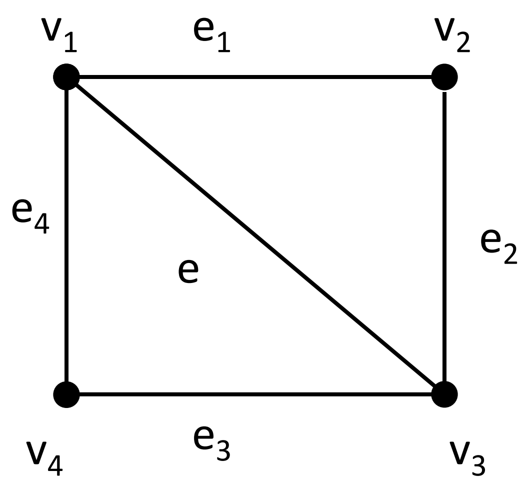
BİLGİSAYAR BİLİMLERİNDE GÜNCEL KONULAR II

Hafta 4_Ders2

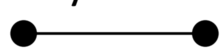
Contraction (Büzülme) işlemi:

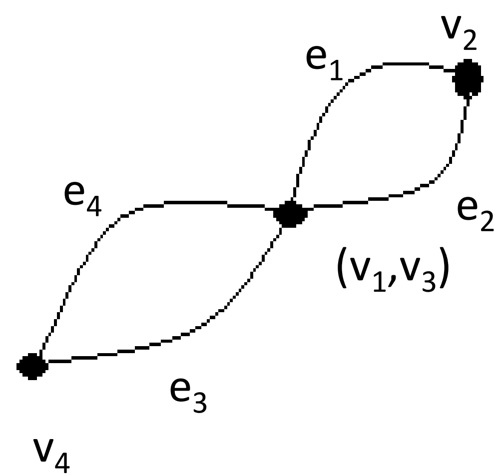
Bir G grafının herhangi bir e=(u,v) ayrıtına büzülme işlemi uygulamak, bu ayrıtı graftan silmek ve ayrıtın uç noktalarını üst üste gelecek şekilde çakıştırmaktır. Yeni oluşan graf G.e simgesi ile gösterilir.

Örnek:



ayrıt



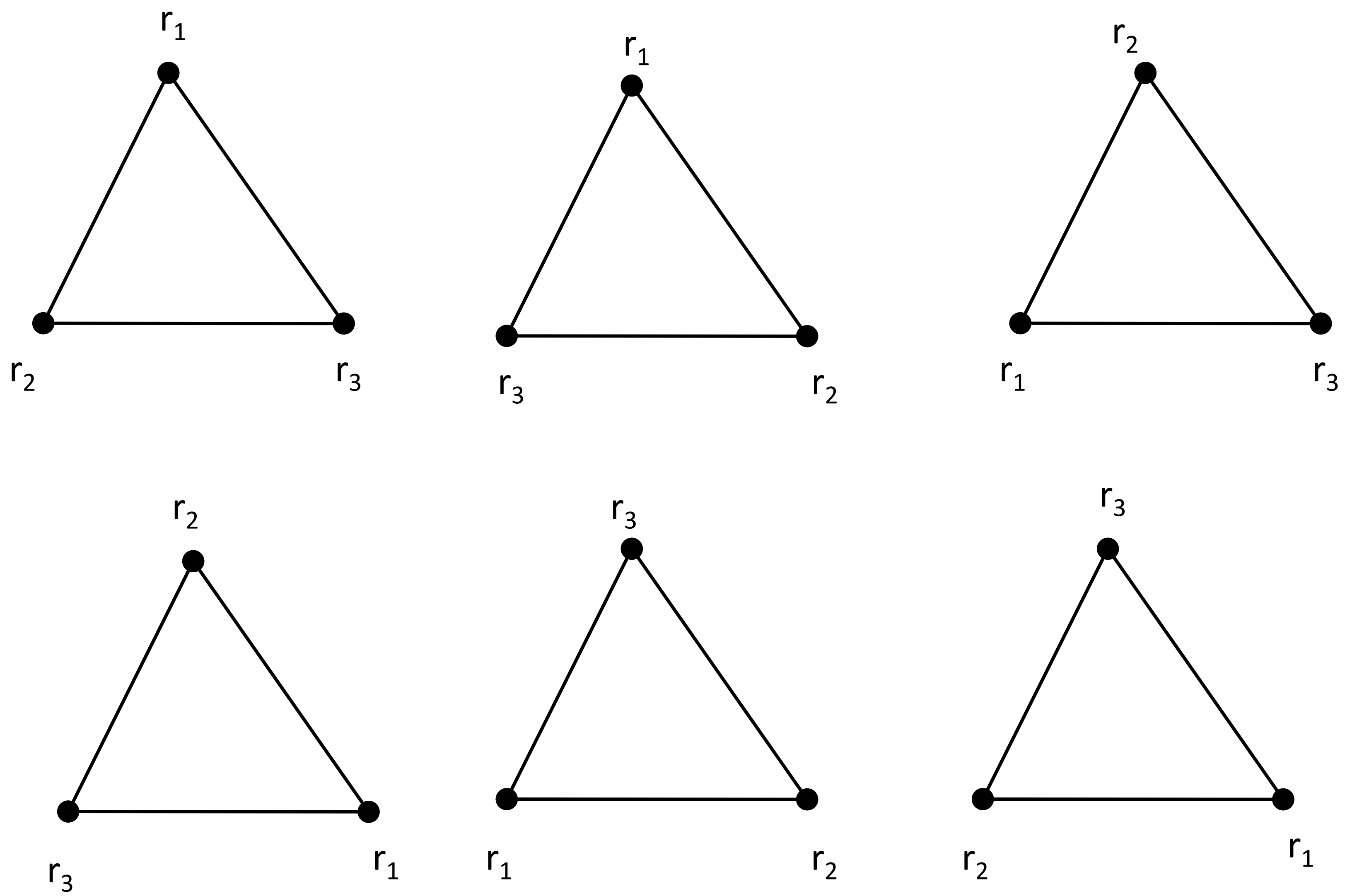


e ayrıtının büzülmesi ile elde edilen graf G.e

Kromatik polinomlar:

Bir G grafının, birbirinden ayrık k-boyamalarının sayısı $\Pi_k(G)$ ile gösterilir. $\Pi_k(G)>0$ olması için gerek ve yeter koşul G grafının k-boyanabilir olmasıdır.

Örneğin, K_3 tam grafının, 6 tane birbirinden ayrık 3-boyaması vardır.



K_3 grafının birbirinden ayrık boyamaları

- G, p tepeli boş bir graf (hiç ayrıta sahip olmayan graf) ise her bir tepe k tane rengin her birinden bağımsız olarak boyanabilir. Bu durumda $\Pi_k(G)=k^p$ dir.
- G, p-tepeli bir tam graf olsun. 1. tepenin rengi için k seçim, 2. tepenin rengi için (k-1) seçim ve 3. tepenin rengi için (k-2) seçim yapılabilir. Bu şekilde devam ederek

$$\Pi_k(G)=k(k-1)(k-2)\ldots(k-p+1) \text{ dir.}$$

- Örneğin, K_3 tam grafı için

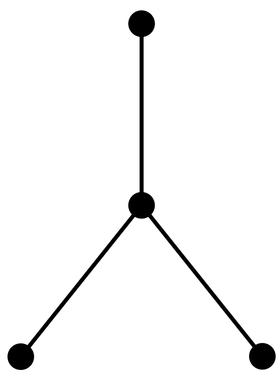
$$\Pi_k(K_3)=k(k-1)(k-2)=3(3-1)(3-2)=3.2.1=6$$

olup, gerçekten K_3 tam grafının 6 boyaması vardır.

