دانشگاه شهید باهنر کرمان

پنج: لیست پیوندی

ساختمان داده ها و الگوریتم

مدرس: دکتر نجمه منصوری

نگارنده: سجاد هاشمیان

ذخیره سازی در حافظه اصلی

به طور کلی برای ذخیره‌سازی انواع داده‌ها در حافظه اصلی (RAM) از دو نوع ساختار می‌توان استفاده کرد:

۱. آرایه‌ها

۲. لیست‌های پیوندی

آرایه

هر آرایه لیست پشت سرهم از داده‌ها است که همگی داده‌ها از یک نوع بوده و ناحیه‌ای پیوسته از حافظه را در اختیار دارند.

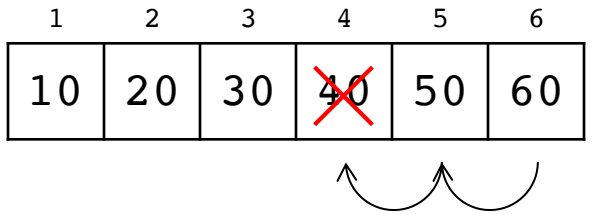
به طور کلی آرایه ها مشکلاتی داشتند:

۱. تعداد عناصر هر آرایه همیشه **محدود و مشخص و ایستا** است و در تمام طول برنامه ثابت می‌باشد.
۲. عملیات حذف و درج یک داده دلخواه در خانه ای از آرایه nعضوی نیاز به **شیفت** دارد.

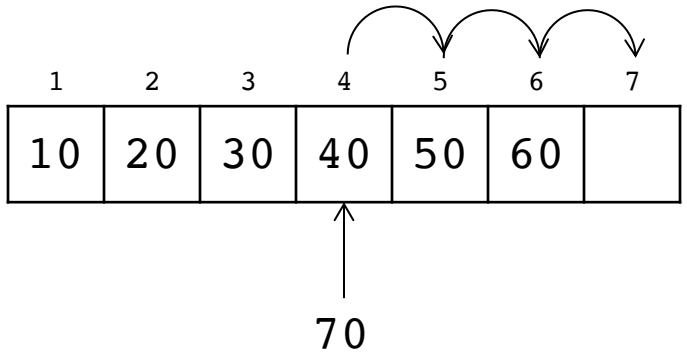
دقت کنید که عملیات همراه با شیفت عناصر در شرایطی که n بزرگ باشد همواره هزینه بالایی دارد.

عملیات	تعداد شیفت مورد نیاز	متوسط تعداد شیفت	زمان اجرا
درج داده در خانه kام	$n-k+1$	$\frac{n+1}{2}$	$O(n)$
حذف داده از خانه kام	$n-k$	$\frac{n-1}{2}$	$O(n)$

مثال



حذف 40 در محل k=4ام از آرایه n=6 عضوی نیاز به n-k=6-4=2شیفت دارد.



درج 70 در محل k=4ام از آرایه n=6 عضوی نیاز به n-k+1=6-4+1=3شیفت دارد.

مزایا آرایه

۱. عملیات جستجو یک داده دلخواه در آرایه‌ها با یکی از دو روش زیر انجام می‌گیرد:

الف) جستجوی خطی (ترتیبی) در آرایه‌های مرتب یا نامرتب با زمان $O(n)$.

ب) جستجوی دودویی (باینری) در آرایه‌های **مرتب** با زمان $O(\log n)$.

مزیت در اینجا امکان استفاده از جستجوی دودویی با زمان کمتر و سرعت بیشتر می‌باشد.

۲. دسترسی به داده‌های هر آرایه به صورت تصادفی و دلخواه به راحتی توسط اندیس آرایه انجام شده و دسترسی مستقیم و با زمان $O(1)$ خواهد بود.

لیست پیوندی (Linked List)

لیست پیوندی، لیستی دارای عناصر (رکوردها) مختلفی از حافظه پویا (Heap) بوده که لزوماً عناصر آن کنار هم قرار نگرفته‌اند.


```
class Node:
    def initialize(self, data):
        self.item = data
        self.next = none
```

عملیات ها:

- پیمایش لیست
- جستجو گره
- درج گره
- حذف گره

پیمایش لیست‌پیوندی

پیمایش گره‌های یک لیست پیوندی از ابتدای لیست انجام شده و به دو صورت بازگشتی و غیربازگشتی می‌تواند انجام گیرد.

```
def traverse(p):
    if(p!=none):
        check(p.data)
        traverse(p.data)
```

```
if(start!=none):
    p=start
    while(p!=none):
        check(p.data)
        p=p.next
```

پیمایش لیست پیوندی با nگره از مرتبه اجرایی O(n) است.

جستجو در لیست پیوندی

جستجو در هر لیست پیوندی خطی **فقط و فقط بصورت ترتیبی** امکان پذیر بوده و از ابتدا لیست آغاز می‌شود.

مرتبه اجرایی جستجوی کلید دلخواه k در لیست پیوندی با n گره که اشاره‌گر start به ابتدای آن اشاره می کند برابر O(n) است.

```
def search(start,k):
    if(start!=none):
        p=start
        while(p!=none and p.data!=k):
            p=p.next
        return p
```

درج در لیست پیوندی

برای درج یک گره جدید در موقعیتی مشخص از یک لیست پیوندی، باید ابتدا با پیمایش لیست به موقعیت قبل از محل درج رسیده و سپس گره مورد نظر را درج کرد.

می‌خواهیم گره جدید با اشاره گر new را بعد از گره معلوم با اشاره گر pos از لیستی که اشاره گر start به ابتدای آن اشاره می‌کند، درج کنیم، عملیات لازم عبارتند از:

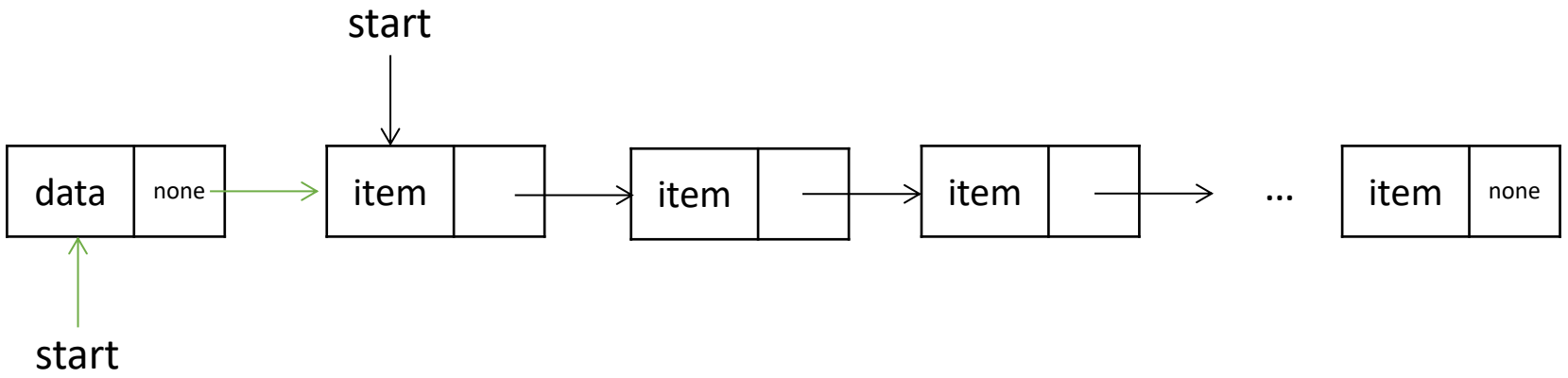
i. آماده‌سازی گره جدید O(1)
ii. پیمایش لیست O(n)
iii. درج گره O(1)

بنابراین درج در یک لیست پیوندی از زمان O(n) اجرا می‌شود.

