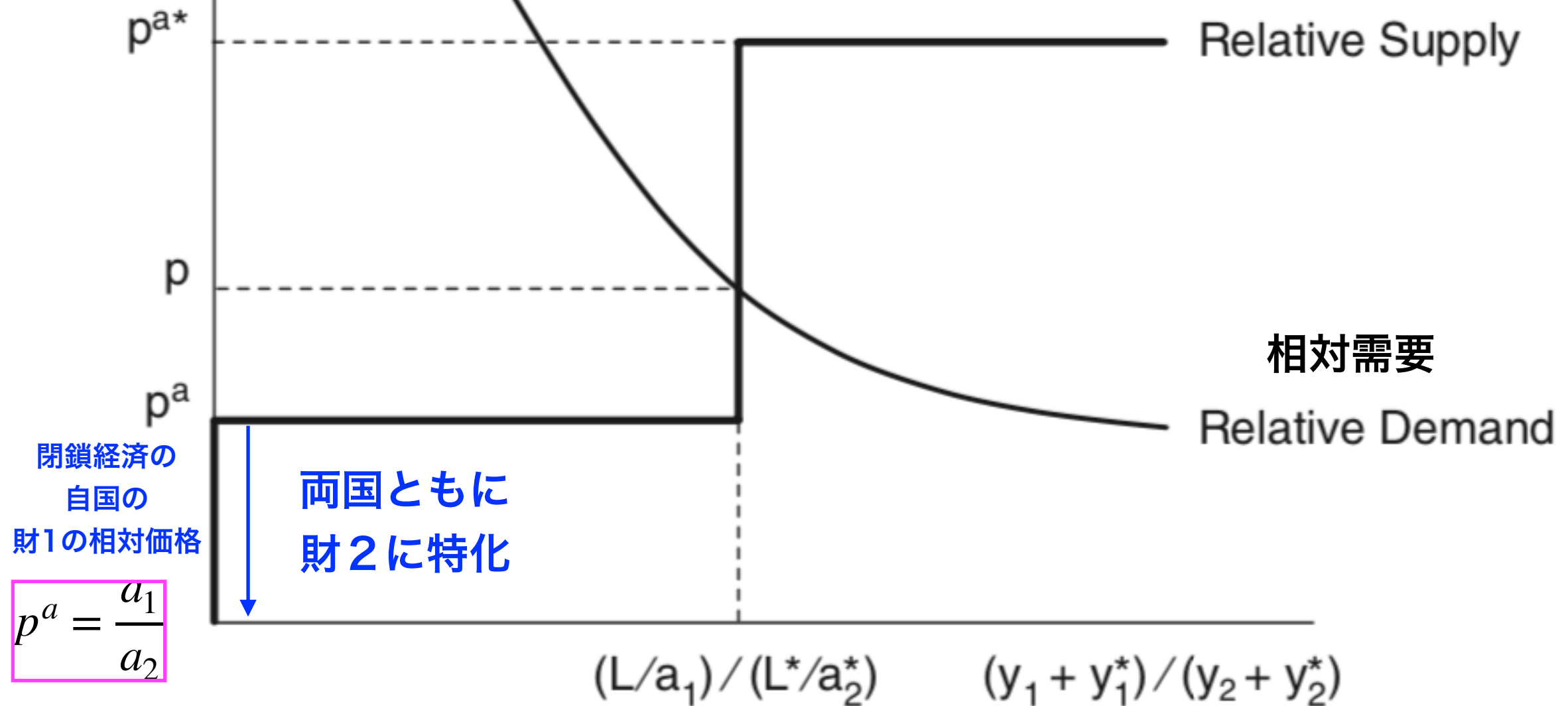
# 財1の相対価格

$$p^{a*} = \frac{a_1^*}{a_2^*}$$

閉鎖経済の  
外国の  
財1の相対価格

ケース1:  $p < p^a$ ,  $p < p^{a*}$

世界の財1の相対価格が自国・外国の財1の相対価格より低い



財1の相対供給=  
世界の財1生産量  
/世界の財2生産量

Figure 1.2

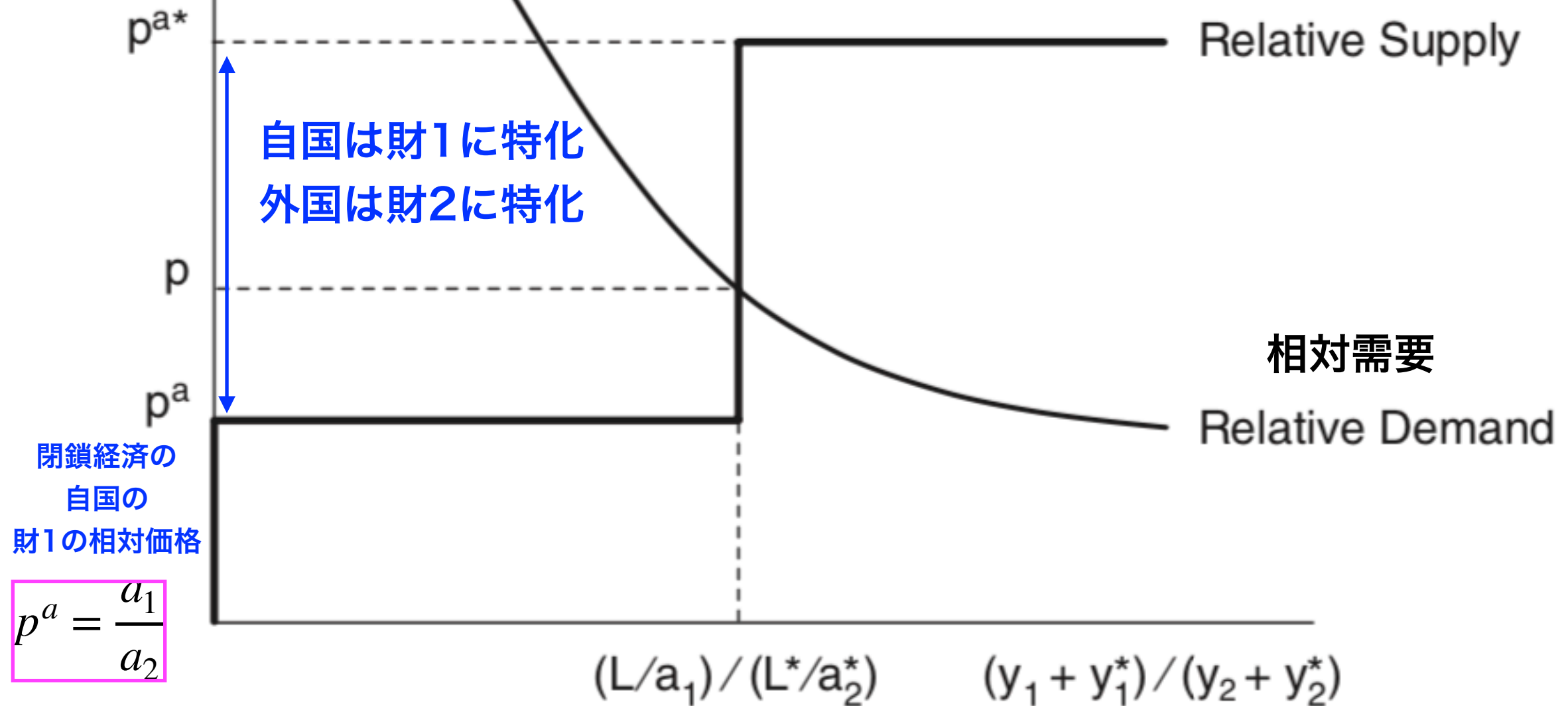
# 財1の相対価格

$$p^{a*} = \frac{a_1^*}{a_2^*}$$

閉鎖経済の  
外国の  
財1の相対価格

ケース2:  $p^a < p < p^{a*}$

世界の財1の相対価格が自国より高く、外国より低い



財1の相対供給=  
世界の財1生産量  
/世界の財2生産量

Figure 1.2

# 財1の相対価格

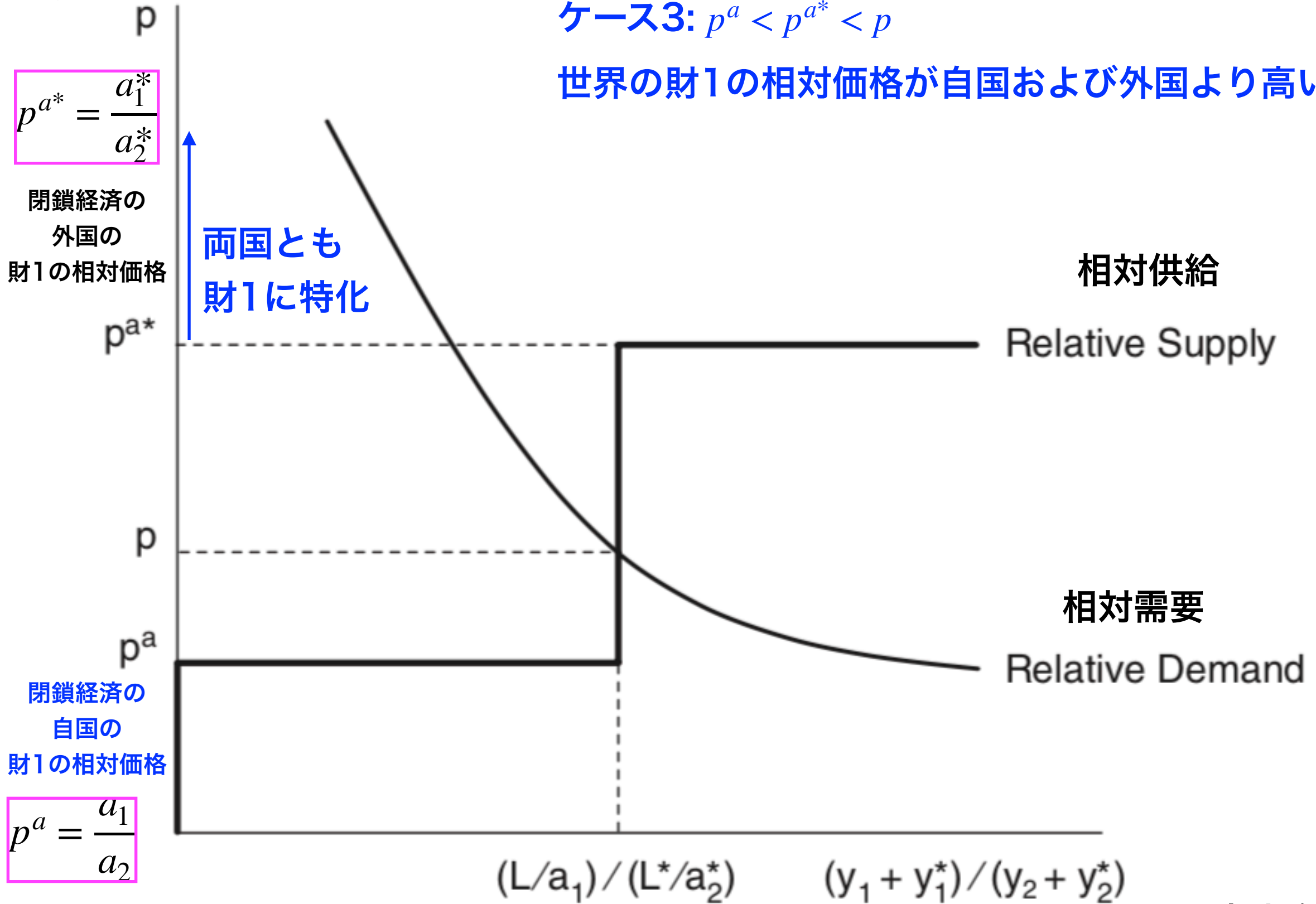


Figure 1.2

財1の相対供給=  
世界の財1生産量  
/世界の財2生産量

# 世界の相対需要

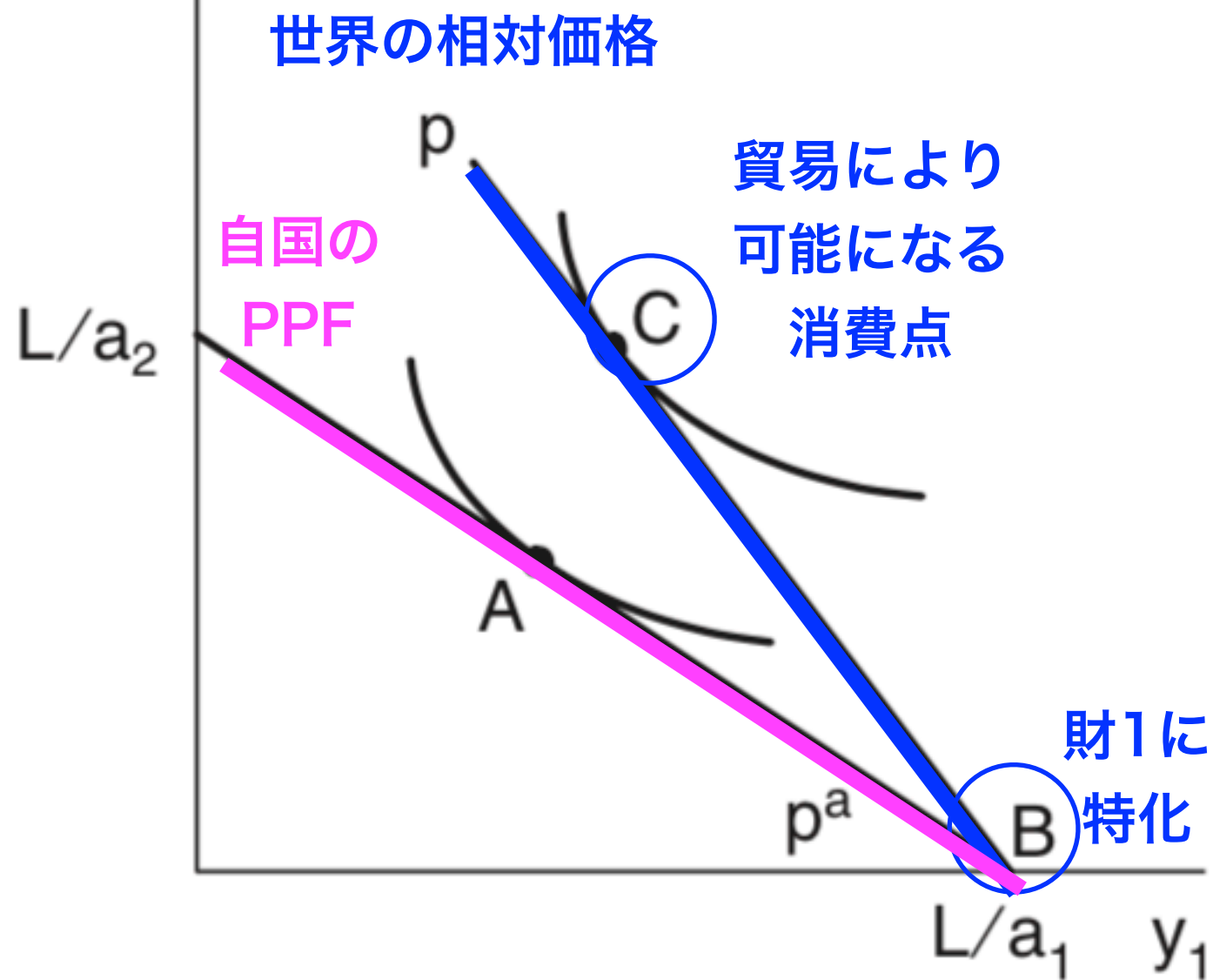
- 自国と外国で嗜好が同一で相似拡大型と仮定。
  - 需要は国の間の所得分布の違いから独立。
  - 相対需要 $d_1/d_2$ は、相対価格 $p = \frac{p_1}{p_2}$  に関してdownward-sloping function。
- 相対需要曲線と相対供給曲線がケース2:  $p^a < p < p^{a*}$  のところで交わる保証はないが、交わると仮定する。
  - →自国は財1に特化、外国は財2に特化する。

第2財

$y_2$

<仮定>

自国は財1に比較優位



B→C  
自国は財1を輸出  
財2を輸入

第1財

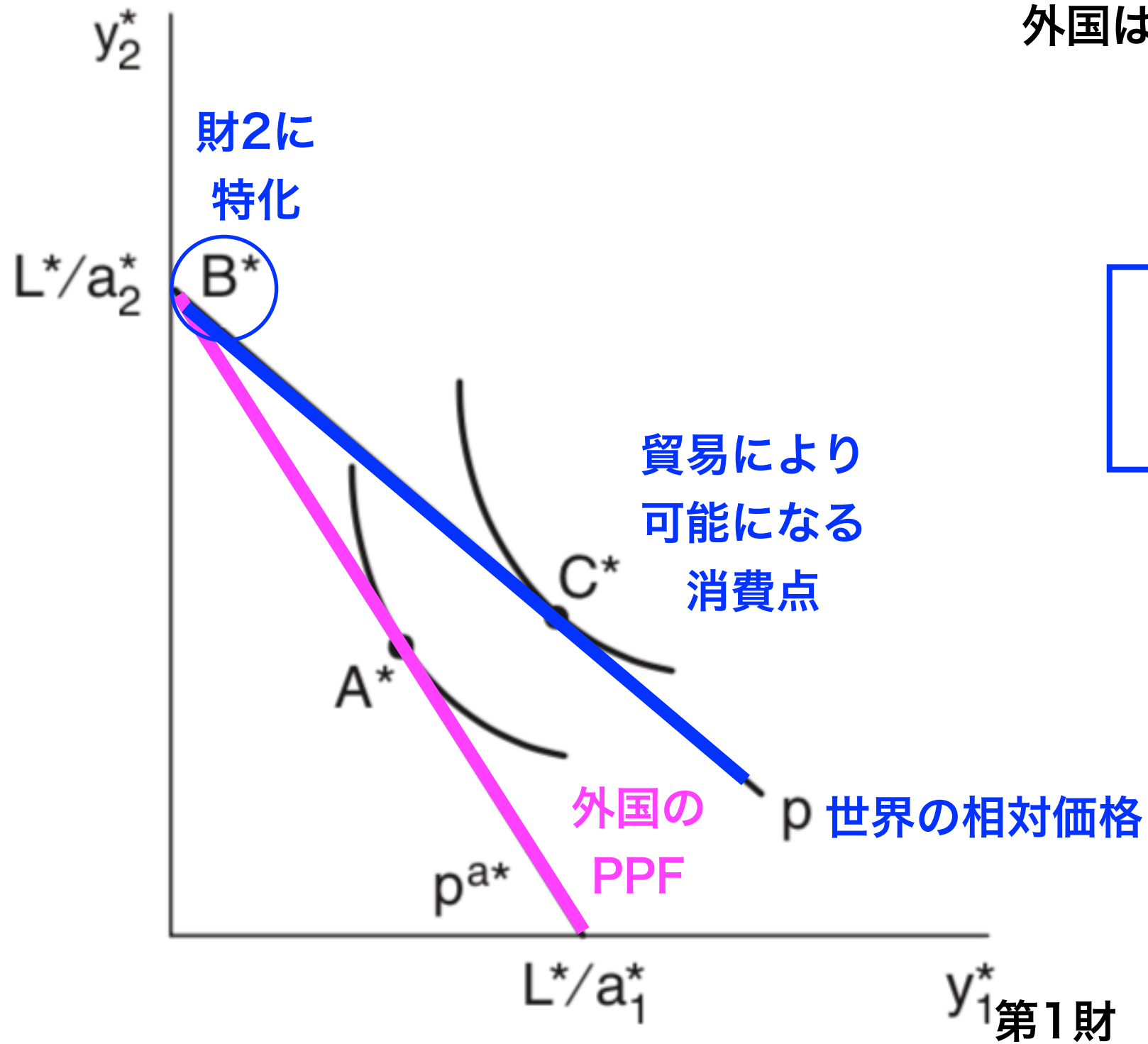
(a) Home Country

Figure 1.1

## 第2財

<仮定>

外国は財2に比較優位



(b) Foreign Country

# リカード・モデルのまとめ

- リカード・モデルでは、貿易パターンは比較優位によって決まる。つ

まり、 $\frac{a_1}{a_2} < \frac{a_1^*}{a_2^*}$  ないし  $\frac{p_1}{p_2} < \frac{p_1^*}{p_2^*}$  により決まる。

- 一方、リカード・モデルでは、賃金水準は、絶対優位により決まる。  
つまり、以下の式で決まる。

- 自国の賃金は、 $w = \frac{p_1}{a_1} = \frac{p_2}{a_2}$

- 外国の賃金は、 $w^* = \frac{p_1^*}{a_1^*} = \frac{p_2^*}{a_2^*}$

# 第03回 2財2要素モデル

## TWO-GOOD, TWO-FACTOR MODEL

### Chapter 1 Preliminaries: Two-Sector Models

Feenstra, Robert C. (2015). Advanced International Trade: Theory and Evidence, 2nd edition, Princeton University Press.

