

# حل تمرین سری چهارم

گراف و درخت‌ها

ساختمان داده‌ها و الگوریتم

# سوال ۱.

دکتری ۹۱

پیمایش سطح ترتیب گره‌های یک درخت را به ترتیب سطح آنها و برای هر سطح، گره‌های آن را از چپ به راست ملاقات می‌کند؛ ترتیب ملاقات برگ‌های هر درخت در پیمایش سطح ترتیب برابر کدام روش است؟

(۱) میان‌ترتیب

(۲) پیش‌ترتیب

(۳) پس‌ترتیب

(۴) هیچ‌کدام

# سوال ۱.

گزینه ۴.

پیمایش سطح ترتیب گره‌های یک درخت را به ترتیب سطح آنها و برای هر سطح، گره‌های آن را از چپ به راست ملاقات

است؟

(۱) میان‌ترتیب

(۲) پیش‌ترتیب

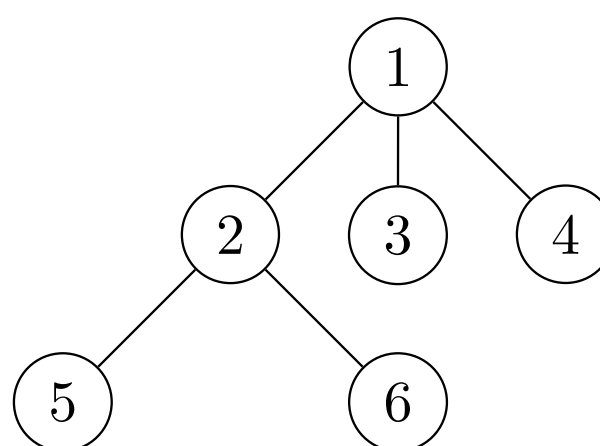
(۳) پس‌ترتیب

(۴) هیچ‌کدام

ترتیب پیمایش در هر سه پیمایش عمقی برابر است!

عمق اول:  $\langle 5, 6, 3, 4 \rangle$

سطح اول:  $\langle 3, 4, 5, 6 \rangle$



## سوال ۲.

ارشد ۹۷

در یک گراف غیرجهت دار با  $n$  راس و  $e$  یال، مجموع درجه تمام رئوس کدام است؟

(۱)  $2e$

(۲)  $2n$

(۳)  $\frac{2e - 1}{2}$

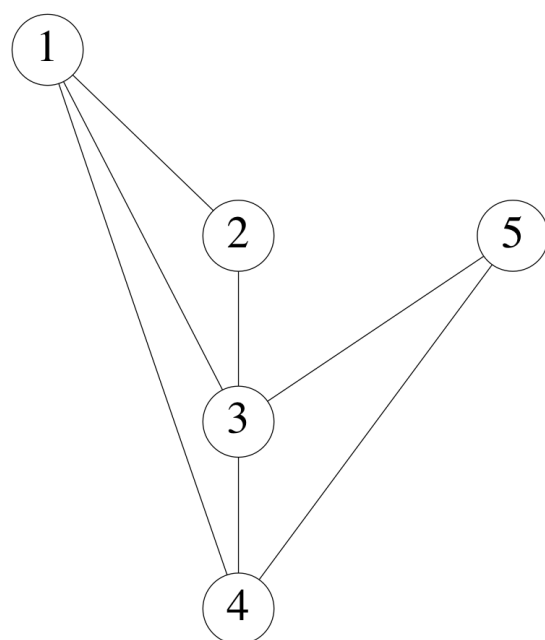
(۴)  $\frac{2n - 1}{2}$

## سوال ۲.

گزینه ۱.

در یک گراف غیرجهت دار با  $n$  راس و  $e$  یال، مجموع درجه تمام رئوس کدام است؟

هر یال به دو راس متصل است، پس دو بار شمرده می‌شود.



(۱)  $2e$

(۲)  $2n$

(۳)  $\frac{2e - 1}{2}$

(۴)  $\frac{2n - 1}{2}$

## سوال ۳.

ارشد ۹۶

گراف ۵ راسی و همبند بدون جهتی داریم که راس‌های آن با ۱ تا ۵ شماره‌گذاری شده است. اگر از راس ۱ الگوریتم DFS را اجرا کنیم، تمام حالت‌هایی که رئوس می‌توانند ملاقات شوند عبارت‌اند از  $\langle 1,2,4,3,5 \rangle$ ،  $\langle 1,3,4,2,5 \rangle$ ،  $\langle 1,3,5,4,2 \rangle$ . حالا اگر از راس ۵ DFS را اجرا کنیم، کدام ترتیب ملاقات ممکن است؟

(۱)  $\langle 5,3,2,1,4 \rangle$

(۲)  $\langle 5,3,1,4,2 \rangle$

(۳)  $\langle 5,4,2,1,3 \rangle$

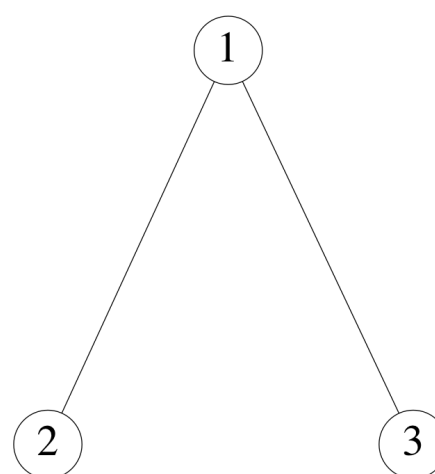
(۴)  $\langle 5,2,4,2,1 \rangle$

## سوال ۳.

ارشد ۹۶

ت. اگر از راس  
عبارت‌اند از  
تیب ملاقات

$\langle 1, 3, 5, 4, 2 \rangle$ ،  $\langle 1, 3, 4, 2, 5 \rangle$ ،  $\langle 1, 2, 4, 3, 5 \rangle$



گراف ۵ راسی  
۱ الگوریتم FS  
(۱)  $\langle 1, 2, 4, 3, 5 \rangle$   
ممکن است؟

(۱)  $\langle 5, 3, 2, 1, 4 \rangle$

(۲)  $\langle 5, 3, 1, 4, 2 \rangle$

(۳)  $\langle 5, 4, 2, 1, 3 \rangle$

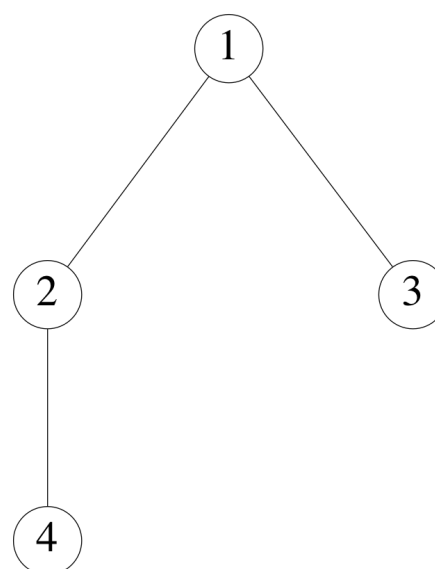
(۴)  $\langle 5, 2, 4, 2, 1 \rangle$

## سوال ۳.

ارشد ۹۶

ت. اگر از راس  
عبارت‌اند از  
تیب ملاقات

$\langle 1,3,5,4,2 \rangle$ ،  $\langle 1,3,4,2,5 \rangle$ ،  $\langle 1,2,4,3,5 \rangle$



گراف ۵ راسی  
۱ الگوریتم FS  
)،  $\langle 1,2,4,3,5 \rangle$   
ممکن است؟

- (۱)  $\langle 5,3,2,1,4 \rangle$
- (۲)  $\langle 5,3,1,4,2 \rangle$
- (۳)  $\langle 5,4,2,1,3 \rangle$
- (۴)  $\langle 5,2,4,2,1 \rangle$

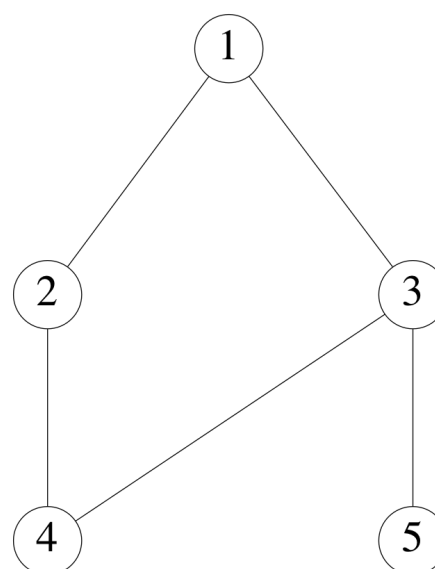


## سوال ۳.

ارشد ۹۶

ت. اگر از راس  
عبارت‌اند از  
تیب ملاقات

$\langle 1,3,5,4,2 \rangle$ ،  $\langle 1,3,4,2,5 \rangle$ ،  $\langle 1,2,4,3,5 \rangle$



گراف ۵ راسی  
۱ الگوریتم FS  
)،  $\langle 1,2,4,3,5 \rangle$   
ممکن است؟

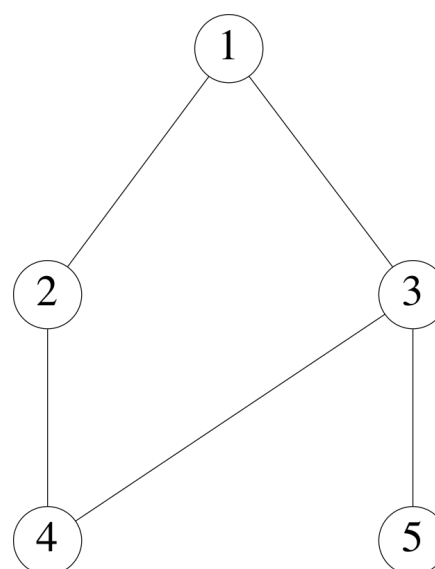
- (۱)  $\langle 5,3,2,1,4 \rangle$
- (۲)  $\langle 5,3,1,4,2 \rangle$
- (۳)  $\langle 5,4,2,1,3 \rangle$
- (۴)  $\langle 5,2,4,2,1 \rangle$

## سوال ۳.

گزینه ۴.

