دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)
دانشکده ی هوافضا

گرایش مهندسی فضایی
تمرین پایانی درس ریاضیات پیشرفته

عنوان
محاسبه‌ی مونت‌کارلو برای دو شکل هندسی مثلث و دایره

نگارش
مهسا آزادمنش

استاد راهنما
دکتر مرادی

بهمن‌ماه ۱۳۹۸

چکیده

بخش پایانی درس **ریاضیات مهندسی پیشرفته** به مبحث مونت‌کارلو اختصاص دارد. در ایـن پـژوهش ابتدا به توضیح و بررسی مفهوم مونت‌کارلو، سپس به شرح دو مساله‌ی مطرح شده در کـلاس درس ارائـه شده توسط **جناب آقای دکتر مرادی** پرداخته شده است. سپس با کدنویسی در متلـب، هـر دو مســاله، هرکدام دو مرتبه حل گردیده‌اند. در روند حل مســاله مشـاهده می‌شـود کـه هرچـه تعـداد آزمایش‌هـا و همچنین تعداد گام‌ها بیشتر شوند حل دقیق‌تر می‌شود. در انتها گرافها و نتیجه‌گیری آمده‌است.

واژه‌های کلیدی:

مونت‌کارلو، دقت، ریاضی مهندسی پیشرفته، مثلث، دایره

صفحه

فهرست عناوین

1
فصل اول
مونت‌کارلو

مقدمه

در این فصل به معرفی مفهوم متود و تاریخچه‌ی مونت‌کارلو پرداخته شده است.

1.1 متود مونت‌کارلو

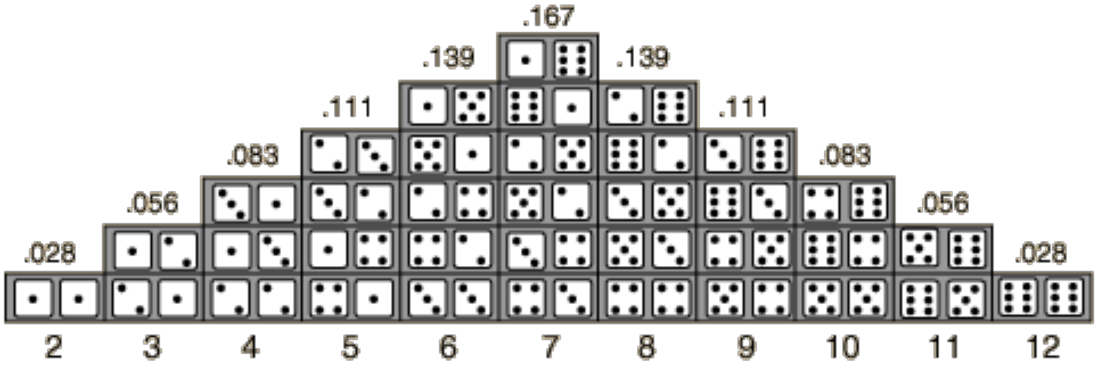
به صورت کلی، متد مونت کارلو (یا شبیه سازی مونت کارلو) به هر تکنیکی اتلاق می‌شود که از طریق نمونه‌سازی آماری، پاسخ‌های تقریبی برای مسائل کمّی فراهم می‌کند. شبیه‌سازی مونت کارلو بیشتر برای توصیف روشی جهت انتشار عدم قطعیت‌های موجود در ورودی مدل به عدم قطعیت‌ها در خروجی مدل، به کار می‌رود. بنابراین مونت‌کارلو، شبیه‌سازی‌ای است که صریحا و به صورت کمّی، عدم قطعیت را نمایش می‌دهد. شبیه‌سازی مونت کارلو متکی به فرآیند نمایش صریح عدم قطعیت با تعیین ورودی‌ها به عنوان توزیع‌های احتمال است. اگر ورودی‌های توصیف‌کننده یک سیستم، غیرقطعی باشند، آنگاه پیش‌بینی عملکرد پیش رو الزاما غیرقطعی است. این بدان معنی‌ست که نتیجه هر گونه تحلیل مبتنی بر ورودی‌های نمایش داده شده با توزیع‌های احتمال، خود یک توزیع احتمال است.

از آنجایی‌که نتیجه شبیه‌سازی یک سیستم غیرقطعی، یک گزارش مشروط است ("اگر سد بسازیم، ماهی‌های سالمون منقرض می‌شوند")، نتیجه یک شبیه‌سازی احتمالی (مونت کارلو) یک احتمال مشروط است (" اگر سد بسازیم، ۲۰٪ شانس وجود دارد که ماهی‌های سالمون منقرض شوند). این نتیجه (در این مورد، بیان کمّی شانس منقرض شدن) اغلب برای تصمیم گیرندگانی که از نتایج شبیه‌سازی استفاده می‌کنند، بسیار مفیدتر است.

به منظور محاسبه توزیع احتمال کارایی پیش‌بینی شده، لازم است تا عدم قطعیت‌های ورودی به عدم قطعیت‌های خروجی منتقل شود. متدهای گوناگی برای انتقال عدم قطعیت وجود دارند. شبیه‌سازی مونت کارلو احتمالا رایج‌ترین تکنیک برای انتشار عدم قطعیت موجود در جنبه‌های مختلف یک سیستم به کارایی پیش‌بینی شده است.

در شبیه‌سازی مونت کارلو، کل سیستم به تعداد دفعات زیادی اجرا می‌شود (برای مثال ۱۰۰۰ بار). به هر بار شبیه‌سازی، تحقق (realization) سیستم گفته می‌شود. برای هر تحقق، تمام پارامترهای غیرقطعی نمونه‌برداری می‌شود (یعنی یک مقدار تصادفی از توزیع اختصاصی مربوط به هر پارامتر،

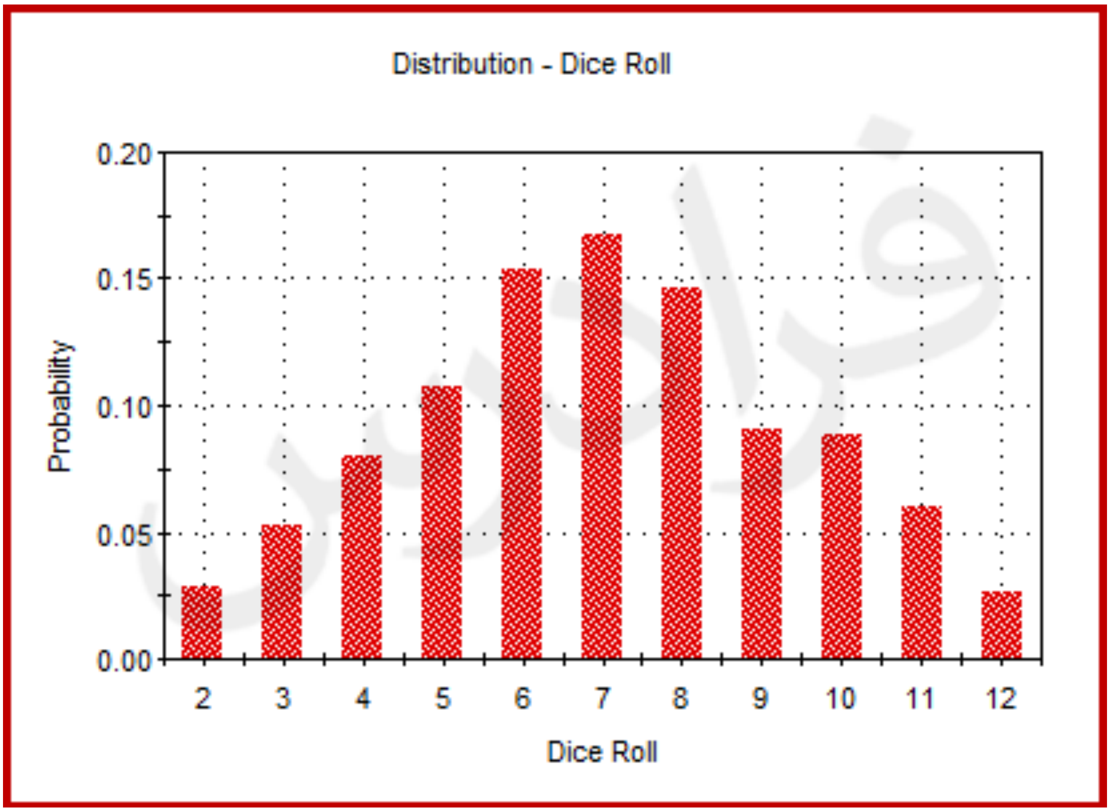
انتخاب می‌شود). سپس این سیستم در طول زمان شبیه‌سازی می‌شود (با معین بودن مجموعه پارامترهای ورودی) به گونه‌ای که کارایی سیستم بتواند محاسبه شود. این امر منتج به ایجاد تعداد زیادی نتیجه مستقل و جداگانه می‌شود، که هر کدام نمایشگر یک "آینده" احتمالی برای سیستم هستند (یعنی یک مسیر احتمالی که سیستم احتمالا با گذشت زمان دنبال خواهد کرد). نتایج تحقق‌های مستقل سیستم به شکل توزیع‌های احتمالی خروجی‌های ممکن درخواهند آمد. در نتیجه، خروجی‌ها به صورت مقادیر تک نیستند، بلکه توزیع احتمال هستند. یک مثال ساده از شبیه‌سازی مونت کارلو، در نظر گرفتن احتمال رخداد یک حاصل‌جمع مشخص از پرتاب دو تاس است (هر کدام از تاس ها شامل اعداد ۱ تا ۶ هستند). در این مورد خاص، ۳۶ ترکیب مختلف برای حاصل جمع تاس‌های پرتاب شده وجود دارد:



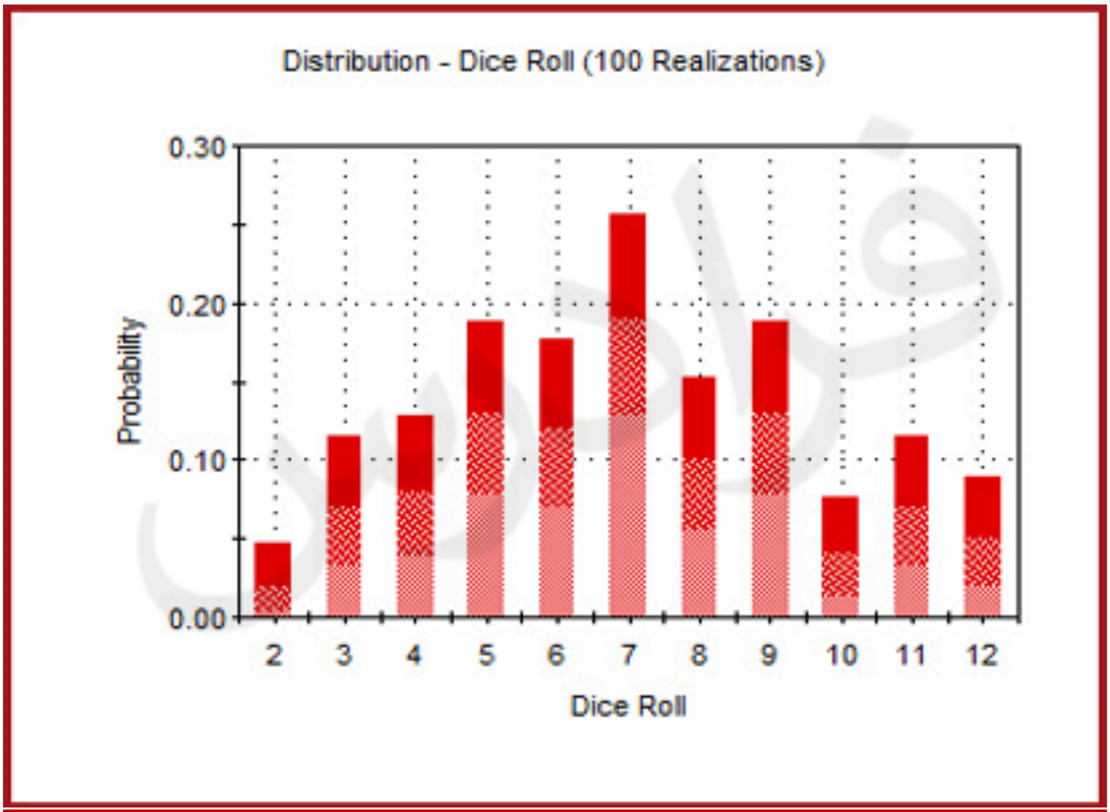
Total number of states: 36

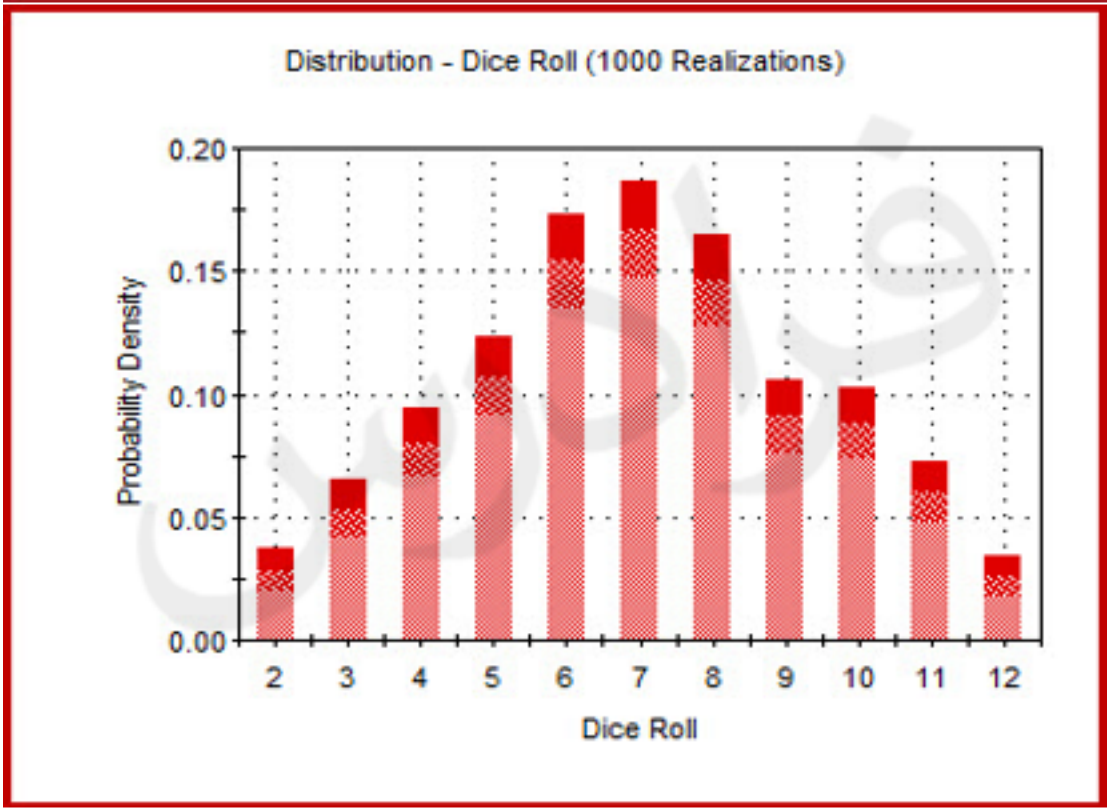
می‌توانید به صورت دستی احتمال یک خروجی خاص را محاسبه کنید. برای مثال، شش حالت مختلف وجود دارد که مجموع تاس‌ها هفت شود. بنابراین، احتمال هفت شدن مجموع تاس‌ها برابر است با تقسیم ۶ بر ۳۶ که برابر است با ۰.۱۶۷.

به جای محاسبه احتمال بدین طریق، می‌توانیم یک تاس را صد بار پرتاب کنیم و محاسبه کنیم که هر خروجی چند بار رخ می‌دهد. اگر مجموع تاس‌ها هجده بار برابر هفت شود (از ۱۰۰ بار پرتاب)، می‌توانیم نتیجه بگیریم که احتمال هفت شدن خروجی تقریبا برابر با ۰.۱۸ (۱۸٪) است. آشکار است که هر چه بیشتر تاس‌ها را پرتاب کنیم، خروجی دقیق‌تر خواهد بود. راه بهتر از پرتاب ۱۰۰ باره‌ی تاس‌ها این است که از یک کامپیوتر برای شبیه‌سازی تاس‌ها استفاده کنیم و آنها را ۱۰۰۰۰ بار یا بیشتر پرتاب کنیم. از آنجا که احتمال هر خروجی ممکن را برای یک تاس می‌دانیم (یک-ششم برای هر کدام از شش عدد)، کار ساده است. خروجی ۱۰۰۰۰ بار تحقق سیستم بدین ترتیب است با استفاده از نرم‌افزار:GoldSim



دقت شبیه‌سازی مونت کارلو تابعی از تعداد تحقق سیستم است (تعداد اجراها). این بدان معنی‌ست که بازه اطمینان نتایج را می‌توان از روی تعداد تحققها نوشت. دو مثال زیر بازه اطمینان ۵٪ و ۹۵٪ را برای مقدار هر خروجی نشان می‌دهند (یعنی ۹۰٪ شانس وجود دارد که این بازه شامل مقدار واقعی باشد):