田中 鮎夢



# はじめに

- リカード・モデルは技術に焦点を当てるが、ヘクシャー＝オリーン・モデルは生産要素に焦点を当てる。
- いま、2要素（労働と資本）を仮定する。
- ある1国に焦点を当て、2財が生産されると仮定する。

# 生産関数

- ・ 生産関数  $y_i = f_i(L_i, K_i)$ ,  $i = 1, 2$
- ・ ここで、 $y_i$  は財 $i$ のアウトプットである。
- ・ 投入に関して、増加、凹（concave）、一次同次を仮定する。
- ・ 一次同次の仮定は、規模に関して収穫一定を意味する。

# 資源制約式

- 労働と資本は産業間で完全に移動できると仮定する。
  - つまり、長期の視点をとる。
- 資源制約は以下の式で表せる。

$$\begin{aligned} L_1 + L_2 &\leq L \\ K_1 + K_2 &\leq K \end{aligned} \quad (1.1)$$

# PPFの導出

- ・ 財2のアウトプット  $y_2 = f_2(L_2, K_2)$  の最大化を考える
  - ・ 制約は、財1のアウトプット  $y_1 = f_1(L_1, K_1)$  と資源制約
- ・ この最大化から、PPFの式  $y_2 = h(y_1, L_2, K_2)$  が導かれる。
- ・ 財2のアウトプットが財1のアウトプットの関数としてPPFが描かれる。

財2

PPF

$$y_2 = h(y_1, L_2, K_2)$$

ここで、 $y_2$ は、 $y_1$ の凹関数。

つまり  $\partial^2 h(y_1, L, K) / \partial y_1^2 < 0$ 。

→ 生産可能集合は凸

財1の生産が増えるにつれ、

財2の生産は益々減らす必要あり

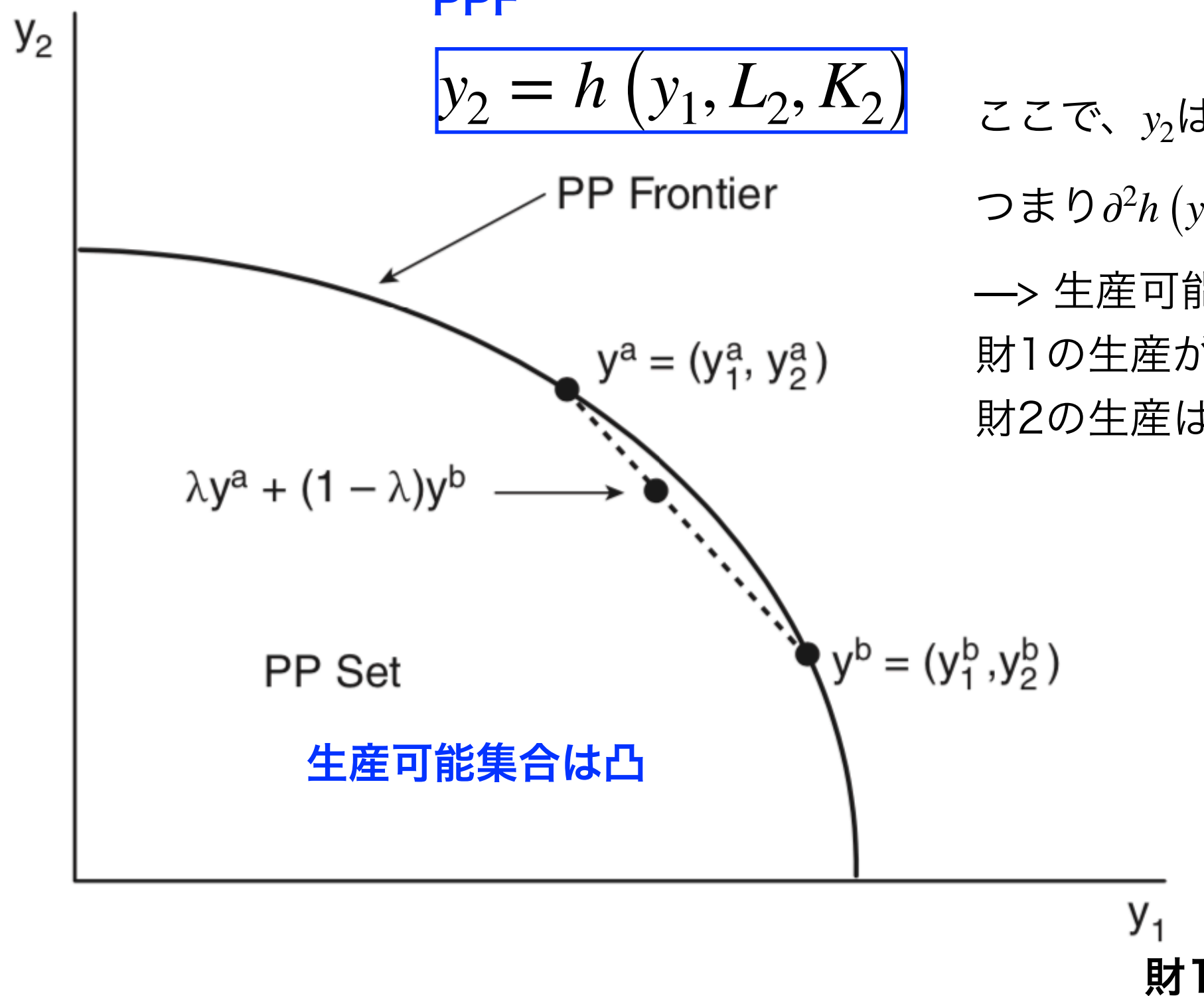


Figure 1.3

# 追加の仮定

- 財市場、生産要素市場はともに完全競争と仮定。
- 財価格は外生的に与えられると仮定。

# 第04回 GDP関数

## GDP FUNCTION

### Chapter 1 Preliminaries: Two-Sector Models

Feenstra, Robert C. (2015). Advanced International Trade: Theory and Evidence, 2nd edition, Princeton University Press.

田中 鮎夢

# GDP

- 完全競争を仮定。
- 各産業で生産される生産量は国内総生産（GDP）を最大化する。
- 競争経済における各産業のアウトプットはGDPを最大化するように選ばれる。
- GDPは、 $p_1y_1 + p_2y_2$  として表せる。



# GDP関数

- GDP関数：生産可能性フロンティア上でGDPを最大にする生産量の組み合わせの時のGDP
- GDP関数

$$\begin{aligned} G(p_1, p_2, L, K) &= \max_{y_1, y_2} p_1 y_1 + p_2 y_2 \\ \text{s.t. } y_2 &= h(y_1, L, K) \end{aligned} \quad (1.2)$$

# 解法

- ・ 制約条件  $y_2 = h(y_1, L, K)$  を目的関数  $p_1 y_1 + p_2 y_2$  に代入すると  $p_1 y_1 + p_2 y_2 = p_1 y_1 + p_2 h(y_1, L, K)$  となる。
- ・ これを財1の生産量について最大化すればよい。

$$G(p_1, p_2, L, K) = \max_{y_1} p_1 y_1 + p_2 h(y_1, L, K)$$

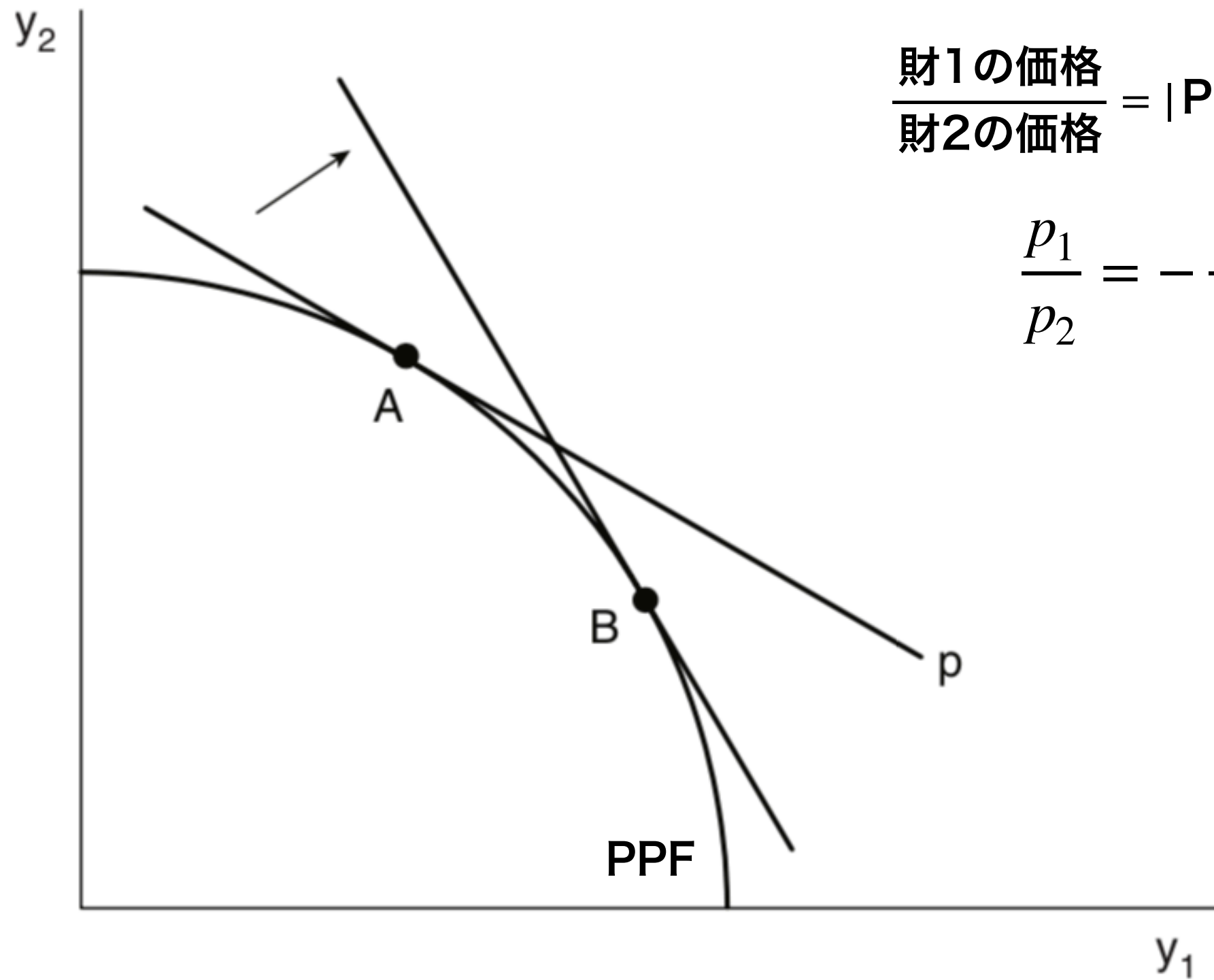
# 一階の条件 (FOC)

- FOCは、 $p_1 + p_2 (\partial h / \partial y_1) = 0$  あるいは

$$p = \frac{p_1}{p_2} = -\frac{\partial h}{\partial y_1} = -\frac{\partial y_2}{\partial y_1} \quad (1.3)$$

- このFOCより、相対価格 $p$ と生産可能性フロンティアの傾きの絶対値 $-\frac{\partial h}{\partial y_1}$ が一致するところで、生産が行われることがわかる。

財2



財1の価格  
財2の価格 = |PPFの傾き|

$$\frac{p_1}{p_2} = -\frac{\partial y_2}{\partial y_1}$$

Figure 1.4

財1

# GDP関数の性質

- GDP関数の便利な性質の1つを示すため、財*i*の価格でGDP関数を微分すると、以下を得る。

$$\frac{\partial G}{\partial p_i} = y_i + \left( p_1 \frac{\partial y_1}{\partial p_i} + p_2 \frac{\partial y_2}{\partial p_i} \right)$$

- 包絡線定理より、 $\left( p_1 \frac{\partial y_1}{\partial p_i} + p_2 \frac{\partial y_2}{\partial p_i} \right) = 0$  なので、以下が成立。

$$\frac{\partial G}{\partial p_i} = y_i$$

つまり、GDP関数を財の価格で偏微分した値はその財の生産量になる。

# 包絡線定理

- ・ 最大化された関数（GDP）を外生変数（財の価格 $p_i$ ）で微分するとき、その微分において、内生変数（財の生産量 $y_i$ ）の変化は無視できる。
- ・ これを証明するには、 $y_2 = h(y_1, L, K)$ を $y_1$ と $y_2$ で全微分すればよい。
- ・ 全微分すると、 $dy_2 = \frac{\partial h(y_1, L, K)}{\partial y_1} dy_1$ がえられる。

- 生産可能性フロンティアの傾きの絶対値と相対価格が一致するというFOCより、 $dy_2 = \frac{\partial h(y_1, L, K)}{\partial y_1} dy_1$  を  $dy_2 = -\frac{p_1}{p_2} dy_1$  と書き直せる。

- これより、 $p_2 dy_2 = -p_1 dy_1$ 。よって、 $p_1 dy_1 + p_2 dy_2 = 0$ 。

- この等式は、PPF上のいかなる $y_1$ と $y_2$ の小さな動きについても成立。例えば、財の価格によってもたらされる $y_1$ と $y_2$ の小さな

動きについても、成り立つので、 $\left( p_1 \frac{\partial y_1}{\partial p_i} + p_2 \frac{\partial y_2}{\partial p_i} \right) = 0$ 。

# 第05回 均衡条件

## EQUILIBRIUM CONDITIONS

### Chapter 1 Preliminaries: Two-Sector Models

Feenstra, Robert C. (2015). Advanced International Trade: Theory and Evidence, 2nd edition, Princeton University Press.

田中 鮎夢



# 単位費用関数

- 要素価格とアウトプットを決める均衡条件を明らかにする。
- 生産関数  $y_i = f_i(L_i, K_i)$  と双対な単位費用関数を用いる。
- 単位費用関数(unit-cost functions)

$$c_i(w, r) = \min_{L_i, K_i \geq 0} \left\{ wL_i + rK_i \mid f_i(L_i, K_i) \geq 1 \right\} \quad (1.5)$$

- ・ 単位費用関数  $c_i(w, r)$  は、1 単位のアウトプットを生産する最小限の費用。
- ・ 単位費用関数は、 $(w, r)$  について、非減少・凹関数。
- ・ (1.5) の最小化の解を  $c_i(w, r) = wa_{iL} + ra_{iK}$  と表す。
  - ・ ここで、 $a_{iL}$  は  $L_i$  についての最適解。
  - ・ 同様に、 $a_{iK}$  は  $K_i$  についての最適解。

- 実際には、要素価格( $w, r$ )に最適な単位投入量( $a_{iL}, a_{iK}$ )は依存するので、以下のように表現できる。
  - $a_{iL}(w, r)$  は  $L_i$  についての最適解。
  - $a_{iK}(w, r)$  は  $K_i$  についての最適解。

# 単位費用関数の微分

- 最小化された単位費用関数  $c_i(w, r) = wa_{iL}(w, r) + ra_{iK}(w, r)$
- 単位費用関数を賃金で微分すると、以下を得る。

$$\frac{\partial c_i}{\partial w} = a_{iL} + \left( w \frac{\partial a_{iL}}{\partial w} + r \frac{\partial a_{iK}}{\partial w} \right) \quad (1.6)$$

- ここで、GDP関数の場合と同様に、 $\left( w \frac{\partial a_{iL}}{\partial w} + r \frac{\partial a_{iK}}{\partial w} \right)$  の部分はゼロになることを包絡線定理より示せる。

- ・ 最小化問題における制約条件は、等量曲線  $f_i(a_{iL}, a_{iK}) = 1$  として表せる。これを全微分すると、

$$f_{iL} da_{iL} + f_{iK} da_{iK} = 0$$

- ・ ここで、 $f_{iL} \equiv \partial f_i / \partial L_i$ 、 $f_{iK} \equiv \partial f_i / \partial K_i$ 。
- ・ この等式は、例えば賃金の変化によってもたらされる、労働と資本のいかなる小さな動きについても成り立つ。よって、以下が成立。

$$f_{iL} (\partial a_{iL} / \partial w) + f_{iK} (\partial a_{iK} / \partial w) = 0$$

- 式  $f_{iL} (\partial a_{iL} / \partial w) + f_{iK} (\partial a_{iK} / \partial w) = 0$  に財の価格を掛けると、  
 $p_i f_{iL} (\partial a_{iL} / \partial w) + p_i f_{iK} (\partial a_{iK} / \partial w) = 0$ 。
- さらに、競争的な企業の利潤最大化から、以下が成立。
  - $p_i f_{iL} = w$  および  $p_i f_{iK} = r$
- よって、 $w (\partial a_{iL} / \partial w) + r (\partial a_{iK} / \partial w) = 0$  と書き直せる。
- 従って、(1.6) の  $\left( w \frac{\partial a_{iL}}{\partial w} + r \frac{\partial a_{iK}}{\partial w} \right)$  の部分はゼロになることを示せた。

# (1.6) 式のまとめ

- 資本レンタル率で微分した場合も同様の結果となる。
- 単位費用関数の要素価格での微分は投入係数（単位必要投入量）となる。

$$\frac{\partial c_i}{\partial w} = a_{iL}$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial r} = a_{iK}$$

# 均衡条件(1)ゼロ利潤条件

## The zero-profit conditions

- 完全競争のもとで自由参入が起こるため、ゼロ利潤となる。

$$\begin{aligned} p_1 &= c_1(w, r) \\ p_2 &= c_2(w, r) \end{aligned} \quad (1.7)$$

書き換えると、

$$\begin{aligned} p_1 &= c_1(w, r) = wa_{1L}(w, r) + ra_{1K}(w, r) \\ p_2 &= c_2(w, r) = wa_{2L}(w, r) + ra_{2K}(w, r) \end{aligned}$$



# 均衡条件(2)完全雇用条件

## full-employment conditions

- $\frac{\partial c_i}{\partial w} = a_{iL}$  が 1 単位の生産に用いる労働であるので、総投下労働は  $L_i = y_i a_{iL}$  である。同様に、総投下資本は  $K_i = y_i a_{iK}$  である。これらを(1.1)に代入すると、以下の式を与える。

$$\begin{array}{rcc} \underbrace{a_{1L}y_1}_{L_1} + \underbrace{a_{2L}y_2}_{L_2} & = & L \\ \underbrace{a_{1K}y_1}_{K_1} + \underbrace{a_{2K}y_2}_{K_2} & = & K \end{array} \quad (1.8)$$

- 行列を用いて、(1.8)を書き換えると、以下の式になる。

$$\begin{pmatrix} a_{1L} & a_{2L} \\ a_{1K} & a_{2K} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L \\ K \end{pmatrix} \quad (1.8)'$$

- また、要素価格を明示して、(1.8)を書き換えると、以下の式になる。

$$\begin{aligned} \underbrace{a_{1L}(w, r)y_1}_{L_1} + \underbrace{a_{2L}(w, r)y_2}_{L_2} &= L \\ \underbrace{a_{1K}(w, r)y_1}_{K_1} + \underbrace{a_{2K}(w, r)y_2}_{K_2} &= K \end{aligned} \quad (1.8)''$$

# 未知数

- ゼロ利潤条件(1.7)と完全雇用条件(1.8)の計4式に対して、4つの未知数、 $(w, r)$ と $(y_1, y_2)$ がある。
- 単位費用関数が非線形のため、式の数と未知数の数が一致するだけでは、解が一意に定まることは保証されない。
- 外生変数は、 $(L, K)$ と $(p_1, p_2)$ の4つである。

# 3つの問い

1. 要素価格の解はどうなるのか。→要素価格均等化定理
2. 財の価格が変化すれば、要素価格はどのように変化するか。→ストルパー＝サミュエルソン定理
3. 生産要素賦存が変化すれば、アウトプットはどのように変化するか。→リプチンスキー定理

# 双対アプローチ

- 本書が用いるアプローチは双対アプローチと呼ばれる。
  - Mussa, Michael. 1979. “The Two-Sector Model in Terms of its Dual.” *Journal of International Economics* 9(4): 513–26.
  - Woodland, Alan D. 1977. “A Dual Approach to Equilibrium in the Production Sector in International Trade Theory.” *Canadian Journal of Economics* 10: 50–68.
  - Woodland, Alan D. 1982. *International Trade and Resource Allocation*. Amsterdam: North-Holland.
  - Dixit, Avinash, and Victor Norman. 1980. *Theory of International Trade*. Cambridge: Cambridge University Press.

