

حل تمرین سری پنجم (هرم)

ساختمان داده ها و الگوریتم

سوال ۱.

دکتری ۹۳

تعداد برگ‌های یک max-heap با n عنصر حداکثر چقدر است؟

(۱) $n - 1$

(۲) $n - 2$

(۳) $\lceil \frac{n}{2} \rceil$

(۴) $\lceil \frac{n}{3} \rceil$

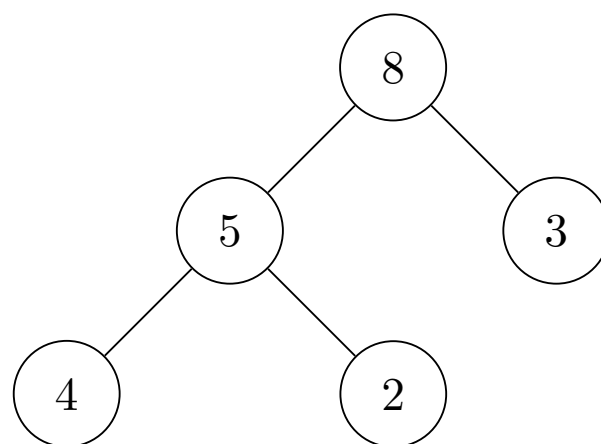
سوال ۱.

گزینه ۳.

تعداد برگ‌های یک max-heap با n عنصر حداکثر چقدر است؟

در فصل‌های قبلی دانستیم $n_2 + 1 = n_0$ ؛ از طرفی یک heap درخت دودویی کامل است بنابراین $n_1 \in \{0,1\}$. پس داریم:

$$\begin{cases} n_1 \in \{0,1\} \\ n_2 + 1 = n_0 \\ n_0 + n_1 + n_2 = n \end{cases} \implies n_0 \sim \frac{n}{2}$$



(۱) $n - 1$

(۲) $n - 2$

(۳) $\lceil \frac{n}{2} \rceil$

(۴) $\lceil \frac{n}{3} \rceil$

سوال ۲.

دکتری ۹۲

بیشینه تعداد مقایسه‌هایی که لازم است تا بتون یک min-heap را به یک max-heap با n گره تبدیل کرد؟

(۱) $\mathcal{O}(n)$

(۲) $\mathcal{O}(\log n)$

(۳) $\mathcal{O}(n + \log n)$

(۴) $\mathcal{O}(n \log n)$

سوال ۲.

گزینه ۱.

بیشینه تعداد مقایسه‌هایی که لازم است تا بتون یک min-heap را به یک max-heap با n گره تبدیل

کرد؟ فرض کنید که min-heap شما یک آرایه نامرتب است؛ ساختن یک max-heap از یک آرایه به طور درجا از $\mathcal{O}(n)$ زمان خواهد برد.

ساختن هرم

در اینجا می‌خواهیم با استفاده از روال MAX-HEAPIFY یک آرایه‌ی $A[1 \dots n]$ را به یک Max Heap تبدیل کنیم.
روال Build-Max-Heap در درخت حرکت کرده و با استفاده از MAX-HEAPIFY آن را به صورت درجا به Max Heap تبدیل می‌کند. (توجه داشته باشید ابتدا i با اندیس آخرین گره‌ای که برگ نیست مقداردهی می‌شود.)

```
def Build_Max_Heap(A):  
    heap.size=len(A)  
    st=(heap.size)//2  
    for i in [st, st-1, st-2, ..., 1]:  
        MAX_HEAPIFY(i)  
    return 'Built.'
```

توجه: روال Build-Max-Heap زمان $\mathcal{O}(n)$ صرف می‌کند.

سوال ۳.

ارشد ۹۵

A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z

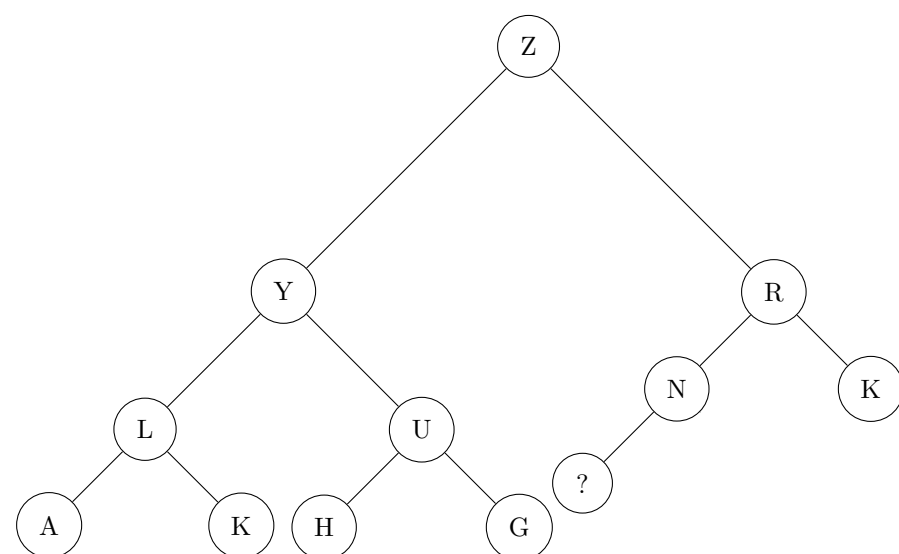
عمل حذف بیشینه روی هرم (الف) انجام شده است و درخت (ب) ساخته شده است. داده گره‌ای که با
(؟) مشخص شده چه می‌تواند باشد؟