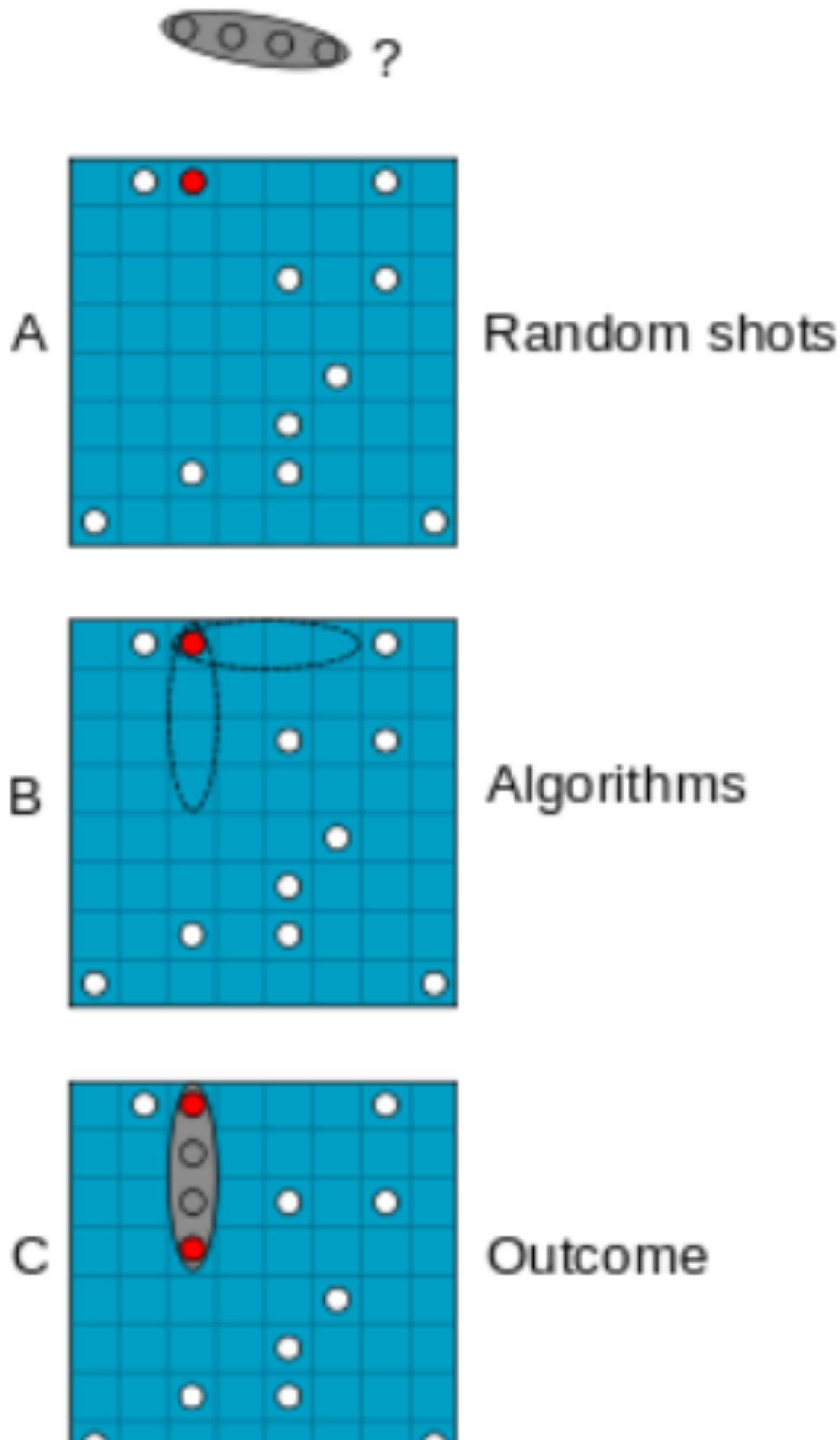

Distribution - Dice Roll (100 Realizations)
Probability
0.30
0.20
0.10
0.00
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
Dice Roll


Distribution - Dice Roll (1000 Realizations)
Probability Density
0.20
0.15
0.10
0.05
0.00
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
Dice Roll

در نتیجه می‌توان گفت روش مونت-کارلو (به انگلیسی: Monte Carlo method) (یا تجربه مونت کارلو) یک الگوریتم محاسباتی است که از نمونه‌گیری تصادفی برای محاسبه نتایج استفاده می‌کند. روش‌های مونت-کارلو معمولاً برای شبیه‌سازی سیستم‌های فیزیکی، ریاضیاتی و اقتصادی استفاده می‌شوند. در علوم کامپیوتر روشی است که با پیمایش تمام فضای مسئله جواب را میابد.

از طرف دیگر روش مونت کارلو یک طبقه از الگوریتم‌های محاسبه گر می‌باشند که برای محاسبه نتایج خود بر نمونه گیری‌های تکرار شونده تصادفی اتکاء می‌کنند. روش‌های مونته کارلو اغلب زمان انجام شبیه‌سازی یک سامانه ریاضیاتی یا فیزیکی استفاده می‌شوند. به دلیل اتکای آن‌ها بر محاسبات تکراری و اعداد تصادفی یا تصادفی کاذب، روش‌های مونته کارو اغلب به گونه‌ای تنظیم می‌شوند که توسط رایانه اجرا شوند. گرایش به استفاده از روش‌های مونته کارلو زمانی بیشتر می‌شود که محاسبه پاسخ دقیق با کمک الگوریتم‌های قطعی ناممکن یا ناموجه باشد. روش‌های شبیه‌سازی مونته کارلو مخصوصاً در مطالعه سیستم‌هایی که در آن تعداد زیادی متغیر با درجه آزادی‌های دو به دو مرتبط وجود دارد مفید است، از جمله این سیستم‌ها می‌توان به سیالات، جامداتی که به شدت کوپل شده‌اند، مواد بی نظم و ساختارهای سلولی (مدل سلولی پاتز – Potts- را ببینید) اشاره نمود. از آن گذشته، روش‌های مونته کارلو برای شبیه‌سازی پدیده‌هایی که عدم قطعیت زیادی در ورودی‌های آن‌ها وجود دارد نیز مفید هستند، مثلاً محاسبه ریسک در تجارت. همچنین این روش‌ها به‌طور گسترده‌ای در ریاضیات مورد استفاده قرار می‌گیرند: یک نمونه استفاده سنتی کاربرد این روش‌ها در برآورد انتگرال‌های معین است، به خصوص انتگرال‌های چند بعدی با محدوده‌های مرزی پیچیده. واژه مونته کارلو در دهه ۱۹۴۰ (دهه ۱۳۱۰ شمسی) به وسیله فیزیکدانانی که روی پروژه ساخت یک سلاح اتمی در آزمایشگاه ملی لوس آلاموس آمریکا کار می‌کردند رایج شده‌است.

روش مونته کارلو را می‌توان به بازی نبرد کشتی‌ها تشبیه کرد. ابتدا یکی از بازیکنان شلیک‌های تصادفی را انجام می‌دهد. سپس بازیکن از الگوریتم استفاده می‌کند.


?
A
Random shots
B
Algorithms
C
Outcome

1.2 تاریخچه‌ی مونت‌کارلو

ریشه نام «مونت‌کارلو» از زبان ایتالیایی است و به اصلیت اسم شاهزاده کارلو سوم از موناکو بر می‌گردد که زیر نفوذ و حمایت دربار ایتالیا قرار داشت. تا قبل از سال ۱۸۶۱ که موناکو به شکلی خودمختار درآمد، زبان رسمی ایتالیایی بود، اما در یکصد سال گذشته، زبان رسمی به فرانسوی تغییر داده شد.

مونت‌کارلو (در فرانسوی: Monte-Carlo) نام منطقه‌ای است بسیار مشهور در کشور خودمختار موناکو واقع در اروپای غربی. جمعیت ساکن در مونت‌کارلو در حدود ۳۰۰۰ نفر را شامل می‌شود. منطقه مونت‌کارلو، ثروتمندترین منطقه از کشور خودمختار موناکو است.

نام روش مونت کارلو توسط تحقیقات فیزیکدانانی چون استنی‌سواف اولام، انریکو فرمی و جان فون نیومن شهرت فراوان یافت. این اسم مبدأیی به یک کازینو ای در موناکو است که عموی اولام برای قمار پول قرض می‌کرده‌است. تصادفی بودن و تکرار طبیعی فرایندها مشابه فعالیت‌های در کازینوها است.

1.3 کاربرد مونت‌کارلو

روش‌های تصادفی برای محاسبه و آزمایش (که عموماً به عنوان شبیه‌سازی تصادفی شناخته می‌شوند) را بدون تردید می‌توان تا اولین پیشگامان نظریه احتمال دنبال کرد (سوزن بافون، کار جزیی روی نمونه‌ها توسط ویلیام گوست)، ولی به‌طور ویژه می‌توان آن را در دوران قبل از محاسبات الکترونیکی دنبال کرد. تفاوت اساسی که معمولاً درباره‌ی روش شبیه‌سازی مونت کارلو بیان می‌شود این است که به‌طور اصولی نوع روش شبیه‌سازی را وارون می‌کند و نظر مسایل را با یافتن مدل مشابه احتمالی به خود جلب می‌کند. روش‌های پیشین برای شبیه‌سازی و مدل‌سازی آماری عموماً عکس این کار را انجام می‌دادند: استفاده از شبیه‌سازی برای امتحان کردن مسایل مشخص قطعی.

به هر حال مثال‌های دیدگاه «وارون» به صورت تاریخی نیز وجود دارند، آن‌ها تا قبل از آمدن روش مونت کارلو به عنوان یک روش عمومی در نظر گرفته نمی‌شدند.