## 第06回 要素価格の決定

# DETERMINATION OF FACTOR PRICES

### Chapter 1 Preliminaries: Two-Sector Models

Feenstra, Robert C. (2015). Advanced International Trade: Theory and Evidence, 2nd edition, Princeton University Press.

田中 鮎夢

# 未知数の求め方

- ゼロ利潤条件  $p_1 = c_1(w, r)$   
 $p_2 = c_2(w, r)$  から要素価格( $w, r$ )の解を導きだせると便利。

- 同様に、完全雇用条件  $\frac{a_{1L}y_1}{L_1} + \frac{a_{2L}y_2}{L_2} = L$   
 $\frac{a_{1K}y_1}{K_1} + \frac{a_{2K}y_2}{K_2} = K$  から、生産量

$(y_1, y_2)$ の解を導きだせると便利

## 補題（要素価格無反応性）

### LEMMA (FACTOR PRICE INSENSITIVITY)

両財が生産されている限り、

かつ要素集約度の逆転 (factor intensity reversals, FIRs)  
が生じない限り、

価格ベクトル( $p_1, p_2$ )は、

一意な要素価格( $w, r$ )に対応する。



- 本補題は、要素賦存量( $L, K$ )が要素価格( $w, r$ )の決定に影響しないことを主張している。
- 1 部門経済であれば、こうしたことは成立しない。生産関数が  $y = f(L, K)$  であり、賃金が  $w = pf_L$  であり、限界生産物が逓減する ( $f_{LL} < 0$ ) とき、労働者数  $L$  の増加は、必ず賃金を低下させる。だから、労働資本比率が高い国では、賃金は低くなるだろう。
- こうした常識に反して、上記の補題は、2財 2 要素経済において、財の価格が一定のとき、要素賦存量( $L, K$ )の変化が要素価格 ( $w, r$ )に影響しないと主張している。

# 2条件

- 補題が成立するには以下2つの条件が必要。
  1. 2つの財がともに生産される。
  2. 要素集約度の逆転が生じない。

# 要素集約度の逆転が起きないケース

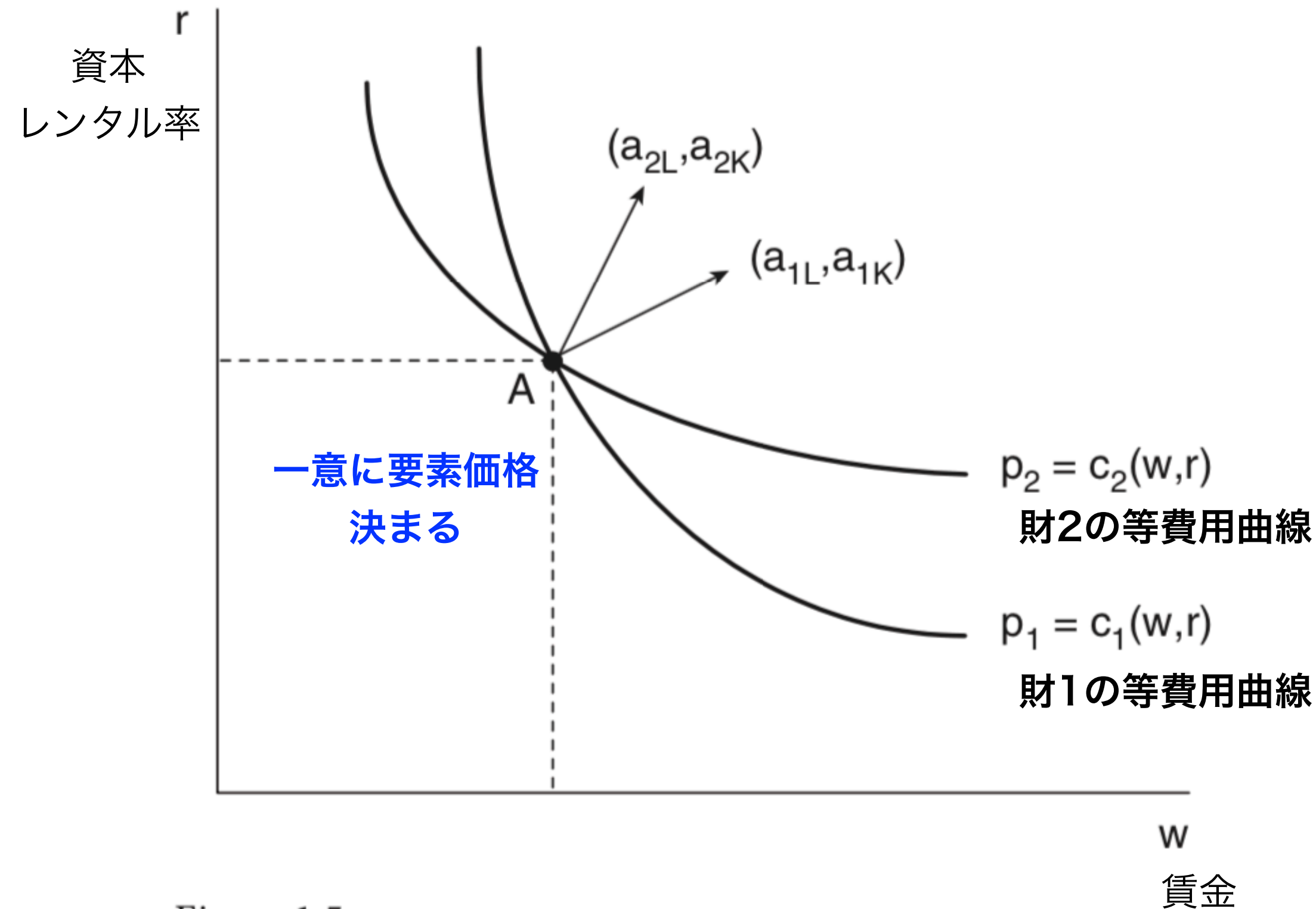


Figure 1.5

# (参考) 勾配ベクトル

- 勾配ベクトルの意味: <https://mathtrain.jp/koubai>
  - 2変数関数 $f(x, y)$ について、その偏微分を並べた二次元ベクトル $(df/dx, df/dy)$ を勾配ベクトルと呼ぶ。
  - 勾配ベクトルの向きは、現在の点から少しでも動いたときに関数の値が一番大きくなる向きである。
- 例えば、財1のゼロ利潤条件式が $p_1 = c_1(w, r) = wa_{1L} + ra_{1K}$ であるので、その勾配ベクトルは、 $(dc/dw, dc/dr) = (a_{1L}, a_{1K})$ となる。

# 要素集約度の逆転が起きるケース

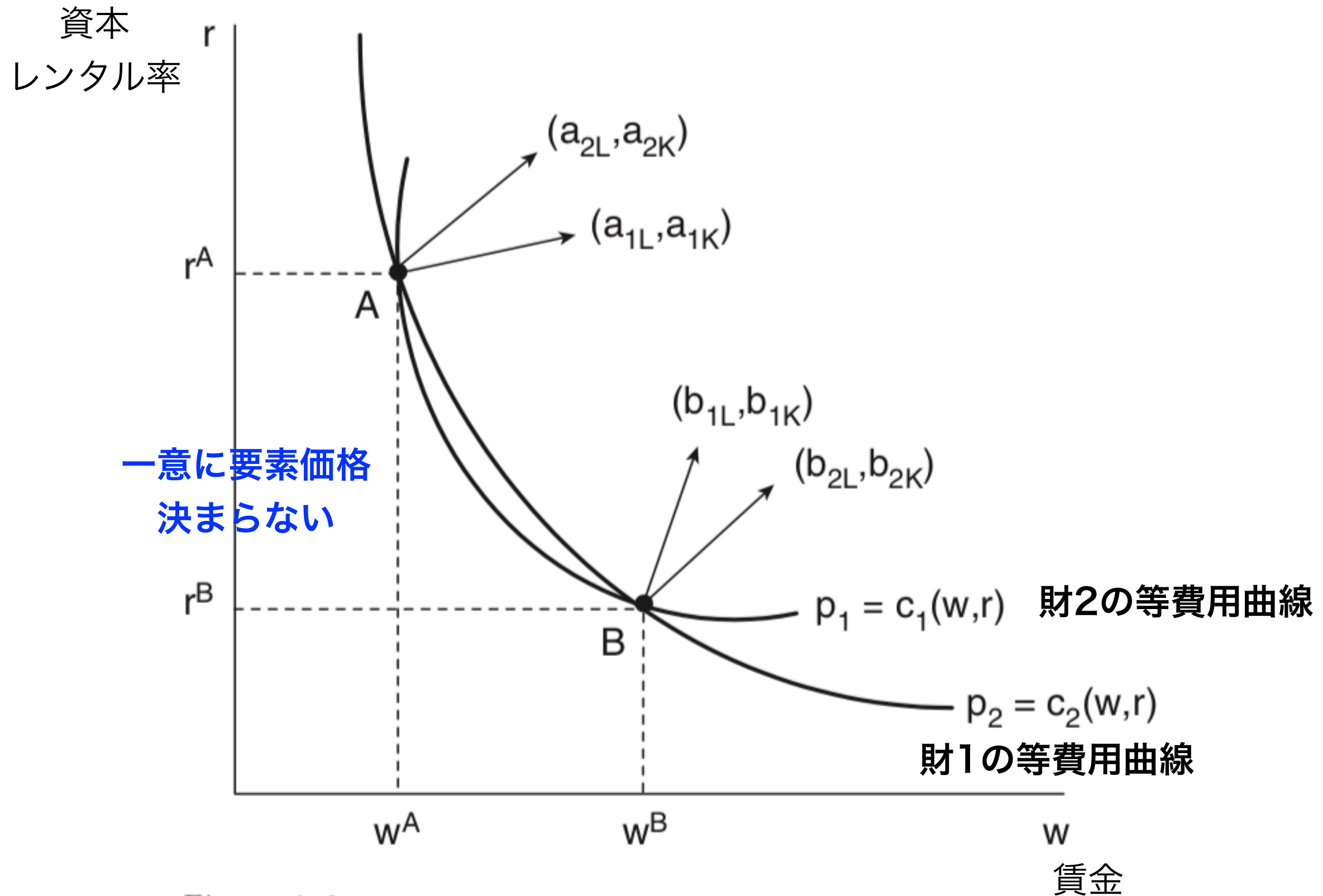


Figure 1.6

# 要素集約度の逆転と勾配ベクトル

- ・ 投入係数( $a_{iL}, a_{iK}$ )は、単位費用関数を要素価格について微分したもの。
- ・ そのため、投入係数( $a_{iL}, a_{iK}$ )は、等費用曲線への勾配ベクトルである。
- ・ 勾配ベクトルは当該関数が最大限に増加する方向へ向く。つまり、等費用曲線に対して勾配ベクトル( $a_{iL}, a_{iK}$ )は直角になる。

# 等費用曲線の傾き

財1のゼロ利潤条件式から等費用曲線の傾きを求める。

財1のゼロ利潤条件式  $p_1 = c_1(w, r) = wa_{1L} + ra_{1K}$

$$\longleftrightarrow ra_{1K} = -wa_{1L} + p_1$$

$$\longleftrightarrow r = -\frac{a_{1L}}{a_{1K}}w + \frac{p_1}{a_{1K}} \quad (\text{等費用曲線})$$

よって、等費用曲線の傾きは $-\frac{a_{1L}}{a_{1K}}$ である。

# 勾配ベクトルの傾き

- 等費用曲線の接線と勾配ベクトルは直交する。
- 等費用曲線の傾きは  $-\frac{a_{1L}}{a_{1K}}$  であるので、直交条件を満たすため、勾配ベクトルの傾きは、 $\frac{a_{1K}}{a_{1L}}$ （資本労働比率）となる。

$$-\frac{a_{1L}}{a_{1K}} \times \frac{a_{1K}}{a_{1L}} = -1$$



# 要素集約度の逆転が起きないケース

勾配ベクトルの傾きは  
資本労働比率( $a_{iK}/a_{iL}$ )

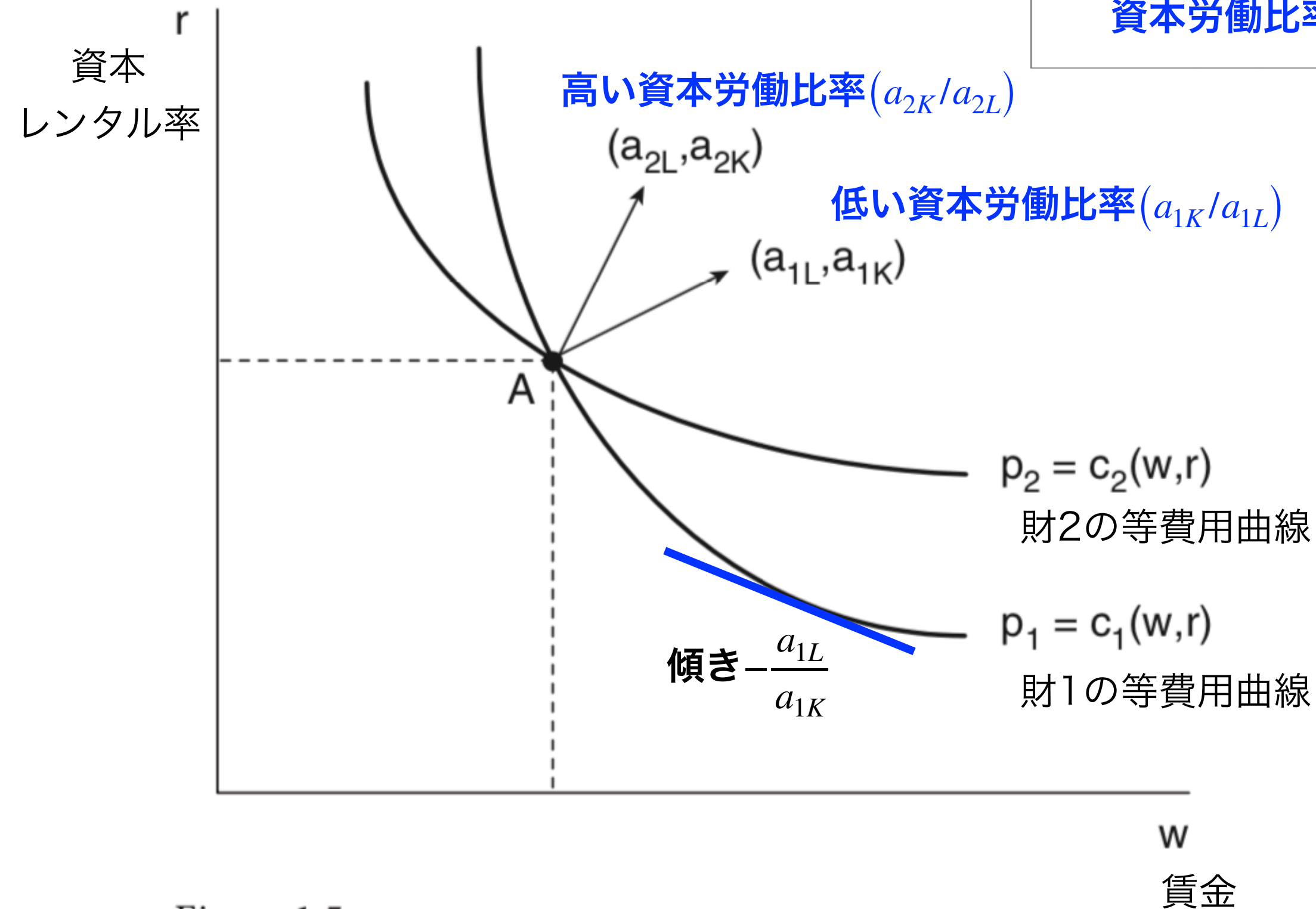


Figure 1.5

# 要素集約度の逆転が起きるケース

資本  
レンタル率  $r$

勾配ベクトルの傾きは  
資本労働比率  $(a_{iK}/a_{iL})$

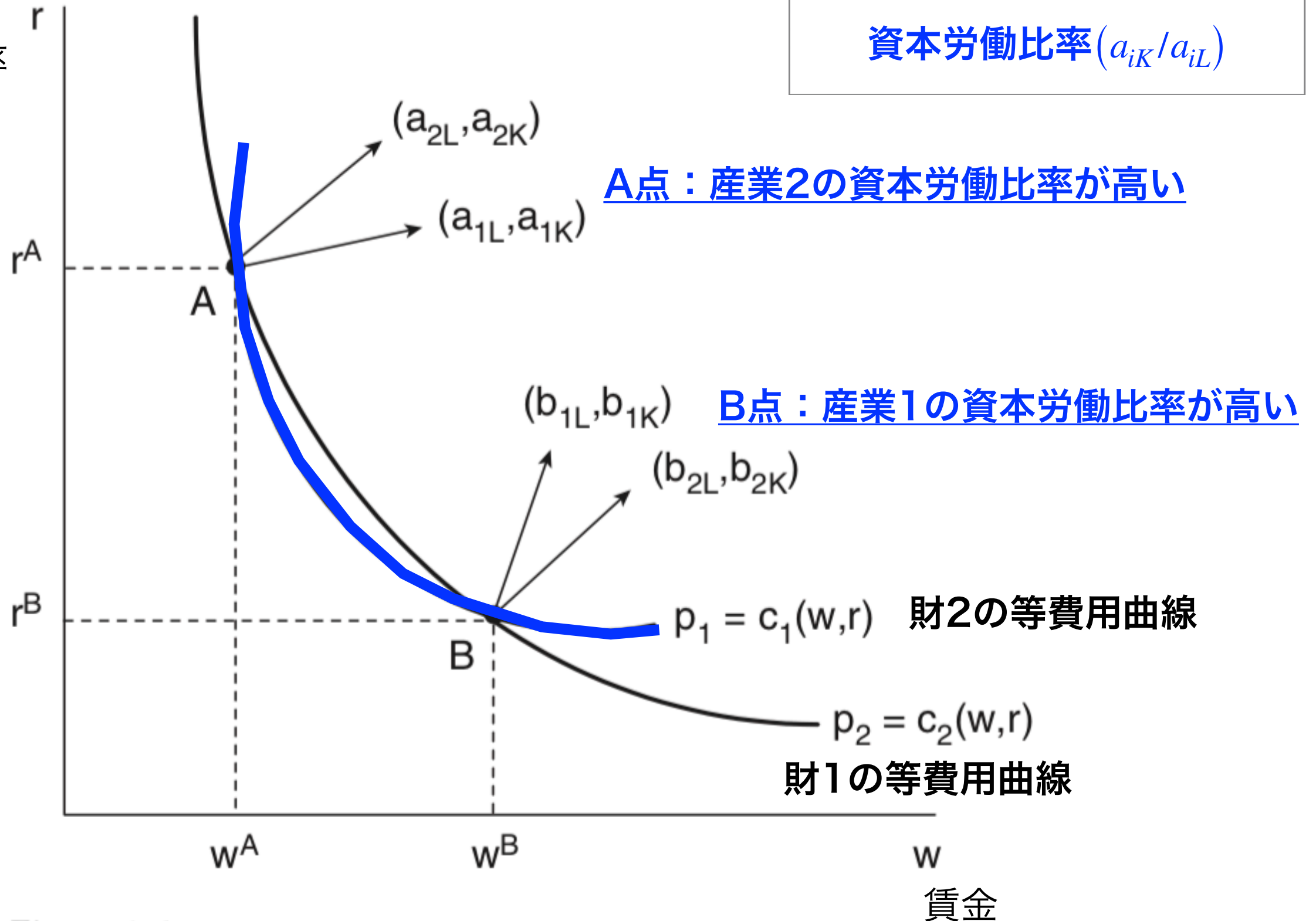


Figure 1.6

☆要素価格が異なると、財の要素集約度の比較が変わる!

