

# حل تمرین سری چهارم

گراف و درخت‌ها

ساختمان داده‌ها و الگوریتم

# سوال ۱.

دکتری ۹۱

پیمایش سطح ترتیب گره‌های یک درخت را به ترتیب سطح آنها و برای هر سطح، گره‌های آن را از چپ به راست ملاقات می‌کند؛ ترتیب ملاقات برگ‌های هر درخت در پیمایش سطح ترتیب برابر کدام روش است؟

(۱) میان‌ترتیب

(۲) پیش‌ترتیب

(۳) پس‌ترتیب

(۴) هیچ‌کدام

## سوال ۲.

ارشد ۹۷

در یک گراف غیرجهت دار با  $n$  راس و  $e$  یال، مجموع درجه تمام رئوس کدام است؟

(۱)  $2e$

(۲)  $2n$

(۳)  $\frac{2e - 1}{2}$

(۴)  $\frac{2n - 1}{2}$

## سوال ۳.

ارشد ۹۶

گراف ۵ راسی و همبند بدون جهتی داریم که راس‌های آن با ۱ تا ۵ شماره‌گذاری شده است. اگر از راس ۱ الگوریتم DFS را اجرا کنیم، تمام حالت‌هایی که رئوس می‌توانند ملاقات شوند عبارت‌اند از  $\langle 1,2,4,3,5 \rangle$ ،  $\langle 1,3,4,2,5 \rangle$ ،  $\langle 1,3,5,4,2 \rangle$ . حالا اگر از راس ۵ DFS را اجرا کنیم، کدام ترتیب ملاقات ممکن است؟

(۱)  $\langle 5,3,2,1,4 \rangle$

(۲)  $\langle 5,3,1,4,2 \rangle$

(۳)  $\langle 5,4,2,1,3 \rangle$

(۴)  $\langle 5,2,4,2,1 \rangle$

## سوال ۴.

ارشد ۹۶

گراف  $G = (V, E)$  مفروض است، بهترین گزینه برای یافتن زیردرخت پوشا این گراف کدام است؟

(۱)  $O(|E|)$

(۲)  $O(|V|)$

(۳)  $O(|E| \times \log |E|)$

(۴)  $O(|V| \times |E|)$

## سوال ۵.

ارشد ۹۲

گراف بدون جهت و وزن دار  $G = (V, E)$  با وزن‌های مثبت و منفی داده شده است. فرض کنید که  $w_{min}$  و  $w_{max}$  به ترتیب سبک‌ترین و سنگین‌ترین یال‌ها این گراف باشند. چقدر از گزاره‌های زیر درست هستند؟

- اگر  $G$  بیش از  $|V| - 1$  یال داشته باشد و تنها یک یال  $e$  با وزن  $w_{max}$  موجود باشد، در آن صورت  $e$  نمی‌تواند در هیچ درخت‌پوشا کمینه‌ای باشد.
- **یالی** با وزن  $w_{min}$  حتما در درخت‌پوشا کمینه است.
- اگر  $G$  یک دور داشته باشد که حاوی تنها یک  $e$  با وزن  $w_{min}$  باشد، آنگاه  $e$  حتما یالی از هر درخت پوشا کمینه است.

## سوال ۶.

ارشد ۹۴

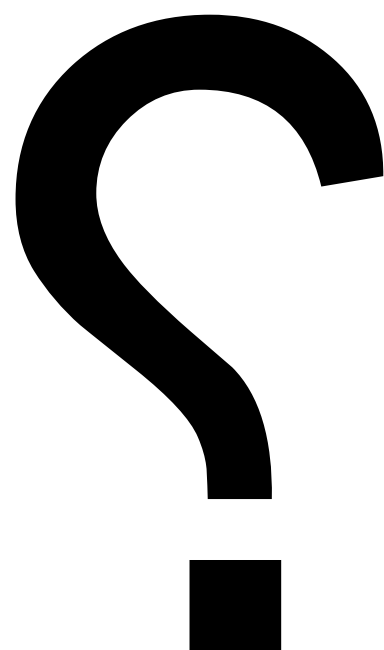
درختی با  $n$  گره وجود دارد، اگر  $d_u$  نشان‌دهنده درجه راس  $u$  باشد، آنگاه  $d_1 + d_2 + \dots + d_n$  را بیابید.