(۱) یکی از I, J, K, L, M

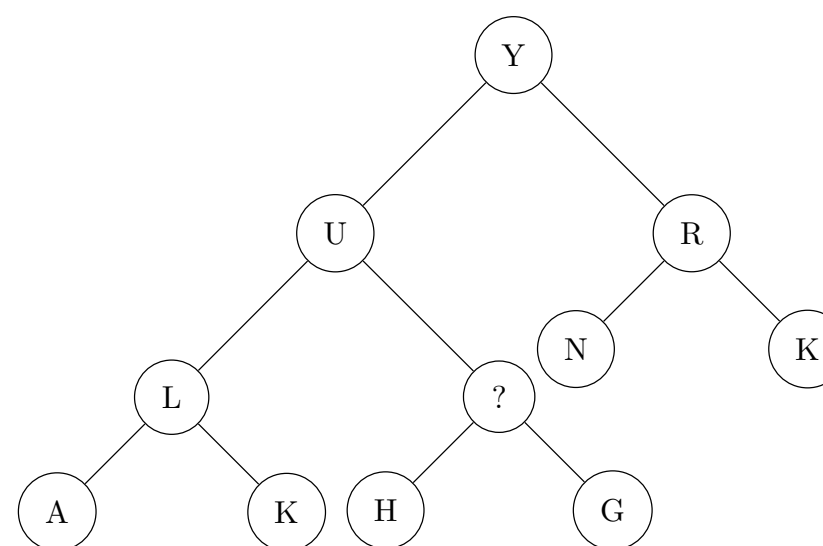
(۲) یکی از H, I, J, K, L, M, N

(۳) I

(۴) M



(الف)



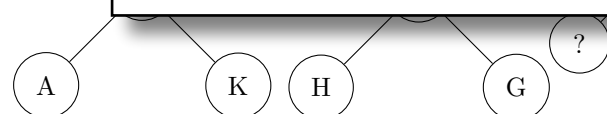
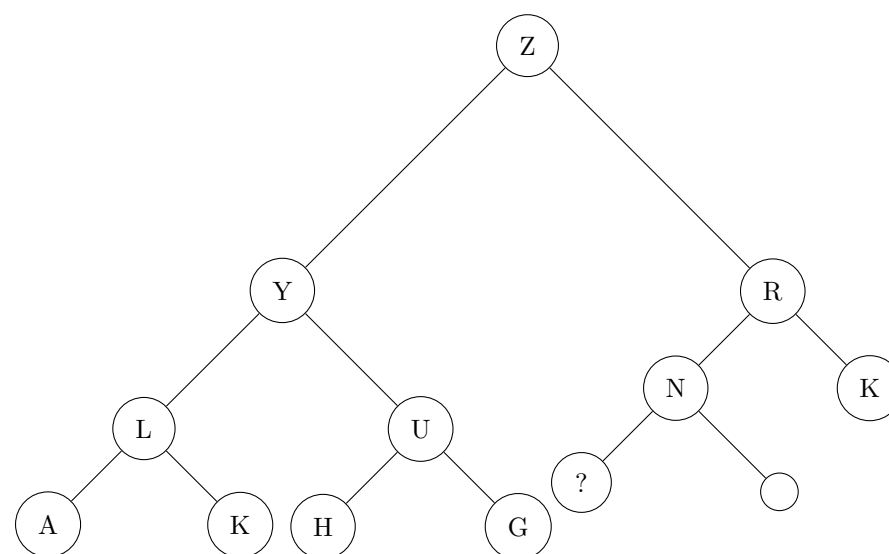
(ب)

سوال ۳.

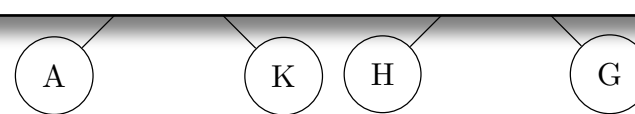
ارشد ۹۵

عمل حذف بیشینه روی هرم (الف) انجام شده است و درخت (ب) ساخته شده است. داده گره‌ای که با

A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z



(الف)



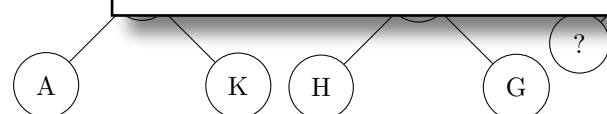
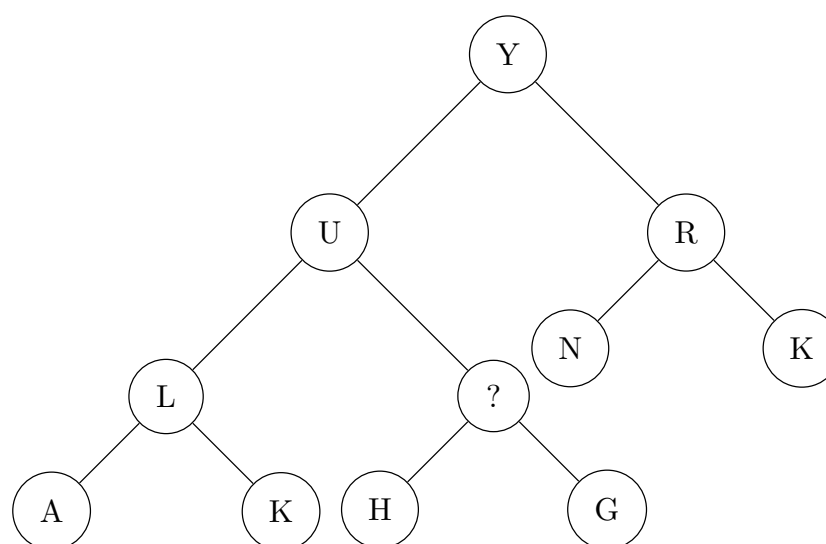
(ب)