# 要素集約度の逆転の例

- 靴産業（産業1）でのスニーカー生産
  - US（B点）では、機械化された工場で少人数で生産
  - アジア（A点）では、少なく古い機械で多人数で生産

# 要素集約度の逆転が起きるケース

勾配ベクトルの傾きは  
資本労働比率  $(a_{iK}/a_{iL})$

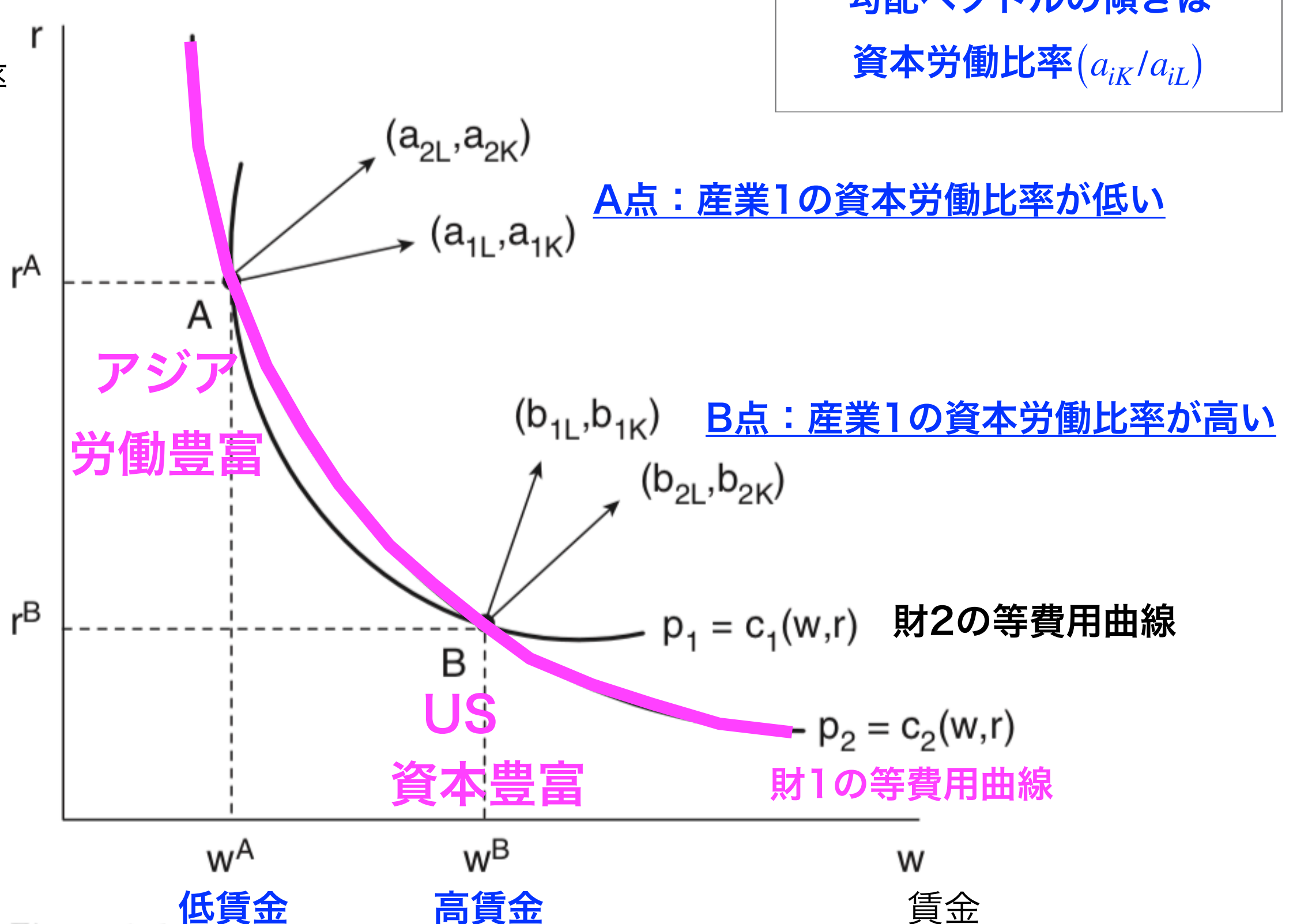


Figure 1.6

☆要素価格が異なると、財の要素集約度の比較が変わる!

# 要素集約度の逆転があるとき

- 一般的に、要素価格の解を求めるには、ゼロ利潤条件のみならず、完全雇用条件も検討する必要がある。

# ヘクシャー=オリーソン・モデルの仮定

- 2国があると仮定。2つの国で技術は同じ。生産要素賦存量が異なる。労働と資本が2生産要素。
- 自由貿易の下では、財の価格( $p_1, p_2$ )が2つの国で等しくなる。
- →よって、ゼロ利潤条件と完全雇用条件の2つの均衡条件がそれぞれの国に適用できる。
- 要素集約度の逆転がなければ、Figure 1.5がそれぞれの国について描け、要素価格が一意に決まる。財の価格( $p_1, p_2$ )が2つの国で等しいため、要素価格も等しくなる。

# 要素価格均等化定理

## FACTOR PRICE EQUALIZATION THEOREM

(SAMUELSON 1949)

同一技術だが、異なる生産要素賦存量の2国が

自由貿易を行なっていると仮定する。

両国が両財を生産し、要素集約度の逆転が生じなければ、

要素価格( $w, r$ )は2国間で均等化する。

# FPE定理の含意

- 財の貿易が要素価格の均等化を成し遂げることを意味する。
- この意味で、財の貿易は生産要素の貿易を完全代替すると言える。
- 要素価格が均等化するのには2部門経済であって、1部門経済では要素価格の均等は起こらないだろう。1部門経済では労働豊富国の賃金は低いままだろう。
- 2部門経済では、労働豊富国は労働集約財をより多く生産し、輸出するため、労働を完全雇用しつつ、資本豊富国と同じ賃金を支払うことになる。



# 第07回 財価格の変化

## CHANGE IN PRODUCT PRICES

### Chapter 1 Preliminaries: Two-Sector Models

Feenstra, Robert C. (2015). Advanced International Trade: Theory and Evidence, 2nd edition, Princeton University Press.

田中 鮎夢

# 比較静学

- 財価格が変化した時に要素価格がいかに変化するのかという問題に答えるために、ゼロ利潤条件を全微分して、比較静学を行う。
- ゼロ利潤条件

$$\begin{aligned} p_1 &= c_1(w, r) = wa_{1L}(w, r) + ra_{1K}(w, r) \\ p_2 &= c_2(w, r) = wa_{2L}(w, r) + ra_{2K}(w, r) \end{aligned} \quad (1.7)$$

# ゼロ利潤条件の全微分

- ゼロ利潤条件を全微分すると、以下を得る。

$$\begin{aligned} dp_i &= a_{iL}dw + a_{iK}dr \\ \Rightarrow \frac{dp_i}{p_i} &= \frac{wa_{iL}}{c_i} \frac{dw}{w} + \frac{ra_{iK}}{c_i} \frac{dr}{r}, \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (1.9)$$

- 2番目の式は両辺を $p_i$ で割っている。また、 $p_i = c_i$ の関係を利用している。さらに、 $w$ と $r$ を掛けると同時に、割っている。

# コストシェア

- こうすることで、パーセント変化（例： $d \ln w = dw/w$ ）やコストシェアの式にすることができる。
- 産業 $i$ における労働のコストシェア： $\theta_{iL} = \frac{wa_{iL}}{c_i}$
- 産業 $i$ における資本のコストシェア： $\theta_{iK} = \frac{ra_{iK}}{c_i}$
- ここで、 $\theta_{iL} + \theta_{iK} = 1$

# パーセント変化

- 賃金のパーセント変化：  $d \ln w = dw/w = \hat{w}$
- 資本レンタル率のパーセント変化：  $d \ln r = dr/r = \hat{r}$

# (1.9)の書き換え

コストシェアと変化率を用いて、(1.9)式を書き換えると以下のようなになる。

$$\hat{p}_i = \theta_{iL}\hat{w} + \theta_{iK}\hat{r}, \quad i = 1, 2 \quad (1.9)'$$

このようなコストシェアと変化率による書き換えはJones (1965) に基づいており、“Jones algebra” (Jones の代数) と呼ばれている。

# Jones algebra

## ジョーンズの代数学

(1.9)'式を行列表記し、解を求めることができる。

$$\begin{pmatrix} \hat{p}_1 \\ \hat{p}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{1L} & \theta_{1K} \\ \theta_{2L} & \theta_{2K} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{w} \\ \hat{r} \end{pmatrix}$$
$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \hat{w} \\ \hat{r} \end{pmatrix} = \frac{1}{|\theta|} \begin{pmatrix} \theta_{2K} & -\theta_{1K} \\ -\theta_{2L} & \theta_{1L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{p}_1 \\ \hat{p}_2 \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

ここで、 $|\theta|$ は行列式で、 $\theta_{iL} + \theta_{iK} = 1$ を利用して、以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} |\theta| &= \theta_{1L}\theta_{2K} - \theta_{1K}\theta_{2L} \\ &= \theta_{1L}(1 - \theta_{2L}) - (1 - \theta_{1L})\theta_{2L} \quad (1.11) \\ &= \theta_{1L} - \theta_{2L} = \theta_{2K} - \theta_{1K} \end{aligned}$$

# 仮定

- ここで、 $|\theta| > 0$ となるように、産業1が労働集約的( $\theta_{1L} > \theta_{2L}$ )であり、産業2が資本集約的( $\theta_{2K} > \theta_{1K}$ )であると仮定する。
- さらに、財1の相対価格が増加する( $\hat{p} = \hat{p}_1 - \hat{p}_2 > 0$ )と仮定する。
- これらの仮定を用いて、要素価格の変化率の解を求める。



# 賃金の変化率の解

$$\begin{aligned}\hat{w} &= \frac{\theta_{2K}\hat{p}_1 - \theta_{1K}\hat{p}_2}{|\theta|} \\ &= \frac{(\theta_{2K} - \theta_{1K})\hat{p}_1 + \theta_{1K}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{(\theta_{2K} - \theta_{1K})} \\ &= \hat{p}_1 + \frac{\theta_{1K}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{(\theta_{2K} - \theta_{1K})} \\ &> \hat{p}_1\end{aligned}\tag{1.12a}$$

ここで、産業2が資本集約的( $\theta_{2K} > \theta_{1K}$ )であり、 $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 > 0$ なので、最後の不等式が成立。

→ 労働集約財1の価格変化率よりも賃金変化率が大

労働者は財1を買う購買力が上昇（労働の実質収益 $w/p_1$ が上昇）

# 資本レンタル率の変化率の解

$$\begin{aligned}\hat{r} &= \frac{\theta_{1L}\hat{p}_2 - \theta_{2L}\hat{p}_1}{|\theta|} \\ &= \frac{(\theta_{1L} - \theta_{2L})\hat{p}_2 - \theta_{2L}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{(\theta_{1L} - \theta_{2L})} \quad (1.12b) \\ &= \hat{p}_2 - \frac{\theta_{2L}(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{(\theta_{1L} - \theta_{2L})} \\ &< \hat{p}_2\end{aligned}$$

ここで、産業1が労働集約的( $\theta_{1L} > \theta_{2L}$ )であり、 $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 > 0$ なので、最後の不等式が成立。

→ 資本集約財2の価格変化率よりも資本レンタル率変化率が小

資本家は財2を買う購買力が低下（資本の実質収益 $r/p_2$ が低下）

# ストルパー=サミュエルソンの定理

## STOLPER-SAMUELSON (1941) THEOREM

ある財の相対価格の上昇は、  
その財に集約的に用いられている、  
生産要素の実質収益を増加させ、  
その他の生産要素の実質収益を減少させる。

# 拡大効果

(“magnification effect”)

- (1.9)’より、財の価格変化率 $\hat{p}_i$ は要素価格の変化率( $\hat{w}, \hat{r}$ )の加重平均になっている。そのため、財の価格変化率 $\hat{p}_i$ は、賃金の変化率( $\hat{w}$ )と資本レンタル率の変化率( $\hat{r}$ )の間に位置する。また、(1.12a)と(1.12b)より以下が成立。

