01.06.2021

Scattering Sayısı:

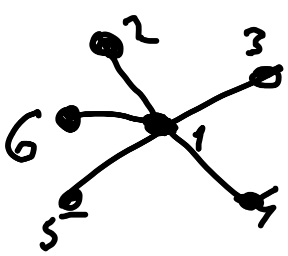
G bir graf ve *G* nin herhangi bir alt kümesi *S* kesim küme olsun. *G-S* grafındaki kalan bileşen sayısı, ω(G-S) olmak üzere *G* grafının scattering sayısı,

$$sc(G) = \underset{sc_{\omega}(G)}{max}\{\omega(G\text{-}S) - |S| : S \subseteq V(G) \text{ ve } \omega(G\text{-}S) > 1\}$$

şeklinde tanımlanır.

S, kesim küme

Örnek:



kesim küme değil

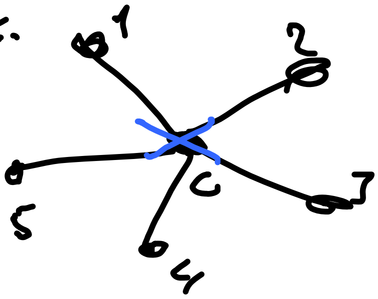
S	$w(G-S)$	$\|S\|$	$sc(G)$ = max $w(G-S) - \|S\|$
{1}	5	1	4
{2}	1	1	X
{1,2}	4	2	2
{2,3}	1	2	X
{1,2,3}	3	3	0
⋮			

$$\boxed{sc(K_{1,5}) = 4}$$

(a) m)

$sc(K_{1,n}) = ?$

1 tane



$\rightarrow$ n parça!!

$w(G-S) = n$

$|S| = 1$

$$\boxed{sc(K_{1,n}) = n-1}$$

$sc(K_{1,5}) = 4$

$\downarrow$

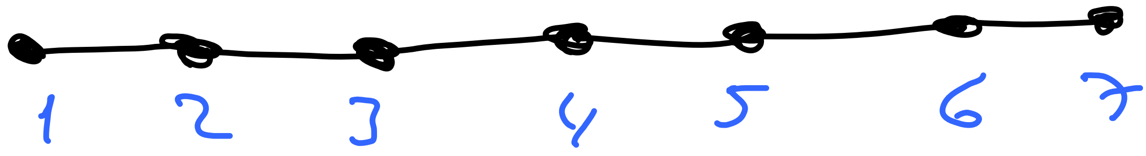
$\underline{n=5}$

~~O(n)~~

$sc(G) = \max\{w(G-S) - |S| \,,\, w(G-S) > 1\}$

kesim küme

$sc(P_7) = ?$



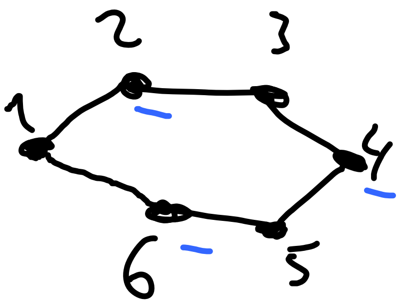
S	$w(G-S)$	$\|S\|$	$w(G-S) - \|S\|$
$\{1\}$	1	1	kesim kümesi değildir
$\{2\}$	2	1	1
$\{3\}$	2	1	1^*
$\{2,3\}$	2	2	0
$\{2,4\}$	3	2	1

$\boxed{sc(P_7) = 1} \Rightarrow \boxed{sc(P_n) = 1}$

Bir yol grafta $\underline{r}$ tepe zarar görürse geriye en fazla $\underline{r+1}$ parça kalır.

$sc(C_6) = ?$

$sc(C_n) = ?$



$\underline{\underline{0}}$

* Bir C_n grafında r tane tepe zarar görürse geriye en fazla r tane parça kalır.

Çalışma Sorusu:

$sc(W_{1,6}) = ?$ tekerlek graf

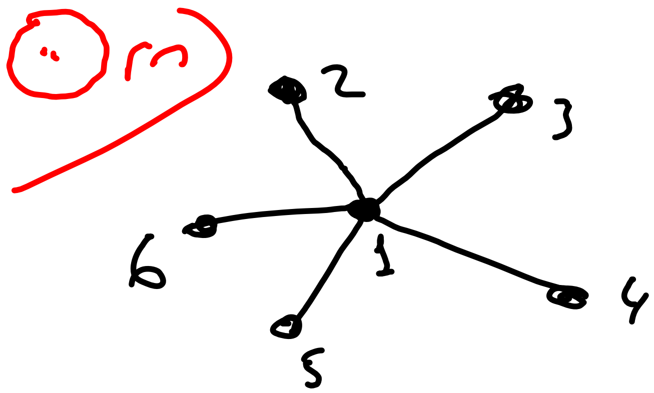
$sc(K_{2,5}) = ?$ iki parçalı tam graf

Tanım: Bir G çizgesi için ***parçalanma derecesi (rupture degree)***: $S \subseteq V$ olsun. $w(G\text{-}S)$, $G\text{-}S$ çizgesinin bileşen sayısı ve $m(G-S)$, $G\text{-}S$ çizgesindeki en büyük bileşenin tepe sayısı olmak üzere, bir çizgesinin dayanıklılık sayısı aşağıdaki biçimde tanımlıdır:

scattering geriye kalan en büyük bileşenin tepe sayısı

$$r(G) = \max_{S \subset V(G)} \left\{ w(G-S) - |S| - m(G-S) \mid w(G-S) \geq 1 \right\}.$$

S'ler kesim küme olmalıdır.