سوال ۳.

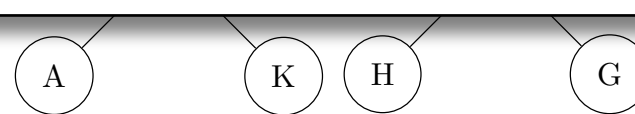
گزینه ۲.

عمل حذف بیشینه روی هرم (الف) انجام شده است و درخت (ب) ساخته شده است. داده گره‌ای که با

A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z



(الف)



(ب)

سوال ۴.

ارشد ۹۲

در max heap زیر پس از یک عمل حذف و تنظیم دوباره، خانه‌ی با اندیس شماره ۲ حاوی چه کلیدی خواهد بود؟

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 50 | 40 | 35 | 25 | 23 | 35 | 20 | 20 | 18 | 17 | 10 | 10 | 25 |

(۱) ۴۰

(۲) ۳۰

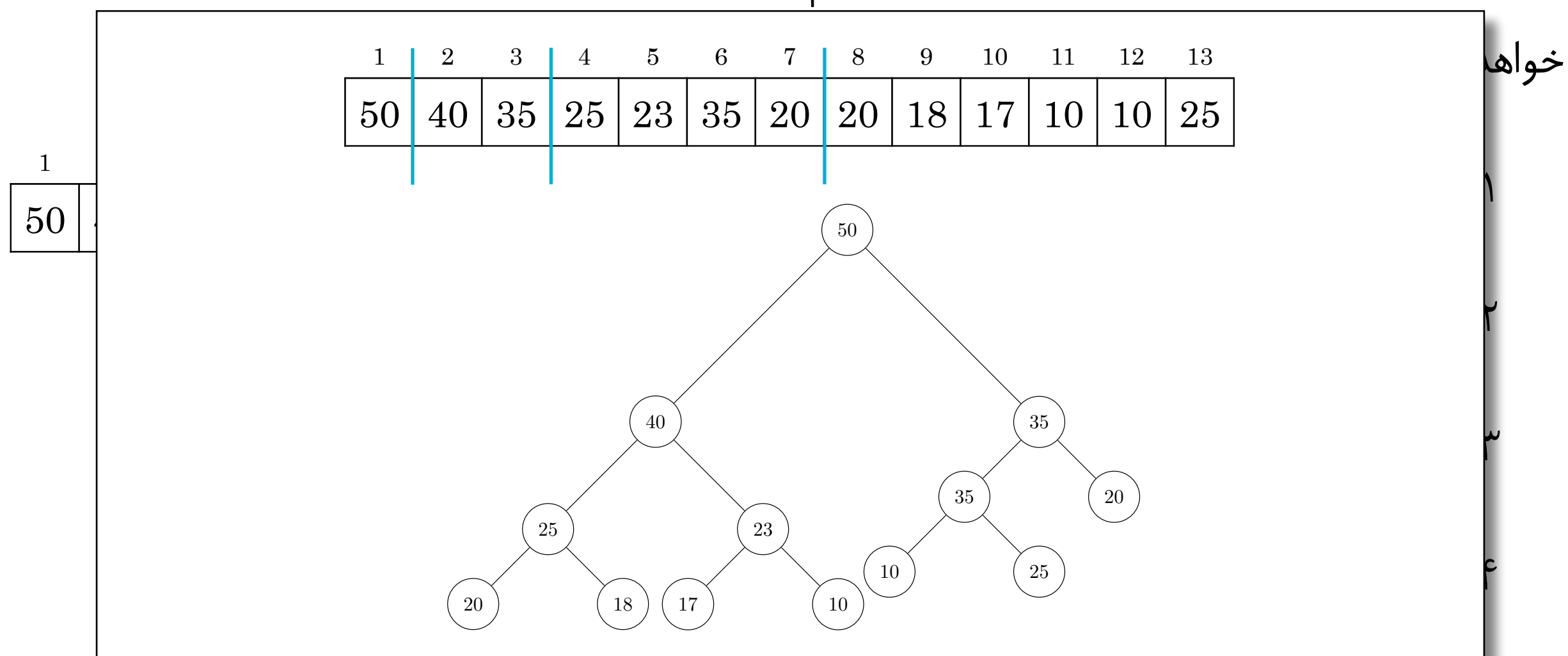
(۳) ۲۵

(۴) ۲۳

سوال ۴.

