

# حل تمرین سری سوم (صف و لیست پیوندی)

ساختمان داده ها و الگوریتم

# سوال ۱.

ارشد ۹۳

برای ساخت یک صف  $Q$  از دو پشته  $S_1$  و  $S_2$  استفاده می‌کنیم. برای درج  $x$  در انتهای  $Q$ ، عمل  $Push(S_1, x)$  را انجام می‌دهیم. برای حذف یک عنصر از ابتدای  $Q$ ، اگر  $S_2$  خالی نباشد، عمل  $Pop(S_2)$  را انجام می‌دهیم. در غیر این صورت، تمامی عناصر  $S_1$  را به ترتیب  $Pop$  کرده و  $Push(S_2)$  می‌کنیم. اکنون عمل  $Pop$  بر روی  $S_2$  عنصر ابتدایی  $Q$  را بر می‌گرداند.

اگر بر روی  $Q$  که در ابتدا خالی است، ۱۰۰ عمل صورت گیرد، حداکثر هزینه چه مقدار خواهد بود؟

(۱) 150

(۲) 151

(۳) 199

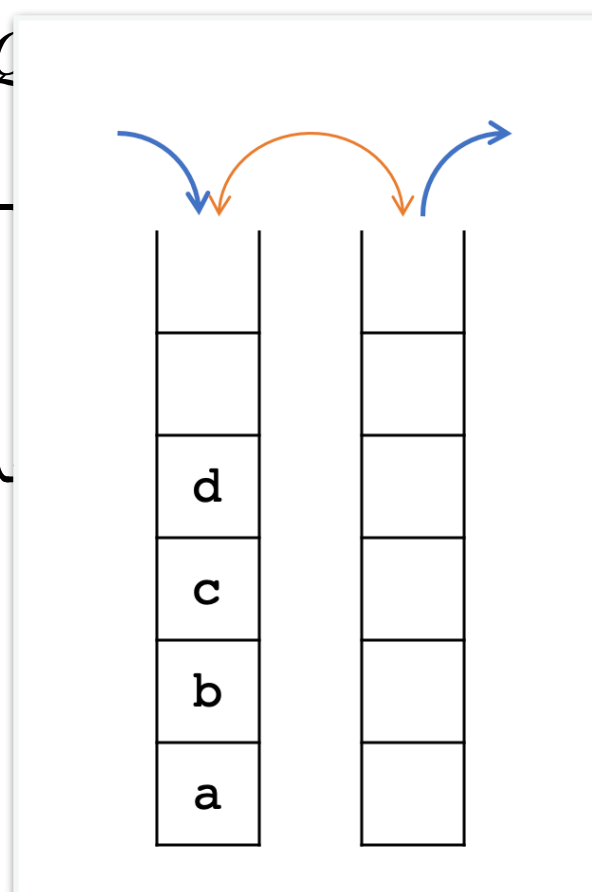
(۴) 200

# سوال ۱.

ارشد ۹۳

برای ساخت یک صف  $Q$  از دو پشته  $S_1$  و  $S_2$  استفاده می‌کنیم. برای درج  $x$  در انتهای  $Q$ ، عمل  $Push(S_1, x)$  را انجام می‌دهیم. برای حذف  $x$  از  $Q$ ، اگر  $S_2$  خالی نباشد، عمل  $Pop(S_2)$  را انجام می‌دهیم. در غیر این صورت، عمل  $Pop(S_1)$  را انجام می‌دهیم و سپس  $Push(S_2, x)$  را انجام می‌دهیم. اگر  $S_1$  خالی باشد، عمل  $Pop(S_1)$  را انجام می‌دهیم و سپس  $Push(S_2, x)$  را انجام می‌کنیم.

مقدار کمترین هزینه چقدر خواهد بود؟



(۱) 150

(۲) 151

(۳) 199

(۴) 200


# سوال ۱.


گزینه ۳


- هزینه  $Push$  در هر شرایطی  $O(1)$  است.
- هزینه  $Pop$  در صورتی که  $S_2$  خالی نباشد،  $O(1)$  است.
- هزینه  $Pop$  در صورتی که  $S_2$  خالی باشد،  $O(n_{S_1})$  است.
- پس باید سعی کنیم  $S_2$  را تا جای ممکن خالی نگه داریم و سر آخر  $Pop$  کنیم:

$Push, Push, Push, \dots, Pop$

$$T(100) = 99 \times 1 + 99 + 1$$

  
 $Push$

  
انتقال از  $S_1$   
به  $S_2$

  
 $Pop$

## سوال ۲.

دکتری ۹۵

داده ساختار صف با سه عملیات افزودن به ابتدای صف، حذف از انتهای صف و استخراج عنصر کمینه را در نظر بگیرید.