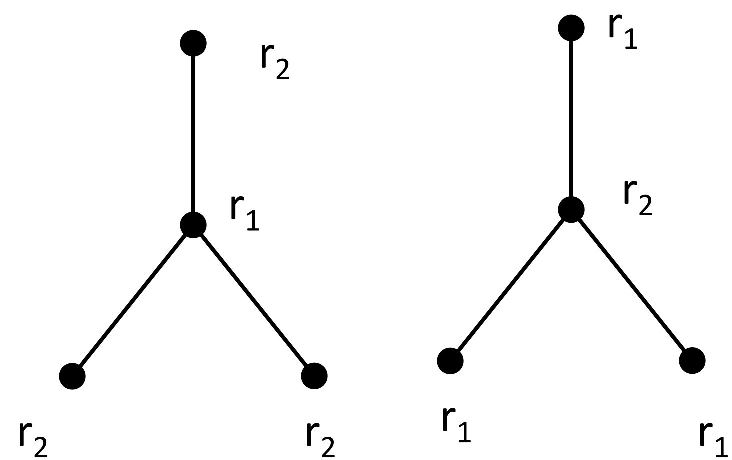
- Bir G grafının kromatik polinomunu bulurken, boş grafın yada tam grafların kromatik polinomlarını kullanırız.

Teorem: G bir graf olsun. G nin herhangi bir e-ayrıtı için $\Pi_k(G) = \Pi_k(G\text{-}e) - \Pi_k(G.e)$

Örnek: $K_{1,3}$ grafının kromatik polinomunu bulunuz.