$$\hat{w} > \hat{p}_1 > \hat{p}_2 > \hat{r} \quad (1.13)$$

—> 財の価格変化は要素価格の変化に拡大効果を持つ。

# 拡大効果の含意

輸出機会が生まれたことにより輸出価格が上昇する、

あるいは輸入関税の低下により輸入価格が下落する、

といった形で財価格が変化する時、

拡大効果は、勝者と敗者が生じることを示している。

つまり、貿易の機会が生まれることは強い分配上の帰結を持つ。

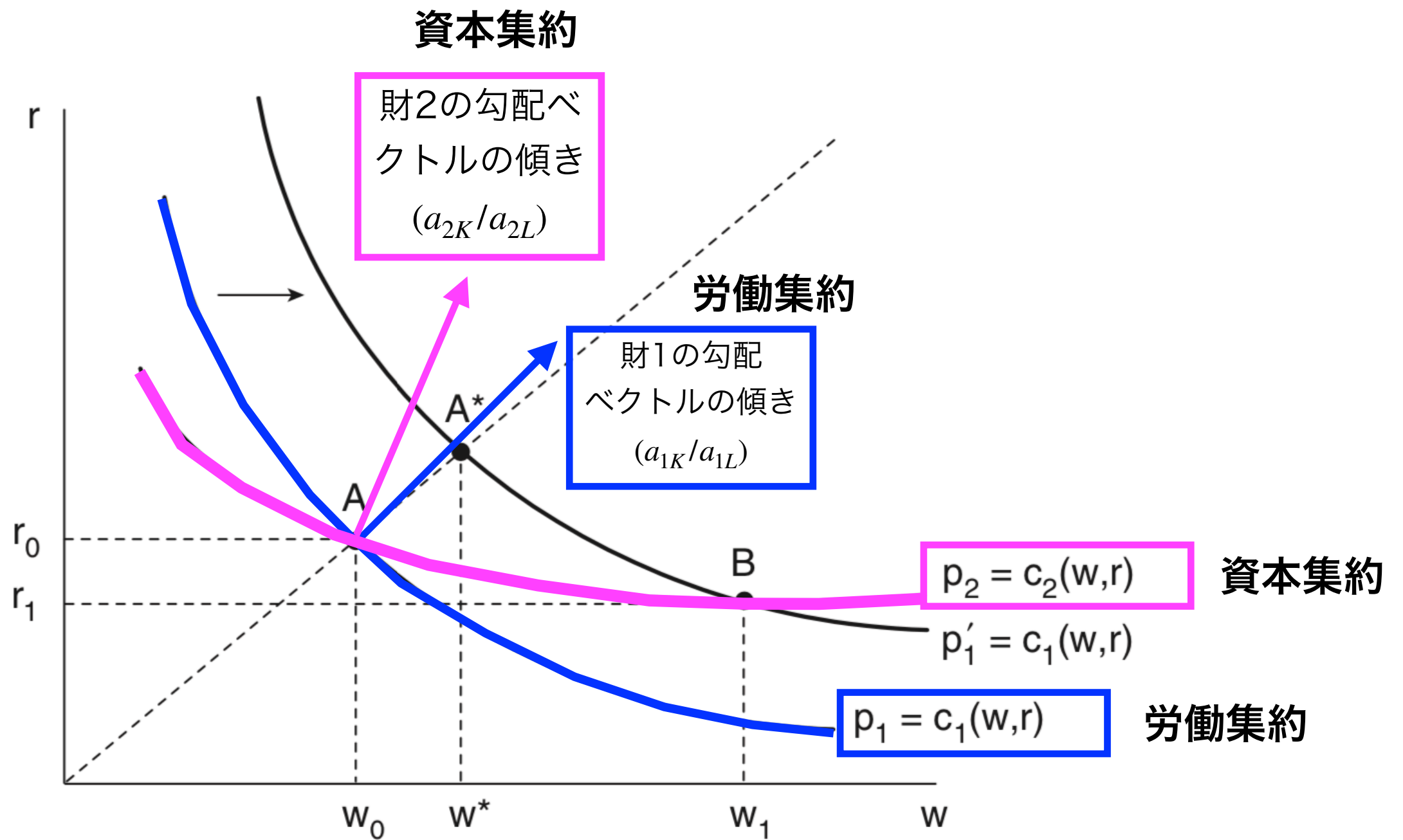


Figure 1.7

労働集約財  
の価格上昇

単位費用関数 $c$ は、  
要素価格について  
一次同次

資本レン  
タル率  
下落

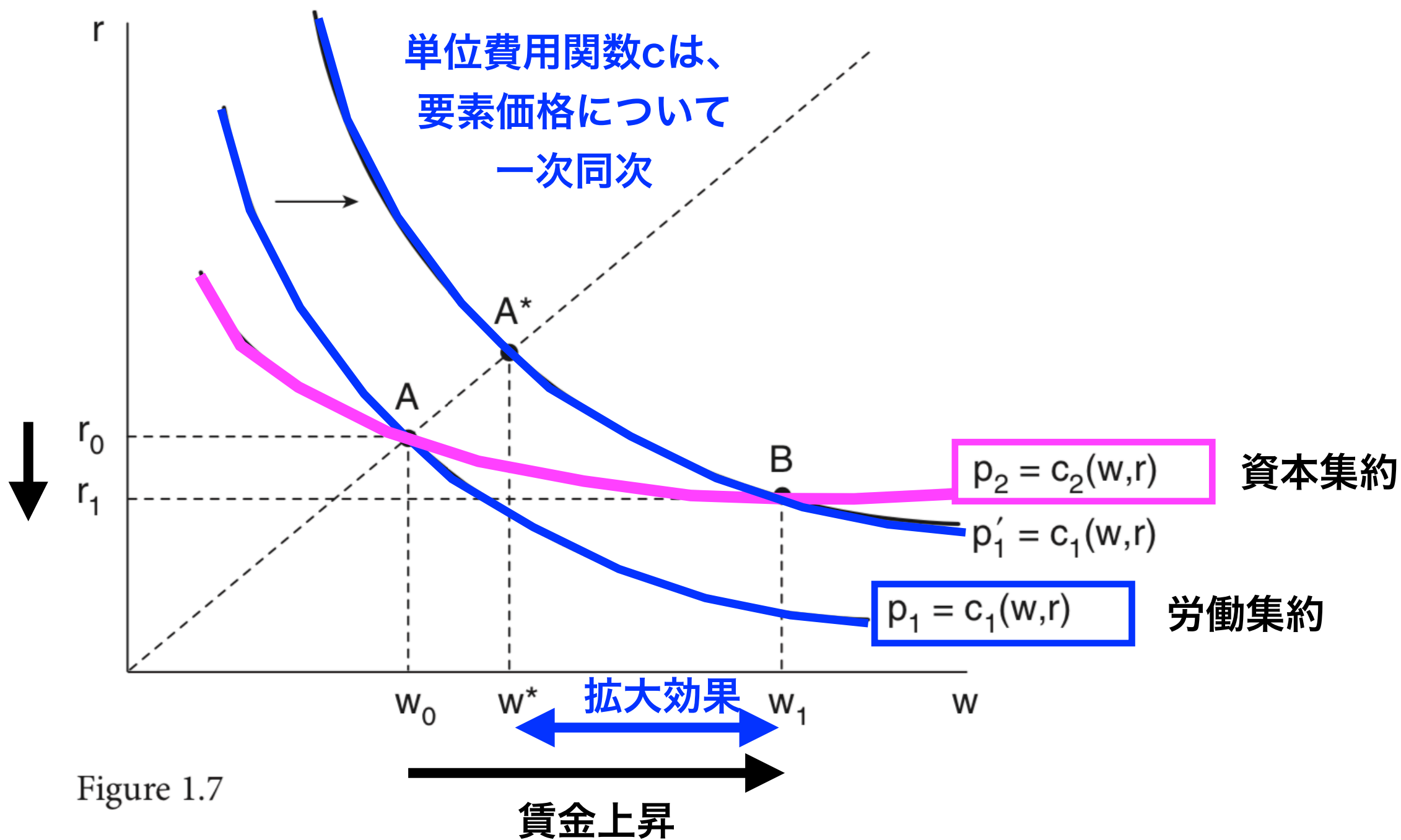


Figure 1.7

# 第08回 要素賦存量の変化

## CHANGES IN ENDOWMENTS

### Chapter 1 Preliminaries: Two-Sector Models

Feenstra, Robert C. (2015). Advanced International Trade: Theory and Evidence, 2nd edition, Princeton University Press.

田中 鮎夢



# 3つ目の問い

要素賦存量が変化したとき、産業のアウトプットはどのように変化するのか。

# 完全雇用条件

$$\begin{array}{l} \underbrace{a_{1L}y_1}_{L_1} + \underbrace{a_{2L}y_2}_{L_2} = L \\ \underbrace{a_{1K}y_1}_{K_1} + \underbrace{a_{2K}y_2}_{K_2} = K \end{array} \quad (1.8)$$

# 完全雇用条件の全微分

- 財価格を固定したまま、完全雇用条件を全微分すると以下を得る。

$$\begin{aligned} a_{1L}dy_1 + a_{2L}dy_2 &= dL \\ a_{1K}dy_1 + a_{2K}dy_2 &= dK \end{aligned} \quad (1.14)$$

- ここで、投入係数( $a_{iL}, a_{iK}$ )は、要素価格( $w, r$ )の変数だが、変化しない。
- これは、財価格( $p_1, p_2$ )が固定されているため、補題（要素価格無反応性）から要素価格も固定されるからである。

# “Jones algebra”

“Jones algebra” を用いて、(1.14)を書き直す。

1. (1.14)の両辺に要素賦存量( $L, K$ )を掛け合わせる。

$$\frac{a_{1L}}{L} \frac{dy_1}{1} + \frac{a_{2L}}{L} \frac{dy_2}{1} = \frac{dL}{L}$$
$$\frac{a_{1K}}{K} \frac{dy_1}{1} + \frac{a_{2K}}{K} \frac{dy_2}{1} = \frac{dK}{K}$$

2. 加えて、財生産量( $y_1, y_2$ )を分子分母に掛け合わせる。

$$\frac{y_1 a_{1L}}{L} \frac{dy_1}{y_1} + \frac{y_2 a_{2L}}{L} \frac{dy_2}{y_2} = \frac{dL}{L}$$
$$\frac{y_1 a_{1K}}{K} \frac{dy_1}{y_1} + \frac{y_2 a_{2K}}{K} \frac{dy_2}{y_2} = \frac{dK}{K}$$

# 変化率、シェア

1. 財 $i$ の生産量の変化率:  $\hat{y}_i \equiv \frac{dy_i}{y_i}$

2. 産業 $i$ の従業者数シェア:  $\lambda_{iL} \equiv \left( \frac{y_i a_{iL}}{L} \right) = \left( \frac{L_i}{L} \right)$

・ ここで、 $\lambda_{1L} + \lambda_{2L} = 1$

3. 産業 $i$ の資本シェア:  $\lambda_{iK} \equiv \left( \frac{y_i a_{iK}}{K} \right) = \left( \frac{K_i}{K} \right)$

・ ここで、 $\lambda_{1K} + \lambda_{2K} = 1$

# (1.14)'

変化率、シェアの表記を利用することで、以下のように書き直せる。

$$\begin{aligned} \frac{y_1 a_{1L}}{L} \frac{dy_1}{y_1} + \frac{y_2 a_{2L}}{L} \frac{dy_2}{y_2} &= \frac{dL}{L} \\ \frac{y_1 a_{1K}}{K} \frac{dy_1}{y_1} + \frac{y_2 a_{2K}}{K} \frac{dy_2}{y_2} &= \frac{dK}{K} \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} \lambda_{1L} \hat{y}_1 + \lambda_{2L} \hat{y}_2 &= \hat{L} \\ \lambda_{1K} \hat{y}_1 + \lambda_{2K} \hat{y}_2 &= \hat{K} \end{aligned} \quad (1.14')$$

# 行列表記

行列表記すると、

$$\begin{pmatrix} \lambda_{1L} & \lambda_{2L} \\ \lambda_{1K} & \lambda_{2K} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{L} \\ \hat{K} \end{pmatrix}$$

になる。その解は、

$$\begin{pmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{|\lambda|} \begin{pmatrix} \lambda_{2K} & -\lambda_{2L} \\ -\lambda_{1K} & \lambda_{1L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{L} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

# 行列式

ここで、 $\lambda_{1L} + \lambda_{2L} = 1$ と $\lambda_{1K} + \lambda_{2K} = 1$ の関係を用いて、行列式は以下のように表せる。

$$\begin{aligned} |\lambda| &= \lambda_{1L}\lambda_{2K} - \lambda_{2L}\lambda_{1K} \\ &= \lambda_{1L}(1 - \lambda_{1K}) - (1 - \lambda_{1L})\lambda_{1K} \quad (1.16) \\ &= \lambda_{1L} - \lambda_{1K} = \lambda_{2K} - \lambda_{2L} > 0 \end{aligned}$$

最後の不等式が成り立つのは、産業2が資本集約的 ( $\lambda_{2K} > \lambda_{2L}$ )と仮定していたため。



# 要素賦存量の変化

- ・ 仮定：労働の賦存量が増加。資本の賦存量は不変。
  - ・  $\hat{L} > 0, \hat{K} = 0$
- ・ この時、財の生産量の変化  $(\hat{y}_1, \hat{y}_2)$  がどのようなものかみる。

# 財の生産量の変化

$$\begin{pmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{|\lambda|} \begin{pmatrix} \lambda_{2K} & -\lambda_{2L} \\ -\lambda_{1K} & \lambda_{1L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{L} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (1.15) \text{より、} \hat{L} > 0, \quad \hat{K} = 0 \text{のとき、}$$

$$1. \quad \hat{y}_1 = \frac{\lambda_{2K}}{(\lambda_{2K} - \lambda_{2L})} \hat{L} > \hat{L} > 0 \quad (1.17)$$

—>労働増加以上に労働集約財( $y_1$ )の生産増加

$$2. \quad \hat{y}_2 = \frac{-\lambda_{1K}}{|\lambda|} \hat{L} < 0 \quad (1.17)$$

—>資本集約財( $y_2$ )の生産減少

# リプチンスキー定理

## RYBCZYNSKI (1955) THEOREM

ある要素の賦存量が増加すると、  
その要素を集約的に用いる産業の生産量が増加し、  
その他の産業の生産量が減少する。

# 完全雇用条件

完全雇用条件をベクトルで表記すると

$$\begin{pmatrix} a_{1L} \\ a_{1K} \end{pmatrix} y_1 + \begin{pmatrix} a_{2L} \\ a_{2K} \end{pmatrix} y_2 = \begin{pmatrix} L \\ K \end{pmatrix} \quad (1.8')$$

これをグラフに描いたものがFigure 1.8である。

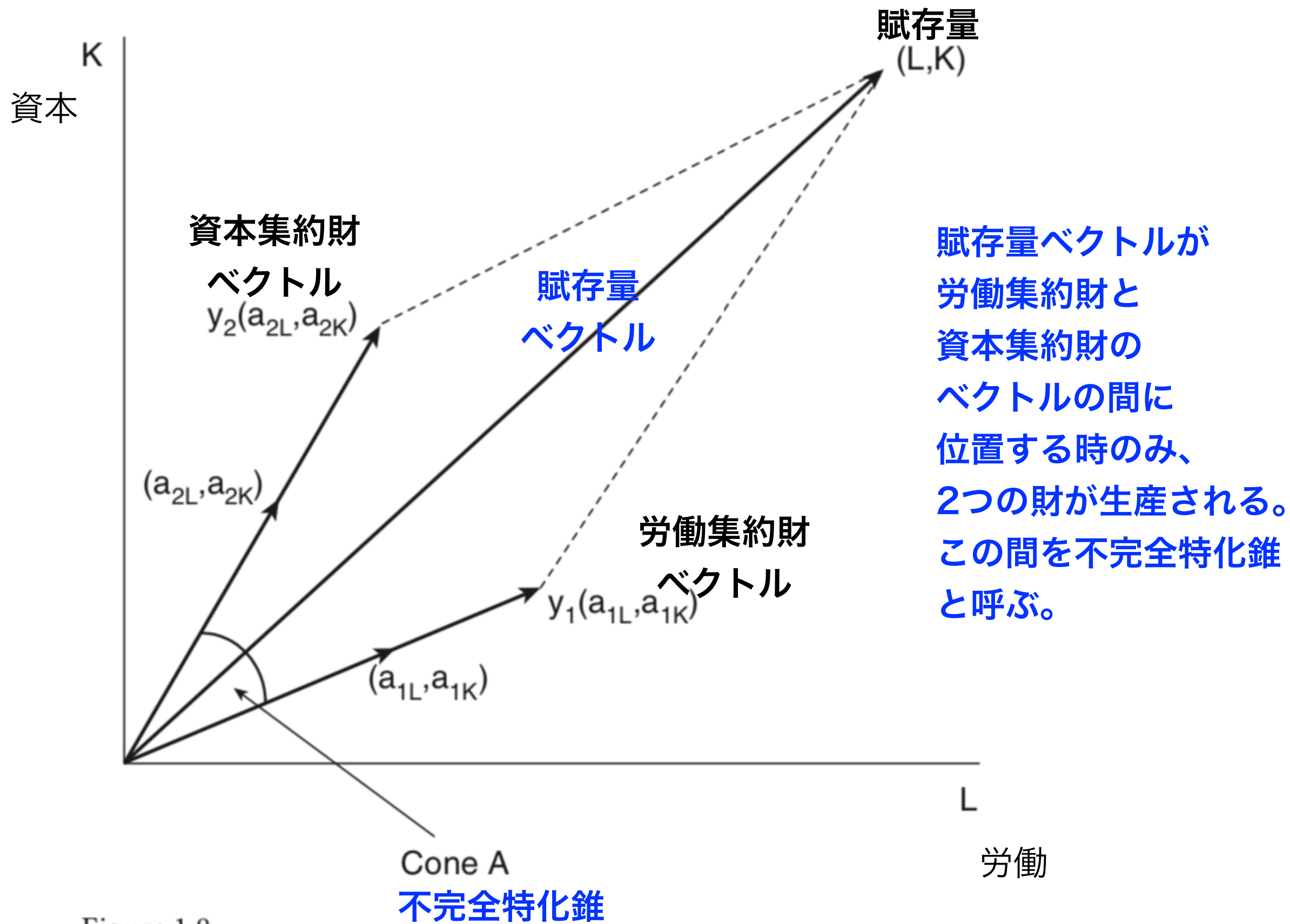


Figure 1.8

“cone of diversification”

# 不完全特化錐から外れる時

- 仮に不完全特化錐から外れる位置に賦存量ベクトルがある場合、片方の財のみが生産される。
- その時、1部門経済の時のように、労働の限界生産物と資本の限界生産物によって、賃金と資本レンタル率は決まる。

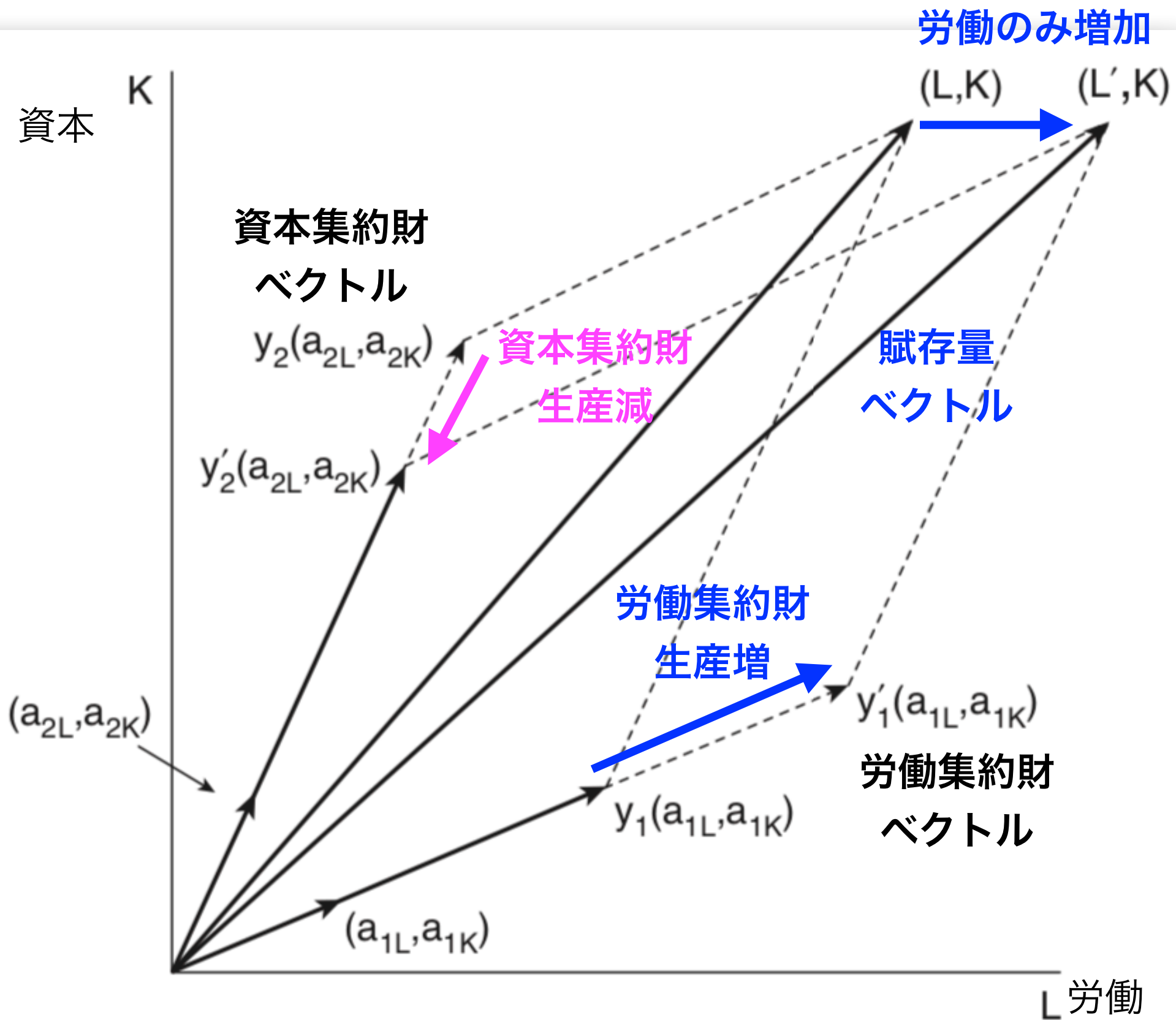


Figure 1.9

# 図の背後のメカニズム

- 労働集約産業は労働の増加で労働だけを吸収するのではなく、他産業から資本も吸収する。
- 結果として、資本集約産業の生産は減少する。



# オランダ病

## “Dutch Disease”

- リプチンスキー定理の多くの例がある。しかし、最も広く引用されているのは、「オランダ病」と呼ばれているものだ。
- これは、オランダの沖合で石油が発見されたことで、石油を用いた産業の生産が増加したことを意味している（シェル石油は、石油製品の世界最大の生産者の1つであり、オランダの会社である）。同時に、オランダの他の「伝統的な」輸出産業は衰退した。
- これは、資源が石油を集約的に用いる産業へ引き寄せられ、「伝統的な」輸出産業から離れていったため生じた。この現象はリプチンスキー定理の予測通りである。