بهترین پیاده‌سازی ممکن برای این داده ساختار هر یک از سه عملیات فوق را به صورت «سرشکن» در چه زمانی پشتیبانی می‌کند؟

(۱) هر سه عملیات  $O(1)$

(۲) هر سه عملیات  $O(\log n)$

(۳) درج و حذف  $O(1)$  و استخراج کمینه  $O(\log n)$

(۴) درج و حذف  $O(\log n)$  و استخراج کمینه  $O(n)$

## سوال ۲.

دکتری ۹۵

داده ساختار صف با سه عملیات افزودن به ابتدای صف، حذف از انتهای صف و استخراج عنصر کمینه را در نظر بگیرید.

شکن» در

|         |  |  |   |    |    |    |   |
|---------|--|--|---|----|----|----|---|
|         |  |  | 5 | 11 | 2  | 4  | 9 |
| POP     |  |  |   | 5  | 11 | 2  | 4 |
| POP MIN |  |  |   |    | 5  | 11 | 4 |
| PUSH 6  |  |  |   | 6  | 5  | 11 | 4 |

بهترین پی

چه زمانی

(۱) هر سه

(۲) هر سه

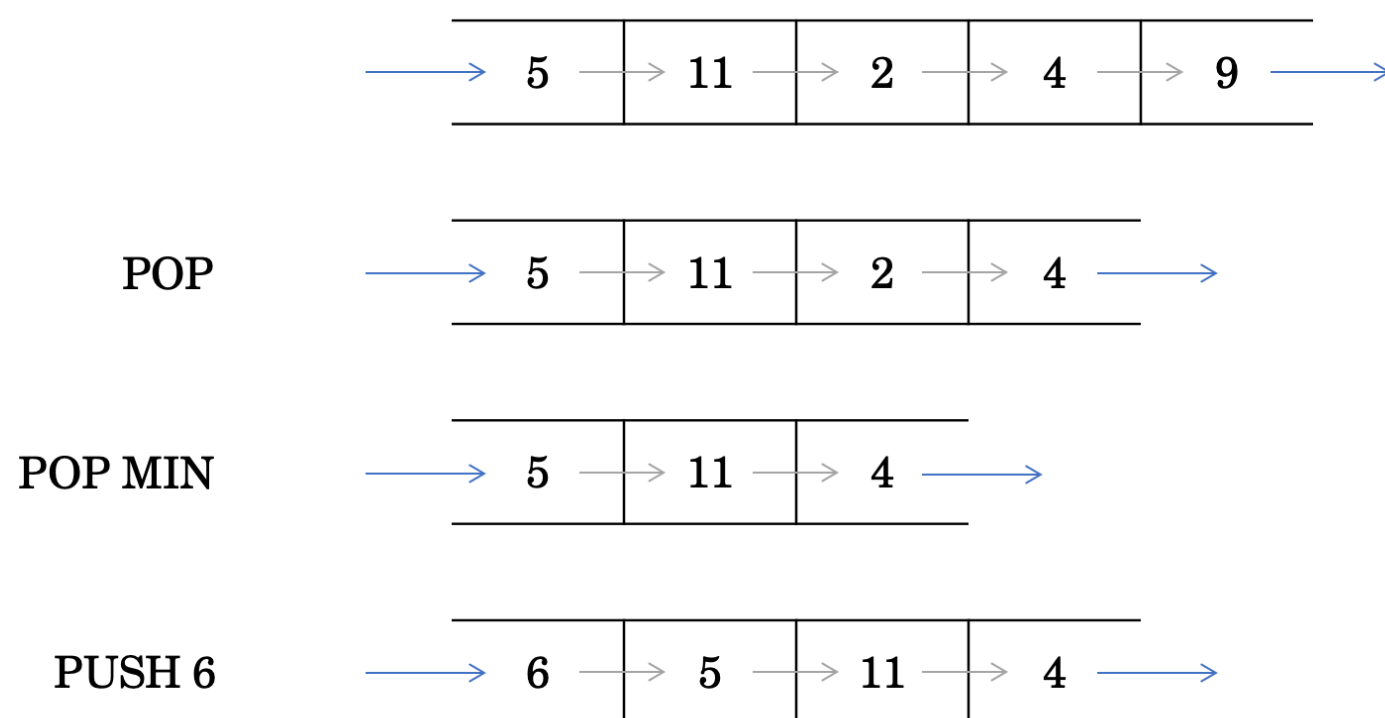
(۳) درج و

(۴) درج و

## سوال ۲.

دکتری ۹۵

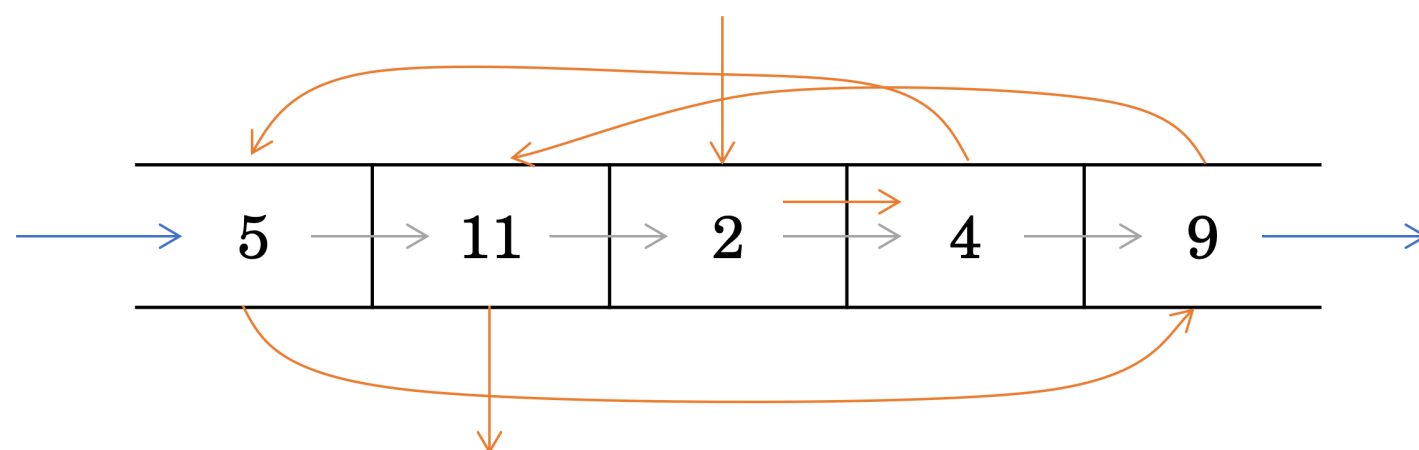
فرض کنید که صف ما با یک لیست پیوندی دوطرفه پیاده‌سازی شده باشد.  
بنابراین هر خانه از یک دوتایی  $(key, *next)$  تشکیل شده است و برای لیست نیز یک اشاره گر  $begin$  داریم.



## سوال ۲.

گزینه ۱

معماری خانه‌ها را به  $(key, *next, *next\ min)$  تغییر می‌دهیم.  
حالا به خانه کمینه از  $O(1)$  دسترسی داریم و برای حذف و درج گره جدید هم مشکلی نداریم.