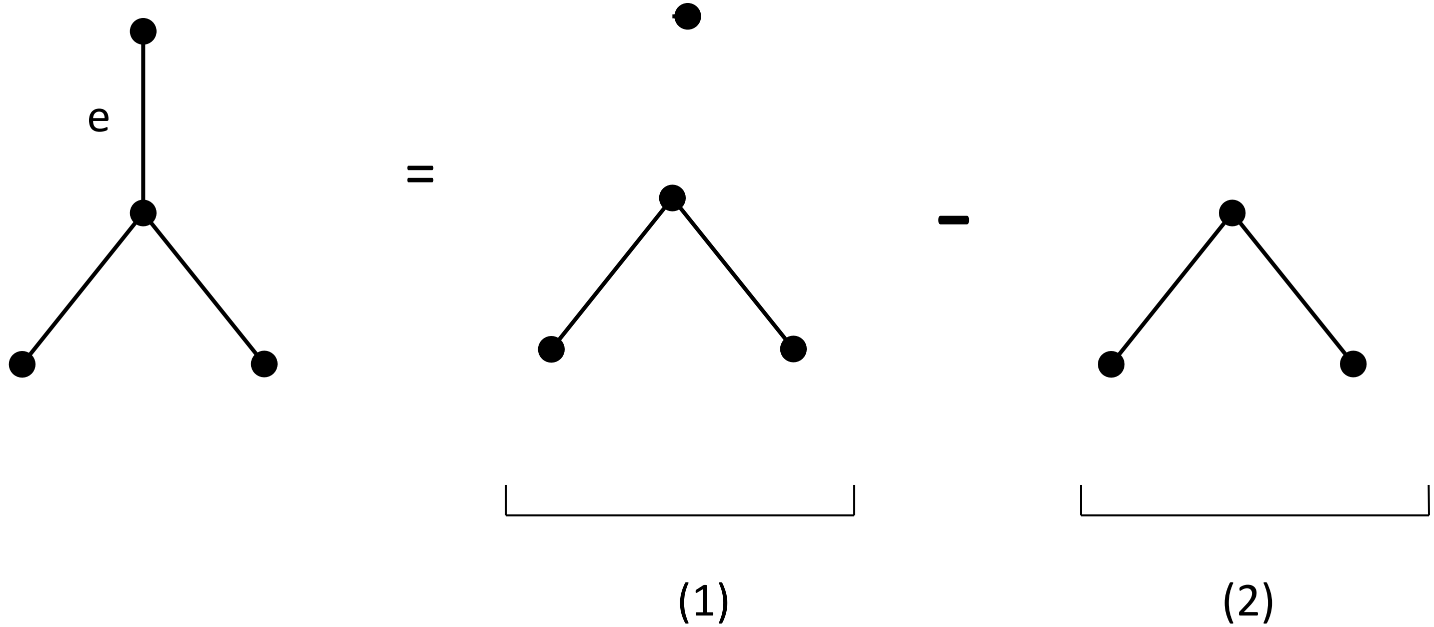


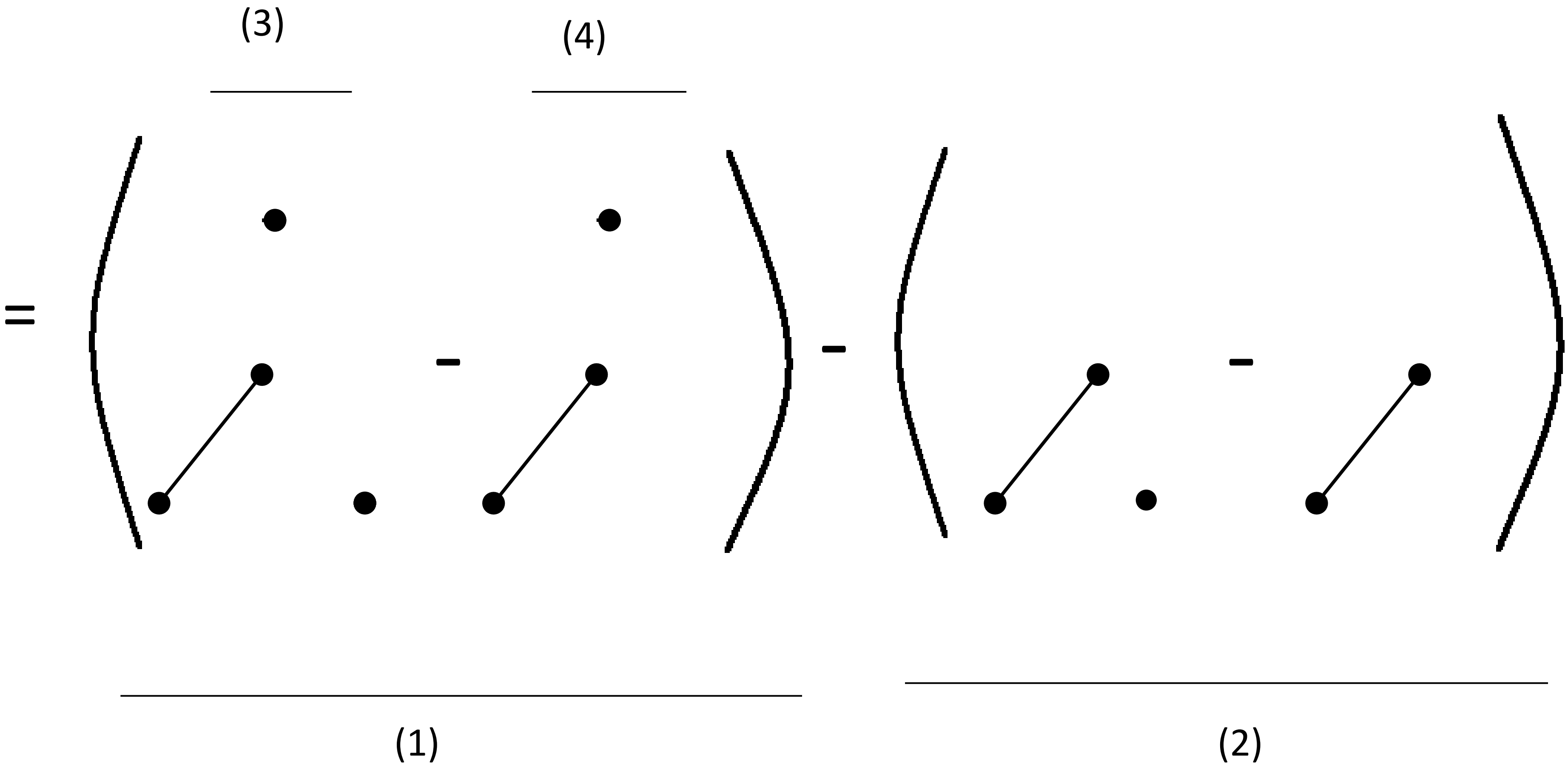
$K_{1,3}$ yıldız graf

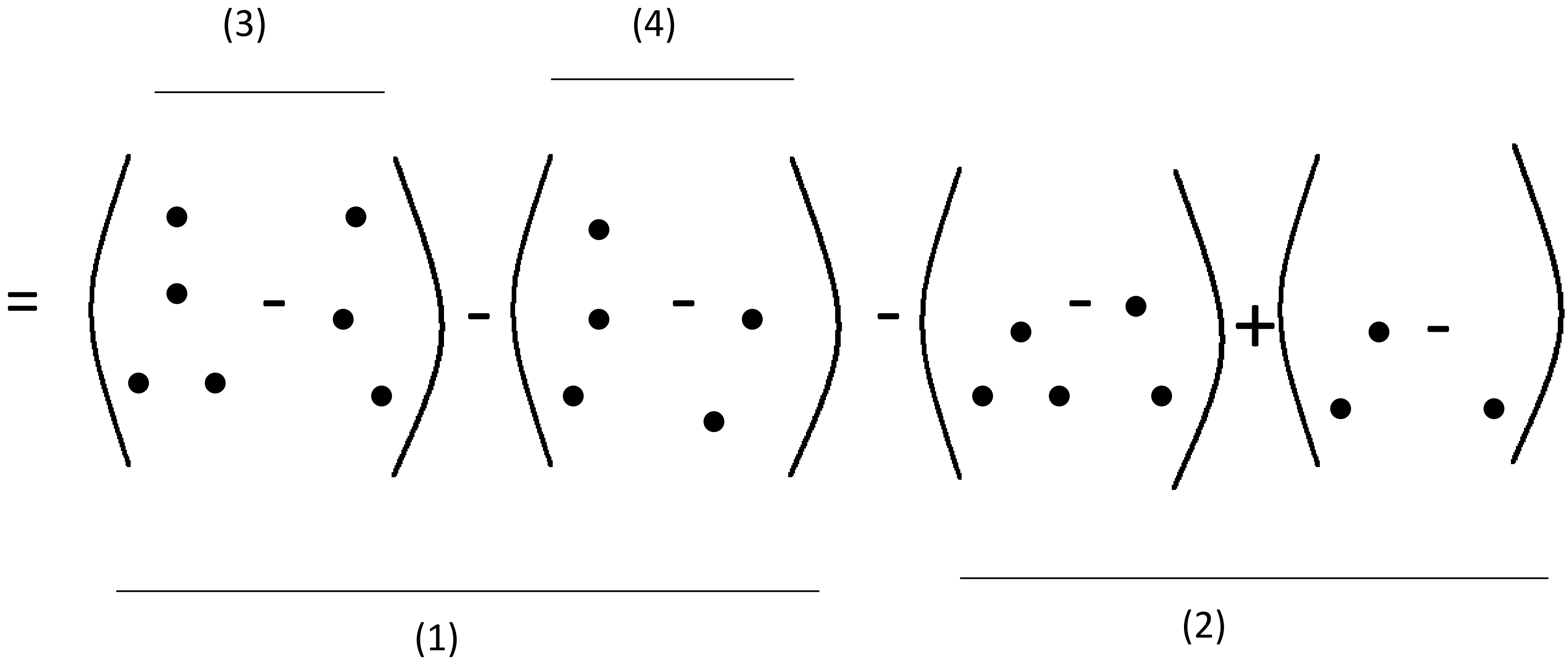


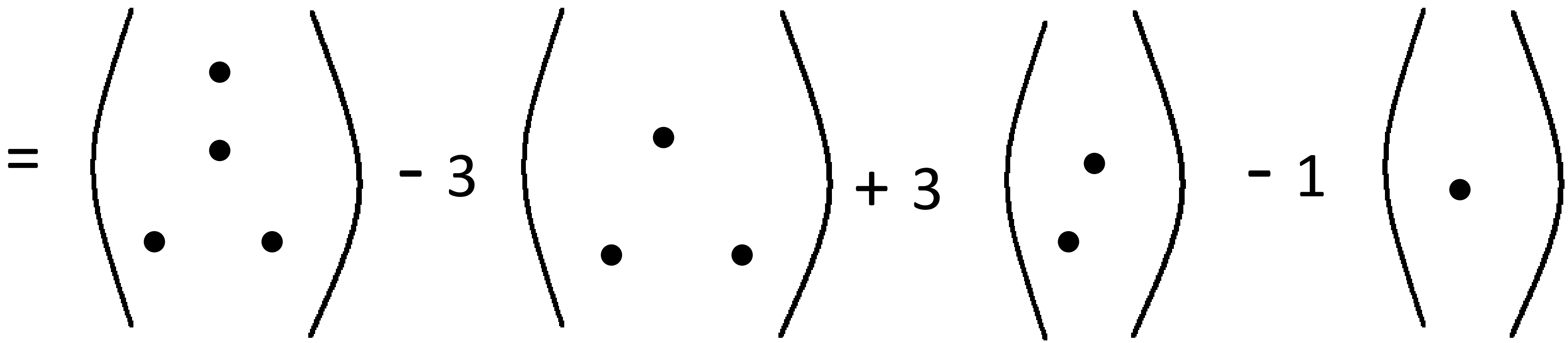
(1)

(2)


e
=
(1)
(2)


(3)
(4)
(1)
(2)


(3)
(4)
(1)
(2)



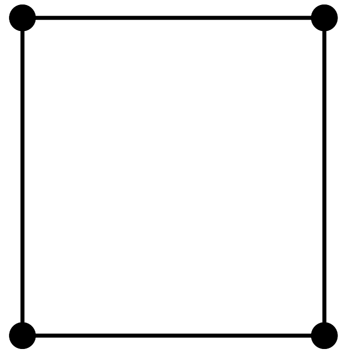