ت. اگر از راس  
عبارت‌اند از  
تیب ملاقات

$\langle 5,3,4,2,1 \rangle$ ،  $\langle 5,3,1,2,4 \rangle$



گراف ۵ راسی  
۱ الگوریتم FS  
 $\langle 1,2,4,3,5 \rangle$ ،  
ممکن است؟

- (۱)  $\langle 5,3,2,1,4 \rangle$
- (۲)  $\langle 5,3,1,4,2 \rangle$
- (۳)  $\langle 5,4,2,1,3 \rangle$
- (۴)  $\langle 5,3,4,2,1 \rangle$

## سوال ۴.

ارشد ۹۶

گراف  $G = (V, E)$  مفروض است، بهترین گزینه برای یافتن زیردرخت پوشا این گراف کدام است؟

(۱)  $O(|E|)$

(۲)  $O(|V|)$

(۳)  $O(|E| \times \log |E|)$

(۴)  $O(|V| \times |E|)$

## سوال ۴.

ارشد ۹۶

گراف  $G = (V, E)$  مفروض است، بهترین گزینه برای یافتن زیردرخت پوشا این گراف کدام است؟

مرتبه زمانی BFS یا DFS :

$$n - 1 \leq m \leq \frac{n(n - 1)}{2} \longrightarrow \begin{cases} m \in \Omega(n) \\ m \in O(n^2) \end{cases} \longrightarrow O(n + m) = O(m)$$

$O(|E|)$  (۱)

$O(|V|)$  (۲)

$O(|E| \times \log |E|)$  (۳)

$O(|V| \times |E|)$  (۴)

## سوال ۵.

ارشد ۹۲

گراف بدون جهت و وزن دار  $G = (V, E)$  با وزن‌های مثبت و منفی داده شده است. فرض کنید که  $w_{min}$  و  $w_{max}$  به ترتیب سبک‌ترین و سنگین‌ترین یال‌ها این گراف باشند. چندتا از گزاره‌های زیر درست هستند؟

- اگر  $G$  بیش از  $|V| - 1$  یال داشته باشد و تنها یک یال  $e$  با وزن  $w_{max}$  موجود باشد، در آن صورت  $e$  نمی‌تواند در هیچ درخت‌پوشا کمینه‌ای باشد.
- **یالی** با وزن  $w_{min}$  حتما در درخت‌پوشا کمینه است.
- اگر  $G$  یک دور داشته باشد که حاوی تنها یک  $e$  با وزن  $w_{min}$  باشد، آنگاه  $e$  حتما یالی از هر درخت پوشا کمینه است.

## سوال ۵.

ارشد ۹۲

گراف بدون  $w_{min}$  که  $G = (V, E)$  باشد و تنها یک یال  $e$  با وزن  $w_{max}$  موجود باشد،  
در آن صورت  $e$  نمی‌تواند در هیچ درخت پوشا کمینه‌ای باشد.



• اگر

$e$  نم

• یالی

• اگر

پوش

# سوال ۵.

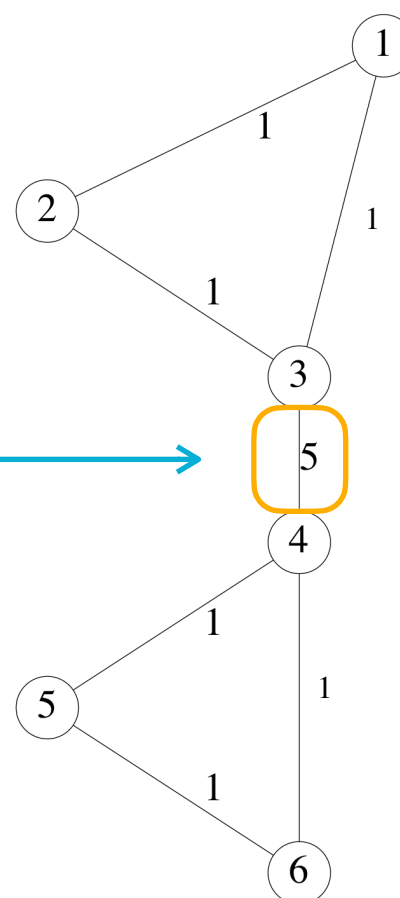
ارشد ۹۲

که  $w_{min}$  و  
هستند؟

اگر  $G$  بیش از  $|V| - 1$  یال داشته باشد و تنها یک یال  $e$  با وزن  $w_{max}$  موجود باشد،  
در آن صورت  $e$  نمی‌تواند در هیچ درخت پوشا کمینه‌ای باشد.



حتما هست.



گراف بد

به  $w_{max}$

• اگر

•  $e$  نم

• یالی

• اگر

پوش

# سوال ۵.

ارشد ۹۲

گراف بدون  $C_4$  و  $C_5$  را در نظر بگیرید.  $w_{min}$  و  $w_{max}$  به  $w$  یالی با وزن  $w_{min}$  حتما در درخت پوشا کمینه است. هستند؟



• اگر

$e$  نم

• یالی

• اگر

پوش



## سوال ۵.

ارشد ۹۲

گراف بدون  $G(V, E)$  با وزن  $w_{min}$  که

هستند؟

$w_{max}$  به



یالی با وزن  $w_{min}$  حتما در درخت پوشا کمینه است.

اگر  $G$  یک دور داشته باشد که حاوی تنها یک  $e$  با وزن  $w_{min}$  باشد،

آنگاه  $e$  حتما یالی از هر درخت پوشا کمینه است.

• اگر

$e$  نم

• یالی

• اگر

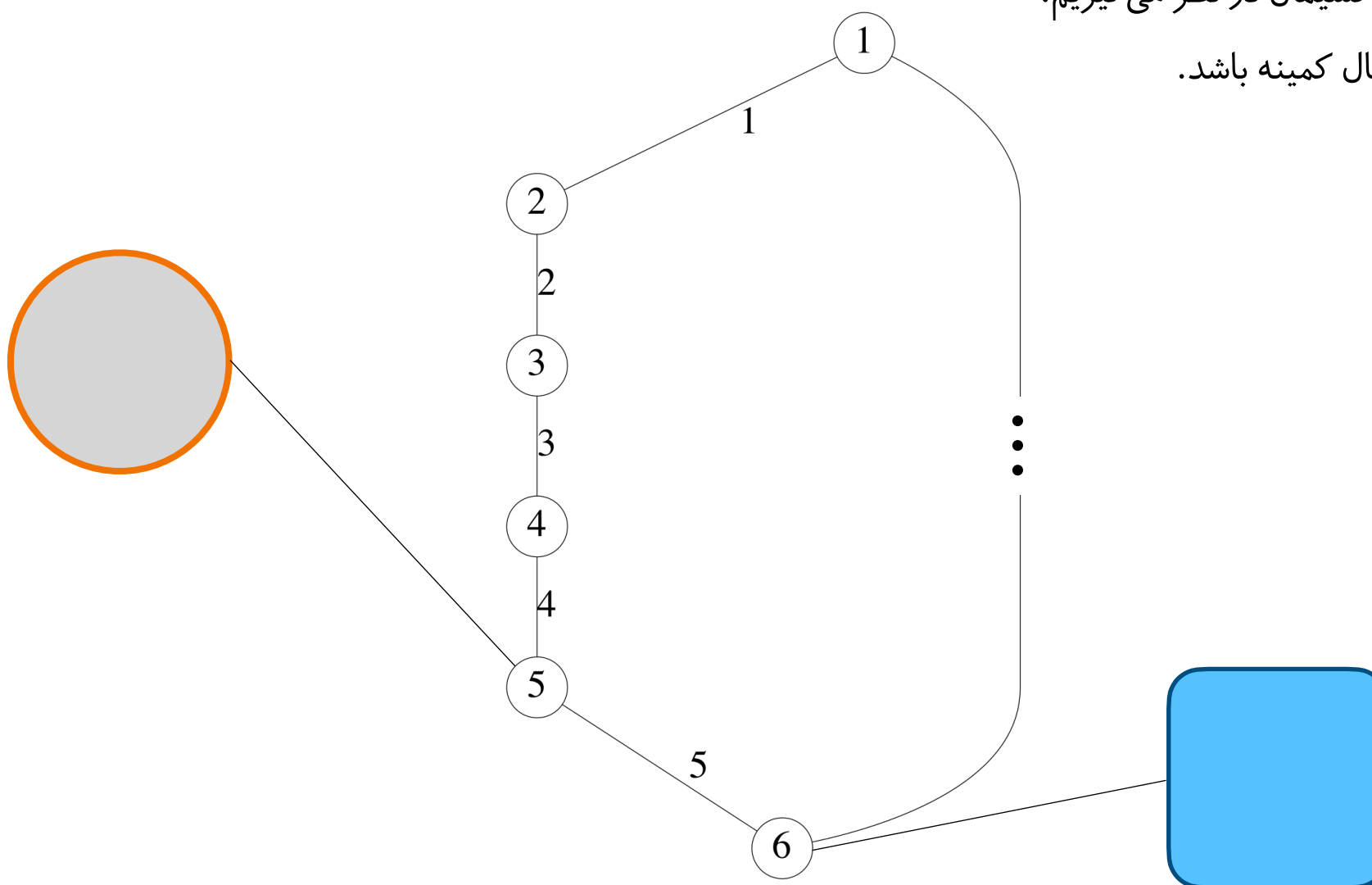
پوش

# سوال ۵.

ارشد ۹۲

گراف بدون جهت  $G(V, E)$  را در نظر می‌گیریم،  
یک دور ماکسیمال در نظر می‌گیریم،  
به  $w_{max}$  که شامل یال کمینه باشد.