$r(K_{1,5}) = ?$

$K_{1,5}$ graf

MAX

S	$w(G-S)$	$m(G-S)$	$\|S\|$	$(G-S)\ w - \|S\| - m\ (G-S)$
$\{1\}$	5	1	1	3 *
$\{2\}$	1 graf parçalanmaz	5	1	X kesim küme değil

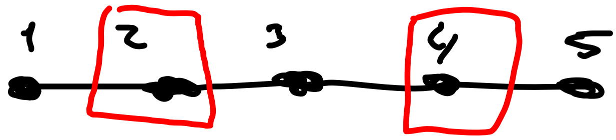
$\{1,2\}$	4	1	2	1
$\{1,2,3\}$	3	1	3	-1
		$\vdots$		

$$\boxed{r(K_{1,5}) = 3}$$

$$\boxed{r(\underbrace{K_{1,n}}_{n+1 \text{ tepe}}) = ? \qquad n-2}$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} r(P_5) = ? & r(P_n) = ? \\ r(P_6) = ? & \end{array}}$$

P_5



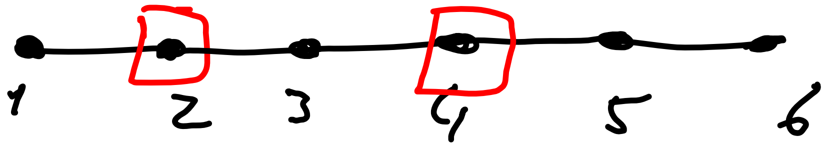
$\max\{w - |S| - m\}$

MAX

S	$w(G-S)$	$m(G-S)$	$\lvert S \rvert$	$w - \lvert S \rvert - m$
$\{2\}$	2	3	1	-2
$\{2,3\}$	2	2	2	-2
$\{2,4\}$	3	1	2	$*0$

$$\boxed{r(P_5) = 0}$$

$\underline{P_6:}$



S	$w(G-S)$	$m(G-S)$	$\lvert S \rvert$	MAX $w-\lvert S\rvert-m$
$\{2\}$	2	4	1	-3
$\{3\}$	2	3	1	-2
$\{2,3\}$	2	3	2	-3
$\{2,4\}$	3	2	2	MAX -1
$\{2,5\}$	3	2	2	-1
$\{2,4,5\}$	3	1	3	-1

$$\boxed{r(P_6) = -1}$$

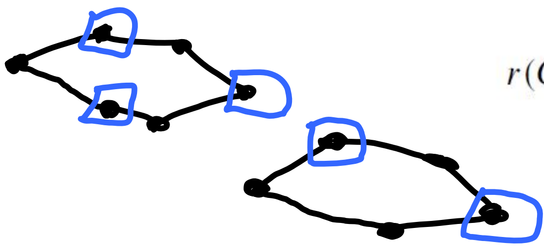
THEOREM *The rupture degree of the path P_n $(n \geq 3)$ is*

$$r(P_n) = \begin{cases} -1 & \text{if } n \text{ is even} \\ 0 & \text{if } n \text{ is odd.} \end{cases}$$

→ çift

→ tek

THEOREM 2 *The rupture degree of the cycle C_n is*



$$r(C_n) = \begin{cases} -1 & \text{if } n \text{ is even} \\ -2 & \text{if } n \text{ is odd.} \end{cases}$$

→ çift

→ tek

r tepe tepe görürse r tane bileşen olur.

THEOREM *The rupture degree of the star $K_{1,n-1}$ $(n \geq 3)$ is $n-3$.*

n tepe

$r(K_{1,5}) = ?$

$n-1=5$

$n=6$

$n-3 \Rightarrow r(K_{1,5}) = 3$

n çift

C_n'nin ispatı: X bir kesim kümesi olsun.

$|X| = x$.

Eğer $x \leq \frac{n}{2}$, $w(C_n - X) \leq x$

indirgeyerek gösterdik.

$m(C_n - x) \geq \left\lceil \frac{n - x}{x} \right\rceil \qquad \left(\frac{n - |S|}{w(G - S)} \right)$

Şu andan

$w(C_n - x) - |x| - m(C_n - x) \leq -\left\lceil \frac{n-x}{x} \right\rceil \leq -1$

$\boxed{r(C_n) \leq -1}$

$x \geq \frac{n}{2}$

$\boxed{r(C_n) \geq -1}$? ispatlamalıyız.

x^*, C_n'nin bir kesim kümesi olsun.

mesela $|x^*| = \frac{n}{2}$, $w(C_n - x^*) = \frac{n}{2}$

$m(C_n - x^*) = 1$ * tek sayı olursa.

$w - |x^*| - m \geq \frac{n}{2} - \frac{n}{2} - 1 = -1$

$\cancel{\boxed{r(C_n) \geq -1}}$

<u>Sonra olacaki</u>

$r(C_n) \leq -1$

$r(C_n) \geq -1$

$\boxed{r(C_n) = -1}$

n çift ise

— o — o — o —

n tek ise aynı biçimde gerçekleşiyor.

* NP-sınıfındadır.

integrity, toughness, tenacity,

scattering number, rupture degree

sezgisel algoritmalar

polinom zamanda çözüm yok.

Connectivity polinom zamanda çözülür.