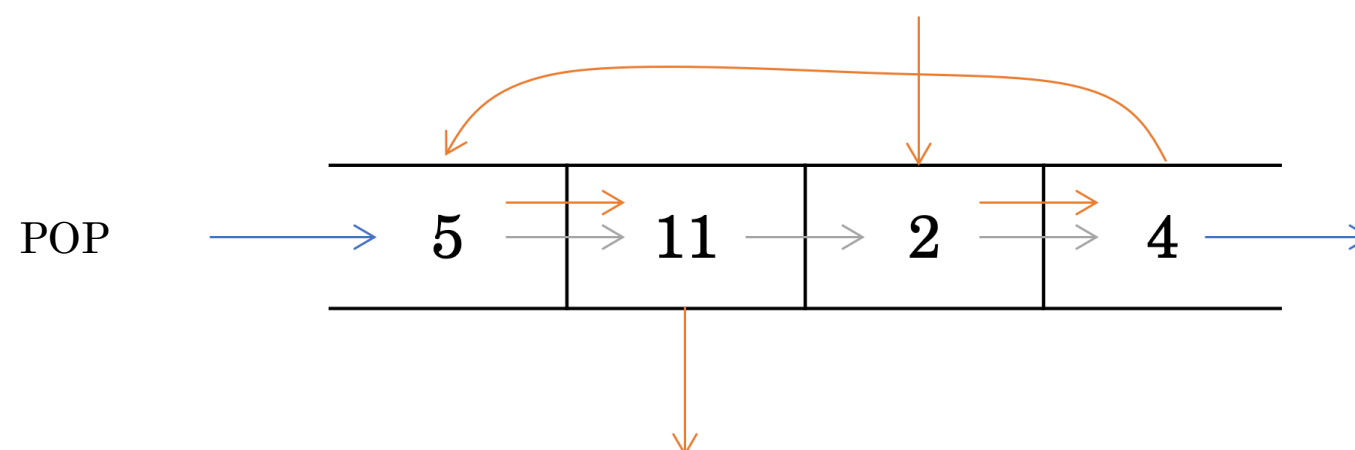




## سوال ۲.

گزینه ۱

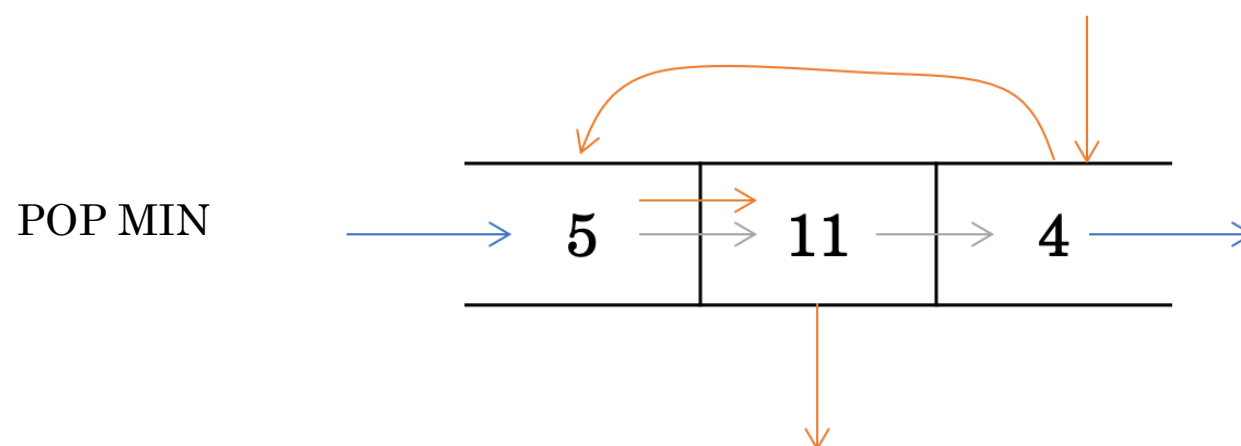
معماری خانه‌ها را به  $(key, *next, *next\ min)$  تغییر می‌دهیم.  
حالا به خانه کمینه از  $O(1)$  دسترسی داریم و برای حذف و درج گره جدید هم مشکلی نداریم.



## سوال ۲.

گزینه ۱

معماری خانه‌ها را به  $(key, *next, *next\ min)$  تغییر می‌دهیم.  
حالا به خانه کمینه از  $O(1)$  دسترسی داریم و برای حذف و درج گره جدید هم مشکلی نداریم.



## سوال ۳.

ارشد ۹۴

فرض کنید صف  $Q$  با یک آرایه‌ی حلقوی به اندازه‌ی  $m$  پیاده‌سازی شده است که اندیس‌های آن از صفر تا  $m - 1$  است و عناصر آن به صورت چرخه‌ای و در جهت ساعتگرد ذخیره شده‌اند. مولفه‌های  $front(Q)$  و  $rear(Q)$  به ترتیب اندیس اولین عنصر و عنصر بعد از آخرین عنصر صف را ذخیره می‌کنند. تعداد عناصر داخل صف و شرط پر بودن صف کدام گزینه زیر است؟

$$(۱) \quad front(Q) = rear(Q) \quad \text{و} \quad rear(Q) - front(Q) + 1 \mod m$$