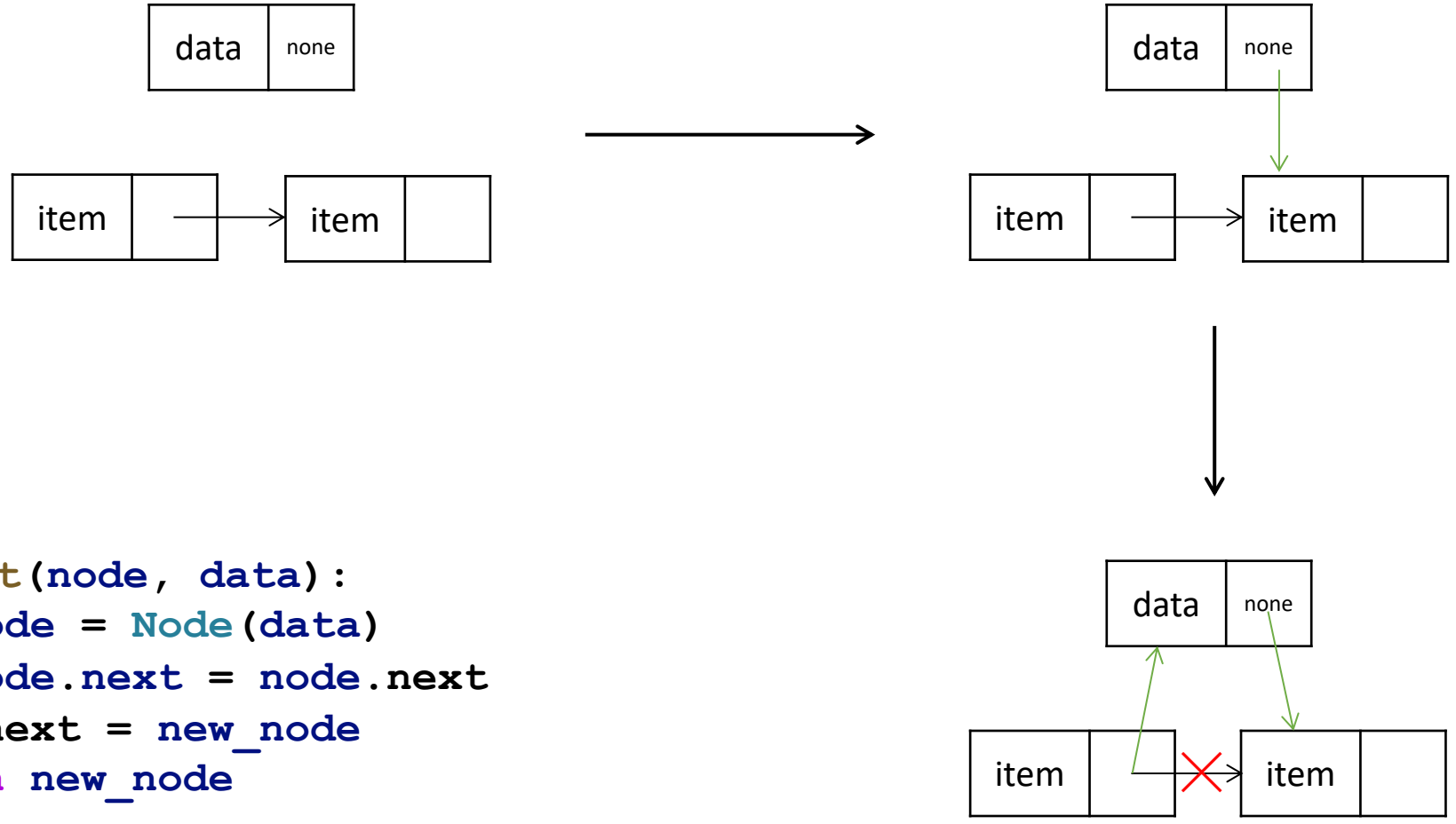
گره جدید

برای آماده سازی یک گره جدید با اشاره گر new داریم:

```
def make_node(start,data):
    if(heap.available==none):
        return 'overflow'
    new = heap.available
    new.data=data
    new.next=start
    start=new
    return new
```



درج گره

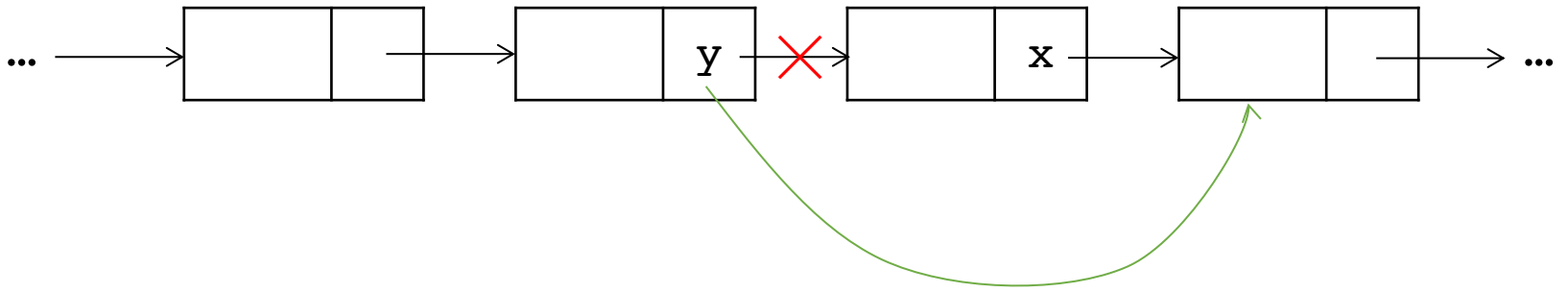



```
def insert(node, data):
    new_node = Node(data)
    new_node.next = node.next
    node.next = new_node
    return new_node
```

حذف در لیست‌پیوندی

برای حذف گره‌ای دلخواه از موقعیتی مشخص از یک لیست پیوندی، باید ابتدا با پیمایش لیست به موقعیت قبل از محل حذف رسیده، سپس گره مورد نظر را حذف کرد.

می‌خواهیم گره ای دلخواه با اشاره‌گر x را که اشاره‌گر y از گره قبل به آن اشاره می‌کند حذف کنیم.




```
def deleteNode(pos):
    pos.next = pos.next.next
```

حذف در لیست‌پیوندی

- پیمایش لیستی با nگره برای رسیدن به موقعیت قبل از حذف زمانی معادل O(n) صرف می‌کند.
- برای حذف هرگره نیاز به ۱ عمل جایگزینی است.

بنابراین در مجموع حذف در لیست پیوندی از مرتبه O(n) خواهد بود.