資本集約財

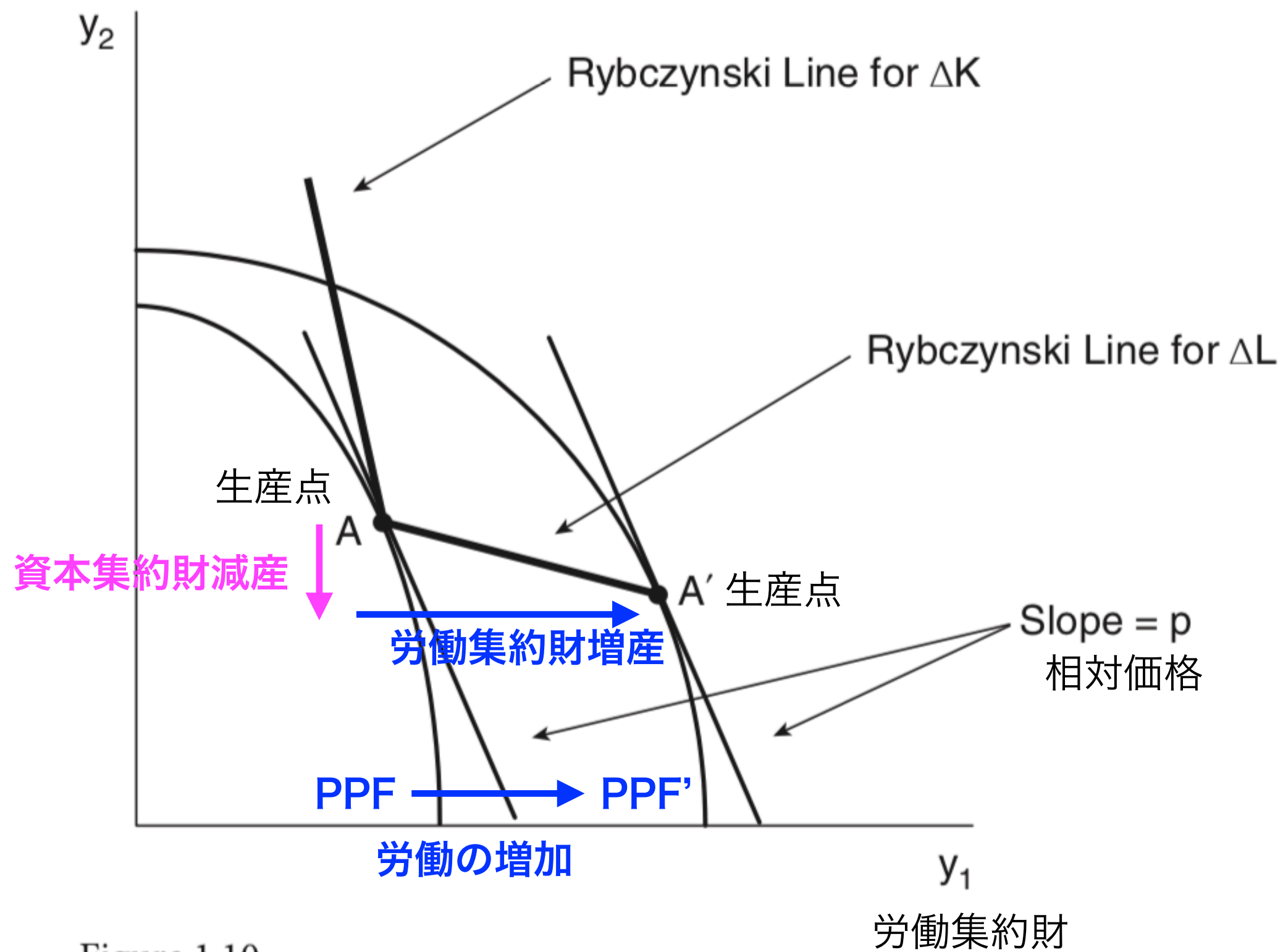


Figure 1.10

資本集約財

$y_2$

資本増加した時の両財の生産量の  
変化示すリプチンスキー線

Rybczynski Line for  $\Delta K$

労働増加した時の両財の生産量の  
変化示すリプチンスキー線

Rybczynski Line for  $\Delta L$

生産点

A

A' 生産点

Slope =  $p$

PPF → PPF'

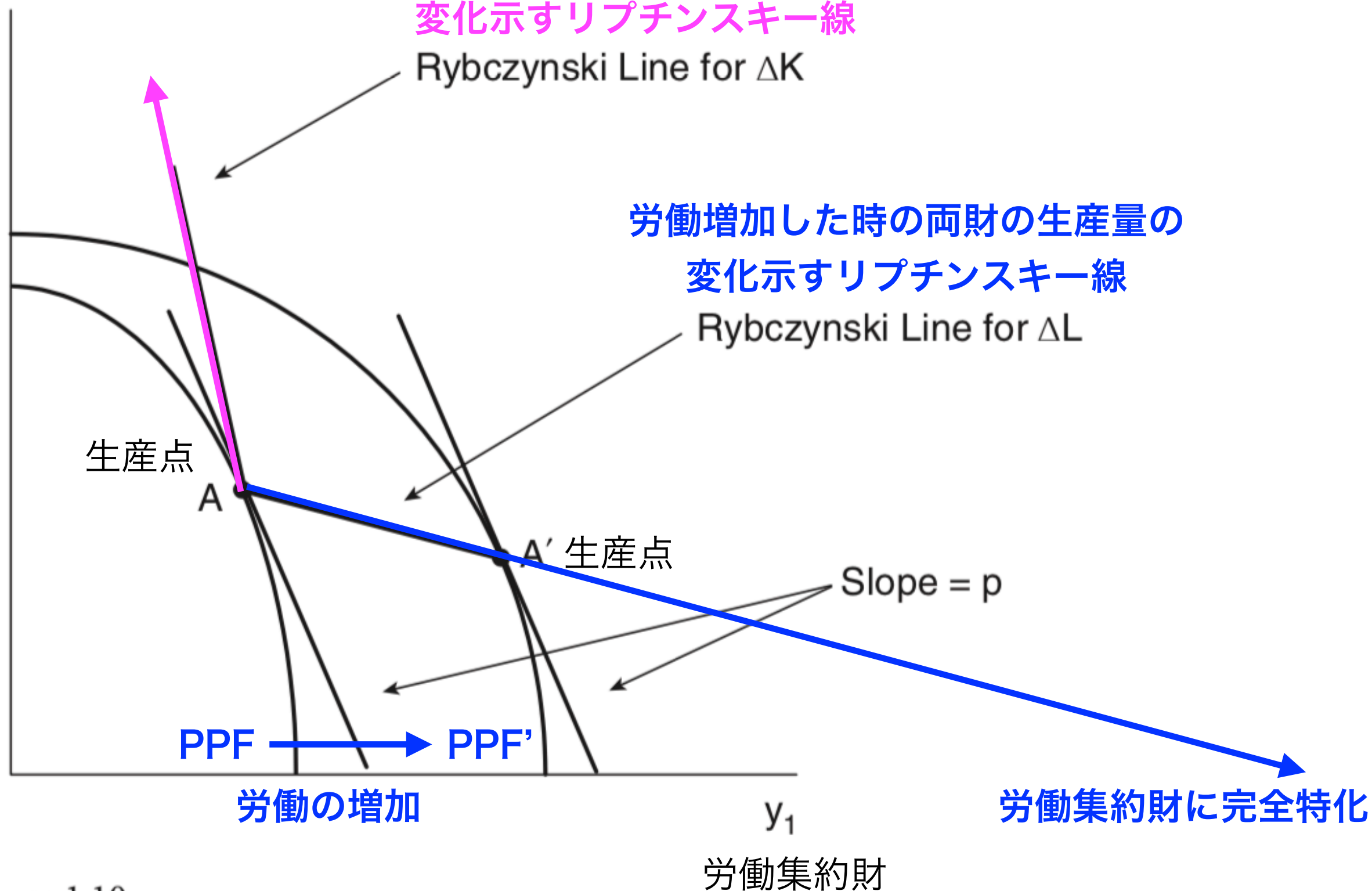
労働の増加

$y_1$

労働集約財

労働集約財に完全特化

Figure 1.10



# リプチンスキー線の傾き

- ・ リプチンスキー線が直線となることは、完全雇用条件を全微分することで示せる。
- ・ 資本は不変と仮定したので、計算が簡単な資本の完全雇用条件 ( $a_{1K}y_1 + a_{2K}y_2 = K$ ) を全微分して、以下を得る。

$$a_{1K}dy_1 + a_{2K}dy_2 = dK = 0$$

これより、 $\frac{dy_2}{dy_1} = -\frac{a_{1K}}{a_{2K}}$  (1.18) を得る。

この $-\frac{a_{1K}}{a_{2K}}$ が労働が増加した時のリプチンスキー線の傾きである。

## 第09回 要素価格均等化再訪

# FACTOR PRICE EQUALIZATION REVISITED

### Chapter 1 Preliminaries: Two-Sector Models

Feenstra, Robert C. (2015). Advanced International Trade: Theory and Evidence, 2nd edition, Princeton University Press.

田中 鮎夢

# 目的

両方の財が両方の国で生産されると仮定するのではなく、  
それぞれの国の要素賦存の結果としてこのことを導き出す。

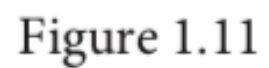
# 仮定

- 自国：労働豊富国
- 外国：資本豊富国

- $\frac{K}{L} < \frac{K^*}{L^*}$

- 要素集約度の逆転は生じない。

**“integrated world economy”**





- ・ 労働集約財の世界生産量  $= (a_{1L}, a_{1K})D_1^W$ 
  - ・ ここで、 $D_1^W$ は、労働集約財への世界の需要量
- ・ 資本集約財の世界生産量  $= (a_{2L}, a_{2K})D_2^W$ 
  - ・ ここで、 $D_2^W$ は、資本集約財への世界の需要量

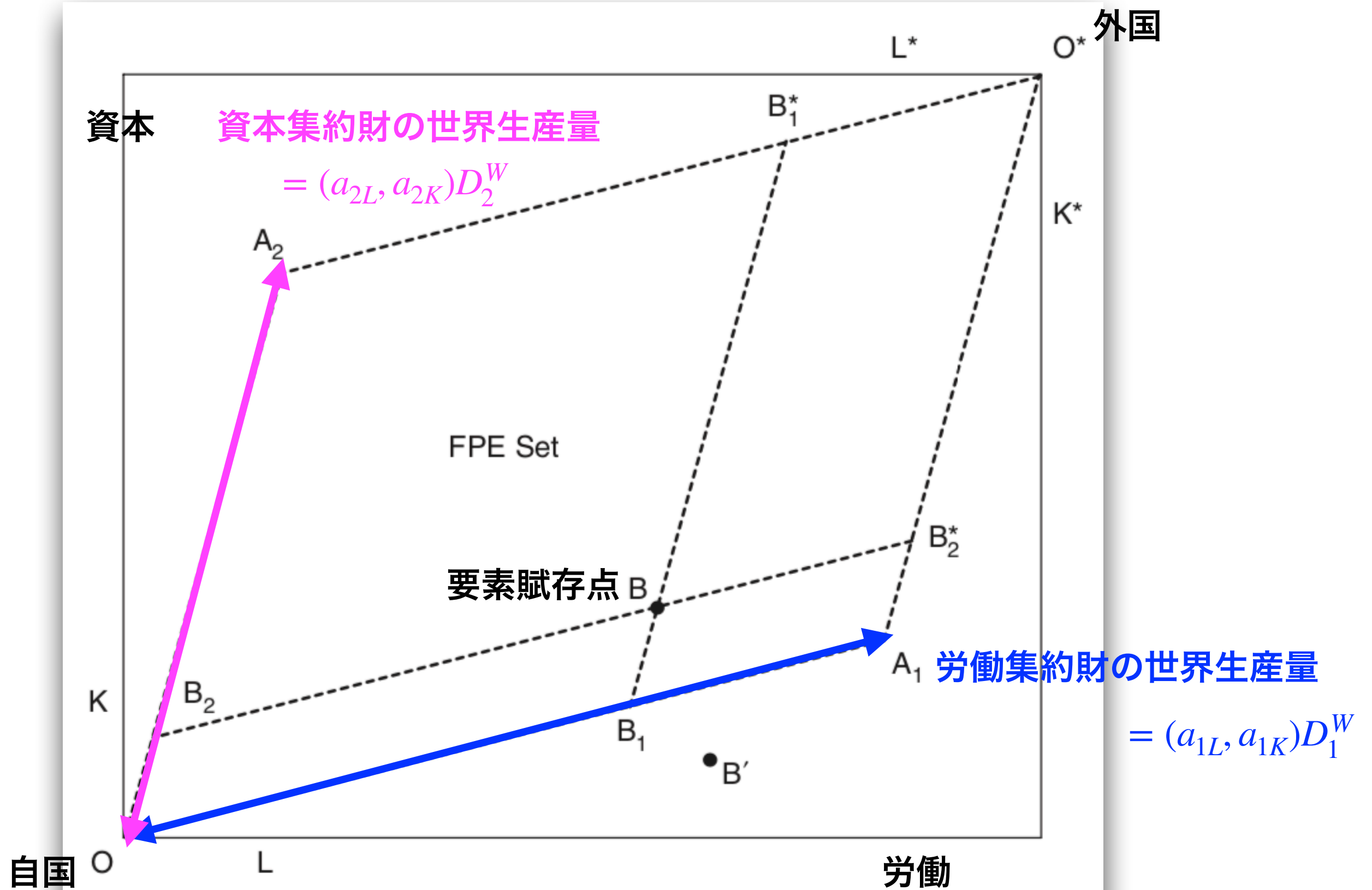


Figure 1.11

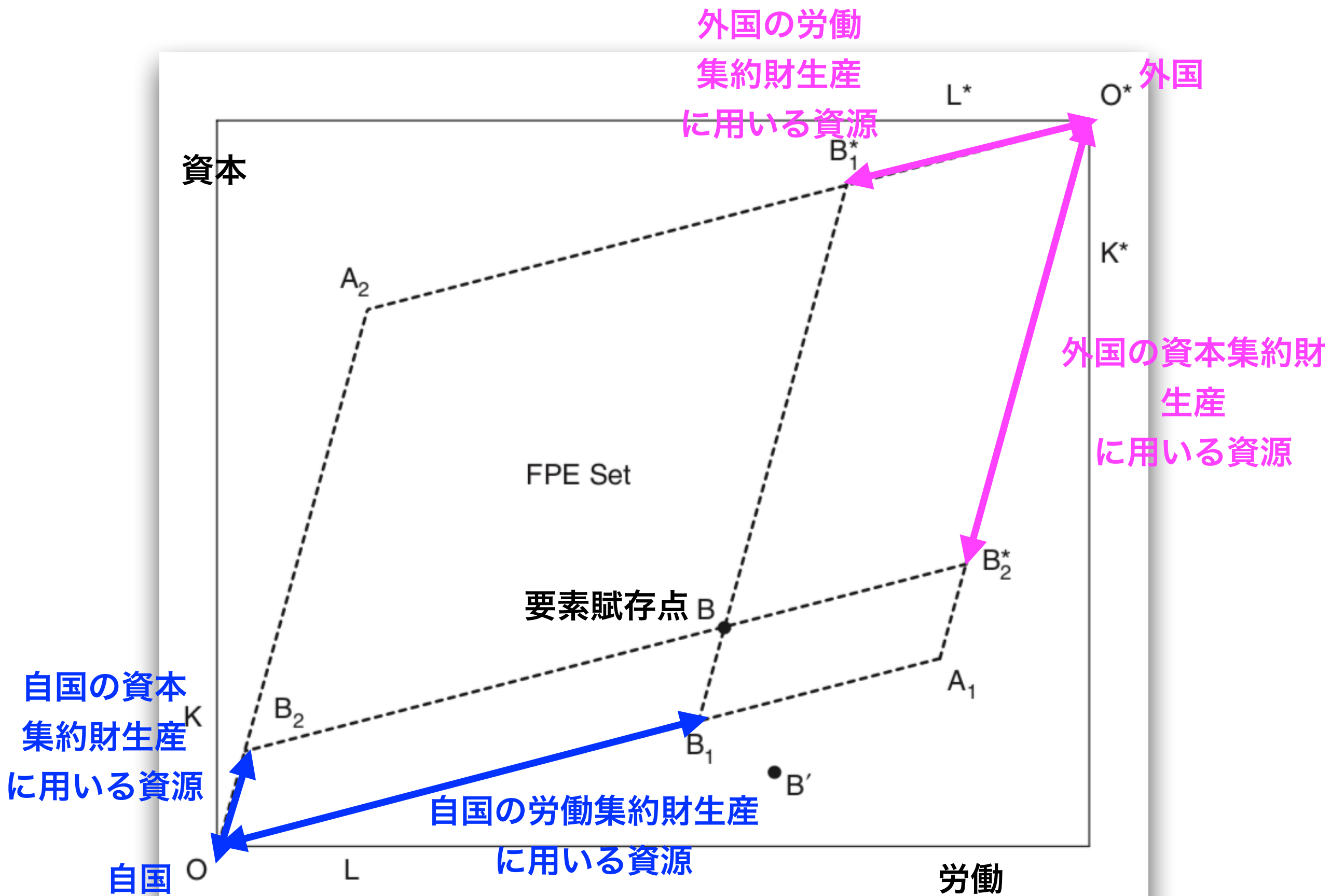


Figure 1.11

# 要素価格均等化集合

factor price equalization (FPE) set

平行四辺形 (parallelogram)  $OA_1O^*A_2$ の内部では、

両方の財が両方の国で生産され、

要素価格は均等化する。

しかし、その平行四辺形の外側（例 B'点）では、

片方の財しか生産されない国が存在し、

要素価格は均等化しない。



## 第10回 要素集約度逆転

### FACTOR INTENSITY REVERSALS

#### Chapter 1 Preliminaries: Two-Sector Models

Feenstra, Robert C. (2015). Advanced International Trade: Theory and Evidence, 2nd edition, Princeton University Press.