(۱)  $2n - 2$

(۲)  $2n - 1$

(۳)  $n - 2$

(۴)  $n - 1$





## سوال ۷.

ارشد ۹۵

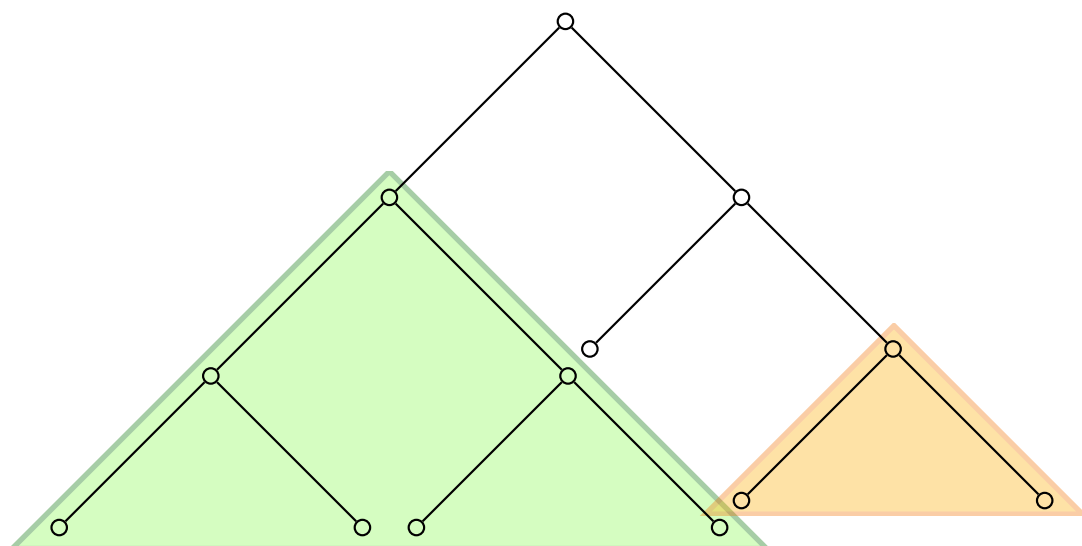
در رابطه با درختان پر (full) و کامل (complete)، کدام عبارت صحیح است؟

- (۱) هر درخت باینری یا پر است یا کامل
- (۲) هیچ درخت باینری، پر یا کامل نیست
- (۳) هر درخت باینری کامل، درخت باینری پر نیز است.
- (۴) هر درخت باینری پر، درخت باینری کامل نیز است.

سوال ۸.

## ارشاد ۹۱

یک درخت دودویی با  $n$  گره داده شده است. می‌خواهیم بزرگترین زیردرخت پر آن را بدست آوریم.  
مرتبه بهترین الگوریتم برای محاسبه این زیر درخت کدام است؟

 $O(n)$  (1) $O(n \log n)$  (۲) $O(n \log^2 n)$  (۳) $O(n^2)$  (۴)

## سوال ۹.

برای ذخیره‌سازی یک درخت ۴تایی از روش آرایه‌ای استفاده شده است. در این صورت گره‌ای که در درایه ۵۰۰ آرایه ذخیره شده است، در چه عمقی از درخت قرار گرفته است؟

۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)

## سوال ۱۰.

ارشد ۹۵

در یک درخت دودویی نخ کشی شده با  $n$  گره، چند نخ وجود دارد؟

(۱)  $n - 1$

(۲)  $n$

(۳)  $n + 1$

(۴)  $2n - 2$

# سوال ۱۱.

ارشد ۹۴

کدام گزینه در مورد درخت‌های دودویی صحیح می‌باشد؟ (تعداد کل گره‌ها بزرگ‌تر یا مساوی یک فرض می‌شود)

(۱) همواره تعداد برگ‌ها و تعداد گره‌های تک‌فرزندی دو عدد متوالی می‌باشند.

(۲) همواره تعداد برگ‌ها و گره‌های تک‌فرزندی برای درخت‌های کامل، دو عدد متوالی می‌باشند.

(۳) همواره تعداد برگ‌ها و تعداد گره‌های دو‌فرزندی دو عدد متوالی می‌باشند.

(۴) همواره تعداد گره‌های تک‌فرزندی و تعداد گره‌های دو‌فرزندی، دو عدد متوالی می‌باشند.