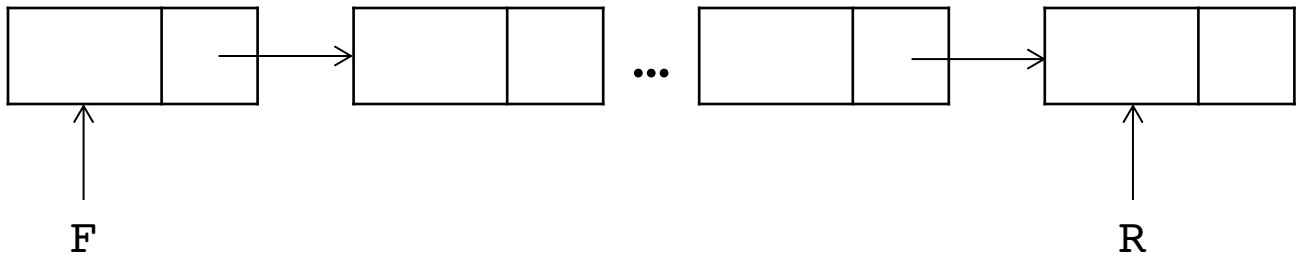
```
def delete(ls,pos):
    node=ls.start
    #find the key to delete
    repeat pos - 1 times:
        node = node.next

    next = node.next.next
    node.next = next
    return node
```

مثال

یک لیست خطی یک طرفه با دو اشاره‌گر F و R که به ترتیب به عنصر اول و آخر لیست اشاره می‌کنند پیاده‌سازی شده است.
هزینه کدامیک از اعمال زیر وابسته به تعداد عناصر لیست است؟

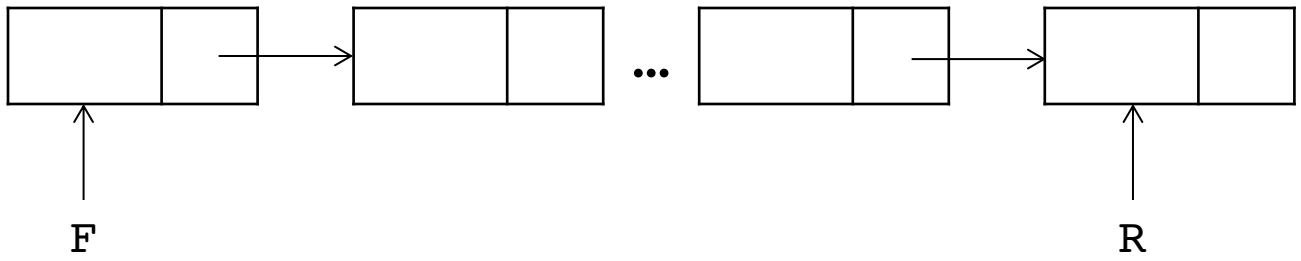
۱) حذف اولین عنصر
۲) حذف آخرین عنصر
۳) درج یک عنصر در انتهای لیست
۴) درج یک عنصر در ابتدای لیست



مثال

یک لیست خطی یک طرفه با دو اشاره‌گر F و R که به ترتیب به عنصر اول و آخر لیست اشاره می‌کنند پیاده‌سازی شده است.
هزینه کدامیک از اعمال زیر وابسته به تعداد عناصر لیست است؟

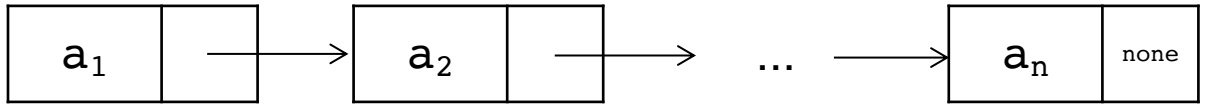
۱) حذف اولین عنصر
۲) حذف آخرین عنصر
۳) درج یک عنصر در انتهای لیست
۴) درج یک عنصر در ابتدای لیست



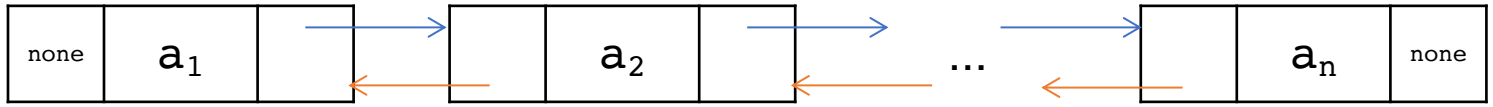
برای درج و حذف گره از ابتدا (با استفاده از اشاره گرF) و درج گره در انتها (با استفاده از اشاره گرR) نیاز به پیمایش و وابسته به تعداد گره های لیست نیست.
اما برای حذف گره آخر ابتدا باید به کمک پیمایش در زمان O(n) به گره ما قبل آخر رسیده تا بتوان عمل حذف را انجام داد.

انواع لیست پیوندی(لیست های خطی)

- **لیست پیوندی خطی یک طرفه:** در هر گره فقط یک فیلد اشاره گر وجود دارد که آن هم آدرس گره بعدی را دارد.

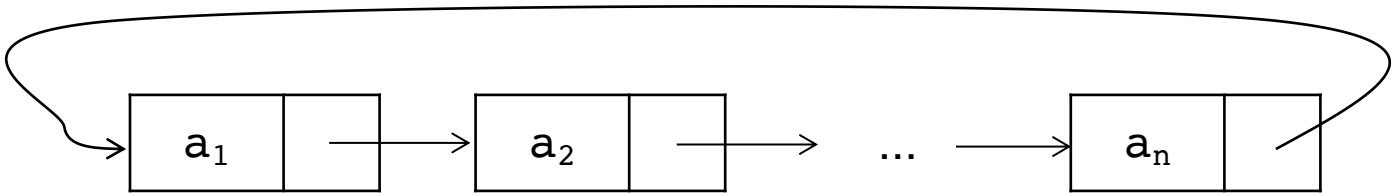


- **لیست پیوندی خطی دوطرفه:** در هر گره دو فیلد اشاره‌گر وجود دارد که یکی به گره بعدی و دیگری به گره قبلی اشاره می‌کند.

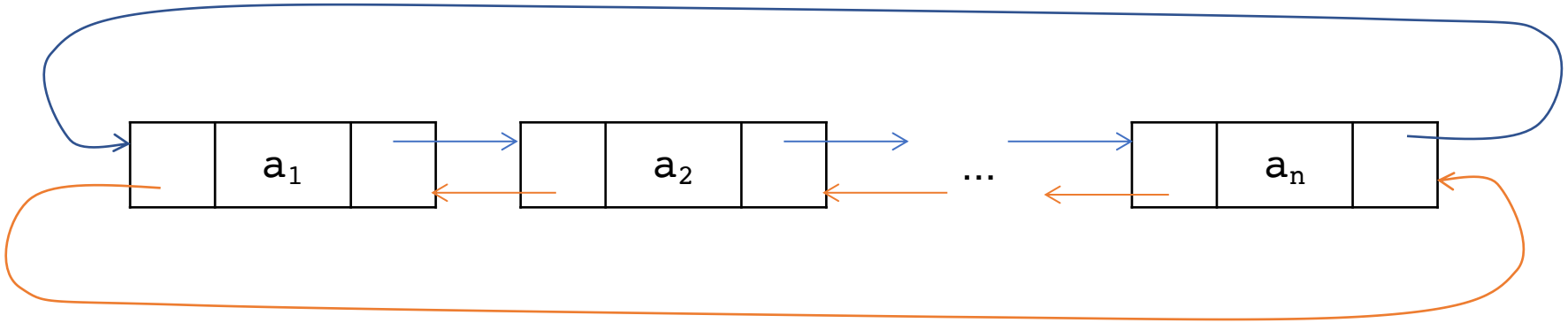


انواع لیست پیوندی(لیست های دوری)

- **لیست پیوندی خطی یک طرفه:** اشاره‌گر در گره آخر آدرس گره اول را داشته و به آن اشاره می‌کند.