$$(۲) \quad front(Q) = rear(Q) \quad \text{و} \quad rear(Q) - front(Q) \mod m$$

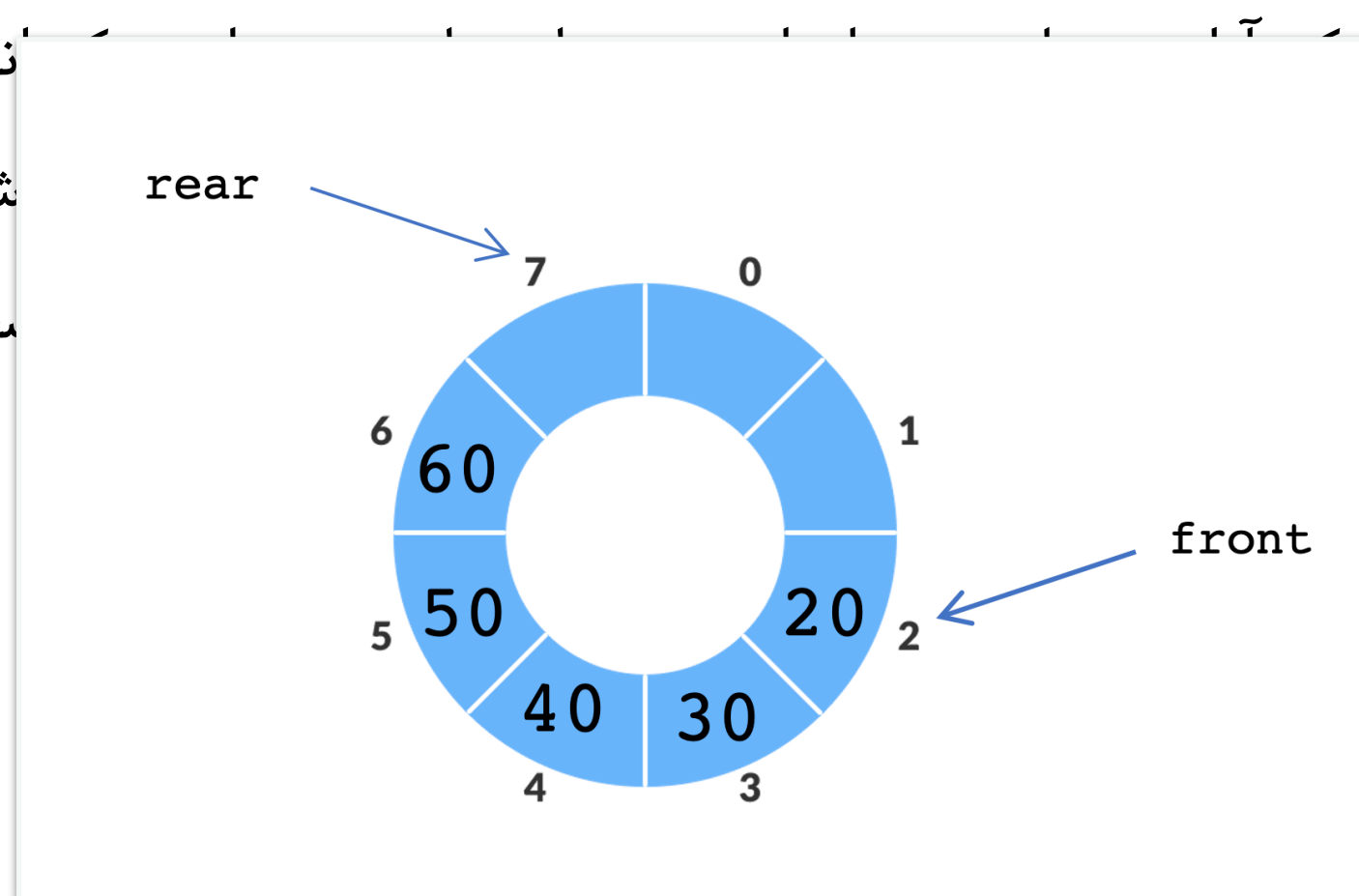
$$(۳) \quad front(Q) = rear(Q) + 1 \mod m \quad \text{و} \quad rear(Q) - front(Q) + 1 \mod m$$

$$(۴) \quad front(Q) = rear(Q) + 1 \mod m \quad \text{و} \quad rear(Q) - front(Q) \mod m$$

## سوال ۳.

گزینه ۴

ندیس‌های آن از صفر  
شده‌اند. مولفه‌های  
مفر را ذخیره می‌کنند.