که  $w_{min}$  و  
هستند؟



• اگر

$e$  نم

• یالی

• اگر

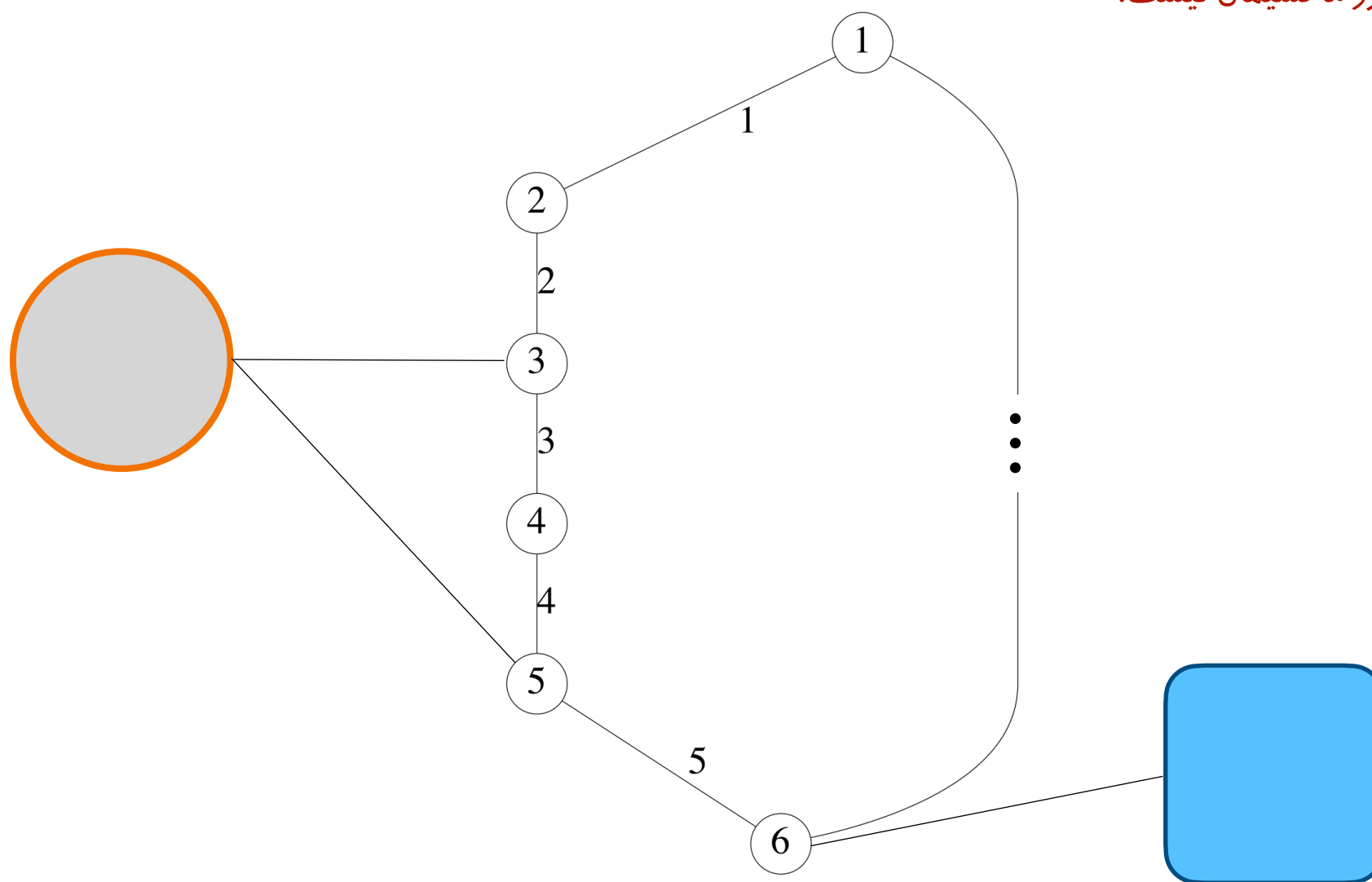
پوش

# سوال ۵.

ارشد ۹۲

گراف بدو جهت دارد.  $G(V, E)$  که  $w_{min}$  و  $w_{max}$  به  $e$  می‌دهند. این یک دور ماکسیمال نیست.

هستند؟



• اگر

$e$  نم

• یالی

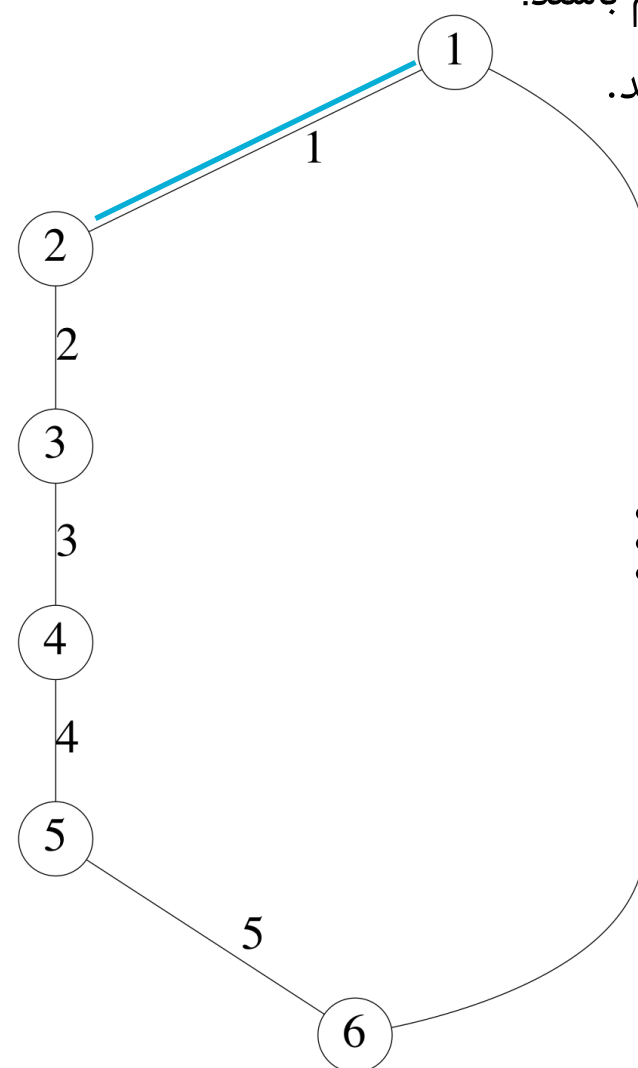
• اگر

پوش

# سوال ۵.

ارشد ۹۲

گراف بدو جهت‌دار  $G(V, E)$  را در نظر بگیرید.  $w_{min}$  و  $w_{max}$  به ترتیب کمترین و بیشترین وزن یال‌ها باشند. برای حفظ همبندی، باید بقیه یال‌ها هم باشند! به یال بیشینه دور را با این یال جابه‌جا کنید.



• اگر

$e$  نم

• یالی

• اگر

پوش

## سوال ۵.

ارشد ۹۲

گراف بدون وزن  $G(V, E)$  را در نظر بگیرید.  $w_{min}$  و  $w_{max}$  به ترتیب کمترین و بیشترین وزن یالها هستند.  $e$  یک یال دلخواه از  $E$  را در نظر بگیرید. اگر  $e$  را از  $G$  حذف کنیم، گراف به دو بخش  $G_1$  و  $G_2$  تقسیم می‌شود.  $w_{min}$  و  $w_{max}$  به ترتیب کمترین و بیشترین وزن یالها در  $G_1$  و  $G_2$  هستند.  $w_{min}$  و  $w_{max}$  به ترتیب کمترین و بیشترین وزن یالها در  $G$  هستند.  $w_{min}$  و  $w_{max}$  به ترتیب کمترین و بیشترین وزن یالها در  $G$  هستند.

یک الگوریتم جدید:

برای هر دور، بیشینه یال را از آن حذف کن.

یک الگوریتم قدیمی:

برای هر دور، کمینه یال را به درخت اضافه کن.

• اگر

$e$  نم

• یالی

• اگر

پوش

## سوال ۵.

ارشد ۹۲

گراف بدون  $C(U, E)$  که  $w_{min}$  و

هستند؟

$w_{max}$  به

یک الگوریتم جدید:

برای هر دور، بیشینه یال را از آن حذف کن.

یک الگوریتم قدیمی:  چی بود؟

برای هر دور، کمینه یال را به درخت اضافه کن.

