

Chapter 8 Bayesian Learning:

Part 2

Bayesian Belief Network

Associate Professor Yachai Limpiyakorn, Ph.D.

2110773-8 2/2567

1

สูตรพื้นฐานเกี่ยวกับ
ความน่าจะเป็น

- ◆ **Product Rule:** ความน่าจะเป็นที่สองเหตุการณ์ A และ B จะเกิดพร้อมกัน

$$P(A \wedge B) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$$

- ◆ **Sum Rule:** ความน่าจะเป็นที่เหตุการณ์ A หรือ B จะเกิด

$$P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$$

- ◆ **Theorem of total probability:** ถ้าเหตุการณ์ A_1, \dots, A_n ไม่เกิดร่วมกัน และ

$$\sum_{i=1}^n P(A_i) = 1 \text{ แล้ว } P(B) = \sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)$$

- ◆ **Chain Rule:** ถ้า A_1, A_2, \dots, A_n เป็น n เหตุการณ์

$$P(A_1, A_2, \dots, A_n) = \prod_{i=1}^n P(A_i | A_{i-1}, \dots, A_1)$$

2110773-8 2/2567

2

Challenge of Probabilistic Modeling

- Probabilistic models can define relationships between variables and be used to calculate probabilities.
- However, probabilistic models can be challenging to design and use.
- Fully conditional models may require an enormous amount of data to cover all possible cases, and probabilities may be intractable to calculate in practice.
- To address this challenge, Naïve Bayes classification assumes that all random variables in the model are conditionally independent.
- This is a drastic assumption, although it proves useful in practice.

2110773-8 2/2567

3

Bayesian Belief Network –BBN

- Bayes Net provides an intermediate approach between a fully conditional model and a fully conditionally independent model.
- An alternative is to develop a model that preserves known conditional dependence between random variables and conditional independence in all other cases.
- Bayesian networks are a probabilistic graphical model that explicitly capture the known conditional dependence with directed edges in a graph model. All missing connections define the conditional independencies in the model.
- “A Bayesian belief network describes the joint probability distribution for a set of variables.”

2110773-8 2/2567

4

Probabilistic Graphical Models (PGM)



A probabilistic graphical model (PGM), or simply “graphical model”, is a way of representing a probabilistic model with a graph structure.



A graph comprises nodes or vertices, connected by links (also called edges or arcs). In PGM, each node represents a random variable (or group of random variables), and the links express probabilistic relationships between these variables.



The Hidden Markov Model (HMM) is a graphical model where the edges of the graph are undirected, meaning the graph contains cycles.



Bayesian Networks are more restrictive, where the edges of the graph are directed, i.e., cycles are not possible, and generally referred to as a directed acyclic graph (DAG).

2110773-8 2/2567

5

Conditional Independence

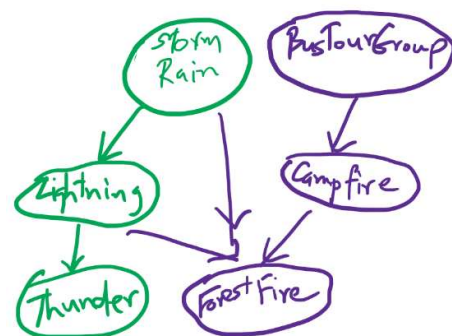
- ข่ายงานความเชื่อเบส หรือเรียกสั้น ๆ ว่า ข่ายงานเบส (Bayes Net) อธิบายความไม่ขึ้นต่อกันอย่างมีเงื่อนไข (Conditional Independence) ระหว่างเซตย่อยของคุณลักษณะหรือตัวแปร โดยใช้แผนภาพ DAG (Directed Acyclic Graph) และเซตของตารางความน่าจะเป็นอย่างมีเงื่อนไข (Conditional Probability Table – CPT)

- นิยาม : X is conditionally independence of Y given Z if the probability distribution governing X is independent of the value of Y given the value of Z

$$\text{จะได้ว่า } P(X | Y, Z) = P(X | Z)$$

- ตัวอย่าง: Thunder is conditionally independent of Rain, given Lightning จะได้ว่า

$$P(\text{Thunder} | \text{Rain}, \text{Lightning}) = P(\text{Thunder} | \text{Lightning})$$

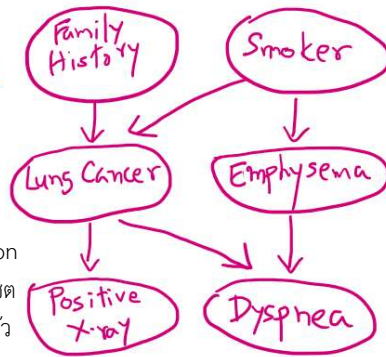


2110773-8 2/2567

6

	FH,S	FH,~S	~FH,S	~FH,~S
LC	0.8	0.5	0.7	0.1
~LC	0.2	0.5	0.3	0.9

BBN แสดง joint probability distribution ระหว่างตัวแปร ด้วยแผนภาพ DAG และเซตของ CPT โดย CPT สำหรับตัวแปรแต่ละตัว จะแสดงการกระจายความน่าจะเป็น (probability distribution) ของตัวแปรนั้น เมื่อรู้โหนดพ่อแม่โดยตรง อ้างอิงจากความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร แสดงโดย DAG และ ความน่าจะเป็นใน CPT



$$P(y_1, \dots, y_n) = \prod_{i=1}^n P(y_i | \text{Parents}(Y_i))$$

DAG แสดงความสัมพันธ์แบบเป็นเหตุเป็นผล (causality) ระหว่างคุณลักษณะของข้อมูล แต่ละโหนดแทนคุณลักษณะของข้อมูล เส้นเชื่อมระหว่างโหนด (arc) แสดงความจริง (assertion) ของความไม่ขึ้นต่อกัน อย่างมีเงื่อนไขระหว่างตัวแปรหนึ่งๆกับโหนดที่ไม่ใช่ลูกหลาน (nondescendants) เมื่อรู้โหนดพ่อแม่ (parents) โดยตรง จากความจริงดังกล่าว สามารถคำนวณ ความน่าจะเป็นร่วมของตัวแปร/คุณลักษณะ เมื่อทราบโหนดพ่อแม่ได้ง่ายขึ้น ตามสมการด้านล่าง

DAG & CPT

BBN Inferences

Models can be prepared by experts or learned from data, then used for inference to estimate the probabilities for causal or subsequent events.

Two types of inferences:

การอนุมานจากเหตุ
(Causal Reasoning)

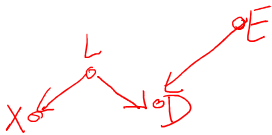
การอนุมานจากผล
(Diagnosis Reasoning)

- ความน่าจะเป็นของ Dyspnea เมื่อรู้ Emphysema

$$P(D/E) =$$

Causal Reasoning

การอนุมานจากเหตุ



2110773-8 2/2567

9

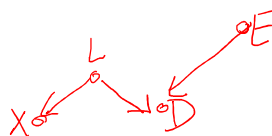
- ความน่าจะเป็นที่ไม่เป็น Lungcancer เมื่อรู้ Dyspnea

$$P(\sim L / \sim D) =$$

Diagnosis Reasoning

การอนุมานจากผล

(ใช้ผลหรืออาการเพื่อหาสาเหตุ)



2110773-8 2/2567

10