ارشد ۹۲

در max heap زیر پس از یک عمل حذف و تنظیم دوباره، خانه‌ی با اندیس شماره ۲ حاوی چه کلیدی خواهد بود؟

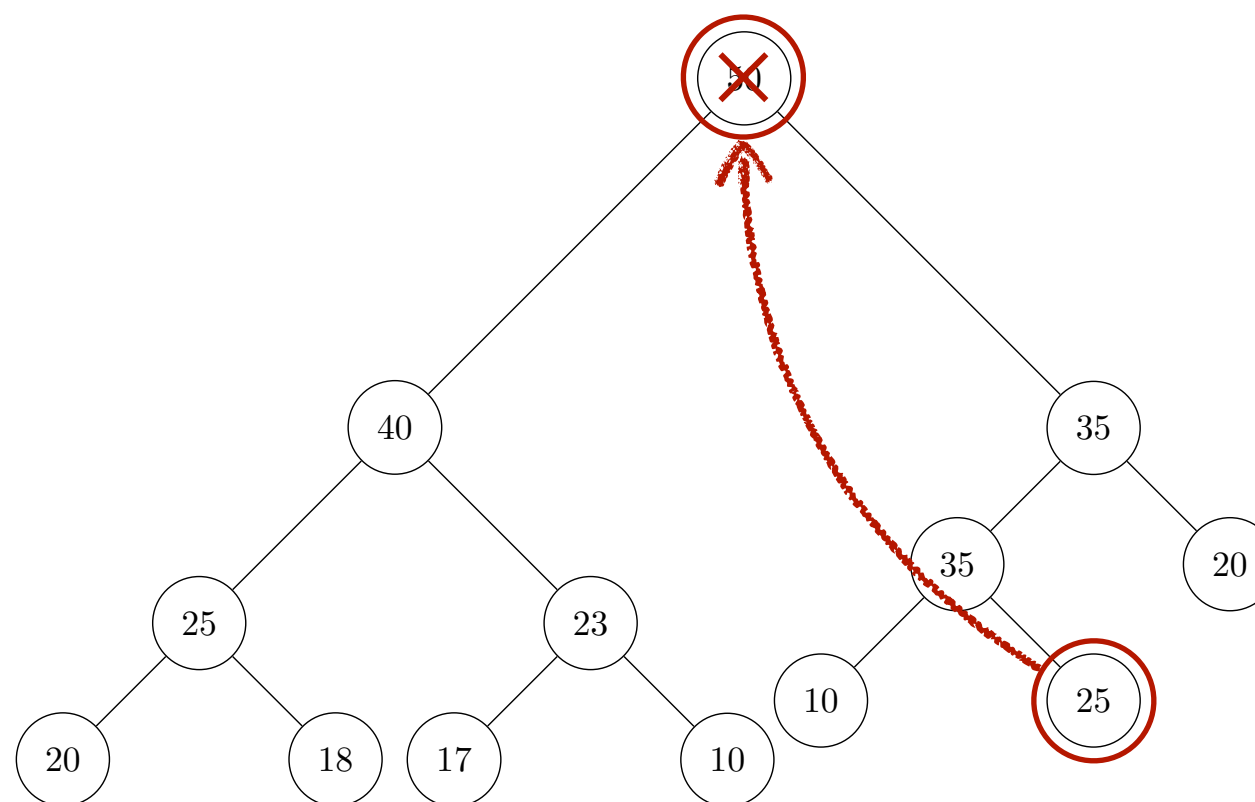


سوال ۴.

ارشد ۹۲

در max heap زیر پس از یک عمل حذف و تنظیم دوباره، خانه‌ی با اندیس شماره ۲ حاوی چه کلیدی خواهد