• اگر

$e$  نم

• یالی

• اگر

پوش

## سوال ۶.

ارشد ۹۴

درختی با  $n$  گره وجود دارد، اگر  $d_u$  نشان‌دهنده درجه راس  $u$  باشد، آنگاه  $d_1 + d_2 + \dots + d_n$  را بیابید.

(۱)  $2n - 2$

(۲)  $2n - 1$

(۳)  $n - 2$

(۴)  $n - 1$

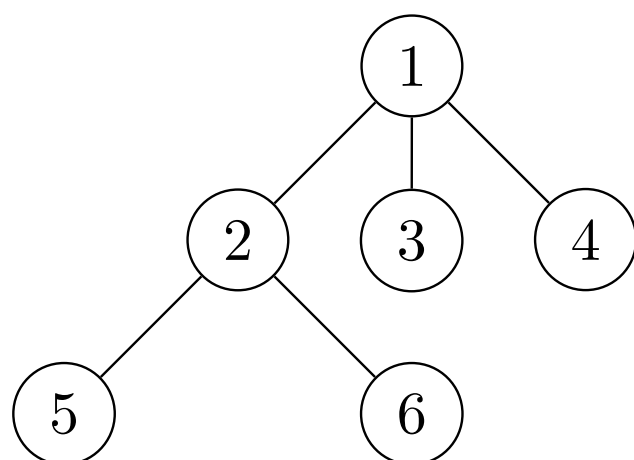
## سوال ۶.

گزینه ۱.

درختی با  $n$  گره وجود دارد، اگر  $d_u$  نشان‌دهنده درجه راس  $u$  باشد، آنگاه  $d_1 + d_2 + \dots + d_n$  را بیابید.

• هر یال به دو راس متصل است، پس دو بار شمرده می‌شود.

• درخت  $n - 1$  یال دارد.



(۱)  $2n - 2$

(۲)  $2n - 1$

(۳)  $n - 2$

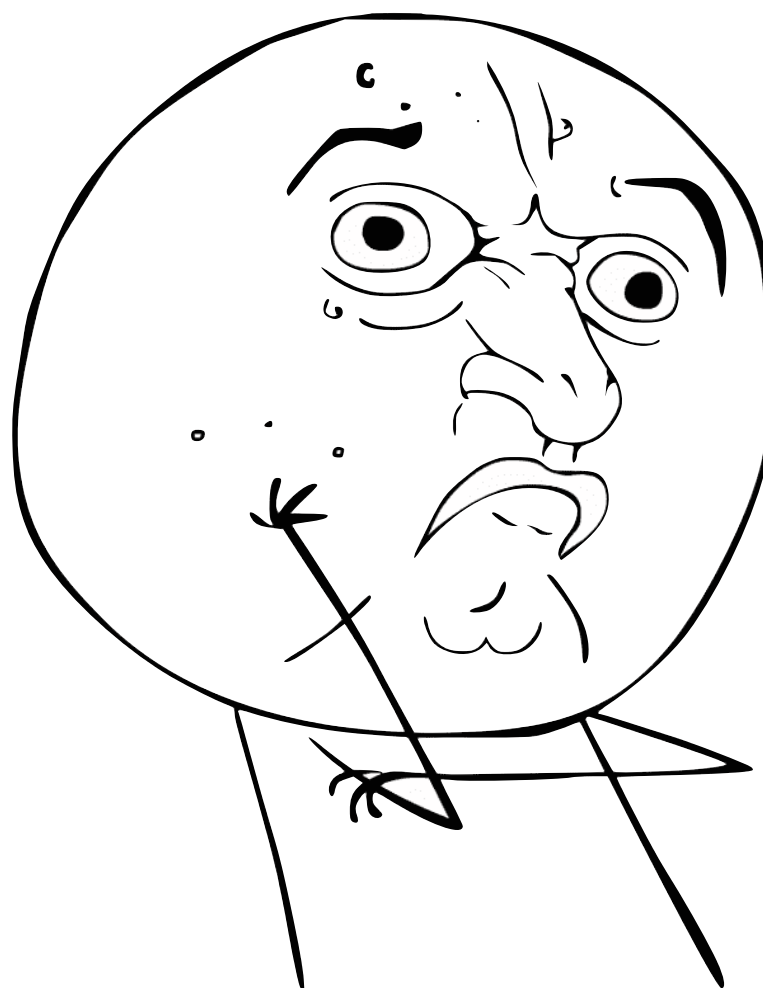
(۴)  $n - 1$



# سوال؟

وضع این آبوهوا را به که باید گفت ؟

قیصر امین پور، گل‌ها همه آفتابگردانند



## سوال ۷.

ارشد ۹۵

در رابطه با درختان پر (full) و کامل (complete)، کدام عبارت صحیح است؟

- ۱) هر درخت باینری یا پر است یا کامل
- ۲) هیچ درخت باینری، پر یا کامل نیست
- ۳) هر درخت باینری کامل، درخت باینری پر نیز است
- ۴) هر درخت باینری پر، درخت باینری کامل نیز است

## سوال ۷.

ارشد ۹۵

در رابطه با درختان پر (full) و کامل (complete)، کدام عبارت صحیح است؟

درخت پر؟؟؟  
درخت کامل؟؟؟

- ۱) هر درخت باینری یا پر است یا کامل
- ۲) هیچ درخت باینری، پر یا کامل نیست
- ۳) هر درخت باینری کامل، درخت باینری پر نیز است
- ۴) هر درخت باینری پر، درخت باینری کامل نیز است

## سوال ۷.

گزینه ۴.

در رابطه با درختان پر (full) و کامل (complete)، کدام عبارت صحیح است؟

درخت پر؟؟؟  
درخت کامل؟؟؟

۱) هر درخت باینری یا پر است یا کامل

۲) هیچ درخت باینری، پر یا کامل نیست

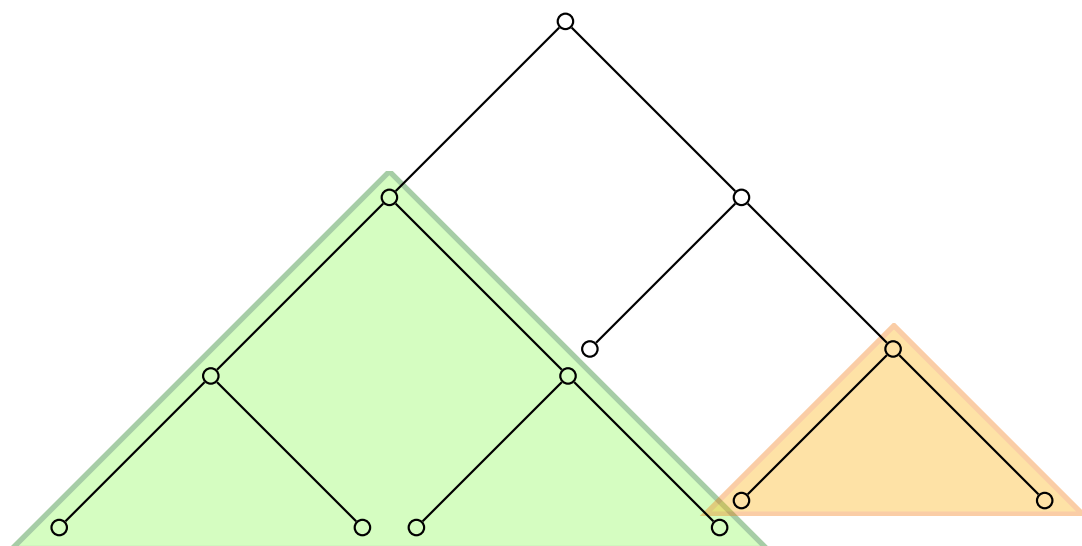
۳) هر درخت باینری کامل، درخت باینری پر نیز است

۴) هر درخت باینری پر، درخت باینری کامل نیز است

سوال ۸.

## ارشاد ۹۱

یک درخت دودویی با  $n$  گره داده شده است. می‌خواهیم بزرگترین زیردرخت پر آن را بدست آوریم.  
مرتبه بهترین الگوریتم برای محاسبه این زیر درخت کدام است؟

 $O(n)$  (1) $O(n \log n)$  (۲)
$$O(n \log^2 n) \text{ (3)}$$
 $O(n^2)$  (۴)

## سوال ۸.

گزینه ۱.