- **لیست پیوندی خطی دوطرفه:** اشاره‌گر سمت راست در گره آخر به گره اول و اشاره‌گر سمت چپ در گره اول به گره آخر اشاره می‌کند.



مزیت لیست حلقوی بر لیست خطی

مزیت لیست حلقوی(دوری) بر لیست خطی یک‌طرفه این است که در لیست حلقوی بدون نیاز به هیچ حافظه اضافی با داشتن آدرس یک گره دلخواه امکان دسترسی به گره قبلی وجود دارد (با پیمایش n-1 گره در لیست با nگره از مرتبه O(n) ولی در لیست خطی یک‌طرفه این امکان وجود نداشته و دسترسی به گره‌های قبل از یک گره فقط از طریق آدرس شروع لیست وجود دارد.


```c
struct node {
    int data;
    struct node *next;
}
```

```c
struct node {
    int data;
    struct node *next;
    struct node *prev;
}
```

پیمایش لیست حلقوی

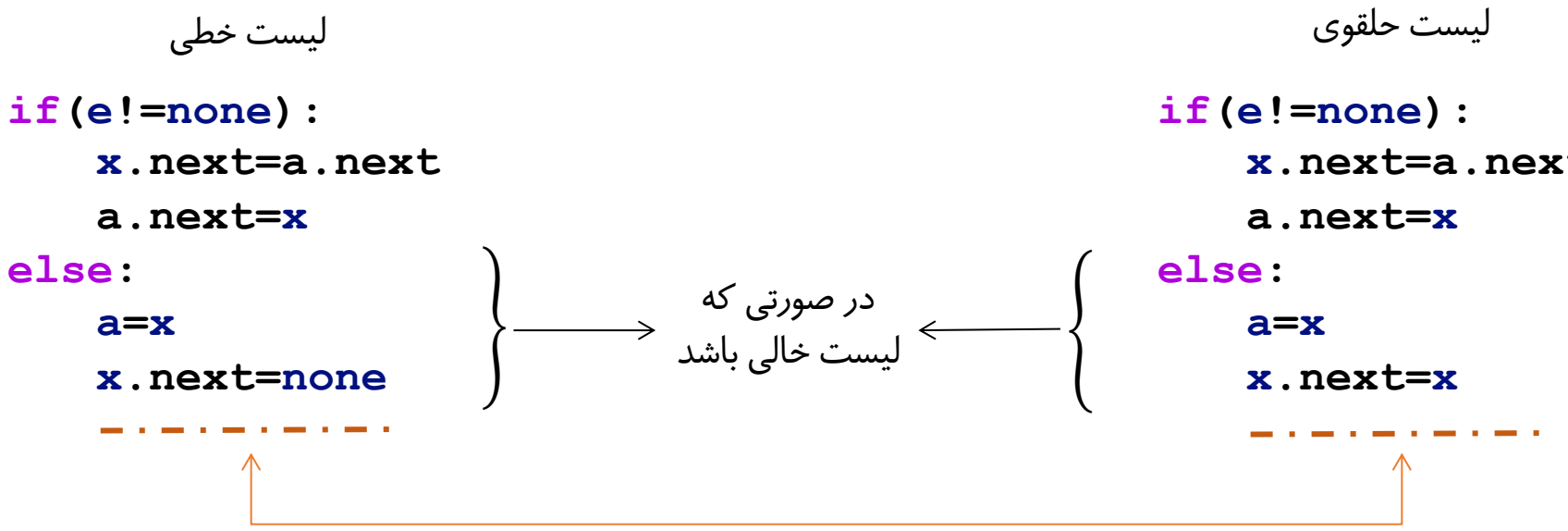
پیمایش یک لیست حلقوی در صورتی‌که start اشاره‌گری به ابتدای لیست حلقوی باشد به شرح زیر خواهد بود:

```
if(start!=none):
    p=start
    repeat:
        check(p.data)
        p=p.next
    until p==start
```

عملیات‌های لیست حلقوی

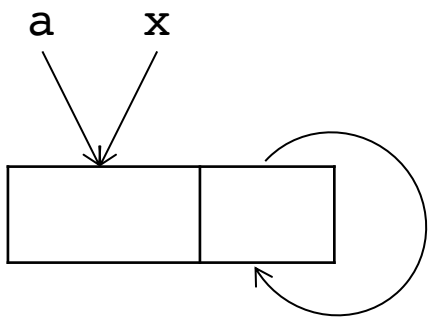
عملیات‌های لیست‌های حلقوی مانند عملیات در لیست‌های خطی است با این تفاوت که باید شرط پایان حلقه‌ها و نحوه اصلاح اشاره‌گر گره آخر باتوجه به دوری بودن لیست تغییر یابد.

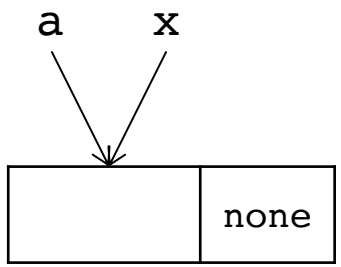
فرض کنید e اشاره‌گر به انتهای یک لیست حلقوی و یک لیست غیرحلقوی باشد و بخواهیم گره x را بعد از آن درج کنیم:



عملیات‌های لیست حلقوی

دیده می‌شود برای درج درحالتی که لیست تهی نیست دو الگوریتم شبیه هم عمل می‌کنند اما زمانی که لیست تهی باشد دو وضعیت متفاوت به صورت زیر بعد از درج گره به وجود می‌آید:





اشاره‌گر HEAD در لیست دوری

در صورتی که اشاره‌گر HEAD در لیست‌های دوری به گره اول یا آخر اشاره کند وضعیت‌های متفاوتی از نقطه نظر زمان انجام بعضی از عملیات‌ها بوجود می‌آید که به شرح زیر آن‌ها را بررسی میکنیم.

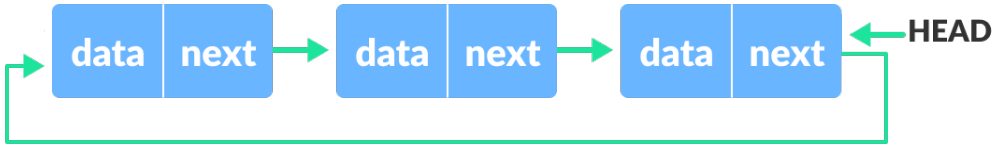
i. اشاره‌گر HEAD به ابتدای لیست اشاره کند:

عملیات	مرتبه اجرایی	توضیحات
درج در ابتدا	O(n)	باید به انتهای لیست رفته تا گره جدید را در ابتدای لیست درج کنیم.
حذف از ابتدا	O(n)	باید به انتهای لیست رفته تا گره ای را از ابتدای لیست حذف کنیم.
درج در انتها	O(n)	باید به انتهای لیست رفته تا گره جدید را در انتهای لیست درج کنیم.
حذف از انتها	O(n)	باید به گره ماقبل آخر رفته تا گره آخر را حذف کنیم.

اشاره‌گر HEAD در لیست دوری

در صورتی که اشاره‌گر HEAD در لیست‌های دوری به گره اول یا آخر اشاره کند وضعیت‌های متفاوتی از نقطه نظر زمان انجام بعضی از عملیات‌ها بوجود می‌آید که به شرح زیر آن‌ها را بررسی میکنیم.