## سوال ۱۲.

ارشد ۹۲

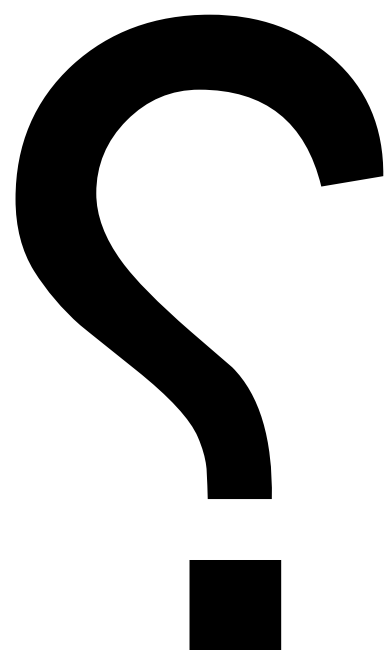
$n$  عدد متمایز داده شده است. تعداد درخت‌های جستجو دودویی که با این اعداد می‌توان ساخت، کدام است؟ ( $T(n)$  نمایش دهنده این درختان است)

$$T(n) = n! \quad (۱)$$

$$T(n) = n! \times T(n - 1) \quad (۲)$$

$$T(n) = \sum_{k=0}^{n-1} T(k) \times T(n - k - 1) \quad (۳)$$

$$T(n) = n! \times \sum_{k=0}^{n-1} T(k) \times T(n - k - 1) \quad (۴)$$



## سوال ۱۳.

دکتری ۹۱

روش‌های پیمایش پیش‌ترتیب و میان‌ترتیب را در درختان دودویی در نظر بگیرید. کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

- (۱) برگ‌های درخت با ترتیب‌های متفاوتی ملاقات می‌شوند.
- (۲) برگ‌های درخت در هر سه روش همیشه به یک ترتیب ملاقات می‌شوند.
- (۳) تنها در حالت‌های خاصی ممکن است برگ‌های درخت در هر سه روش به یک ترتیب ملاقات شوند.
- (۴) ترتیب ملاقات برگ‌ها در روش‌های پیش‌ترتیب و میان‌ترتیب یکسان است. ولی در روش‌های پیش‌ترتیب و پس‌ترتیب متفاوت می‌باشد.



## سوال ۱۴.

ارشد ۹۲

یک درخت دودویی متوازن  $T$  با  $n$  گره داده شده است. به هر گره آن یک عدد صحیح به عنوان وزن آن گره نسبت داده‌ایم. طول وزن‌دار یک مسیر، مجموع وزن گره‌های آن مسیر است. بیشترین طول وزن‌دار یک مسیر را با چه مرتبه‌ای می‌توان به دست آورد؟

(۱)  $O(\lg n)$

(۲)  $O(n)$

(۳)  $O(n \lg n)$

(۴)  $O(n \lg^2 n)$

# سوال ۱۵.

ارشد ۹۶

یک درخت دودویی با  $n$  عنصر و ارتفاع  $O(\log n)$  داده شده است. به ازای هر گره به فرزندان و پدر در  $O(1)$  می‌توان دسترسی پیدا کرد. به ازای دو گره داده‌شده  $u$  و  $v$  با چه مرتبه زمانی می‌توان کوتاه‌ترین مسیر بین آنها را پیدا کرد؟ بهترین گزینه را انتخاب کنید.

(۱)  $O(n)$

(۲)  $O(\log n)$

(۳)  $O(\log^2 n)$

(۴)  $O(\log n \log \log n)$

# سوال ۱۵ و نیم.

ارشد ۹۶

یک درخت دلخواه با  $n$  گره  
~~یک درخت دودویی با  $n$  عنصر و ارتفاع  $O(\log n)$  داده شده است.~~ به ازای هر گره به فرزندان و پدر در  
 $O(1)$  می‌توان دسترسی پیدا کرد. به ازای دو گره داده‌شده  $u$  و  $v$  با چه مرتبه زمانی می‌توان کوتاه‌ترین  
مسیر بین آنها را پیدا کرد؟ بهترین گزینه را انتخاب کنید.