田中 鮎夢

# 複数解

- 要素集約度の逆転が起こるとき、ゼロ利潤条件の解（要素価格）が複数になる。
- では、それぞれの国でどの解（要素価格）になるのか。

# 要素集約度の逆転が起きないケース

勾配ベクトルの傾きは  
資本労働比率( $a_{iK}/a_{iL}$ )

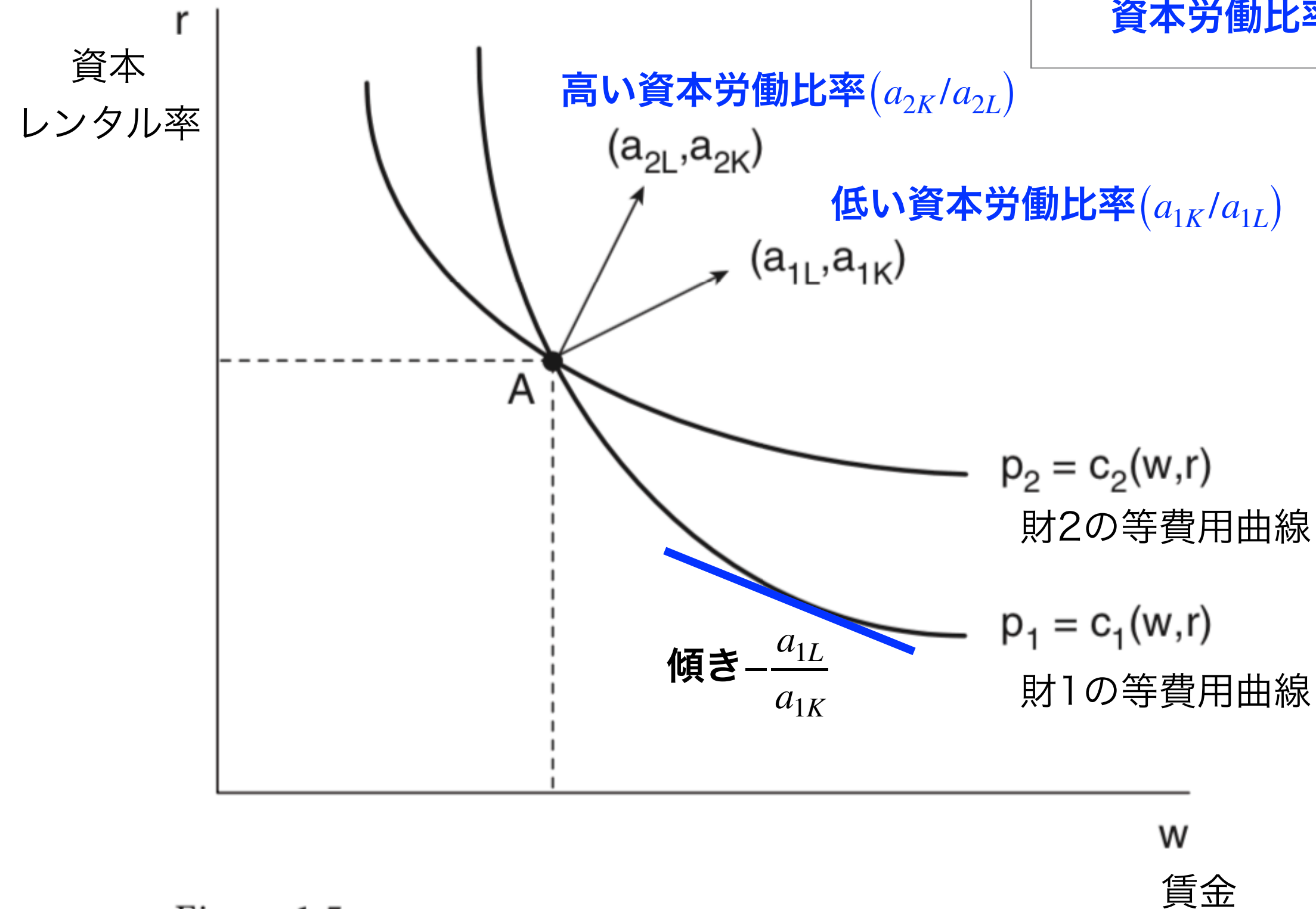


Figure 1.5



# 要素集約度の逆転が起きるケース

資本  
レンタル率  $r$

勾配ベクトルの傾きは  
資本労働比率  $(a_{iK}/a_{iL})$

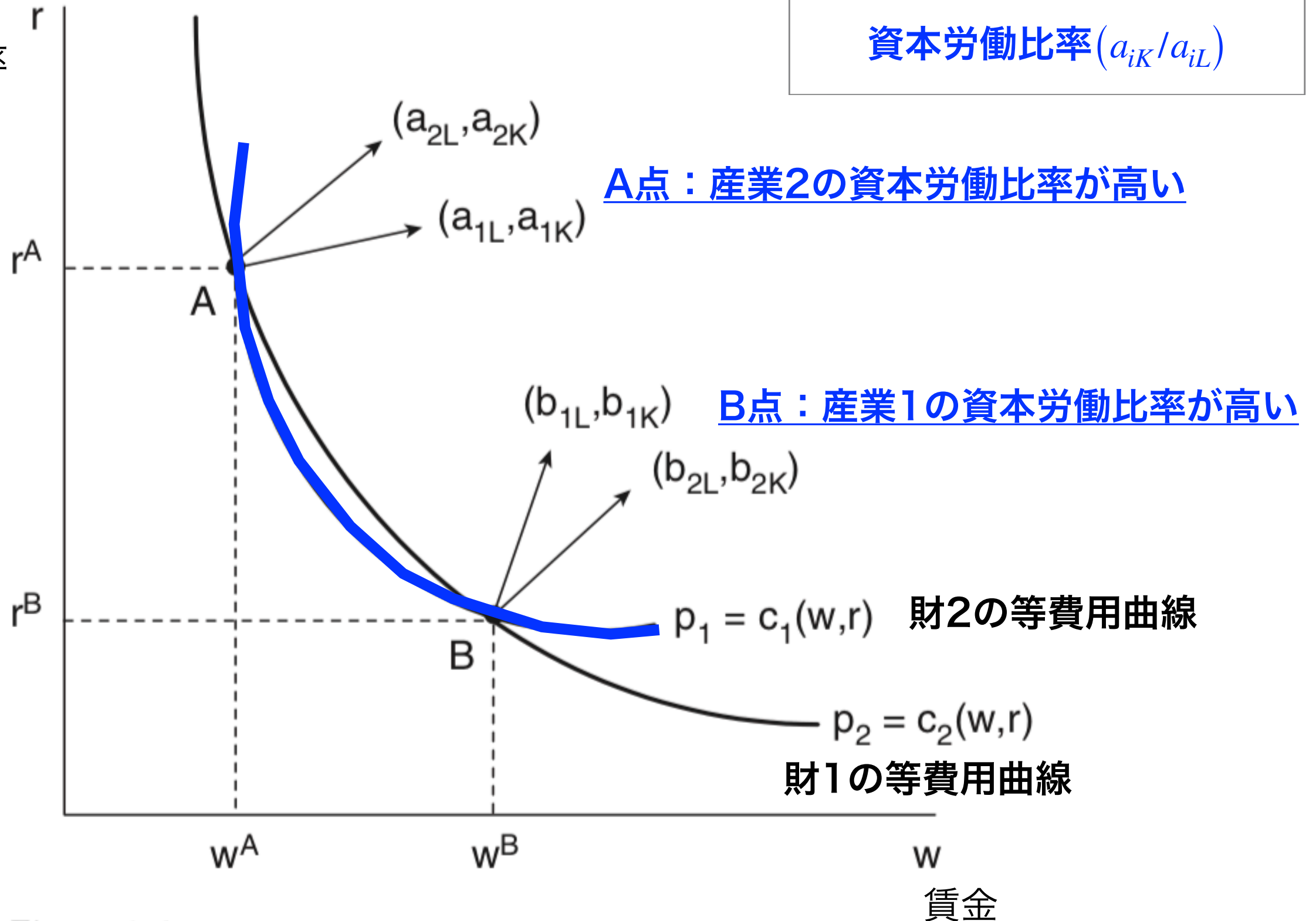


Figure 1.6

☆要素価格が異なると、財の要素集約度の比較が変わる!

# 要素集約度の逆転が起きるケース

勾配ベクトルの傾きは  
資本労働比率( $a_{iK}/a_{iL}$ )

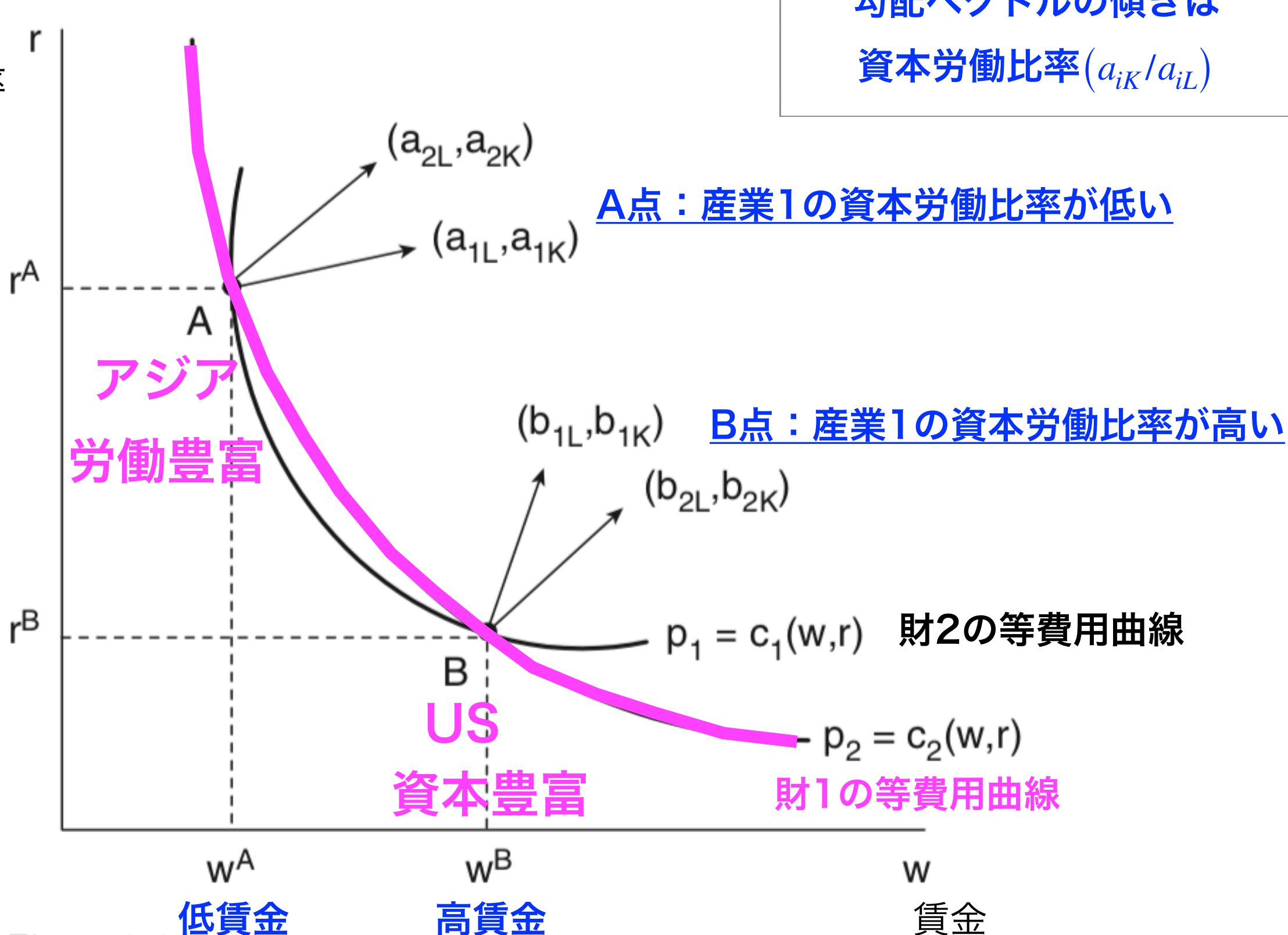


Figure 1.6

☆要素価格が異なると、財の要素集約度の比較が変わる!

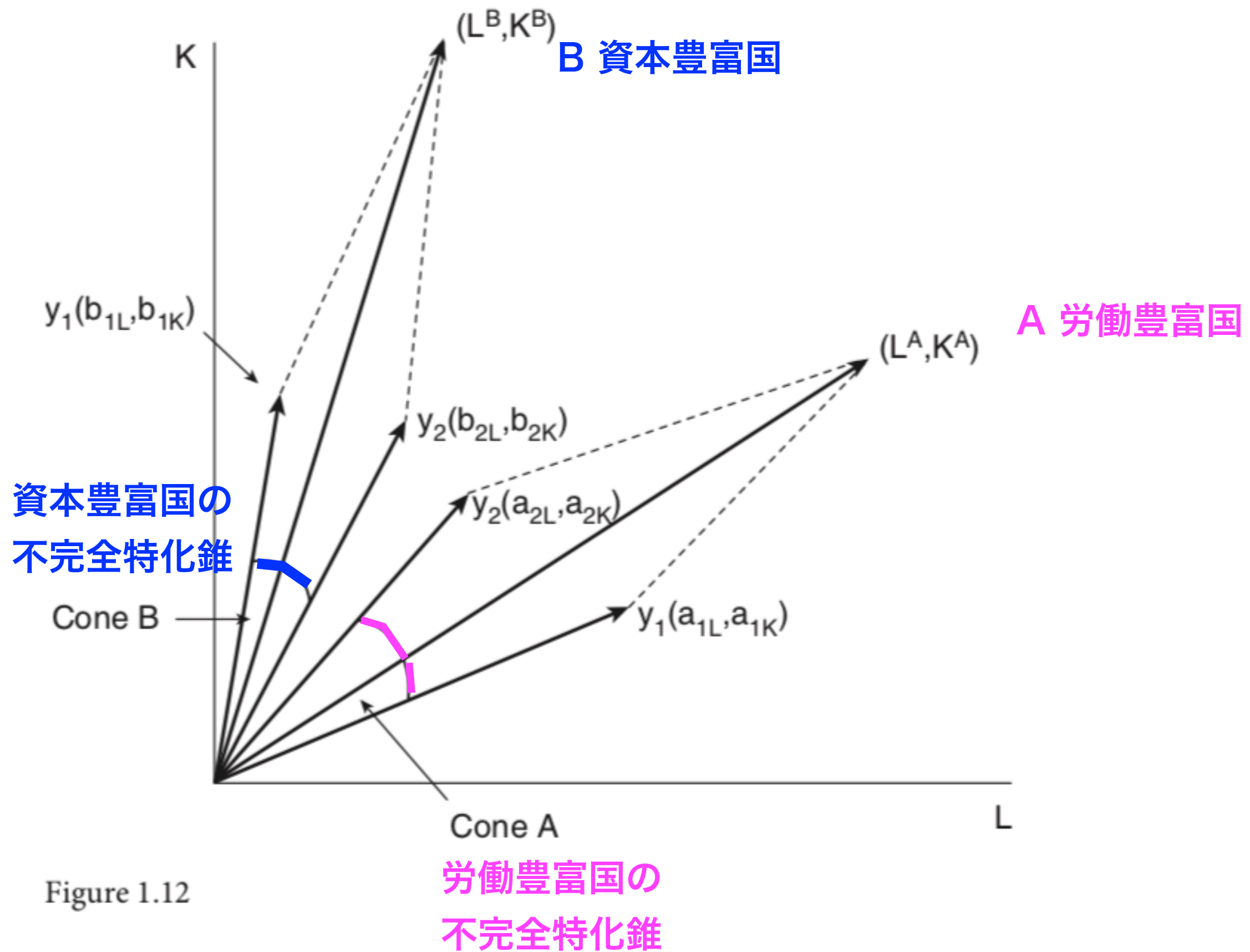


Figure 1.12

# 要素賦存と要素価格

- Figure 1.6とFigure 1.12より分かること
- 資本豊富国：資本レンタル率低。高賃金。
- 労働豊富国：資本レンタル率高。低賃金。
- 一→ 要素集約度の逆転があるとき、要素賦存に要素価格が左右される。(Factor prices depend on the endowments of the economy. )
  - 中国のような労働豊富国は低賃金になり、USのような資本豊富国は高賃金になる。

# 不完全特化錐と生産

- それぞれの不完全特化錐の中に要素賦存ベクトルがあれば、両方の財の生産行う。
- 不完全特化錐の外側に要素賦存ベクトルがあれば、片方の財の生産のみを行う。

# 多様な不完全特化錐

- 各国は実際に異なる不完全特化錐（different cones of diversification）において、生産していると多くの貿易経済学者は考えている。
- 異なる複数の不完全特化錐を考慮に入れることは、現在の研究課題の一つである。

# 第11回 結論 CONCLUSIONS

## Chapter 1 Preliminaries: Two-Sector Models

Feenstra, Robert C. (2015). Advanced International Trade: Theory and Evidence, 2nd edition, Princeton University Press.

田中 鮎夢

# 2 部門モデル

- 本章では、いくつかの 2 部門モデルを検討した。
  - リカード・モデル：1 要素モデル
  - the two-by-two model：2 財 2 要素モデル（要素は産業間の移動が自由）
- 他にも 2 部門モデルはある。
  - 例えば、第 3 の要素を加え、資本を各部門に特有のものと仮定し、労働のみが産業間で移動自由と仮定すれば、リカード＝ヴァイナー・モデルあるいは特殊要素モデルと呼ばれるもの（the Ricardo-Viner or “specific-factors” model）である。



# 本章の特徴

- 要素価格の双対決定が本章の特徴である。
  - Woodland (1977, 1982), Mussa (1979), and Dixit and Norman (1980)
- Samuelson (1949) はかなり異なる図表を用いた方法で要素価格均等化定理を証明している。
- Lerner (1952) diagram もよく使われている方法である。  
Lerner (1952) diagramでは、費用関数ではなく生産関数を用いる。本章では用いなかったが、Lerner (1952) diagramを補論で紹介する。

# 次章以降

- 本章は、本書の中でただ一つ実証的証拠を提示していない。
- より多くの国、より多くの財、より多くの要素を加えたモデルを次章以降で提示し、実証的証拠と突き合わせる。
- 第2章 より多くの国、より多くの財、より多くの要素を加えたモデル
- 第3章 多数財・多数要素モデルをより一般的に検討
- 第4章 中間財を考慮に入れ、財価格と賃金の関係を検討する。

## 第11回 補論：ラーナーの図表と要素価格

# APPENDIX: THE LERNER DIAGRAM AND FACTOR PRICES

## Chapter 1 Preliminaries: Two-Sector Models

Feenstra, Robert C. (2015). Advanced International Trade: Theory and Evidence, 2nd edition,

田中 鮎夢

# The Lerner (1952) diagram

- 完全競争・収穫一定の時、「収入=費用」となる。
- 収入=1となる特別な等量曲線 (isoquant) を考える。

$$p_i y_i = 1 \text{ より、 } y_i = f_i(L_i, K_i) = \frac{1}{p_i} \quad \text{ (等量曲線)}$$

$$\text{「収入=費用」より} \quad \Rightarrow wL_i + rK_i = 1 \quad \text{ (等費用線)}$$

# ラーナー・ダイアグラム

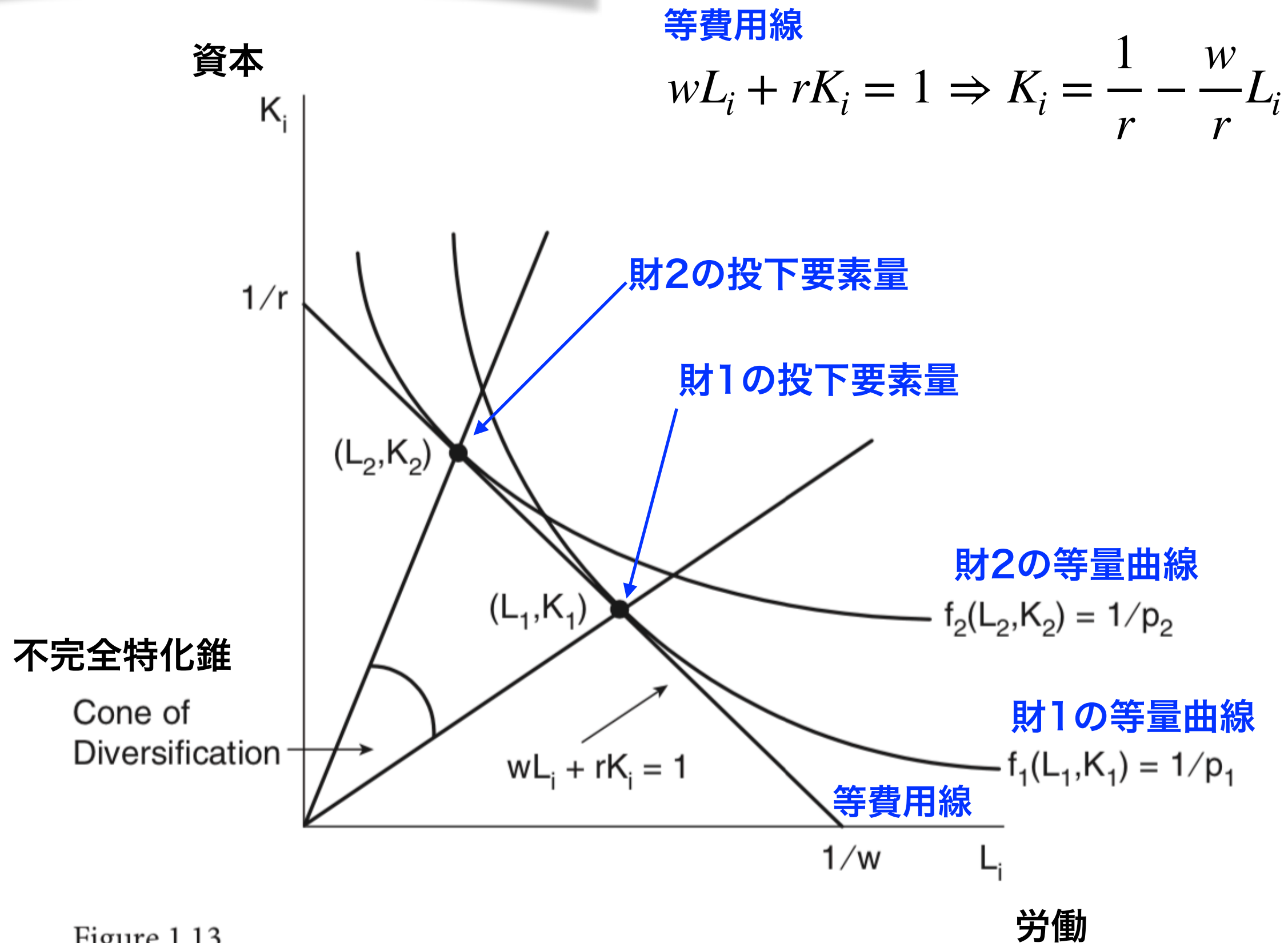


Figure 1.13

# 不完全特化錐

- 費用最小化から、等量曲線  $y_i = f_i(L_i, K_i) = \frac{1}{p_i}$  と等費用線  $K_i = \frac{1}{r} - \frac{w}{r}L_i$  は接するはずである。
- その「接点」と原点を結ぶことで、**不完全特化錐**が得られる。