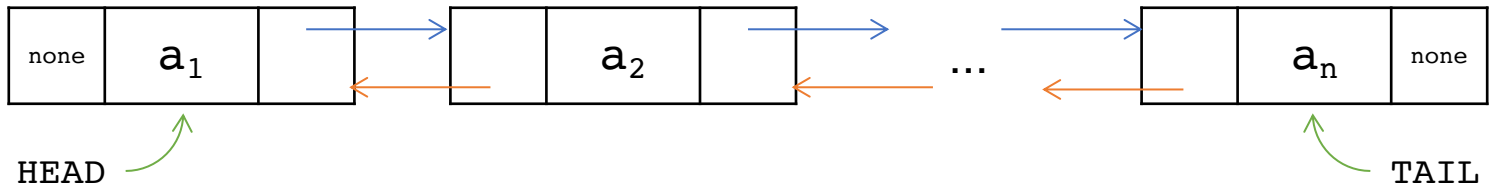
ii. اشاره‌گر HEAD به انتهای لیست اشاره کند:



عملیات	مرتبه اجرایی	توضیحات
درج در ابتدا	O(1)	درج در انتها همان درج در ابتدا خواهد بود.
حذف از ابتدا	O(1)	اشاره گر HEAD در انتها به راحتی گره را از ابتدا حذف می کند.
درج در انتها	O(1)	درج در انتها به سادگی انجام خواهد شد.
حذف از انتها	O(n)	باید به گره ماقبل آخر رفته تا گره آخر را حذف کنیم.

لیست پیوندی دو طرفه (Double linked list)

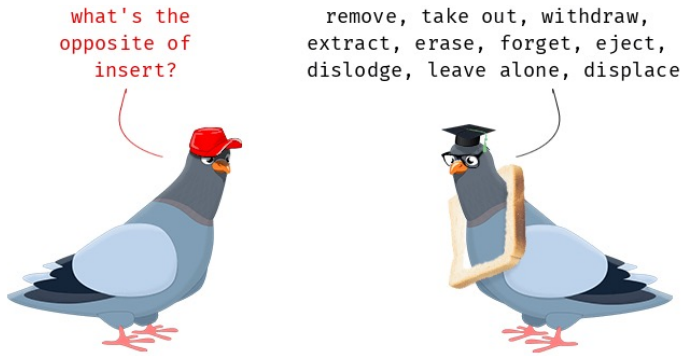
در لیست‌های پیوندی دو طرفه هر گره به کمک دو اشاره‌گر left(آدرسی گره قبلی) و right(آدرس گره بعدی) می‌تواند به گره قبلی و بعدی اشاره کند؛ در نتیجه با داشتن آدرس هر گره به راحتی می توان به گره قبلی یا بعدی دسترسی پیدا کرد.



درج در لیست‌های دوپیوندی

با داشتن آدرس یک گره دلخواه مانند P در یک لیست دو پیوندی می‌توان گره جدید با اشاره گر NEW را در سمت چپ یا راست آن درج کرد؛ برای اینکار به ۴ عمل جایگزینی نیاز داریم:

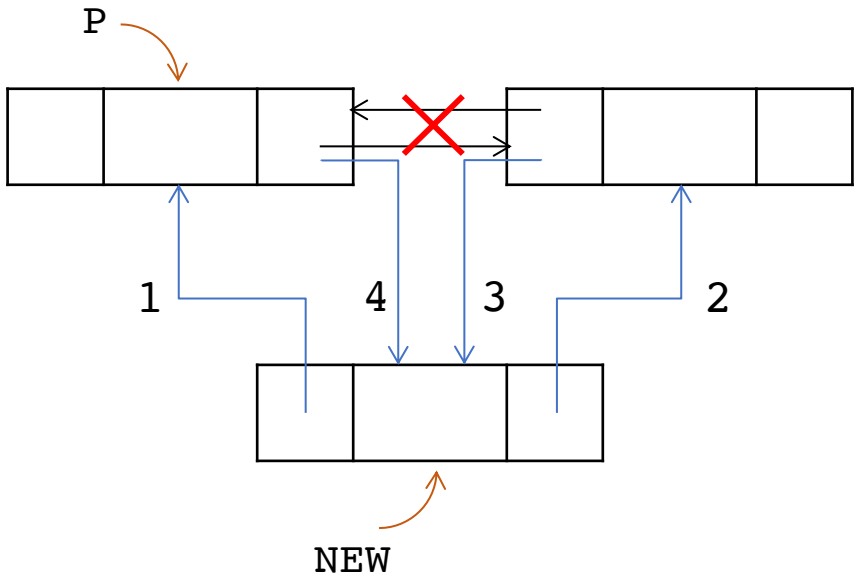
۱) درج گره با اشاره‌گر NEW سمت راست P
۲) درج گره با اشاره‌گر NEW سمت چپ P
۳) درج گره با اشاره‌گر P در ابتدای لیست
۴) درج گره با اشاره‌گر P در انتهای لیست



یک چیز بی مورد، لطفا توجه نکنید!

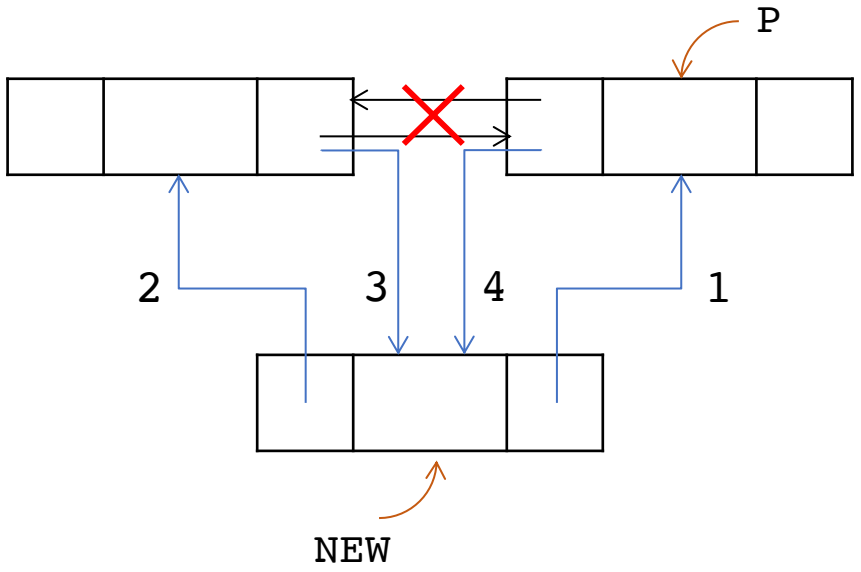
درج گره با اشاره گر NEW سمت راست P

```
1. new.left=p
2. new.right=p.right
3. (p.right).left=new
4. p.right=new
```