1
50

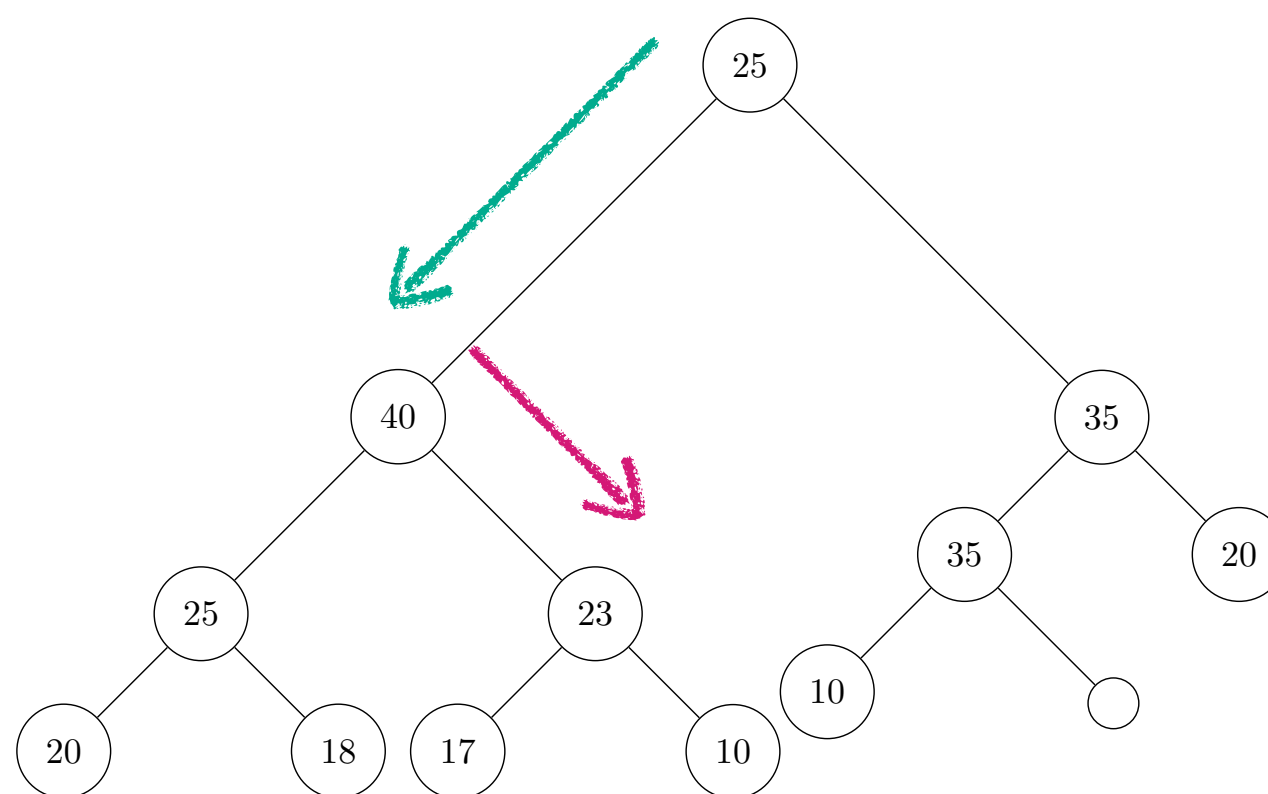


سوال ۴.

ارشد ۹۲

در max heap زیر پس از یک عمل حذف و تنظیم دوباره، خانه‌ی با اندیس شماره ۲ حاوی چه کلیدی خواهد

خواهد



1

50

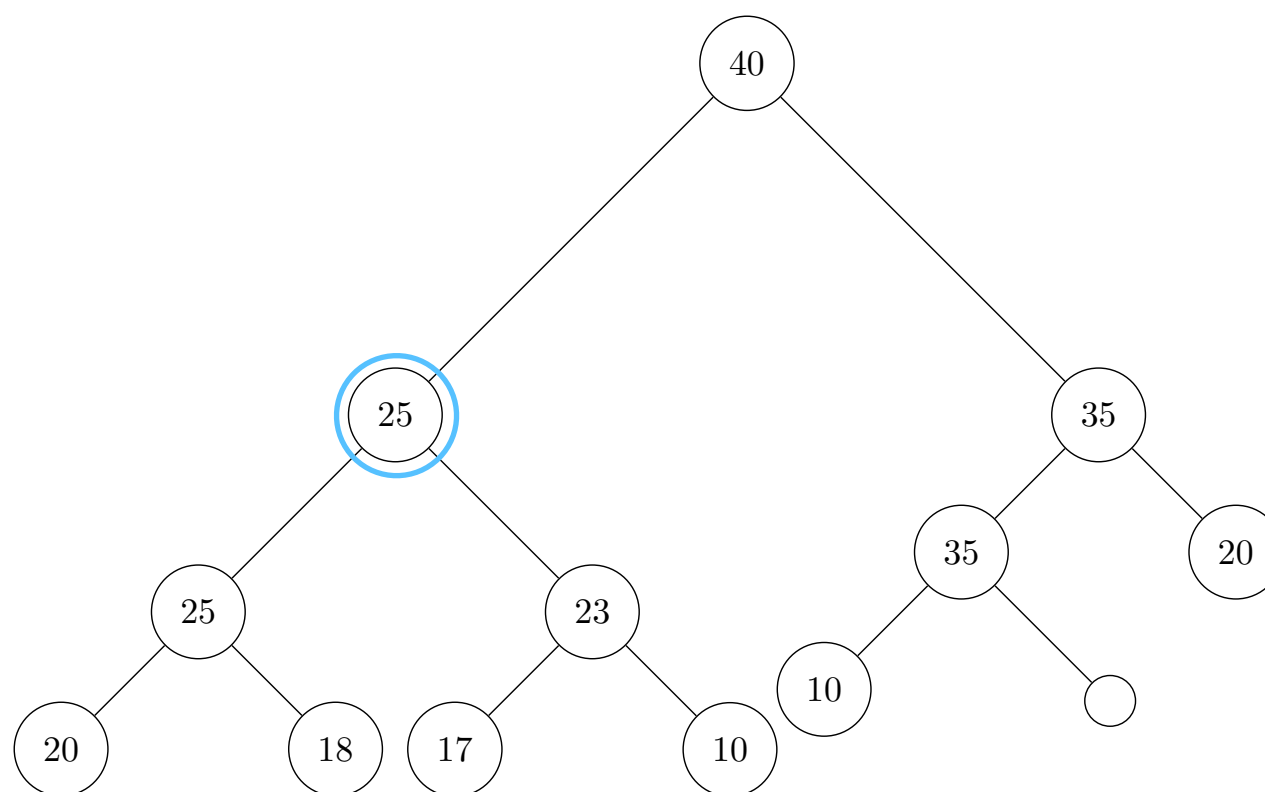
سوال ۴.