شاید معروفترین استفاده اخیر از این روش توسط انریکو فرمی در سال ۱۹۳۰ باشد، هنگامی که او از یک روش تصادفی برای دستیابی به خواص نوترون تازه کشف شده، استفاده کرد. همچنین روش‌های مونت کارلو مرکزیت شبیه‌سازی مورد نیاز در پروژه‌ی منهتن را داشتند اگرچه که در آن زمان در استفاده از ابزارهای محاسباتی در محدودیت جدی قرار داشتند؛ بنابراین مونت کارلو در زمانی مورد مطالعه و بررسی توسط دانشمندان قرار گرفت که کامپیوترهای الکترونیکی برای اولین بار پا به عرصه گذاشتند. (از سال ۱۹۴۵ تا امروز)

در ۱۹۵۰ در لوس آلاموس برای تحقیقات جدیدی که درباره‌ی بمب‌های هیدروژنی آغاز شده بود مورد استفاده قرار گرفت و در رشته‌های فیزیک و شیمی فیزیک و تحقیق در عملیات مشهور شد.

شرکت رند(Rand) و نیروی هوایی ایالات متحده دو سازمان مرتبط برای جمع‌آوری و ارسال اطلاعات درباره‌ی روش‌های مونت کارلو در طول این زمان بوده‌است، و کاربردهای گسترده این روش را یافته‌اند.

استفاده از روش مونت کارلو نیاز به استفاده مقادیر زیادی اعداد تصادفی دارد و این استفاده باعث کنار رفتن و عدم گسترش زاینده‌های اعداد شبه تصادفی بود. روش مونت کارلو را می‌توان برای بسیاری از محاسبات مهندسی، مخصوصاً در بخش برق و تخمین‌های آن استفاده نمود.

شبیه‌سازی مونت کارلو به‌طور ویژه‌ای در مطالعه‌ی سیستمها با درجه آزادی زوج متعدد مورد استفاده قرار می‌گیرد مثل مایعات، مواد متخلخل، مایعات شدیداً زوج و ساختارهای حفره دار (مانند ساختار حفره دار پات). روش‌های مونت کارلو به صورت وسیعی در مدل‌سازی پدیده‌ها با مقادیر قابل توجهی عدم اطمینان در ورودی‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد مثل:

محاسبه‌ی ریسک در تجارت (نمونه کاربرد آن در اقتصاد، مدل‌سازی تصادفی است) استفاده‌ی کلاسیک از این روش‌ها برای ارزیابی و محاسبه‌ی انتگرال‌های معین، به‌طور خاص برای انتگرال‌های چند بعدی باشد با شرایط مرزی پیچیده، استفاده می‌شود.

روش‌های مونت کارلو همچنین برای محاسبه‌ی ارزش سرمایه شرکت‌ها، ارزیابی سرمایه‌ی پروژه‌ها نیز استفاده می‌شود.

همچنین روش‌های مونت کارلو در فیزیک محاسباتی، شیمی فیزیک و زمینه‌های مرتبط با این دو کاربرد فراوان دارد.

مونت کارلو علاوه بر این، تحت تأثیر بسزای خود را در حل معادله دیفرانسیلهای زوج انتگرالی در زمینه‌ی تشعشع و انتقال انرژی ثابت کرده‌است پس بنابراین این روش برای آشکارسازی جهانی محاسبات که مدل‌های مجازی سه بعدی تصاویر فوتوریالیستیک را تولید می‌کند، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

روش‌های مونت کارلو در زمینه‌های بسیاری نیز در ریاضیات محاسباتی مورد استفاده قرار می‌گیرد، که فقط یک خوش شانس می‌تواند نتیجه‌ی صحیح بگیرد. یک مثال کلاسیک، الگوریتم رابین است که برای آزمایش اول بودن اعداد مورد استفاده قرار می‌گیرد.

همچنین الگوریتم لاس وگاس نیز به همین موضوع می‌پردازد ولی با ایده‌ای متفاوت.

به‌طور کلی کاربردهای این روش فراوان هستند. در زیر به‌چند مورد اشاره می‌کنیم:

1.3.1 ریاضیات

کاربرد روش مونت-کارلو در ریاضیات و آمار بسیار گسترده‌است. با استفاده از این روش، با انتخاب تصادفی یک یا تعداد محدودی پاسخ از میان پاسخهای موجود، تلاش می‌شود تا به راه حل قابل قبولی دست یافت. این تکنیک زمانی ارزش پیدا می‌کند، که مجموعه آلترناتیوهای موجود برای پاسخ یک مسئله بسیار بزرگ باشد و عملاً امکان آزمودن تمامی آن‌ها وجود نداشته باشد؛ یک نمونه کلاسیک در این زمینه، الگوریتم رابین برای تست اول بودن یک عدد می‌باشد. الگوریتم رابین بیان می‌دارد که با داشتن یک عدد مانند n که غیر اول است، یک عدد تصادفی مانند x، دارای احتمال ٪۷۵ است تا ثابت کند عدد n عددی غیر اول است؛ بنابراین، با داشتن عدد غیر اولی مانند n اگر عددی تصادفی مانند x یافت شود، به‌طوری‌که ثابت کند n احتمالاً عددی اول است، ما موفق به آزمودن گزینه‌هایی شده‌ایم که

احتمال رخداد آن‌ها ۱ به ۴ است. حال با یافتن ۱۰ عدد دیگر مانند x که ثابت کند n احتمالاً عددی اول است، موفق به یافتن مجموعه‌ای شده‌ایم که احتمال وقوع آن‌ها ۱ به میلیون است. الگوریتم لاس وگاس نیز از روش مونت-کارلو بهره می‌برد. یکی از رایج‌ترین کاربرد مونت کارلو، انتگرال گیری مونت کارلو است.

1.3.2 انتگرال‌گیری

روش‌های قطعی انتگرال‌گیری عددی به وسیله دریافت عدد نمونه‌های فاصله دار یکنواخت از یک تابع است. به‌طور کلی، این روش برای توابع یک متغیری بسیار خوب جواب می‌دهد. در حالی که برای تابعی از بردارها، روش‌های تربیع قطعی بی تأثیراند. ه (مثلاً برای محاسبه‌ی انتگرال X2 اعداد تصادفی تولید شده توسط توابع گاوس را در صفحه‌ای مشخص می‌ریزد و با استفاده از نسبت نقاط داخل و خارج تابع مساحت محاسبه می‌شود)

برای انتگرال‌گیری عددی از یک تابع دو متغیره از بردارها، نقاط فاصله دار به صورت چهارخانه به‌طور مساوی روی صفحه دو بعدی مورد نیاز است.

برای نمونه یک صفحه‌ی ۱۰x۱۰ نیاز به ۱۰۰ نقطه دارد. اگر بردار ما ۱۰۰ بعدی باشد، تقسیم‌بندی مورد نیاز روی صفحه، نیاز به $۱۰^{۱۰۰}$(عدد گوگول) صفر دارد که برای محاسبه بسیار بزرگ است.

روش مونت کارلو روشی را برای خروج از این رشد نمایی پیشنهاد می‌کند. تا زمانی که تابع مورد سؤال یک تابع خوش رفتار است، به وسیله انتخاب تصادفی نقاط در فضای ۱۰۰ بعدی و گرفتن نوعی میانگین از مقادیر تابع در این نقاط، می‌تواند تخمین زده شود.

1.3.3 فیزیک

یکی از مهم‌ترین کاربردهای روش مونت-کارلو در زمینه‌های فیزیک محاسباتی، شیمی‌فیزیک و کرومودینامیک کوانتومی جهت انجام محاسبات پیچیده مربوط به ساخت پوشش گرمایی مورد استفاده بر روی یک فضاپیما یا موشک بالستیک می‌باشد.

1.3.4 شیمی

همچنین از کاربردهای عملی این روش در دانش شیمی‌فیزیک، می‌توان به ساخت و بررسی مدل مولکولی اشاره نمود که به عنوان جایگزینی برای روش محاسباتی دینامیک مولکولی و شیمی کوانتومی مطرح می‌شود.

هدف اصلی روش مونت کارلو یا دینامیک مولکولی محاسبه خواص تعادلی یک سیستم است. در این روش پس از حصول اطمینان از بودن در حالت تعادل، با تغییر تصادفی موقعیت و جهت‌گیری ذرات موجود در سیستم، پیکربندی‌هایی از سیستم تولید می‌شود. منظور از پیکربندی مجموعه‌ای از موقعیت و جهت‌گیری همه‌ی ذرات در یک حالت از تمام حالت‌های ممکن سیستم است. پیکربندی تولید شده در هر مرحله با احتمالی که توسط قوانین ترمودینامیک آماری تعیین می‌گردد، رد یا تأیید می‌شود. این احتمال به انرژی پتانسیل بین دو ذره بستگی دارد. در هر پیکربندی خاصیت ترمودینامیکی مورد نظر

اندازه‌گیری می‌شود. با نمونه برداری صحیح از این پیکربندی‌ها و میانگین‌گیری، می‌توان مقدار آن خاصیت را در حال تعادل به دست آورد.