یک درخت دودویی با  $n$  گره داده شده است. می‌خواهیم بزرگترین زیردرخت پر آن را بدست آوریم.

```
def dfs(v):  
    for u in childs[v]:  
        dfs(u)  
  
    full[v]=False  
    t[v]=0  
    if (len(childs[v])==2):  
        if (full[v.left]==True and full[v.right]==True):  
            full[v]=True  
            t[v]=t[v.left]+t[v.right]+1  
  
    return max(t[v], t[v.left], t[v.right])
```

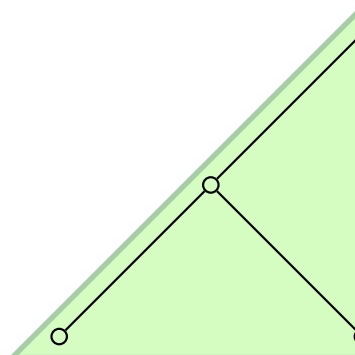
مرتبه بهترین الگ

$O(n)$  (۱)

$O(n \log n)$  (۲)

$O(n \log^2 n)$  (۳)

$O(n^2)$  (۴)



## سوال ۹.

برای ذخیره‌سازی یک درخت ۴تایی از روش آرایه‌ای استفاده شده است. در این صورت گره‌ای که در درایه ۵۰۰ آرایه ذخیره شده است، در چه عمقی از درخت قرار گرفته است؟

۴ (۱)

۵ (۲)

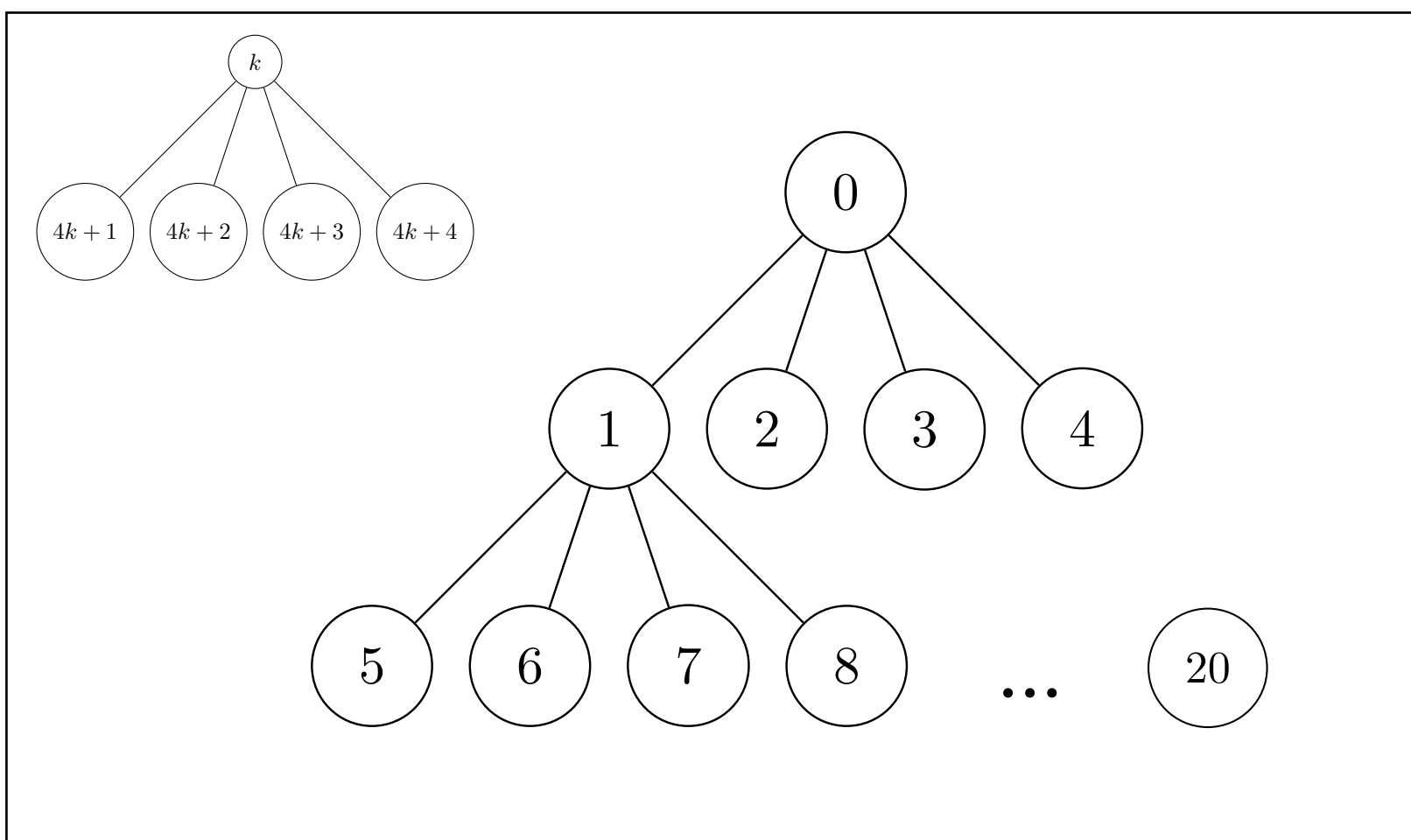
۶ (۳)

۷ (۴)

## سوال ۹.

برای ذخیره‌سازی یک درخت ۴تایی از روش آرایه‌ای استفاده شده است. در این صورت گره‌ای که در

درایه ۵۰۰ آرایه



۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)



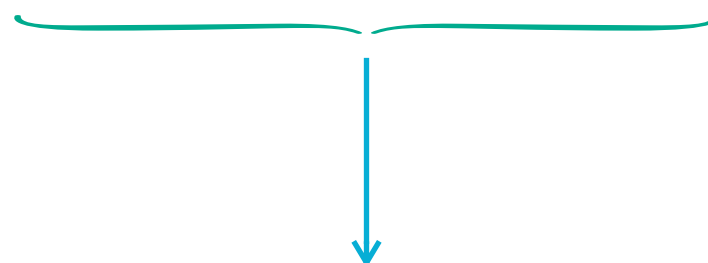
## سوال ۹.

گزینه ۲.

برای ذخیره‌سازی یک درخت ۴تایی از روش آرایه‌ای استفاده شده است. در این صورت گره‌ای که در درایه ۵۰۰ آرایه

عناصر موجود در سطح  $h$  ام درخت:

$$1 + \sum_{i=0}^{h-1} k^i \leq v_i \leq \sum_{i=0}^h k^i$$



$$h = \lfloor \log_4 v_i \rfloor + 1 \implies v_i := 500 \longrightarrow h = \lfloor 4.8 \rfloor + 1$$

۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)

## سوال ۱۰.

ارشد ۹۵

در یک درخت دودویی نخ کشی شده با  $n$  گره، چند نخ وجود دارد؟

(۱)  $n - 1$

(۲)  $n$

(۳)  $n + 1$

(۴)  $2n - 2$

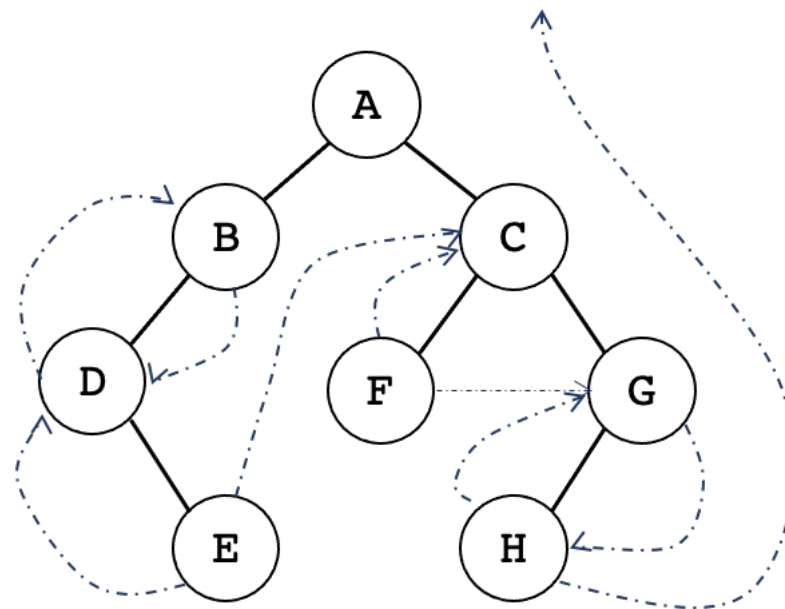
# سوال ۱۰.

گزینه ۳.

در یک درخت دودمانی که به شکل زیر نمایش داده شده است:

برای هر راس دقیقا ۲ اشاره گر داریم، پس در مجموع  $2n$  اشاره گر وجود دارد.  
از کل آنها  $n - 1$  برای یال‌ها استفاده می‌شود، پس داریم:

$$2n - (n - 1) = n + 1$$



Lflag	Left Child	Data	Right Child	Rflag
-------	------------	------	-------------	-------

(۱)  $n - 1$

(۲)  $n$

(۳)  $n + 1$

(۴)  $2n - 2$

# سوال ۱۱.

ارشد ۹۴

کدام گزینه در مورد درخت‌های دودویی صحیح می‌باشد؟ (تعداد کل گره‌ها بزرگ‌تر یا مساوی یک فرض می‌شود)

(۱) همواره تعداد برگ‌ها و تعداد گره‌های تک‌فرزندی دو عدد متوالی می‌باشند.

(۲) همواره تعداد برگ‌ها و گره‌های تک‌فرزندی برای درخت‌های کامل، دو عدد متوالی می‌باشند.

(۳) همواره تعداد برگ‌ها و تعداد گره‌های دو‌فرزندی دو عدد متوالی می‌باشند.

(۴) همواره تعداد گره‌های تک‌فرزندی و تعداد گره‌های دو‌فرزندی، دو عدد متوالی می‌باشند.

# سوال ۱۱.

گزینه ۳.

کدام گزینه در مورد درخت‌های دودویی صحیح می‌باشد؟ (تعداد کل گره‌ها بزرگ‌تر یا مساوی یک فرض می‌شود)

(۱) همواره تعداد برگ‌ها و تعداد گره‌های تک‌فرزندی دو عدد متوالی می‌باشند.

(۲) همواره تعداد برگ‌ها و گره‌های تک‌فرزندی برای درخت‌های کامل، دو عدد متوالی می‌باشند.

(۳) همواره تعداد برگ‌ها و تعداد گره‌های دو‌فرزندی دو عدد متوالی می‌باشند.