گزینه ۳.

در max heap زیر پس از یک عمل حذف و تنظیم دوباره، خانه‌ی با اندیس شماره ۲ حاوی چه کلیدی خواهد

خواه

1
50



سوال ۵.

ارشد ۹۲

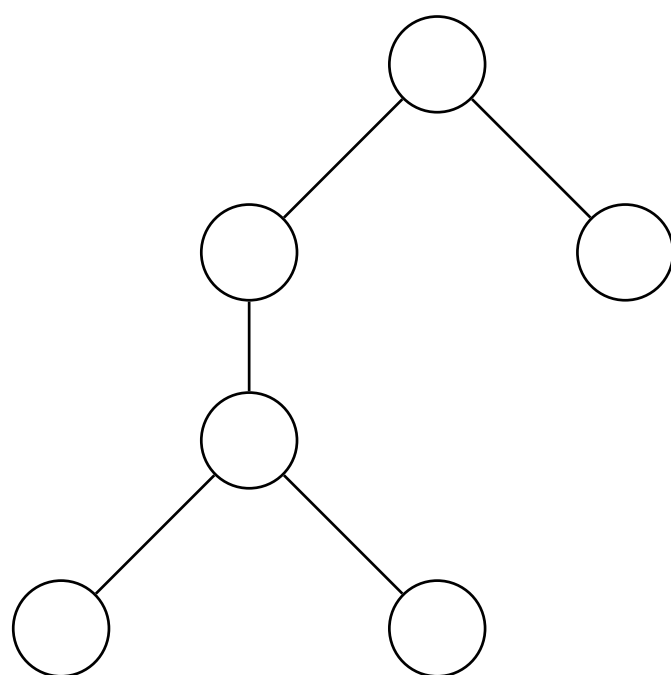
به چند طریق می‌توان اعداد ۱ تا ۶ را بدون تکرار در گره‌های درخت زیر برچسب گذاری کرد؛ بطوری که عدد هر گره از عدد فرزندانش بزرگتر باشد؟

۱۰ (۱)

۱۵ (۲)

۱۲ (۳)

۸ (۴)



سوال ۵.

ارشد ۹۲

به چند طریق می‌توان اعداد ۱ تا ۶ را بدون تکرار در گره‌های درخت زیر برچسب گذاری کرد؛ بطوری

۶ از همه اعداد بزرگتر است، پس تنها در ریشه می‌تواند قرار گیرد.