مزیت این روش به دینامیک مولکولی، نیاز نداشتن به محاسبه‌ی اندازه حرکت برای هر ذره‌است که باعث کاهش زمان محاسبات رایانه‌ای می‌شود. از معایب این روش می‌توان به دست نیاوردن اطلاعات راجع به دینامیک سیستم اشاره کرد.

1.3.5 اقتصاد

یکی از مهم‌ترین کاربردهای روش مونت-کارلو، حل معادله موسوم به بلک-شولز در مورد مدل‌سازی بازار سهام دارای نرخهای تصادفی است. حل این معادله منجر به ساخت یک مدل شبیه‌سازی شده اقتصادی می‌گردد. این مدل اقتصادی برای پیش‌بینی تغییرات در یک بازار بورس مورد استفاده قرار می‌گیرد.

2
فصل دوم
مسائل مونت‌کارلو

مقدمه

در این فصل به بیان دو مساله‌ی مطرح شده در کلاس می‌پردازیم.

2.1 مساله‌ی احتمالاتی برخورد به دیواره‌ی مثلث

احتمال برخورد به دیواره‌ی مثلث از هر نقطه درون مثلث بـا در نظـر گـرفتن پتانسـیل‌های ۱۰ ، ۱۰۰ و صفر برای هر ضلع چقدر است؟

2.2 مساله‌ی احتمالاتی برخورد به دیواره‌ی دایره

احتمال برخورد به دیواره‌ی دایره از هر نقطه درون مثلث با در نظـر گـرفتن پتانسـیل‌های ۱۰، ۳۰، ۴۰ و صفر برای هر ربع چقدر است؟

3
فصل سوم
کدنویسی با متلب

مقدمه

در این فصل به حل مساله توسط کدنویسی در محیط متلب پرداخته شده است.

3.1 کد مساله‌ی اول

```
clear all;
close all;

numberOfSteps = 100;
R_Max = 20;
Theta_Res = 20;
experiments = 1000;
probabilityDistribution = zeros(R_Max, 360/Theta_Res + 1, 4;(
for R=1:R_Max
for THETA=1:Theta_Res:361

    imp = 0;
    q1 = 0;
    q2 = 0;
    q3 = 0;
    q4 = 0;

    for m=1:experiments

    r = R ;
    theta = THETA;
```

```
for k=1:numberOfSteps

directions = [-1 0 1;[
r = r + directions( randi([1 3  ;( ([
if r < 1
    r = 1;
end
theta = theta + Theta_Res * directions( randi([1 3 ;( ([

if r > R_Max

  if theta > 0 && theta <= 90
    q1 = q1 + 1;
  end
  if theta > 90 && theta <= 180
    q2 = q2 + 1;
  end
  if theta > 180 && theta <= 270
    q3 = q3 + 1;
  end
  if theta > 270 && theta <= 360
    q4 = q4 + 1;
  end

  imp = imp + 1;
  break;
end
```

```
    end
    end

    probabilityDistribution(R,ceil(THETA/20),1) = q1 / imp;
    probabilityDistribution(R,ceil(THETA/20),2) = q2 / imp;
    probabilityDistribution(R,ceil(THETA/20),3) = q3 / imp;
    probabilityDistribution(R,ceil(THETA/20),4) = q4 / imp;

end
end

 %%Display
pot = probabilityDistribution(:,:,1) * 0 + probabilityDistribution(:,:,2) * 50 + probabilityDistribution(:,:,3) * 100 + probabilityDistribution(:,:,3) * 150;
polarPcolor([1:R_Max],[1:Theta_Res:361],pot);
```

3.2 کد مساله‌ی دوم

```
clear all;
close all;

numberOfSteps = 100;
R_Max = 20;
Theta_Res = 20;
experiments = 1000;
probabilityDistribution = zeros(R_Max, 360/Theta_Res + 1, 4;(
```

```
for R=1:R_Max
for THETA=1:Theta_Res:361

    imp = 0;
    q1 = 0;
    q2 = 0;
    q3 = 0;
    q4 = 0;

    for m=1:experiments

    r = R ;
    theta = THETA;

    for k=1:numberOfSteps

    directions = [-1 0 1;[
    r = r + directions( randi([1 3  ;( ([
    if r < 1
       r = 1;
    end
    theta = theta + Theta_Res * directions( randi([1 3 ;( ([

    if r > R_Max

      if theta > 0 && theta <= 90
        q1 = q1 + 1;
      end
```

```
    if theta > 90 && theta <= 180
      q2 = q2 + 1;
    end
    if theta > 180 && theta <= 270
      q3 = q3 + 1;
    end
    if theta > 270 && theta <= 360
      q4 = q4 + 1;
    end

    imp = imp + 1;
    break;
  end

  end
  end

  probabilityDistribution(R,ceil(THETA/20),1) = q1 / imp;
  probabilityDistribution(R,ceil(THETA/20),2) = q2 / imp;
  probabilityDistribution(R,ceil(THETA/20),3) = q3 / imp;
  probabilityDistribution(R,ceil(THETA/20),4) = q4 / imp;

end
end

 %%Display
pot = probabilityDistribution(:,:,1) * 0 + probabilityDistribution(:,:,2) * 50 + probabilityDistribution(:,:,3) * 100 + probabilityDistribution(:,:,3) * 150;
```

```
polarPcolor([1:R_Max],[1:Theta_Res:361],pot);
```