$$=k^4-3k^3+3k^2-k$$

$$=k(k^3-3k^2+3k-1)=k(k-1)^3 \quad \Rightarrow \quad \Pi_k(K_{1,3})= k(k-1)^3$$

Gerçekten, polinomda k=2 alınırsa, bu grafın 2 tane farklı boyaması

olduğu görülür.

Örnek: C_4 grafının kromatik polinomunu bulalım.



Burada,

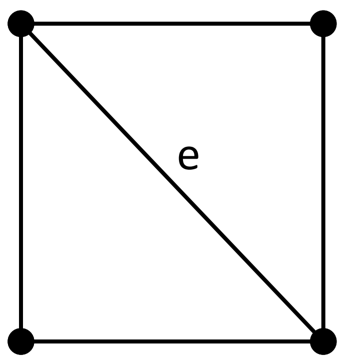
$$\Pi_k(G)= \Pi_k(G\text{-}e)-\Pi_k(G.e)$$

formülünü,

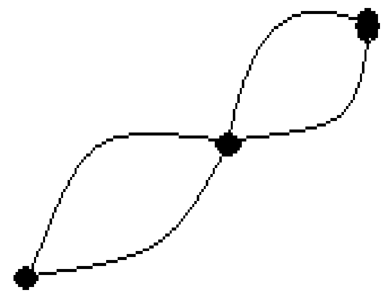
$$\Pi_k(G\text{-}e)= \Pi_k(G)+\Pi_k(G.e)$$

şeklinde düşünerek kromatik polinomu buluruz. Sonuçta, elde ettiğimiz tam grafların kromatik polinomlarını kullanarak, C_4 grafının kromatik polinomunu buluruz..