# 均衡要素価格

- さらに、等費用線が横軸と縦軸に交わる点 $(\frac{1}{w}, 0), (0, \frac{1}{r})$ を計算することで、要素価格 $(w, r)$ も決定できる。
- 要素賦存ベクトルが**不完全特化錐**の間に位置するならば、この均衡要素価格は要素賦存量にかかわらず決まる。これは、双対アプローチによらない、the “factor price insensitivity” lemma の別証明である。

# 要素価格均等化

- もし、2国が同じ技術を持っており、自由貿易を通じて財価格が等しくなるならば、図1.13は2国間で同じになる。
- 結果として、要素価格は2国間で均等化する（要素価格均等化）。



# 要素集約度逆転

- 財1と財2の等量曲線が2度交わる。
- 等費用線が2つ生じる。2つの等量曲線とともに接する。
- **不完全特化錐**が2つ生じる。

# ラーナー・ダイアグラム（要素集約度逆転のケース）

- 財1と財2の等量曲線が2度交わる。

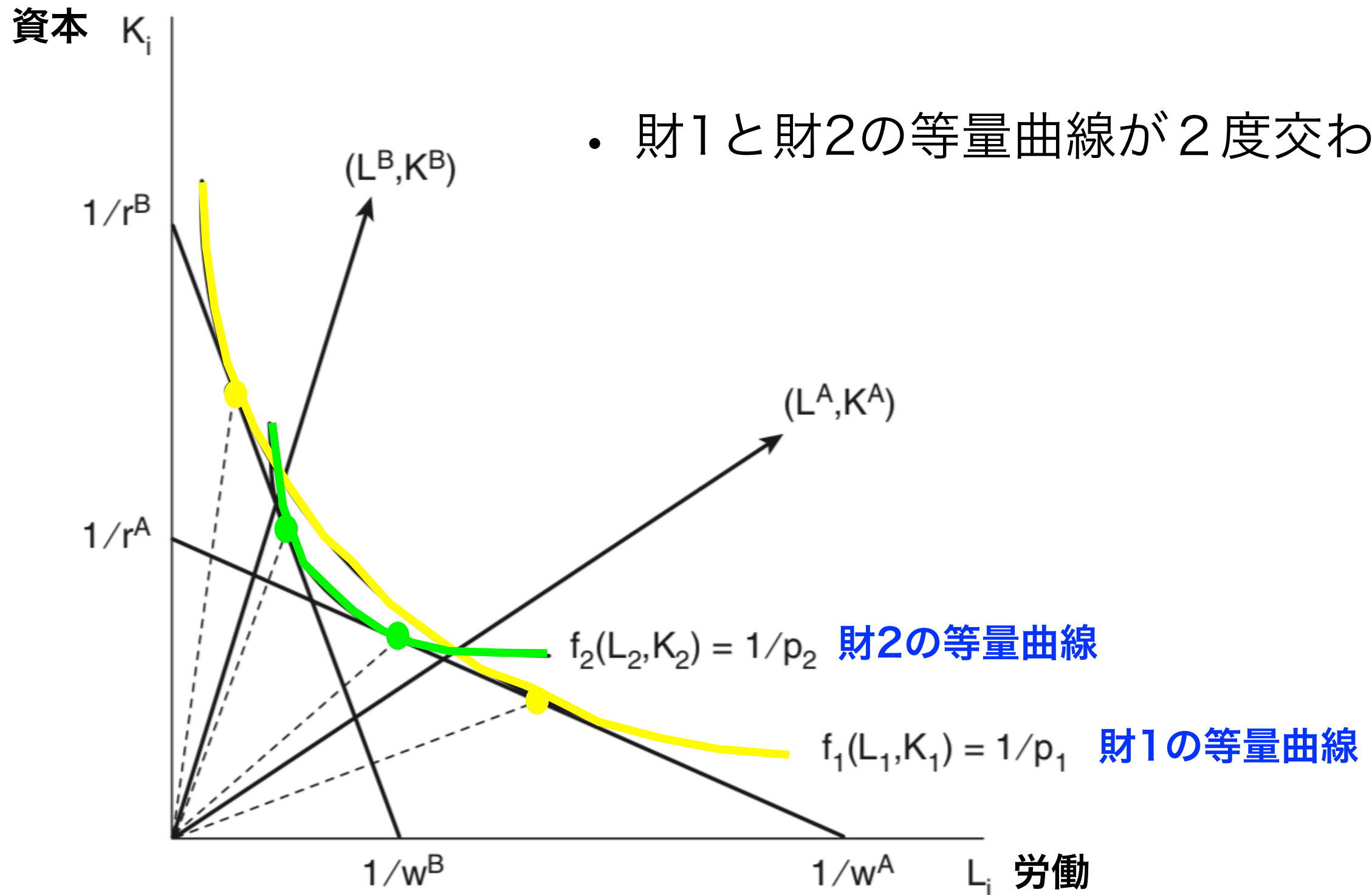


Figure 1.14

# ラーナー・ダイアグラム（要素集約度逆転のケース）

- 等費用線が2つ生じる。
- 等費用線が2つの等量曲線と接する。

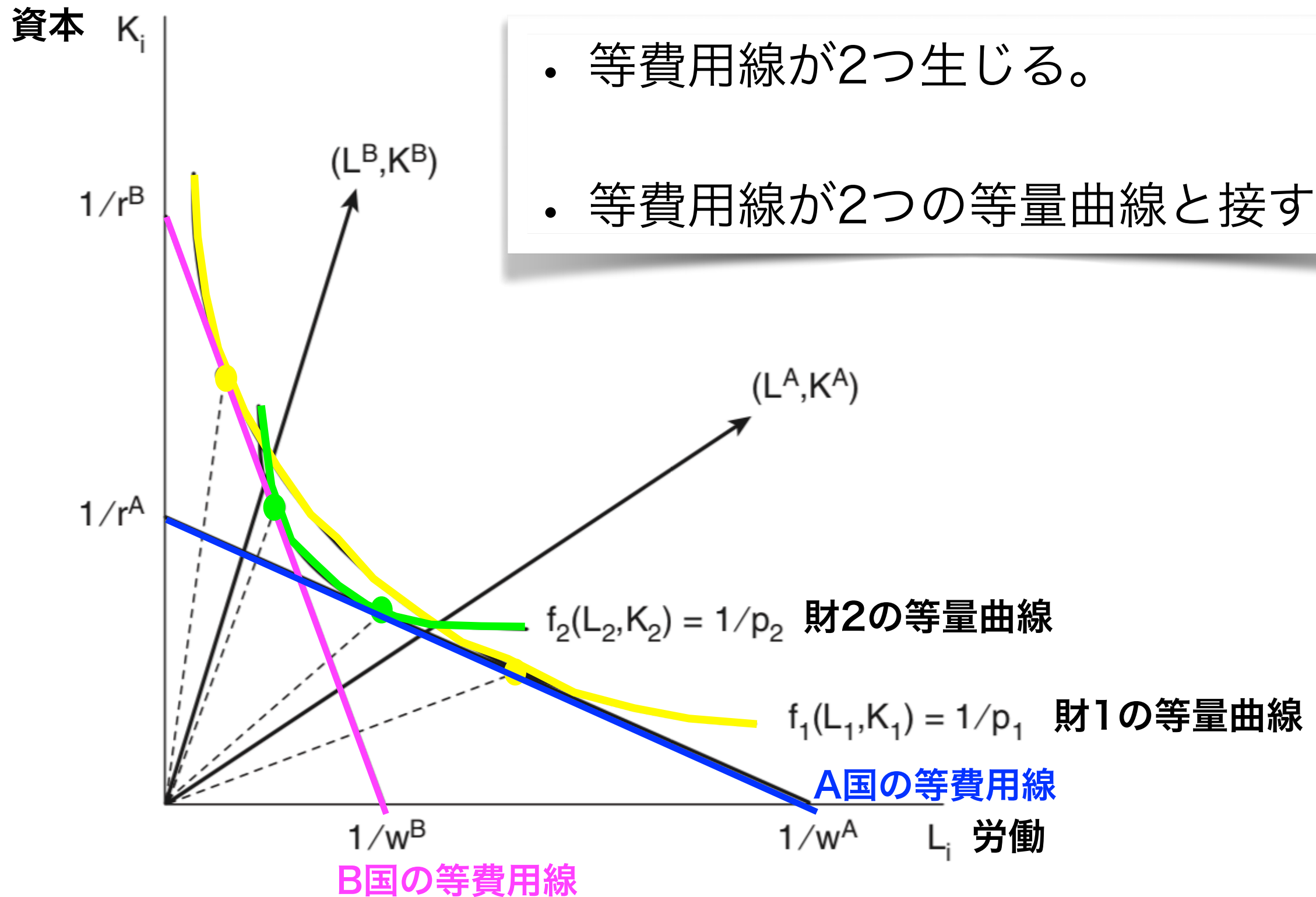


Figure 1.14

# ラーナー・ダイアグラム（要素集約度逆転のケース）

不完全特化錐が2つ生じる。

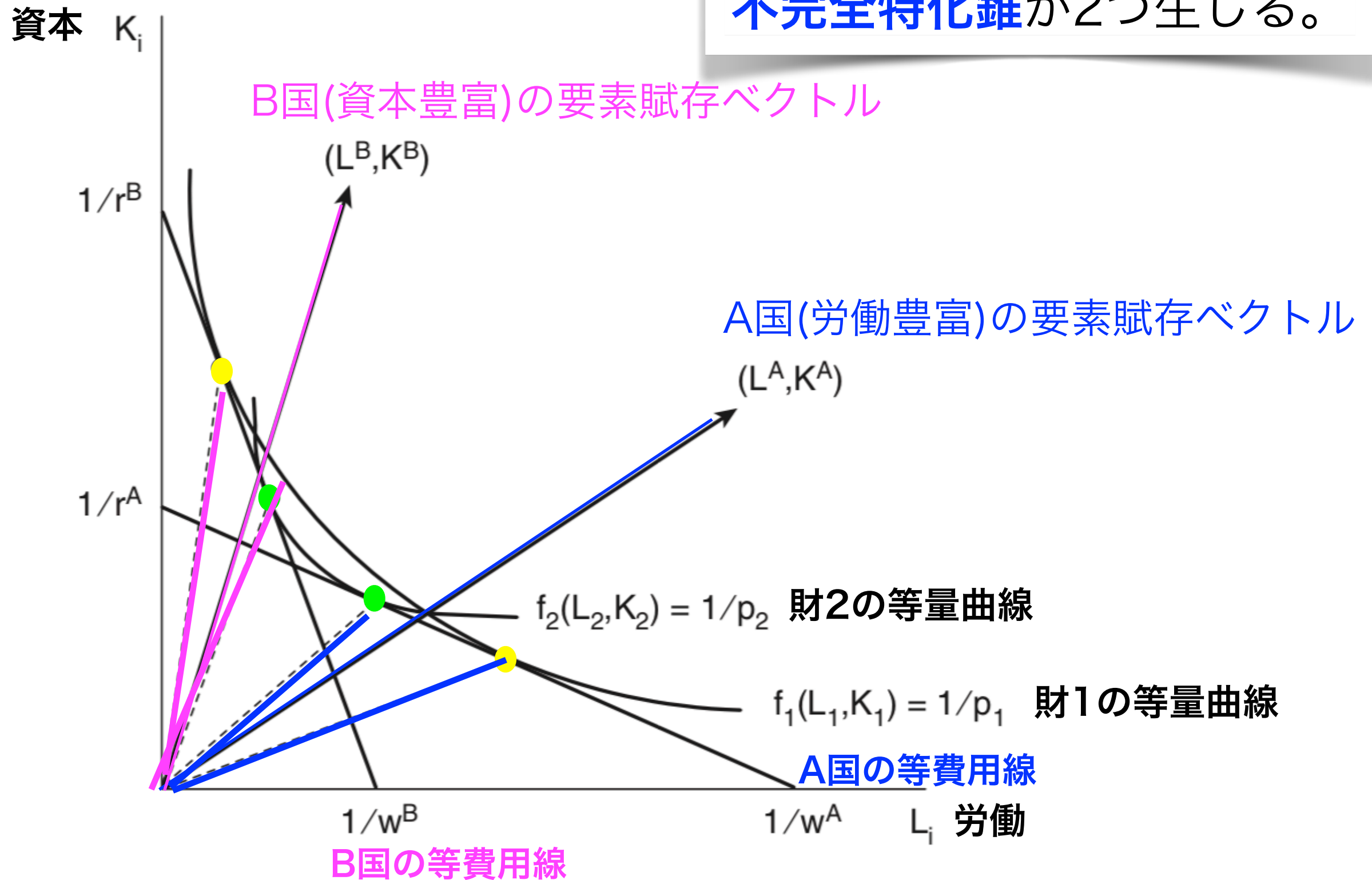


Figure 1.14

# ラーナー・ダイアグラム (要素集約度逆転のケース)

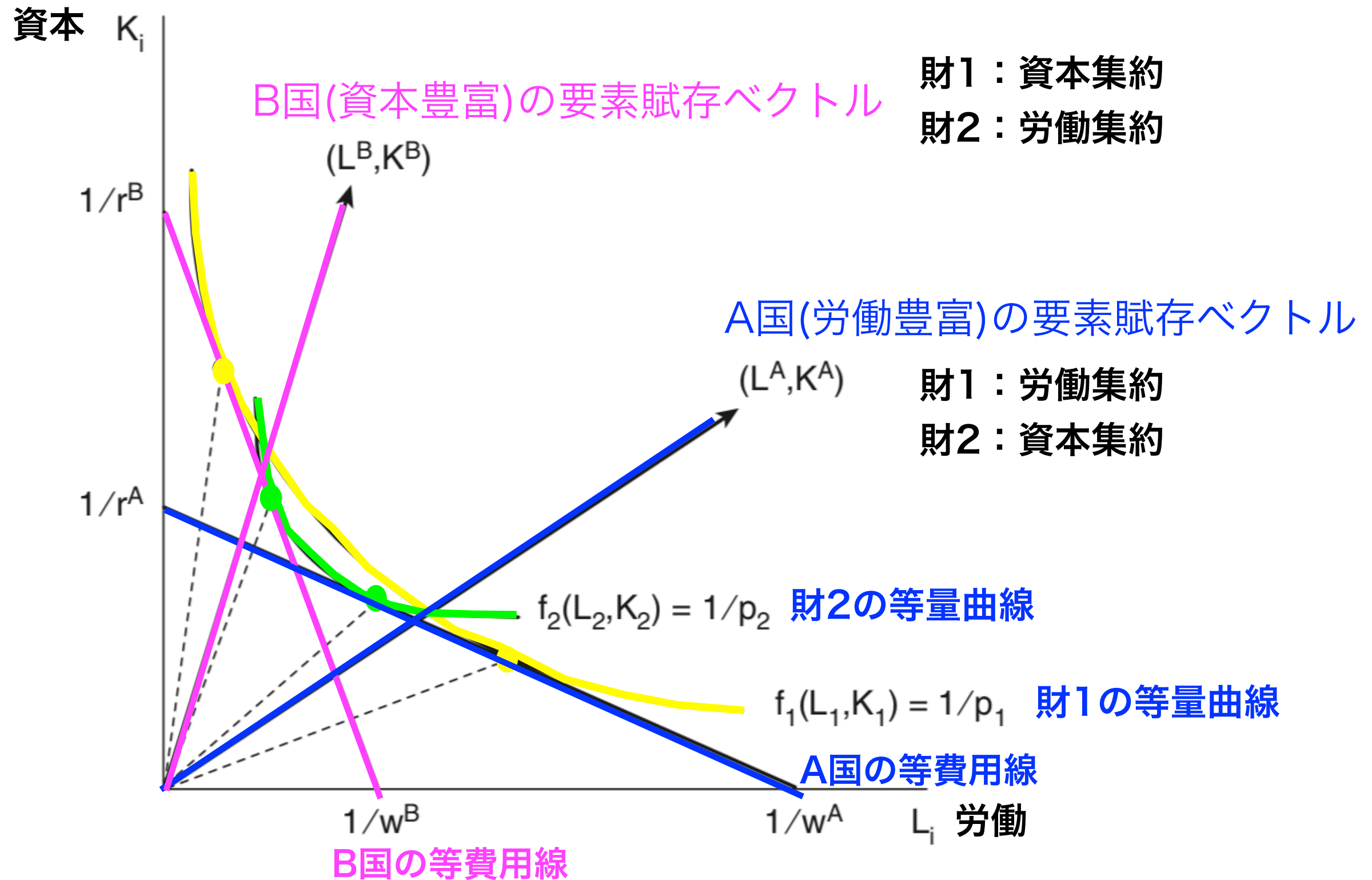


Figure 1.14

# 均衡要素価格

## (要素集約度逆転あり)

- さらに、等費用線が横軸と縦軸に交わる点 $(\frac{1}{w}, 0), (0, \frac{1}{r})$ を計算することで、要素価格 $(w, r)$ も決定できる。
- 資本豊富国( $\frac{K_B}{L_B}$ 大)：レンタル率  $(r_B)$  小、賃金  $(w_B)$  大
- 労働豊富国( $\frac{K_A}{L_A}$ 小)：レンタル率  $(r_A)$  大、賃金  $(w_A)$  小

# 要素集約度の逆転の背景

- 2つの財の等量曲線が2度交わり、要素集約度の逆転が起こるか否かは、各産業における労働と資本の代替の弾力性に依存する。
  - 仮に、単純化のため、各産業が代替の弾力性が一定の生産関数（constant elasticity of substitution production function）を持つとする。
  - この時、産業間で代替の弾力性が等しければ、等量曲線が2度交わることはあり得ない。
  - もし、産業間で代替の弾力性が異なれば、等量曲線が2度交わることはあり得る。こういうことは現実では十分起こりうる。