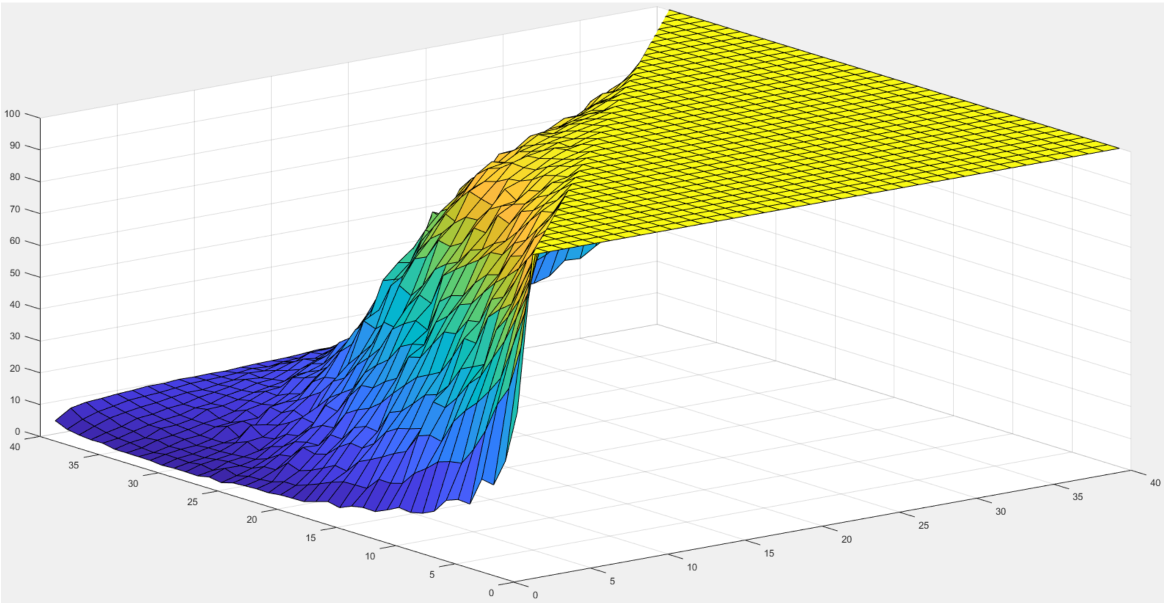
4
فصل چهارم
حل و مقایسه

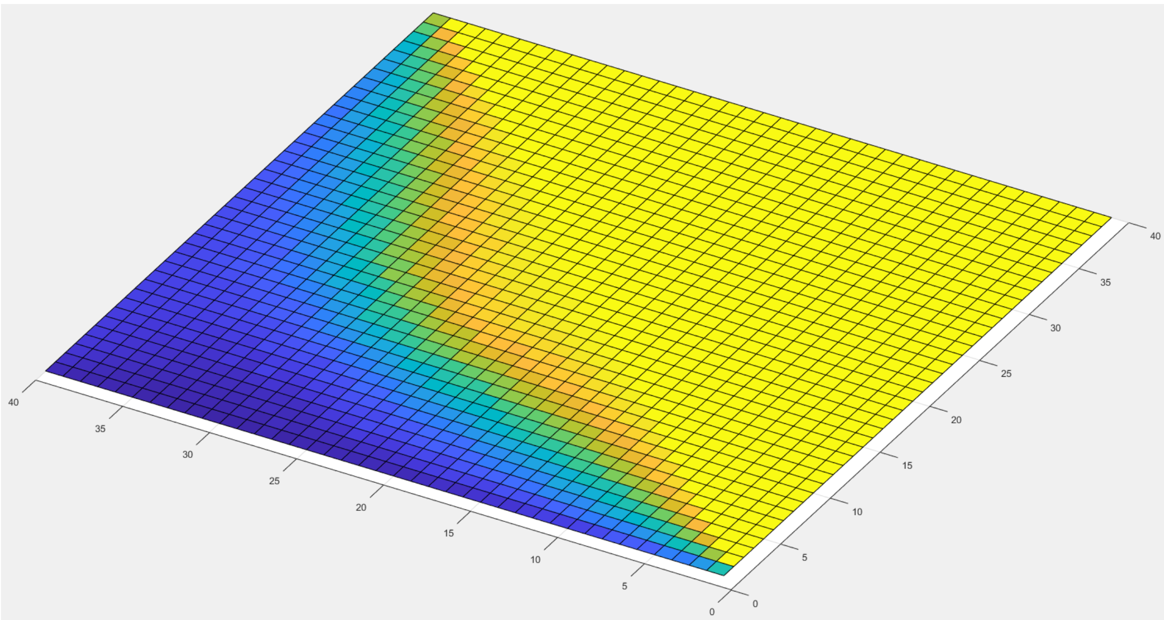
مقدمه

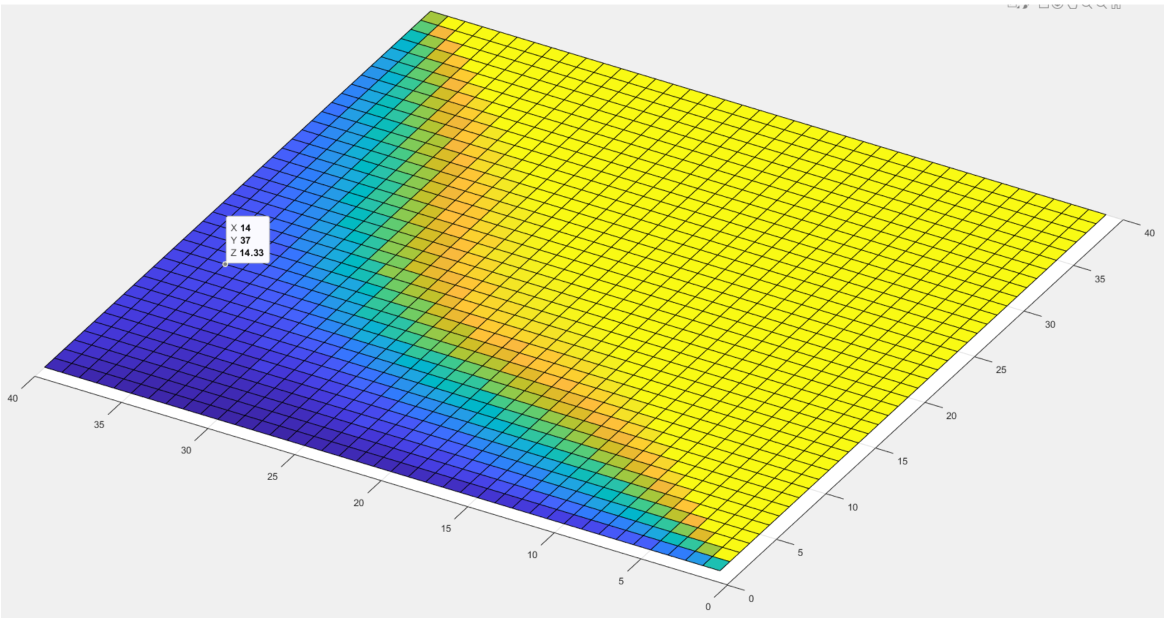
پاسخ کد برای گام‌ها و تعداد experimentهای مختلف در این فصل آمده‌اند.

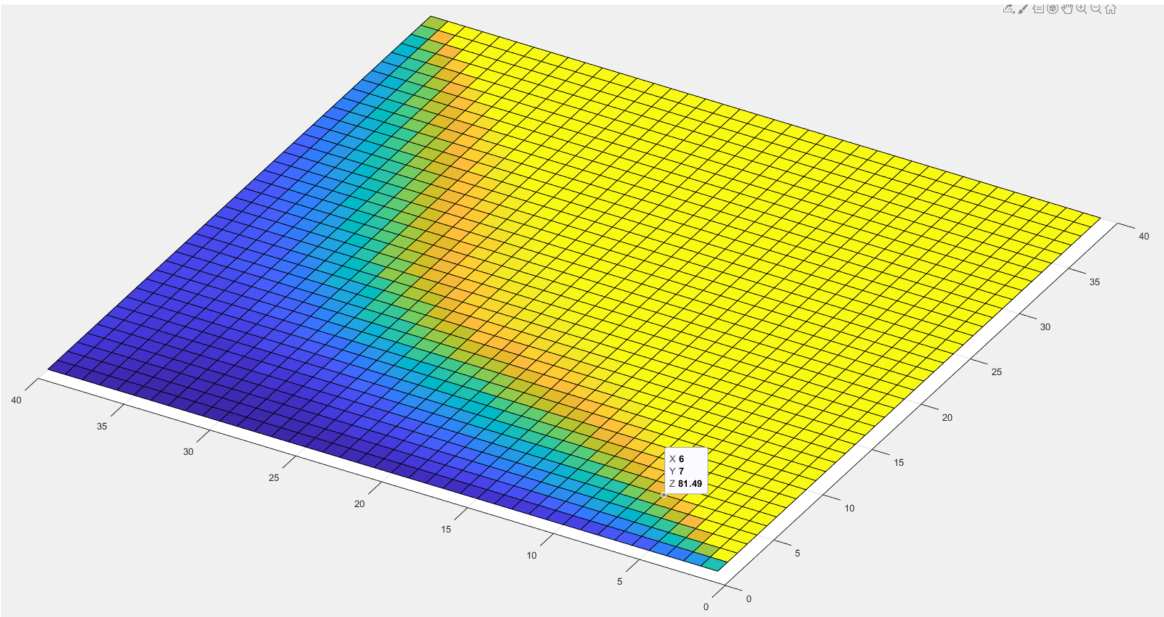
4.1 پاسخ مساله‌ی اول

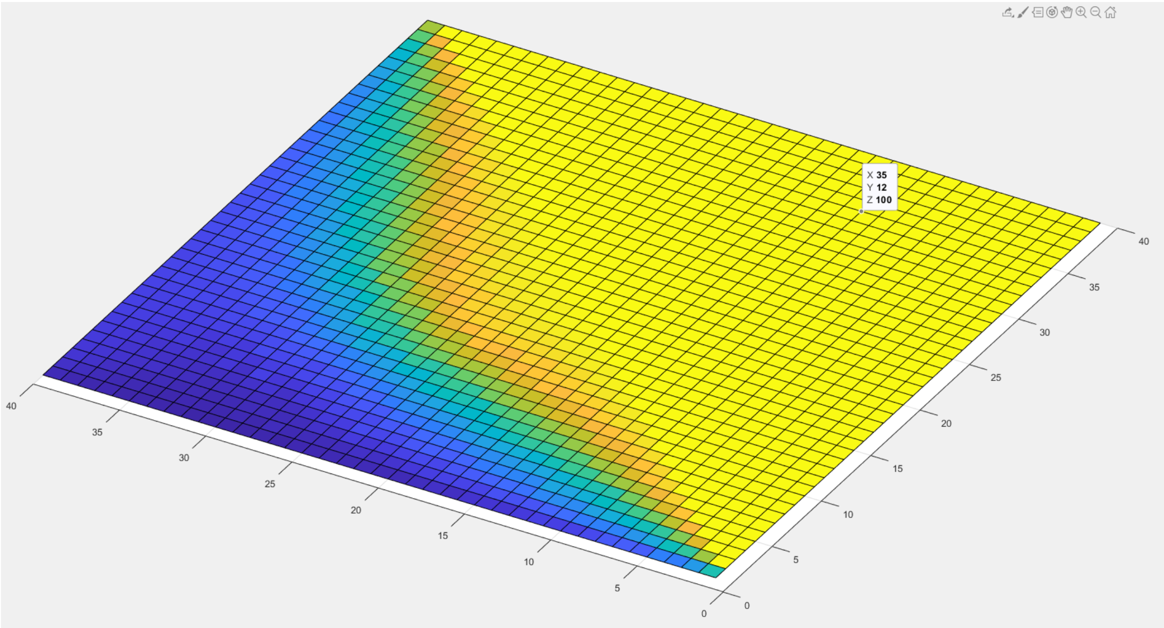
برای گام و تعداد دفعات پایین دقت پایین است:

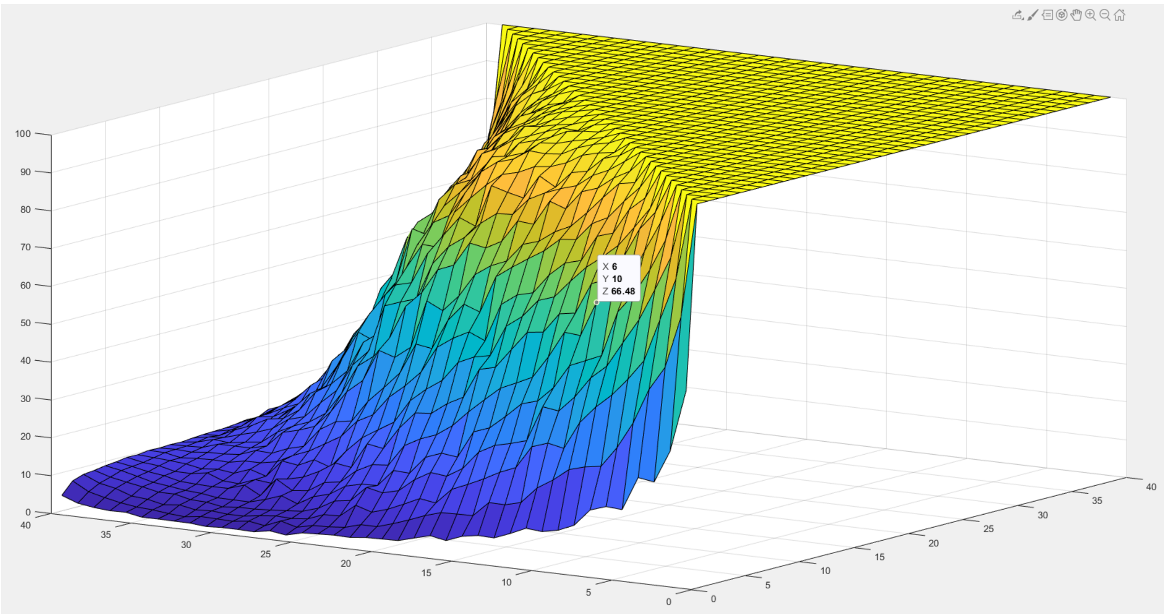


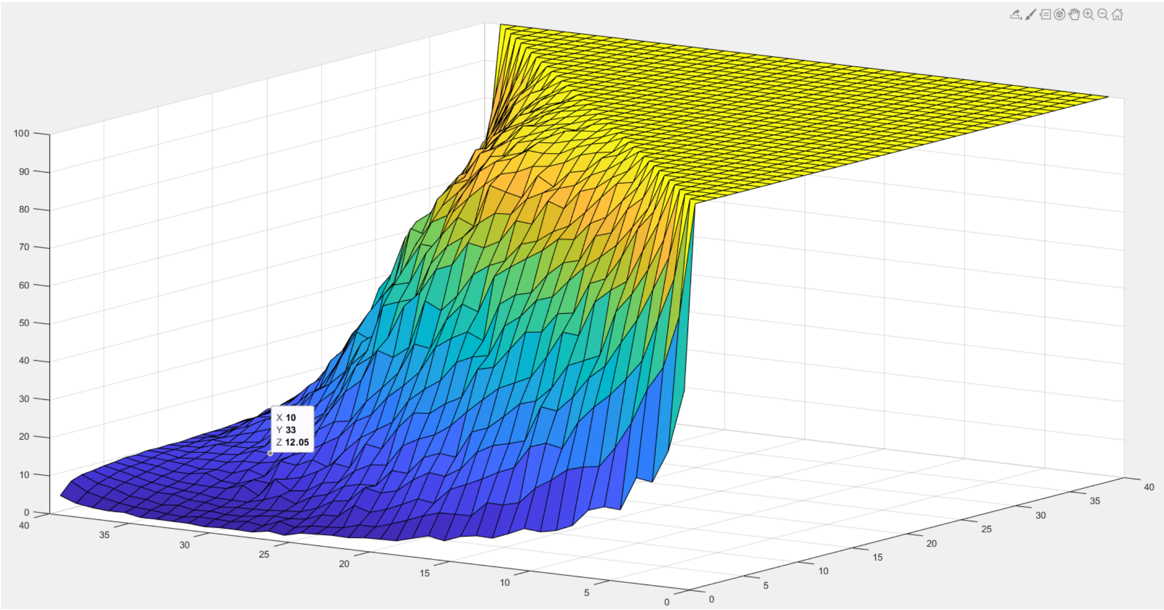


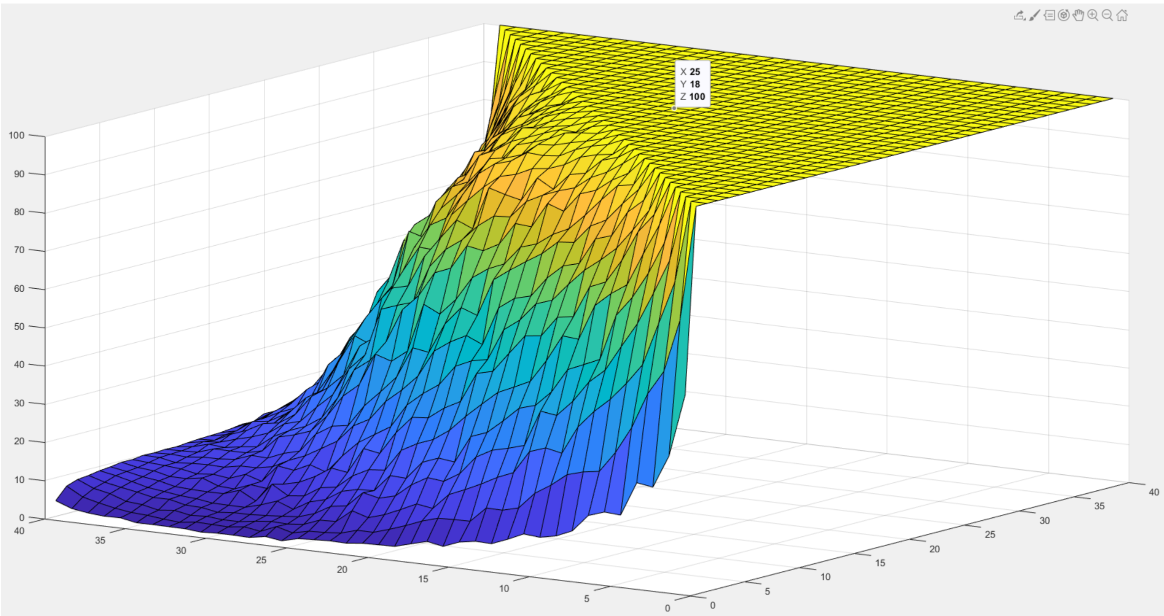

X 14
Y 37
Z 14.33
40
35
30
25
20
15
10
5
0
0
5
10
15
20
25
30
35
40


X 6
Y 7
Z 81.49
40
35
30
25
20
15
10
5
0
0
5
10
15
20
25
30
35
40

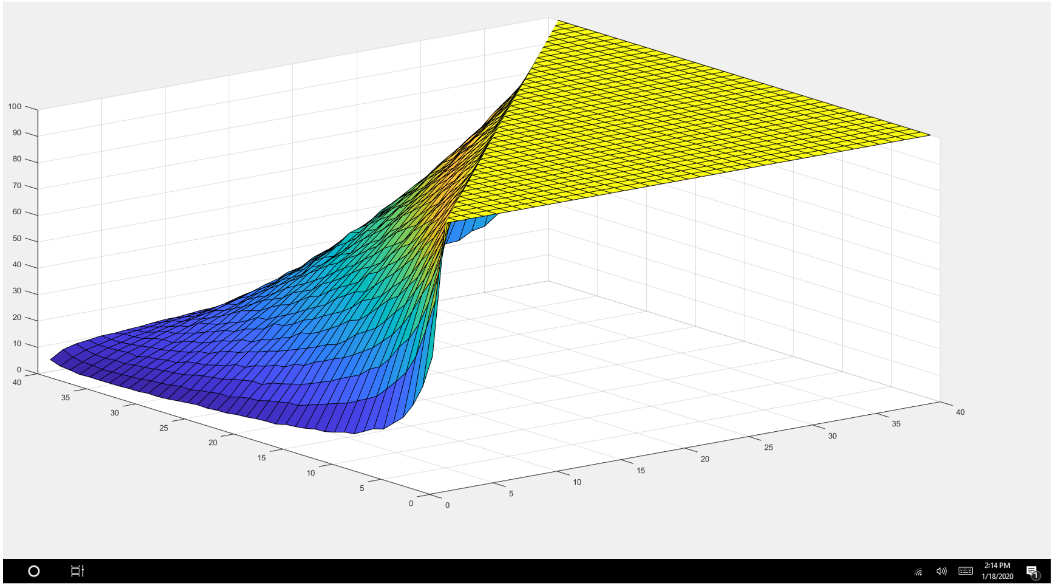

X 35
Y 12
Z 100
40
35
30
25
20
15
10
5
0
0
5
10
15
20
25
30
35
40

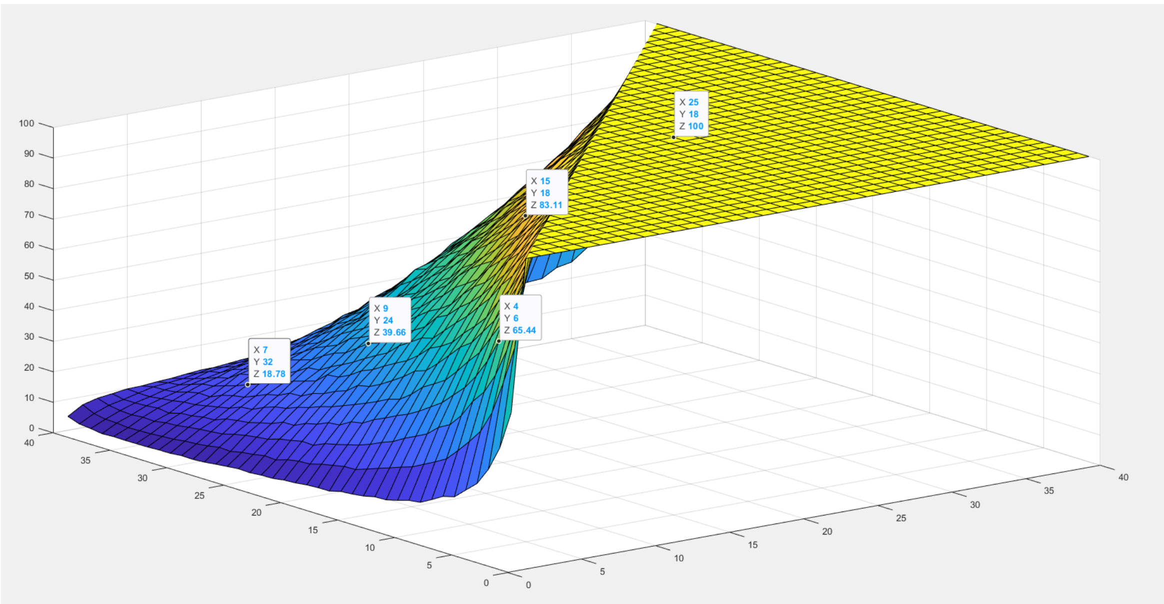

X 6
Y 10
Z 66.48
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
40
35
30
25
20
15
10
5
0
0
5
10