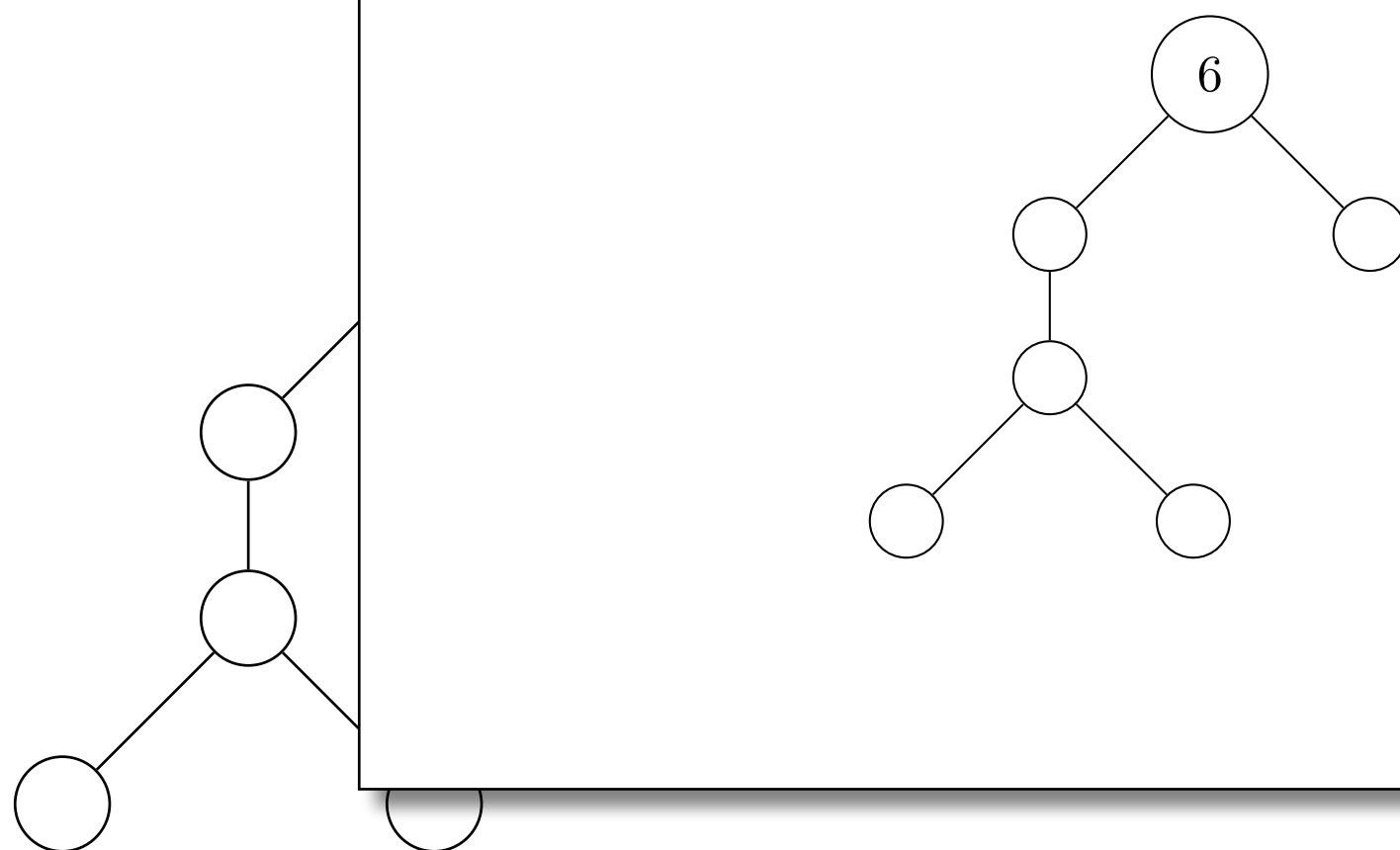
که عدد هر گره از

۱۰ (۱)

۱۵ (۲)

۱۲ (۳)

۸ (۴)



سوال ۵.

ارشد ۹۲

به چند طریق می‌توان اعداد ۱ تا ۶ را بدون تکرار در گره‌های درخت زیر برجسب گذاری کرد؛ بطوری

از بین ۵ عدد باقی مانده یکی را باید انتخاب کنیم.

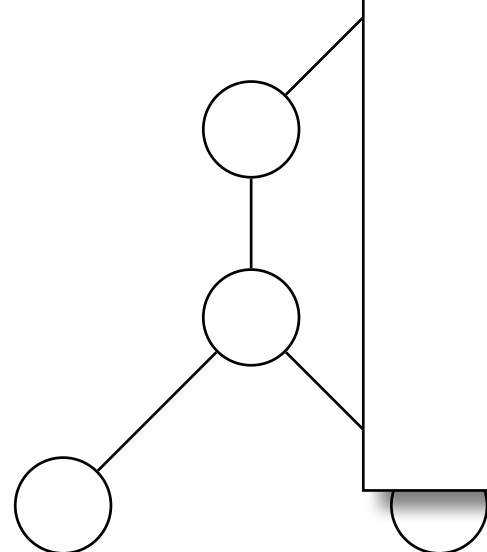
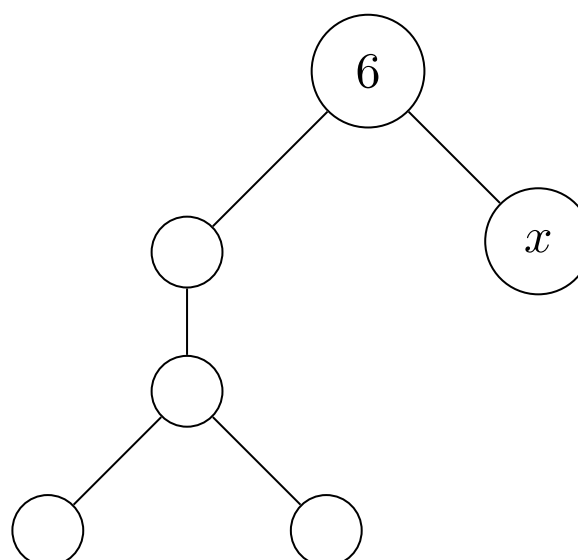
که عدد هر گره از

۱۰ (۱)

۱۵ (۲)

۱۲ (۳)

۸ (۴)



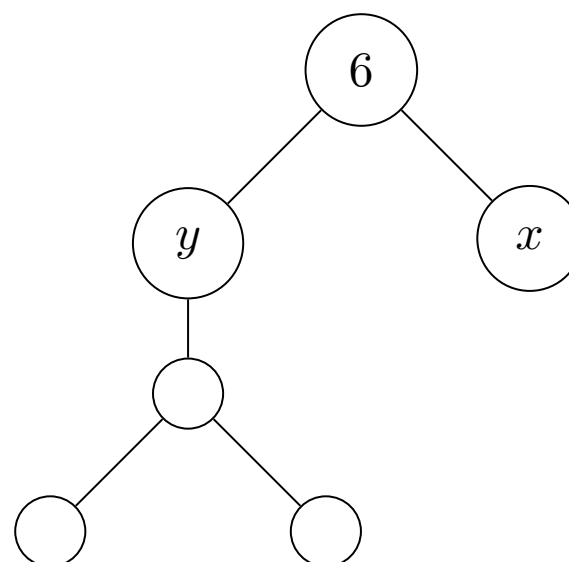
سوال ۵.

ارشد ۹۲

به چند طریق می‌توان اعداد ۱ تا ۶ را بدون تکرار در گره‌های درخت زیر برچسب گذاری کرد؛ بطوری

y باید برابر با بیشینه ۴ عدد باقی‌مانده باشد.