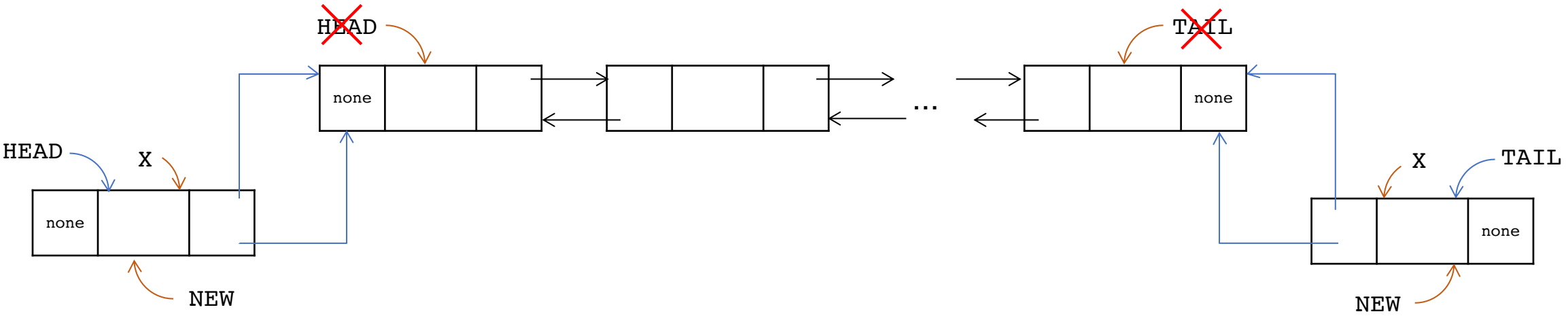


درج گره با اشاره گر NEW سمت چپ P

```
1. new.right=p
2. new.left=p.left
3. (p.left).right=new
4. p.left=new
```



درج گره با اشاره‌گر x در ابتدا یا انتها لیست



درج در ابتدا

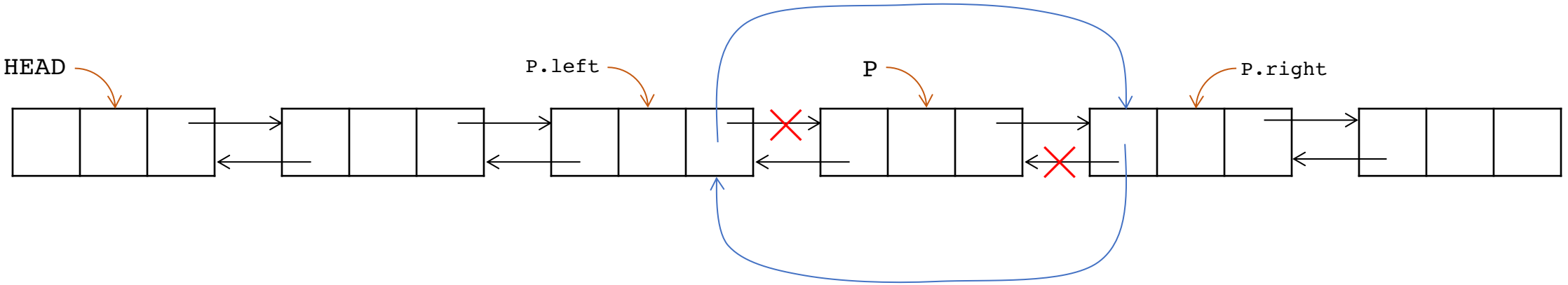
```
1. x.right=head
2. if(head!=none):
       head.left=x
3. head=x
4. x.left=none
```

درج در انتها

```
1. x.left=tail
2. if(tail!=none):
       tail.right=x
3. tail=x
4. x.right=none
```

حذف در لیست های دوپیوندی

برای حذف گره‌ای دلخواه از یک لیست دوپیوندی (دو طرفه) در صورتی که اشاره‌گر P به گره مورد نظر اشاره کند با جایگزینی ۲ آدرس بصورت زیر می توان گره مورد نظر را حذف کرد:




```
1. (p.left).right=p.right
2. (p.right).left=p.left
```

لیست‌های پیوندی

مزایا:

۱. تخصیص پویا و متناسب برای داده‌ها برخلاف آرایه‌ها که تخصیص ایستا و محدود دارند.
۲. عملیات درج و حذف بدون نیاز به شیفت با $O(1)$ انجام می‌شود برخلاف آرایه‌ها که نیاز به شیفت دارند با $O(n)$.

معایب:

۱. اتلاف حافظه نسبت به آرایه‌ها به علت استفاده از فیلد اشاره‌گر بیشتر است.
۲. تنها روش جستجو جستجوی خطی است و با زمان $O(n)$؛ برخلاف آرایه‌ها که جستجو دودویی را نیز دارند.
۳. دسترسی به هر داده ترتیبی و از ابتدای لیست است با زمان $O(n)$؛ برخلاف آرایه‌ها که امکان دسترسی تصادفی با زمان $O(1)$ را دارند.

معکوس کردن لیست پیوندی

برای معکوس کردن یک لیست پیوندی با هر تعداد گره، تنها به ۳ اشاره‌گر نیاز داریم:

```
p=head
q=none
while(p!=none):
    1. r=q
    2. q=p
    3. p=p.next
    4. q.next=r
```

مرتبه اجرایی:

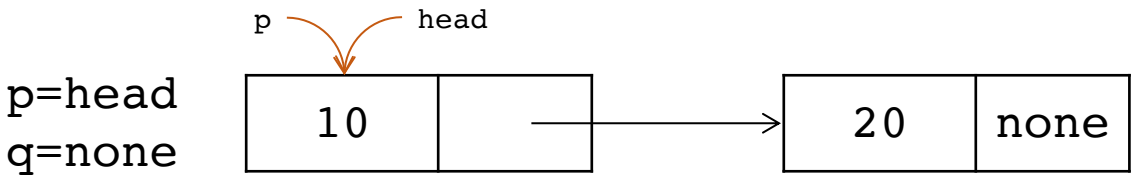
الگوریتم فوق، لیست پیوندی را یک بار پیمایش می‌کند، بنابراین زمان لازم برای اجرای الگوریتم فوق برای معکوس کردن یک لیست پیوندی با n گره، برابر با O(n) خواهد بود.