15
20
25
30
35
40

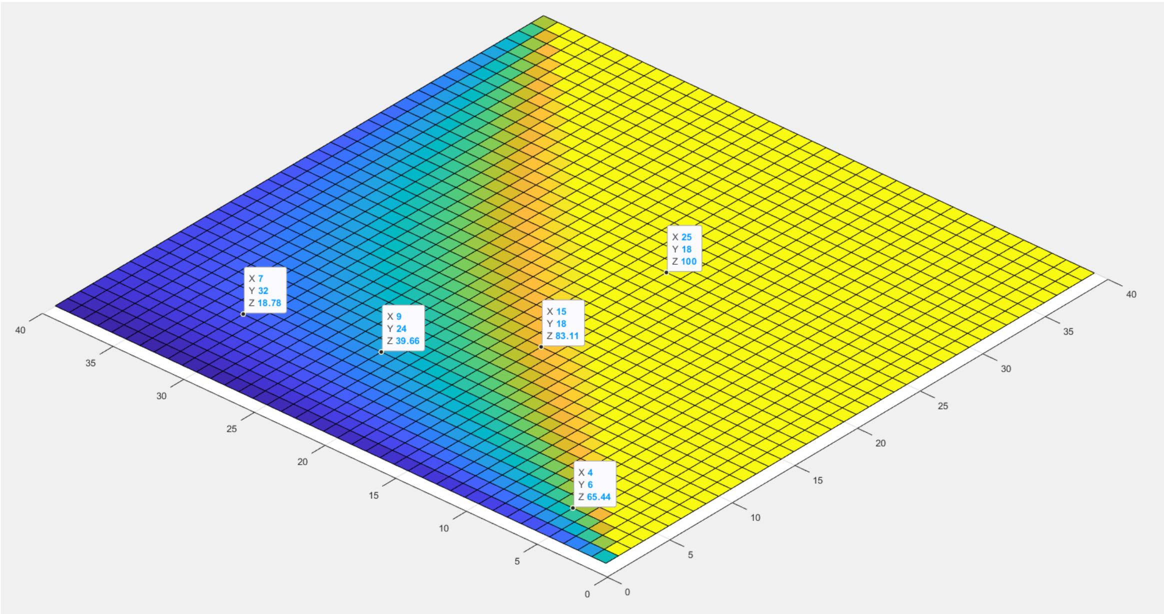

X 10
Y 33
Z 12.05


X 25
Y 18
Z 100

برای گام و تعداد دفعات بالا دقت بالا می‌رود:

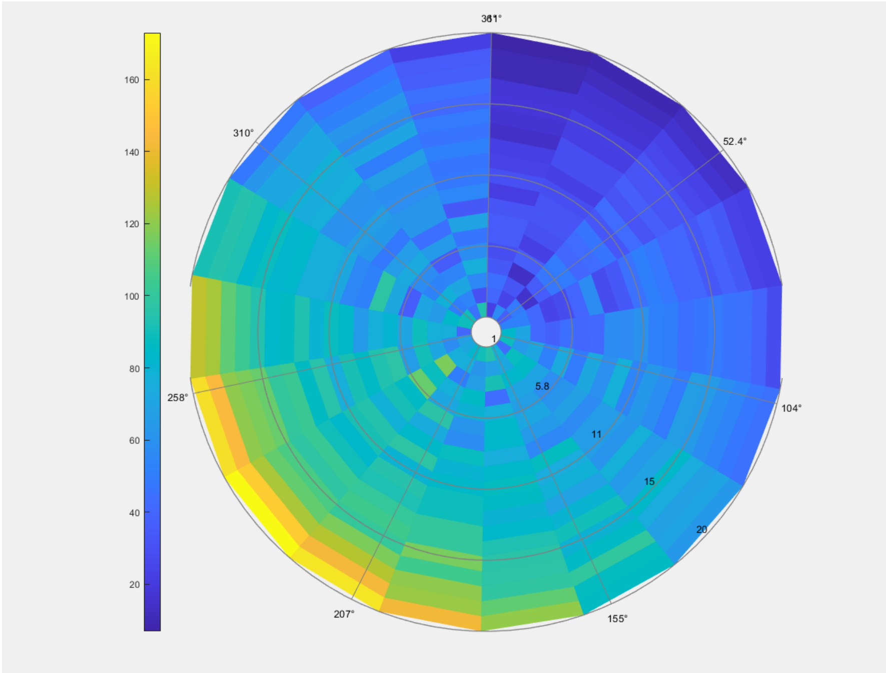




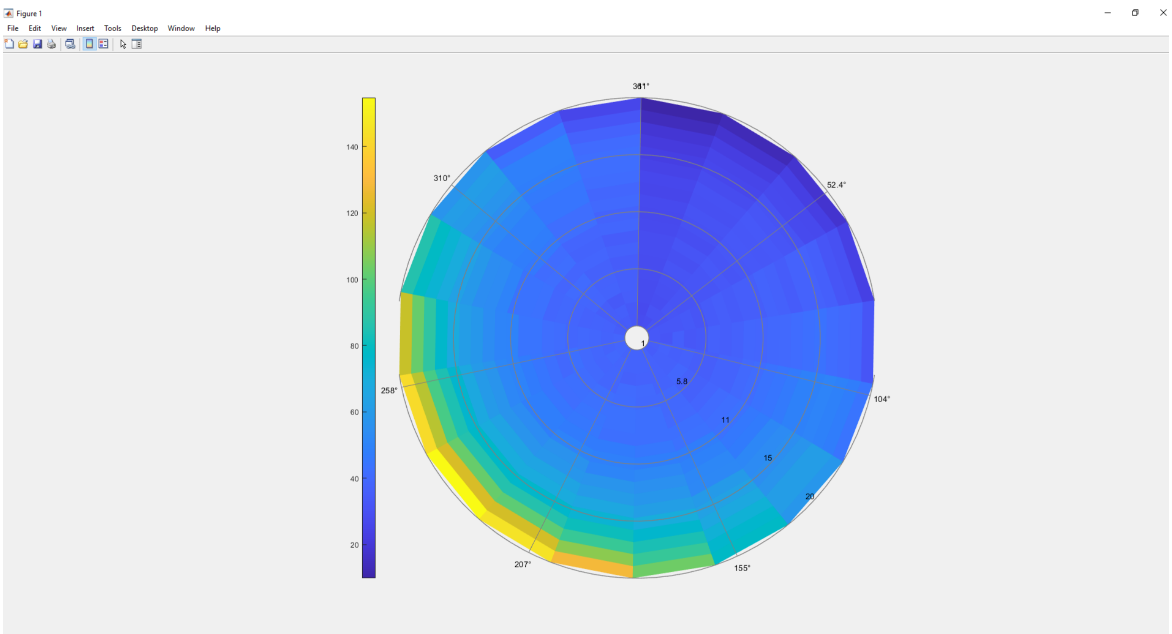

X 25
Y 18
Z 100
X 7
Y 32
Z 18.78
X 9
Y 24
Z 39.66
X 15
Y 18
Z 83.11
X 4
Y 6
Z 65.44
0
5
10
15
20
25
30
35
40
0
5
10
15
20
25
30
35
40

4.2 پاسخ مساله‌ی دوم

برای گام و تعداد دفعات پایین دقت پایین است:



برای گام و تعداد دفعات بالا دقت بالا می‌رود:



با تشکر از تدریس خوبتان
مهسا آزادمنش