فرض کنید صف  $Q$  با

تا  $m - 1$  است و عنا

$rear(Q)$  و  $front(Q)$

تعداد عناصر داخل صف

$(Q) + 1 \mod m$  (۱)

$front(Q) \mod m$  (۲)

$(Q) + 1 \mod m$  (۳)

$front(Q) = rear(Q) + 1 \mod m$  و  $rear(Q) - front(Q) \mod m$  (۴)

## سوال ۴.

ارشد ۹۴

یک لیست پیوندی خطی با دو اشاره گر به ابتدا و انتهای آن در نظر بگیرید. کدام یک از اعمال زیر وابسته به طول لیست می باشد؟

(۱) حذف عنصر از ابتدا لیست

(۲) اضافه کردن عنصر به ابتدا لیست

(۳) اضافه کردن عنصر به انتهای لیست

(۴) حذف عنصر از انتهای لیست

## سوال ۴.

گزینه ۴

یک لیست پیوندی خطی با دو اشاره گر به ابتدا و انتهای آن در نظر بگیرید. کدام یک از اعمال زیر وابسته به طول لیست می باشد؟



(۱) حذف

(۲) اضافه کردن

(۳) اضافه کردن

(۴) حذف

## سوال ۵.

ارشد ۹۳

روی لیست پیوندی و دوسویه‌ی  $Q$  که عناصر آن عدد هستند و اشاره‌گر به عنصر اول و آخر آن را داریم، اعمال زیر تعریف شده‌اند:

$Delete(k)$  :  $k$  عنصر ابتدای  $Q$  را به ترتیب حذف می‌کند.

$Append(C)$  : عنصر آخر  $Q$  را نگاه می‌کند، اگر مقدارش از  $C$  بیشتر بود آن را حذف می‌کند. این کار را تکرار می‌کند تا عنصر انتهایی کمتر یا مساوی  $C$  شود (یا  $Q$  تهی شود). در آن صورت عنصر  $C$  را به انتهای صف درج می‌کند.

اگر دنباله‌ای از  $n$  تا از این دو عمل را با ترتیب دلخواه روی یک لیست تهی  $Q$  انجام دهیم. مجموع کل هزینه‌ها به کدام گزینه زیر نزدیک‌تر است؟

(۱)  $n - k$

(۲)  $n$

(۳)  $2n$

(۴)  $3n$

## سوال ۵.

ارشد ۹۳

روی لیست پیوندی و دوسویه‌ی  $Q$  که عناصر آن عدد هستند و اشاره‌گر به عنصر اول و آخر آن را داریم، اعمال زیر تعریف شده‌اند:

$Delete(k)$  :  $k$  عنصر ابتدای  $Q$  را به ترتیب حذف می‌کند.

$Append(C)$  : عنصر آخر  $Q$  را نگاه می‌کند، اگر مقدارش از  $C$  بیشتر بود آن را حذف می‌کند. این کار را تکرار می‌کند تا

گزینه‌ها به

.

|    |    |    |    |    |    |   |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|
| 11 | 23 | 62 | 45 | 91 | 83 | 3 | 32 | 74 | 15 |
|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|

Append(4)

|    |    |    |    |    |    |   |   |
|----|----|----|----|----|----|---|---|
| 11 | 23 | 62 | 45 | 91 | 83 | 3 | 4 |
|----|----|----|----|----|----|---|---|

Delete(3)

|    |    |    |   |   |
|----|----|----|---|---|
| 45 | 91 | 83 | 3 | 4 |
|----|----|----|---|---|

عنصر انتها

اگر دنباله

کدام گزین

(۱)  $n - k$

(۲)  $n$

(۳)  $2n$

(۴)  $3n$



## سوال ۵.

چشم‌ها را باید شست، جور دیگر باید دید.

سهراب سپهری

● هزینه عمل  $Delete(k)$  وابسته به تعداد عناصر موجود  $n_t$  و  $k$  هست، که هر دو متغیر اند!

●  $O(\min\{k, n_t\})$

● هزینه عمل  $Append(C)$  هم وابسته به مقدار  $C$  و همچنین تعداد عناصر موجود  $n_t$  هست!

●  $O(\min\{C, n_t\})$

● خوب حالا چجوری مجموع هزینه اجرای  $n$  عمل رو بدست بیاریم؟

## سوال ۵.

گزینه ۳

برای حساب کردن مجموع هزینه، بجای محاسبه هزینه هر عمل و کثافت بازی (مثلا میانگین اینا)، میتونیم هزینه رو برای هر عنصر از سیستمون در نظر بگیریم و مجموع رو برای اونها حساب کنیم.

- هر عنصر  $C$  توسط  $Append$  یک بار اضافه می‌شه.
- هر عنصر  $C$  یک بار و فقط یک بار توسط  $Append$  یا  $Delete$  حذف می‌شه.

بنابراین برای هر عنصر حداکثر ۲ عمل و حداقل ۱ عمل انجام میشه.

این یعنی کلا به طور متوسط  $2n$  عملیات انجام می‌دیم.

# سوال؟

ای بی حافظه شده پس از نوبت‌ها شوک برقی!

رضا براهنی