(۴) همواره تعداد گره‌های تک‌فرزندی و تعداد گره‌های دو‌فرزندی، دو عدد متوالی می‌باشند.

گفته شد، تعداد گره‌های برگ به تعداد گره‌های تک‌فرزندی ارتباطی ندارد و در نتیجه آن:

$$n_0 = n_2 + 1$$

## سوال ۱۲.

ارشد ۹۲

$n$  عدد متمایز داده شده است. تعداد درخت‌های جستجو دودویی که با این اعداد می‌توان ساخت، کدام است؟ ( $T(n)$  نمایش دهنده این درختان است)

$$T(n) = n! \quad (۱)$$

$$T(n) = n! \times T(n - 1) \quad (۲)$$

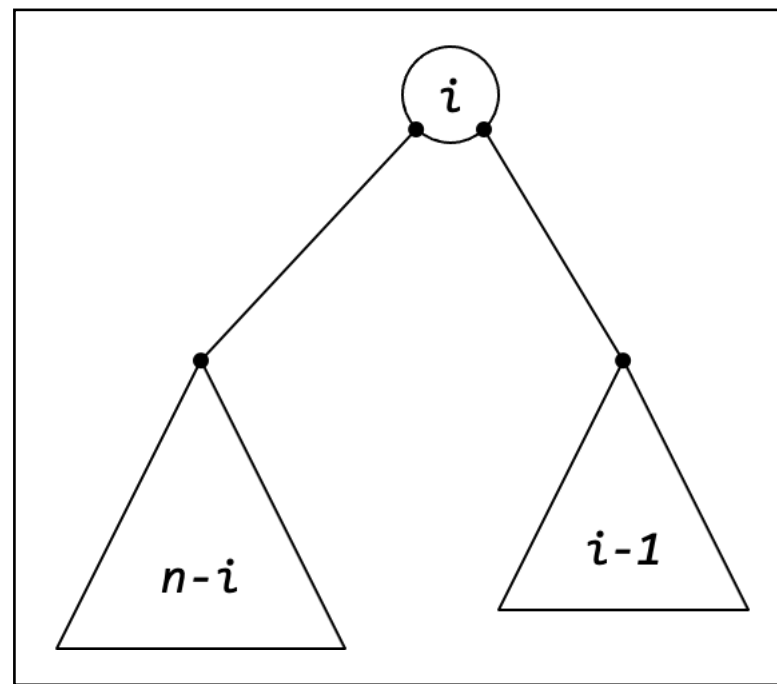
$$T(n) = \sum_{k=0}^{n-1} T(k) \times T(n - k - 1) \quad (۳)$$

$$T(n) = n! \times \sum_{k=0}^{n-1} T(k) \times T(n - k - 1) \quad (۴)$$

## سوال ۱۲.

گزینه ۳.

$n$  عدد متمایز داده شده است. تعداد درخت‌های جستجو دودویی که با این اعداد می‌توان ساخت، کدام است؟ ( $T(n)$  نمایش دهنده این درختان است)



$$T(n) = n! \quad (۱)$$

$$T(n) = n! \times T(n-1) \quad (۲)$$

$$T(n) = \sum_{k=0}^{n-1} T(k) \times T(n-k-1) \quad (۳)$$

$$T(n) = n! \times \sum_{k=0}^{n-1} T(k) \times T(n-k-1) \quad (۴)$$

# سوال؟

این همه خطِ خطا را به که باید گفت ؟

قیصر امین پور، گل‌ها همه آفتابگردانند





## سوال ۱۳.

دکتری ۹۱

روش‌های پیمایش پیش‌ترتیب و میان‌ترتیب را در درختان دودویی در نظر بگیرید. کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

- (۱) برگ‌های درخت با ترتیب‌های متفاوتی ملاقات می‌شوند.
- (۲) برگ‌های درخت در هر سه روش همیشه به یک ترتیب ملاقات می‌شوند.
- (۳) تنها در حالت‌های خاصی ممکن است برگ‌های درخت در هر سه روش به یک ترتیب ملاقات شوند.
- (۴) ترتیب ملاقات برگ‌ها در روش‌های پیش‌ترتیب و میان‌ترتیب یکسان است. ولی در روش‌های پیش‌ترتیب و پس‌ترتیب متفاوت می‌باشد.

# سوال ۱۳.

دکتری ۹۱

روش‌های پیمایش پیش‌ترتیب و میان‌ترتیب را در درختان دودویی در نظر بگیرید. کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

(۱) برگ‌های درخت با ترتیب‌های متفاوتی ملاقات می‌شوند.

(۲) برگ‌های درخت در هر سه روش همیشه به یک ترتیب ملاقات می‌شوند.

(۳) تنها در حالت‌های خاصی ممکن است برگ‌های درخت در هر سه روش به یک ترتیب ملاقات شوند.

(۴) ترتیب ملاقات برگ‌ها در روش‌های پیش‌ترتیب و میان‌ترتیب یکسان است. ولی در روش‌های پیش‌ترتیب و پس‌ترتیب متفاوت می‌باشد.

## سوال ۱۴.

ارشد ۹۲

یک درخت دودویی متوازن  $T$  با  $n$  گره داده شده است. به هر گره آن یک عدد صحیح به عنوان وزن آن گره نسبت داده‌ایم. طول وزن‌دار یک مسیر، مجموع وزن گره‌های آن مسیر است. بیشترین طول وزن‌دار یک مسیر را با چه مرتبه‌ای می‌توان به دست آورد؟

(۱)  $O(\lg n)$

(۲)  $O(n)$

(۳)  $O(n \lg n)$

(۴)  $O(n \lg^2 n)$

## سوال ۱۴.

گزینه ۲.

یک درخت دودویی متوازن  $T$  با  $n$  گره داده شده است. به هر گره آن یک عدد صحیح به عنوان وزن آن گره نسبت داده ایم. طول وزن دار

وزن دار یک مسیر را با چه مرتبه ای

```
def dfs(v, parent=-1):  
    w[v] = w[parent] + num[v]  
    for u in childs[v]:  
        dfs(u, v)  
  
dfs(root)  
ans = -1  
for v in V(G):  
    ans = max(ans, w[v])  
return ans
```

$O(\lg n)$  (۱)

$O(n)$  (۲)

$O(n \lg n)$  (۳)

$O(n \lg^2 n)$  (۴)

# سوال ۱۴ و نیم.

گزینه ۲.

صرفاً از فرض ریشه دار بودن استفاده کردیم!

یک درخت دلخواه با  $n$  گره  
~~یک درخت دودویی متوازن  $T$  با  $n$  گره داده شده است.~~ به هر گره آن یک عدد صحیح به عنوان وزن آن  
گره نسبت داده‌ایم. طول وزن دار یک مسیر، مجموع وزن گره‌های آن مسیر است. بیشترین طول  
وزن دار یک مسیر را با چه مرتبه‌ای می‌توان به دست آورد؟

$$O(\lg n) \quad (۱)$$

$$O(n) \quad (۲)$$

$$O(n \lg n) \quad (۳)$$

$$O(n \lg^2 n) \quad (۴)$$

# سوال ۱۵.

ارشد ۹۶

یک درخت دودویی با  $n$  عنصر و ارتفاع  $O(\log n)$  داده شده است. به ازای هر گره به فرزندان و پدر در  $O(1)$  می‌توان دسترسی پیدا کرد. به ازای دو گره داده‌شده  $u$  و  $v$  با چه مرتبه زمانی می‌توان کوتاه‌ترین مسیر بین آنها را پیدا کرد؟ بهترین گزینه را انتخاب کنید.

(۱)  $O(n)$

(۲)  $O(\log n)$

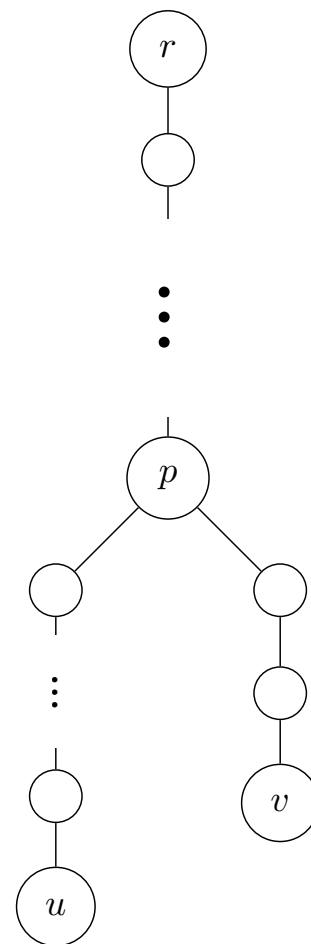
(۳)  $O(\log^2 n)$

(۴)  $O(\log n \log \log n)$

# سوال ۱۵.

ارشد ۹۶

پدر در  
ناهترین



یک درخت  
 $O(1)$  می  
مسیر بی

(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

# سوال ۱۵.

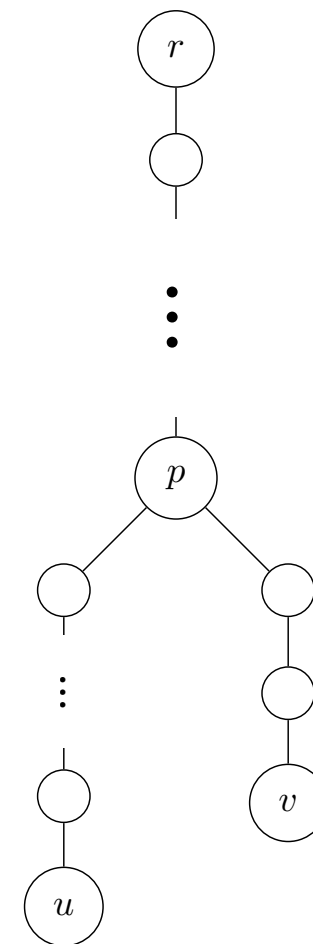
گزینه ۲.