(۱)  $O(n)$

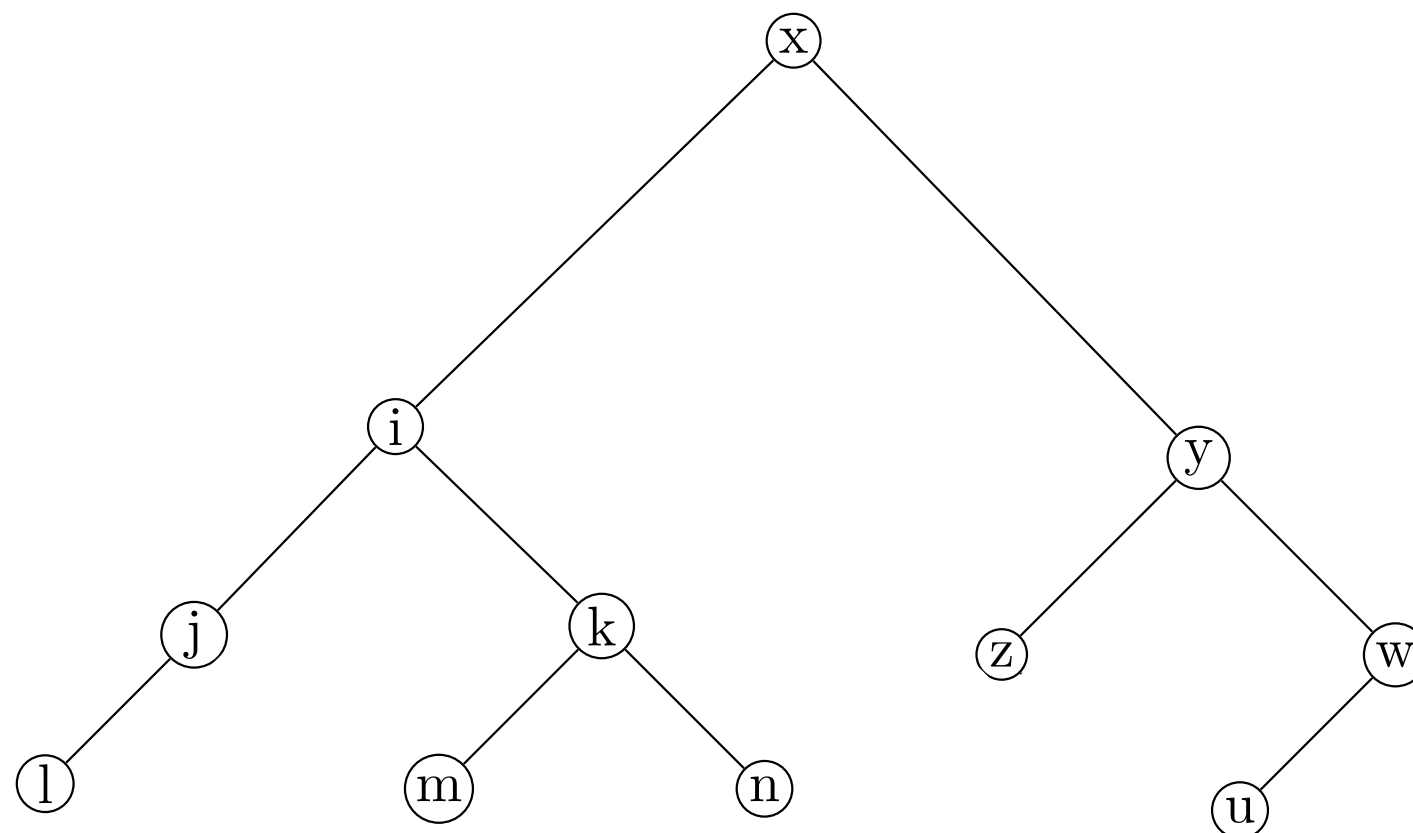
(۲)  $O(\log n)$

(۳)  $O(\log^2 n)$

(۴)  $O(\log n \log \log n)$

## سوال ۱۶ کمی قبل تر.

اگر درخت زیر یک درخت جستجو دودویی باشد که در هر گره آن یک عدد ذخیره شده باشد. آنگاه  
۳مین بزرگترین عنصر را محاسبه کنید.



# سوال ۱۶.

دکتری ۹۶

یک درخت دودویی جست‌وجو شامل  $n$  عنصر داده شده است. با فرض دانستن محل عنصر  $x$  در این درخت، کوچک‌ترین عنصر بزرگ‌تر از  $x$  را در چه زمانی می‌توان در درخت به‌دست آورد؟  
(فرض کنید تمام عناصر درخت متمایزند و درخت به‌صورت استاندارد و بدون هیچ‌گونه اطلاعات کمکی ذخیره شده است.)

(۱)  $O(\log n)$

(۲)  $O(\log^2 n)$

(۳)  $O(n)$

(۴)  $O(1)$

## سوال ۱۷.

ارشد ۹۳

یک درخت دودویی جست و جوی متوازن شامل  $n$  عدد متمایز داده شده است. فرض کنید که به دلیل وجود نویز، عدد داخل یکی از گره‌ها تغییر می‌کند. با چه مرتبه‌ی زمانی می‌توان تشخیص داد که آیا درخت جدید همچنان یک درخت دودویی جست و جوی معتبر هست یا خیر؟ بهترین گزینه را انتخاب کنید.

(۱)  $O(\log n)$

(۲)  $O(n)$

(۳)  $O(n \log n)$

(۴)  $O(n^2)$