شروع الگوریتم

p، به گره اول لیست اشاره می‌کند

q، none می‌شود

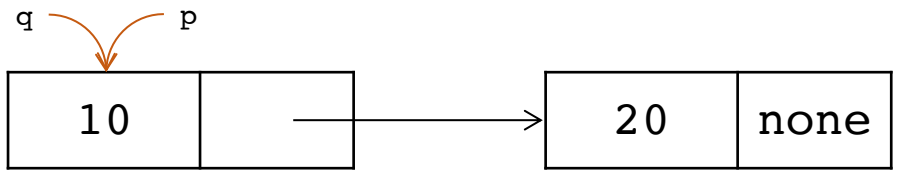
r، none می‌شود



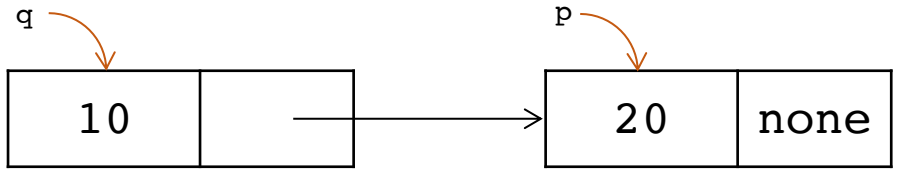
تکرار اول حلقه

1) r=q r=nil

2) q=p



3) p=p.next



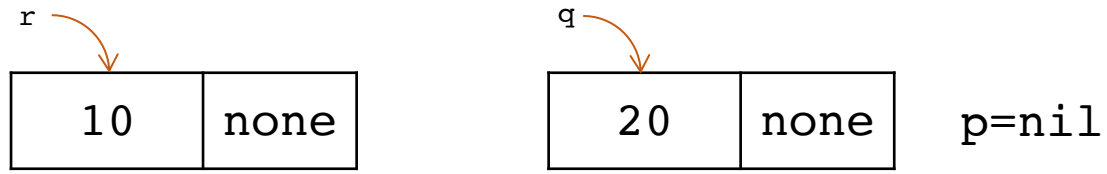
4) q.next=r

تکرار دوم حلقه

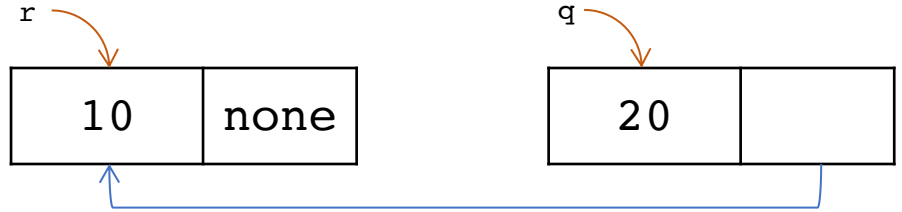
1) r=q

2) q=p

3) p=p.next



4) q.next=r

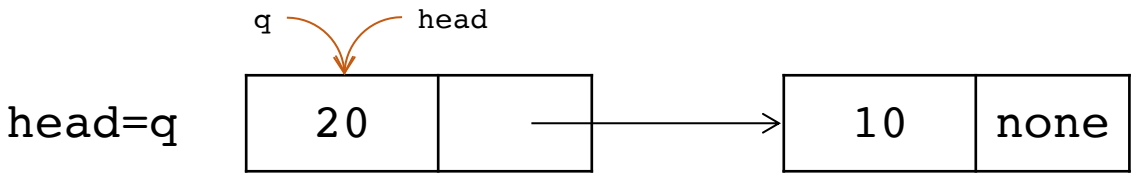


پایان الگوریتم

p، none می‌شود

q، به ابتدای لیست معکوس شده اشاره می‌کند

r، به گره بعد از q اشاره می‌کند

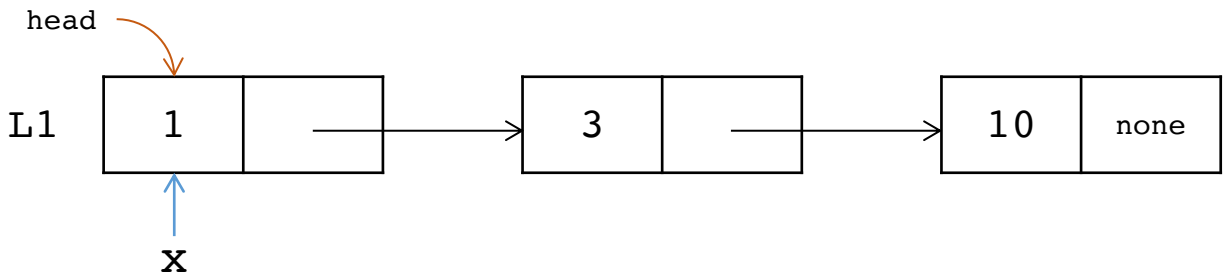


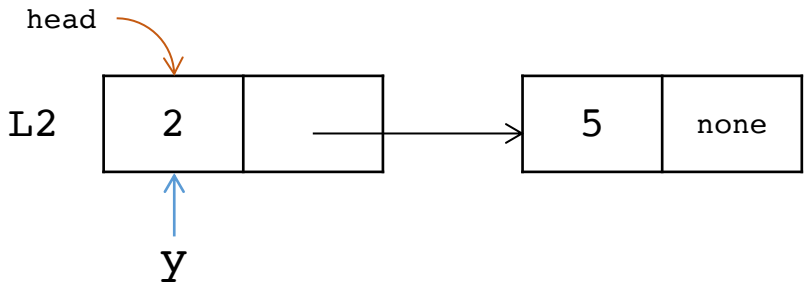
ادغام دو لیست پیوندی مرتب در یک لیست

```
def merge(L1,L2):
    L= new empty linked list
    x=L1.head
    y=L2.head
    while(x!=None or y!=None):
        item=None
        if (x==None):                  item=y.data, y=y.next
        else if(y==None):              item=x.data, x=x.next
        else if(y.data<x.data):        item=y.data, y=y.next
        else:                          item=x.data, x=x.next
        L.append(item)
    return L
```