پدر در

ناهترین

```
def path(v,p):  
    p.append(v)  
    if(v == root):  
        return p  
    else:  
        return path(parent(v),p)
```

```
pathu=path(u)  
pathv=path(v)  
i=0,  
ans=-1  
while (pathv[0]==pathu[0]):  
    ans=pathv[0]  
    pathv.remove(0)  
    pathu.remove(0)  
return ans
```



یک درخت

$O(1)$  می

مسیر بی

(۱)

(۲)

(۳)

(۴)



# سوال ۱۵ و نیم.

گزینه ۲.

LCA: Lowest Common Ancestor

یک درخت دلخواه با  $n$  گره  
~~یک درخت دودویی با  $n$  عنصر و ارتفاع  $O(\log n)$  داده شده است.~~ به ازای هر گره به فرزندان و پدر در  
 $O(1)$  می‌توان دسترسی پیدا کرد. به ازای دو گره داده‌شده  $u$  و  $v$  با چه مرتبه زمانی می‌توان کوتاه‌ترین  
مسیر بین آنها را پیدا کرد؟ بهترین گزینه را انتخاب کنید.

(۱)  $O(n)$

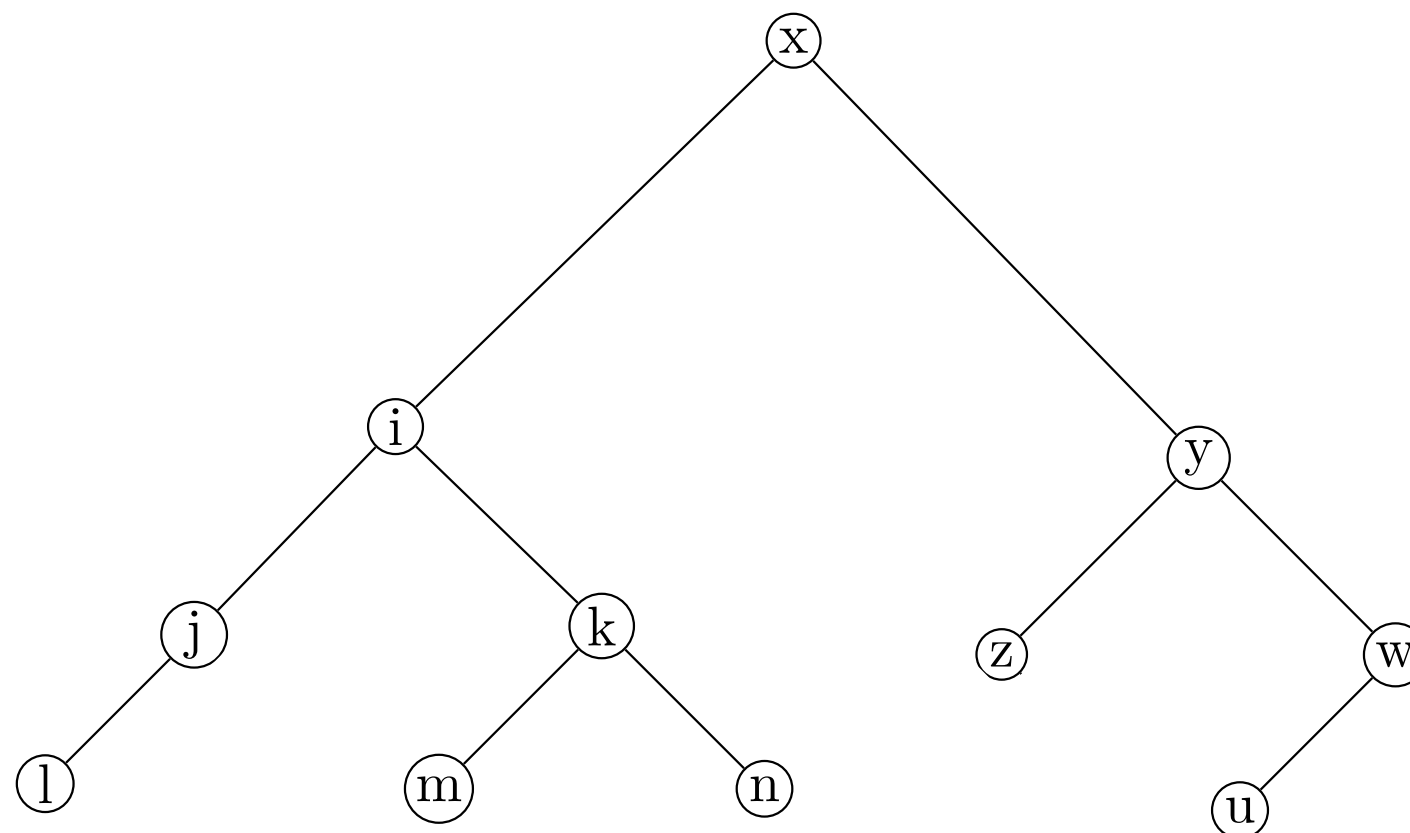
(۲)  $O(\log n)$

(۳)  $O(\log^2 n)$

(۴)  $O(\log n \log \log n)$

## سوال ۱۶ کمی قبل تر.

اگر درخت زیر یک درخت جستجو دودویی باشد که در هر گره آن یک عدد ذخیره شده باشد. آنگاه  
۳مین بزرگترین عنصر را محاسبه کنید.



# سوال ۱۶.

دکتری ۹۶

یک درخت دودویی جست‌وجو شامل  $n$  عنصر داده شده است. با فرض دانستن محل عنصر  $x$  در این درخت، کوچک‌ترین عنصر بزرگ‌تر از  $x$  را در چه زمانی می‌توان در درخت به‌دست آورد؟  
(فرض کنید تمام عناصر درخت متمایزند و درخت به‌صورت استاندارد و بدون هیچ‌گونه اطلاعات کمکی ذخیره شده است.)

(۱)  $O(\log n)$

(۲)  $O(\log^2 n)$

(۳)  $O(n)$

(۴)  $O(1)$

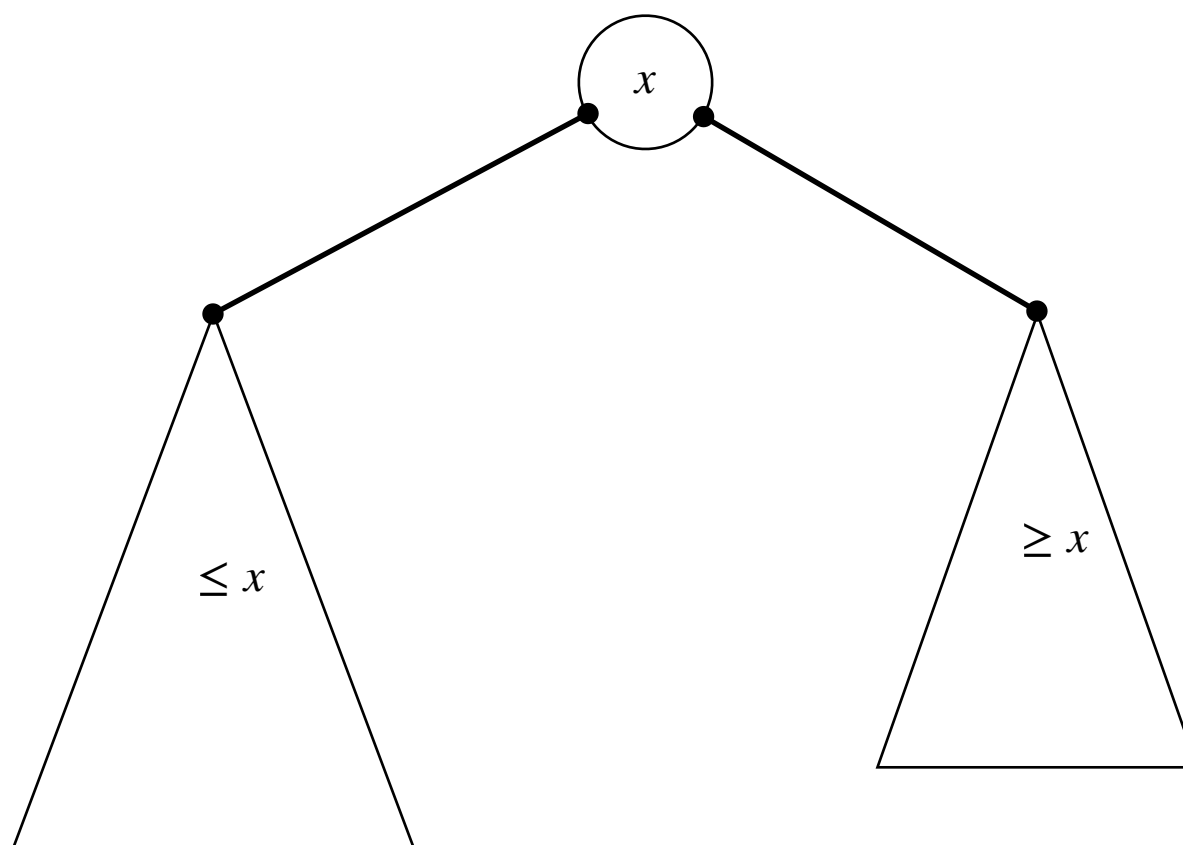
# سوال ۱۶.