=



+



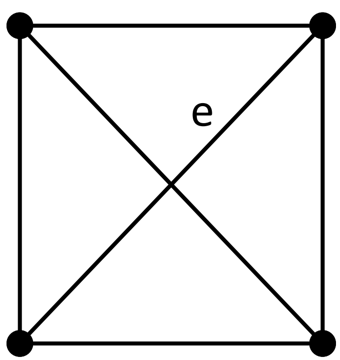
Diyelim e yi sildik

Büzülmüş hali

(1)

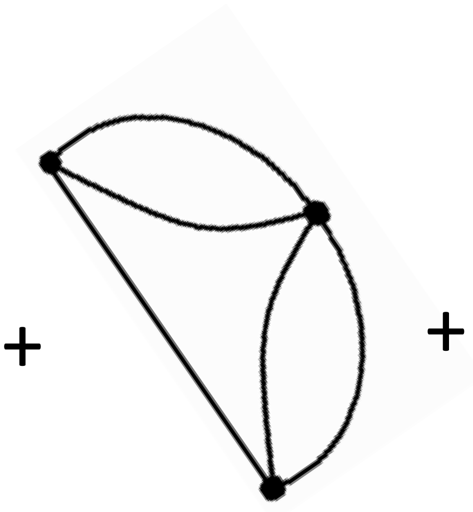
(2)

=

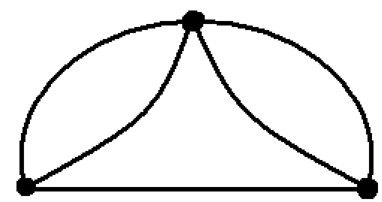


Bir ayrıt daha ekledik

+

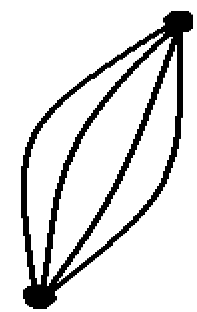


+



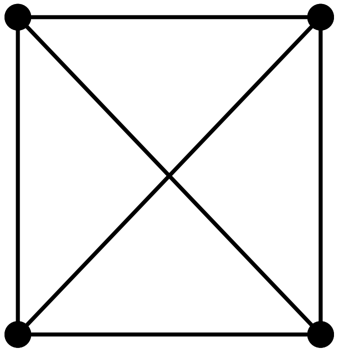
K_3

+

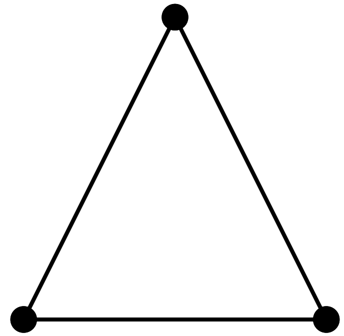


K_2

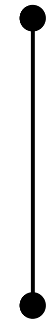
=



+ 2



+



$=k(k-1)(k-2)(k-3)+2k(k-1)(k-2)+k(k-1)$

$=k(k-1)(k^2-3k+3)$

$\Pi_k(C_4)=k(k-1)(k^2-3k+3)$

$=2(2-1)(4-6+3)=2.1.1=2$

KAYNAKLAR

[1] Chartrand, G.-Lesniak, L., (1986) : *Graphs and Digraphs*, Wadsworth & Brooks, California

[2] West D.B. (2001) : *Introduction to Graph Theory, Prentice Hall*, USA.

[3] Graf Teoriye Giriş, Şerife Büyükköse ve Gülistan Kaya Gök, Nobel Yayıncılık

[4] Discrete Mathematical Structures for Computer Science, Ronald E. Prather, Houghton Mifflin Company, (1976).

[5] Christofides, N., 1986. Graph Theory an Algorithmic Approach, Academic Press, London