که عدد هر گره از

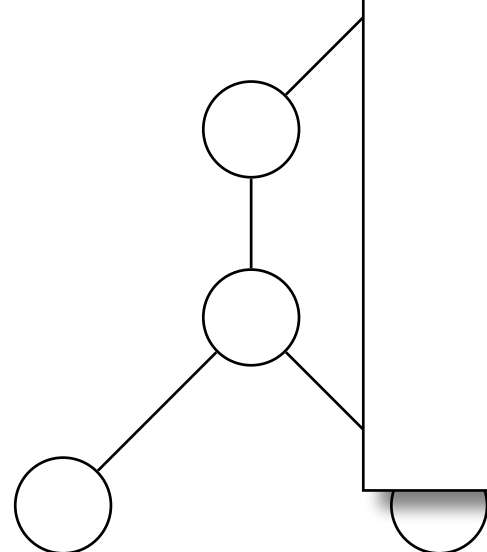


۱۰ (۱)

۱۵ (۲)

۱۲ (۳)

۸ (۴)



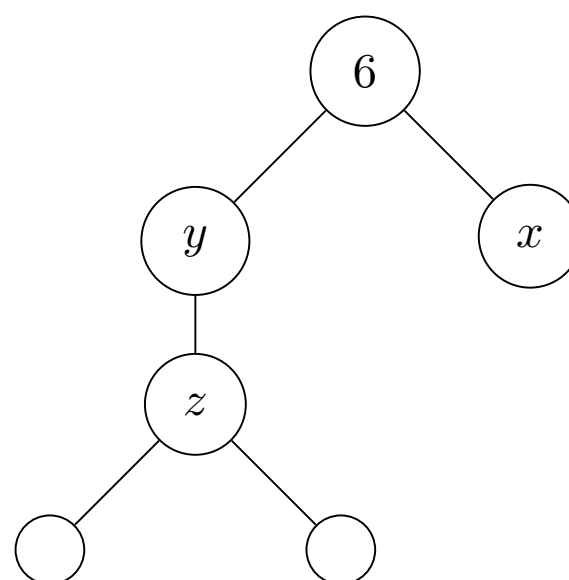
سوال ۵.

ارشد ۹۲

به چند طریق می‌توان اعداد ۱ تا ۶ را بدون تکرار در گره‌های درخت زیر برچسب گذاری کرد؛ بطوری

که عدد هر گره از

به طور مشابه، z نیز برابر با بیشینه ۳ عدد باقی‌مانده است.



۱۰ (۱)

۱۵ (۲)

۱۲ (۳)

۸ (۴)

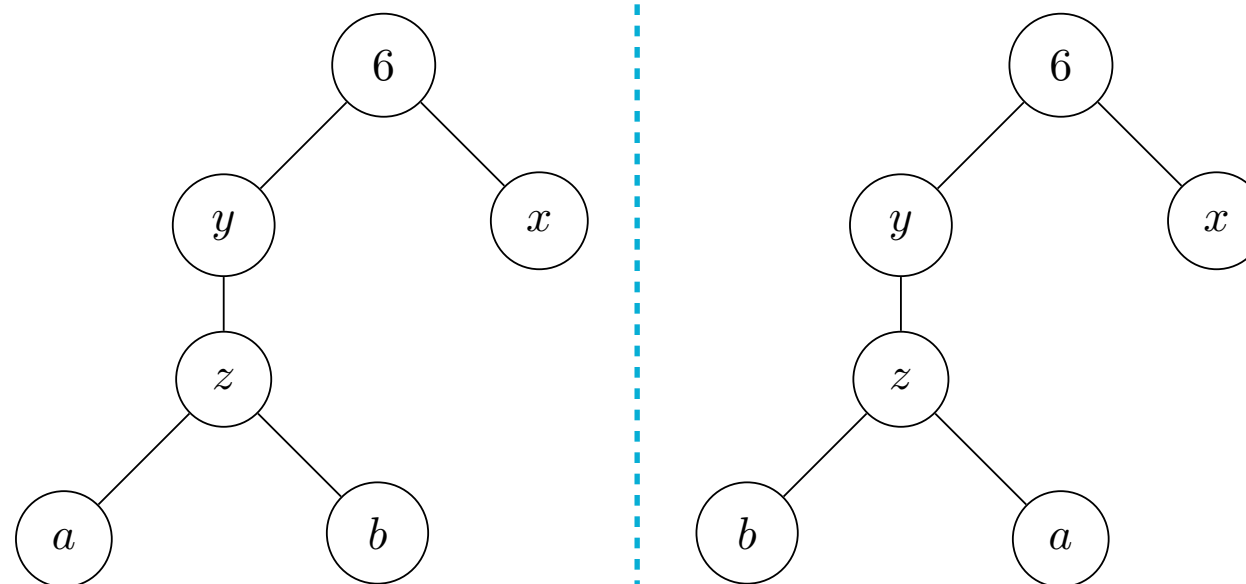
سوال ۵.

گزینه ۱.

به چند طریق می‌توان اعداد ۱ تا ۶ را بدون تکرار در گره‌های درخت زیر برچسب گذاری کرد؛ بطوری

دو عدد باقی مانده به دلخواه می‌توانند قرار گیرند.

که عدد هر گره از



۱۰ (۱)

۱۵ (۲)

۱۲ (۳)

۸ (۴)

سوال؟

جاذب نیکو

وقت خالی شدنم نیست هنوز؟! همه‌ی حافظه‌ام، پُر شده است.