دکتری ۹۶

در این

عناصر بزرگتر از  $x$ :

(ت.)



یک درخت

درخت،

(فرض کن

(۱

(۲

(۳

(۴

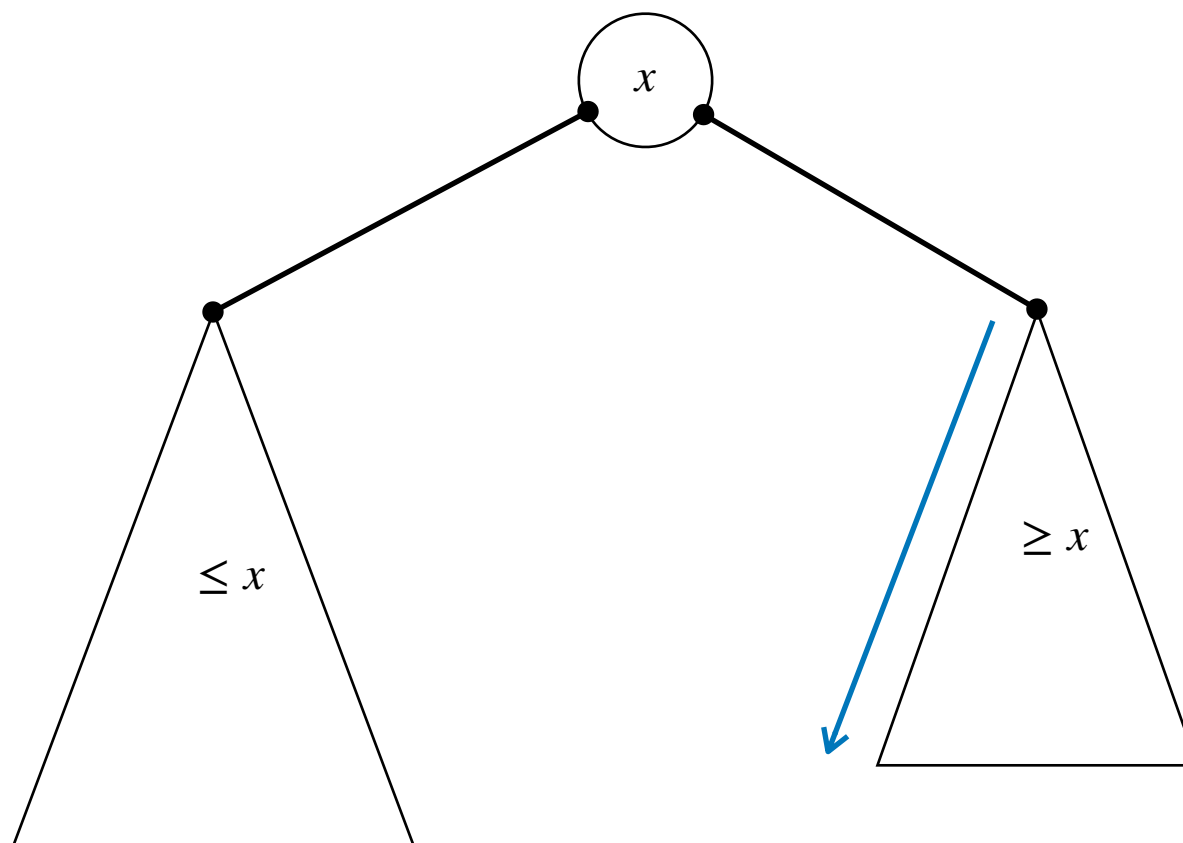
# سوال ۱۶.

دکتری ۹۶

در این

کوچکترین در عناصر بزرگتر از  $x$ :

(ت.)



یک درخت

درخت،

(فرض کن

(۱

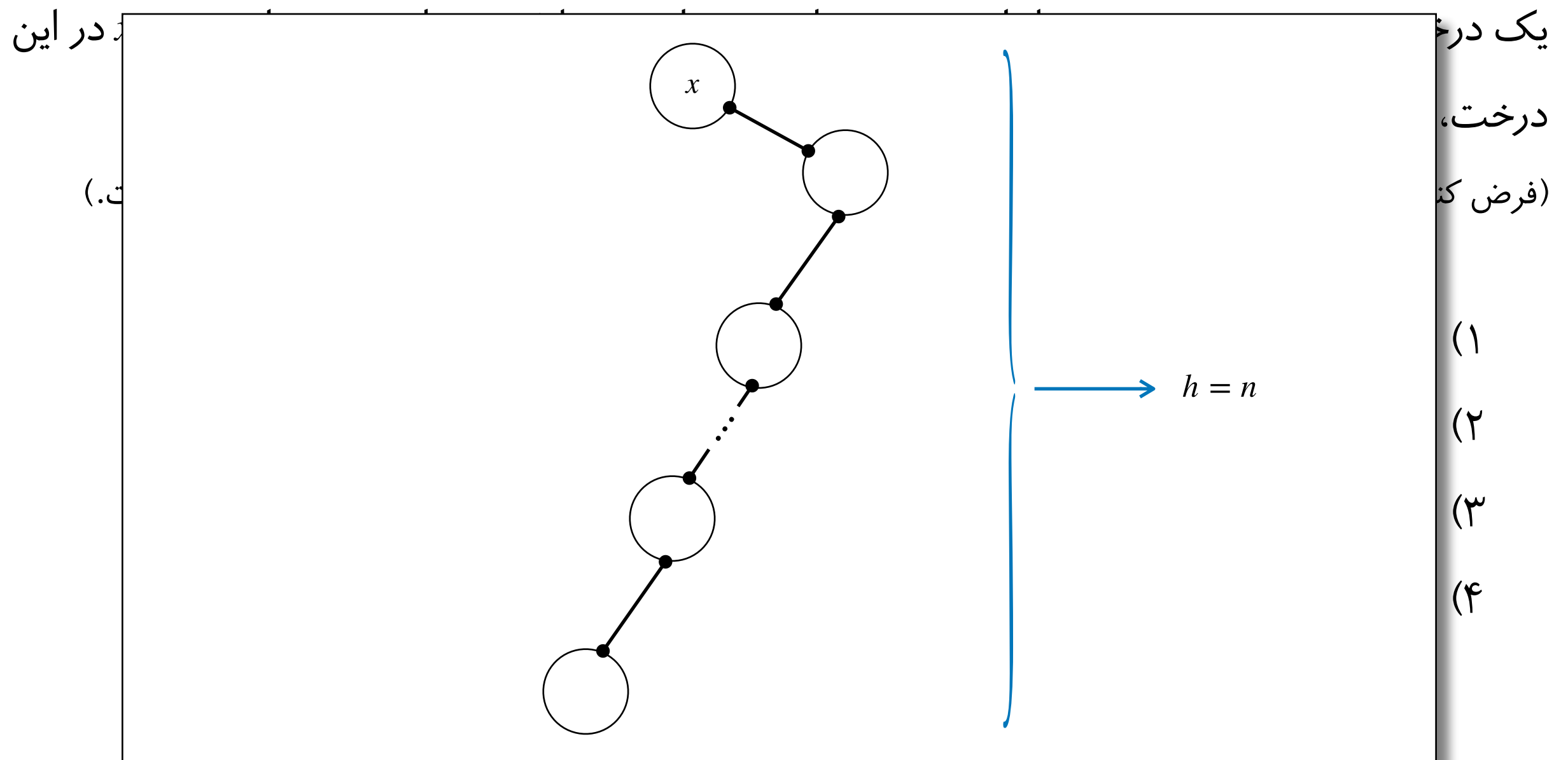
(۲

(۳

(۴

# سوال ۱۶.

گزینه ۳.



## سوال ۱۷.

ارشد ۹۳

یک درخت دودویی جست و جوی متوازن شامل  $n$  عدد متمایز داده شده است. فرض کنید که به دلیل وجود نویز، عدد داخل یکی از گره‌ها تغییر می‌کند. با چه مرتبه‌ی زمانی می‌توان تشخیص داد که آیا درخت جدید همچنان یک درخت دودویی جست و جوی معتبر هست یا خیر؟ بهترین گزینه را انتخاب کنید.

(۱)  $O(\log n)$

(۲)  $O(n)$

(۳)  $O(n \log n)$

(۴)  $O(n^2)$

## سوال ۱۷.

گزینه ۲.

یک درخت دودویی جست و جوی متوازن شامل  $n$  عدد متمایز داده شده است. فرض کنید که به دلیل وجود نویز، عدد داخل یکی از درخت جدید همچنان یک درخت

نی می‌توان تشخیص داد که آیا  
بیر؟ بهترین گزینه را انتخاب کنید.

```
def check(v):  
    if (val[v] < val[v.left]):  
        return False  
    if (val[v] > val[v.right]):  
        return False  
    return True  
  
ans = True  
for v in V(G):  
    ans = ans and check(v)  
return ans
```

$O(\log n)$  (۱)

$O(n)$  (۲)

$O(n \log n)$  (۳)

$O(n^2)$  (۴)



# سوال؟

حکم تغییر قضا را به که باید گفت ؟

قیصر امین پور، گل‌ها همه آفتابگردانند