مرتبه زمانی؟

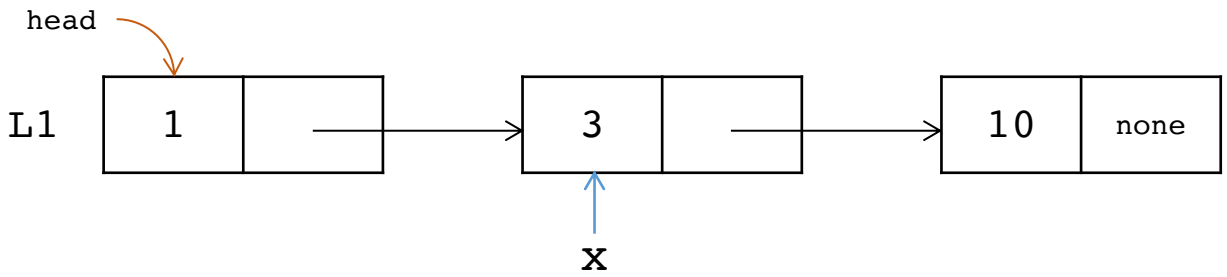
ادغام دو لیست پیوندی مرتب در یک لیست

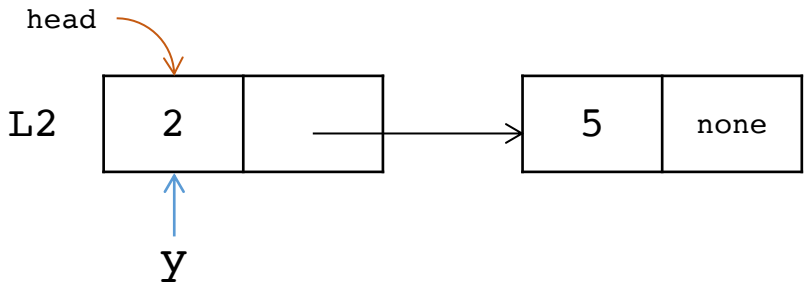


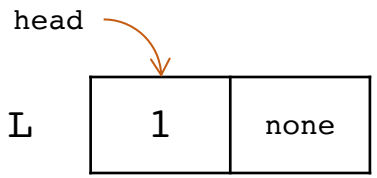


L

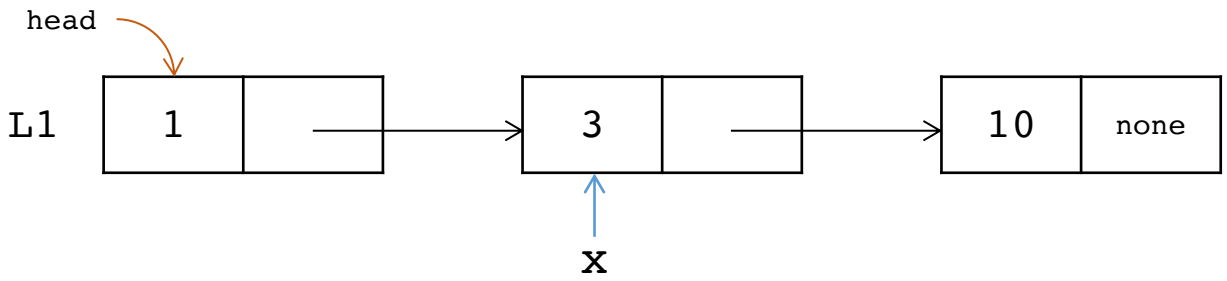
ادغام دو لیست پیوندی مرتب در یک لیست

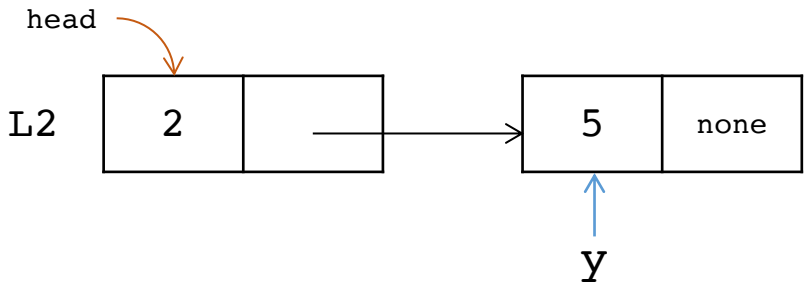


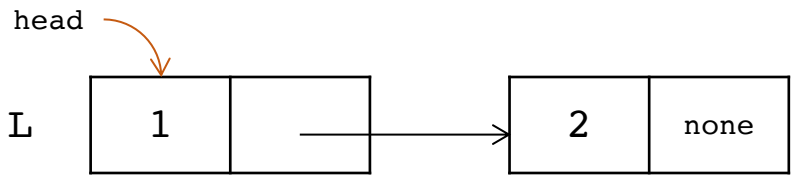




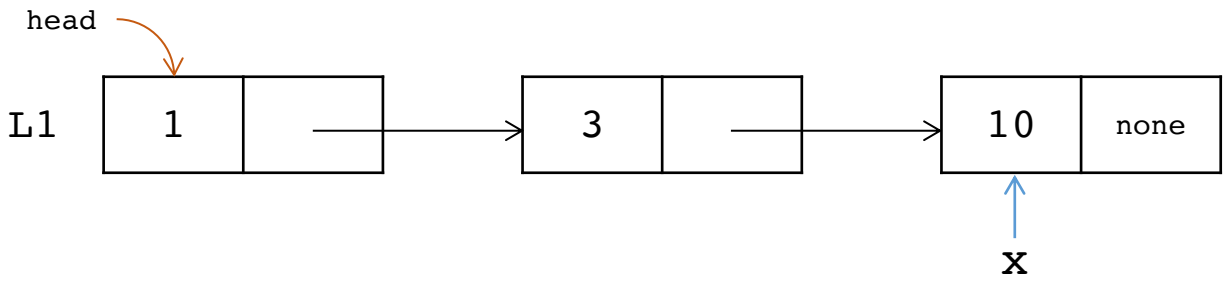
ادغام دو لیست پیوندی مرتب در یک لیست

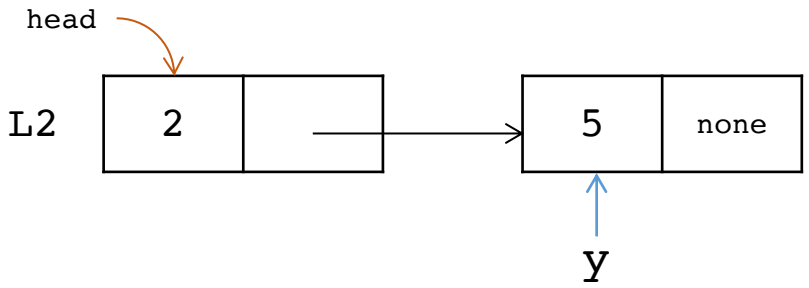


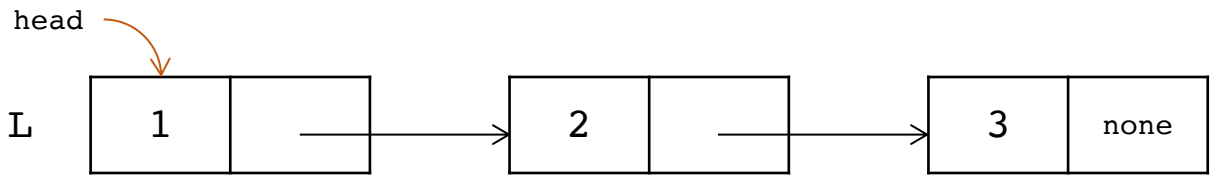




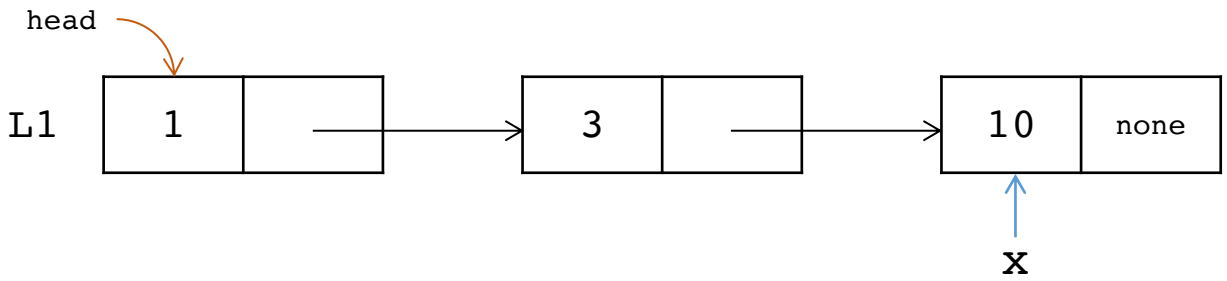
ادغام دو لیست پیوندی مرتب در یک لیست

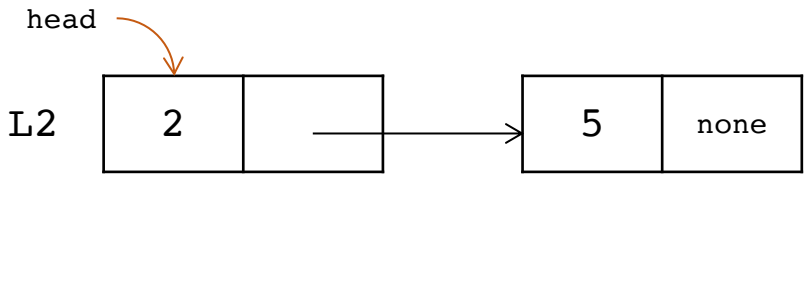


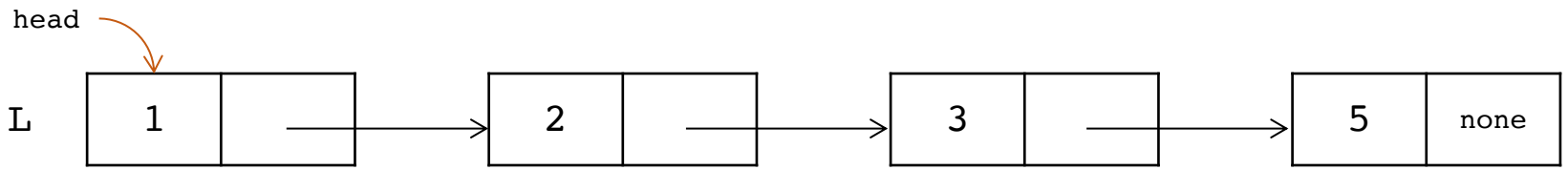




ادغام دو لیست پیوندی مرتب در یک لیست







ادغام دو لیست پیوندی مرتب در یک لیست