

بسم الله الرحمن الرحيم

شناسایی سیستم و تخمین پارامترهای پرواز

مدرس:
عبدالمجید
خوشنود

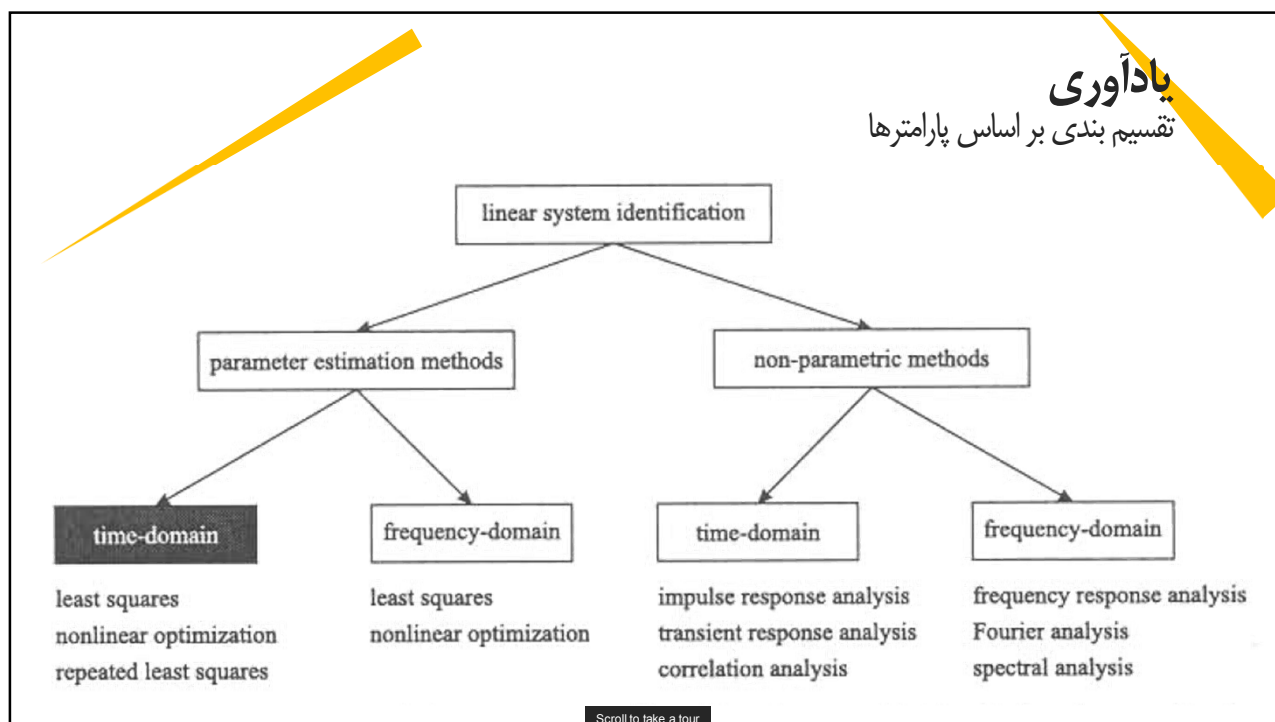
فصل دوم:

شناسایی غیر پارامتریک روش های شناسایی کلاسیک

- شناسایی در
حوزه زمان
- شناسایی در
حوزه فرکانس

یادآوری

تقسیم بندی بر اساس پارامترها



روش های کلاسیک

- ساده ترین روش ها
- سیستم های LTI
- یقینی بودن سیگنال ها و ناچیز بودن نویز اندازه گیری
- تقسیم بندی روش ها
 - سیستم های گسسته در حوزه زمان
 - سیستم های گسسته در حوزه فرکانس
 - سیستم های پیوسته در حوزه زمان
 - سیستم های پیوسته در حوزه فرکانس
 - شناسایی بر اساس تابع همبستگی

Scroll to take a tour

روش های شناسایی در حوزه زمان

- اعمال ورودی ضربه



$$\frac{y(s)}{\delta(s)} = G(s) \implies L^{-1} \implies y(t) = G(t)$$

- در حالت کلی (کانولوشن) $y(t) = h(t) * x(t) = \int h(\tau) x(t-\tau) d\tau$

Scroll to take a tour

روش های شناسایی در حوزه زمان

- اعمال ورودی ضربه در حالت گسسته

$$y_t = h_t * x_t = \sum_{k=0}^{\infty} h_k * x_{t-k}$$

- برای سیستم های پایدار (FIR)

$$y_t = \sum_{k=0}^m h_k * x_{t-k}$$

- تعریف تابع ضربه در حالت گسسته به صورت ۱ در زمان صفر و صفر در سایر زمان ها

Scroll to take a tour

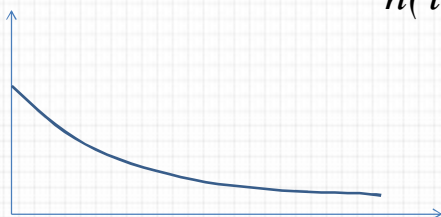
روش های شناسایی در حوزه زمان

- مشخصات پاسخ گذرا در سیستم های دینامیکی
سیستم مرتبه اول

$$G(s) = \frac{a}{s+a} = \frac{1}{Ts+1}, T = \frac{1}{a}$$

$$h(t) = ae^{-at}u(t)$$

- پاسخ ضربه



Scroll to take a tour

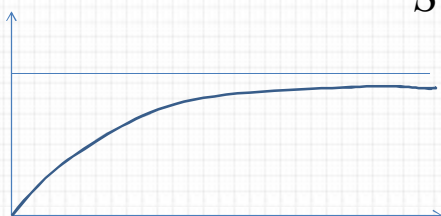
روش های شناسایی در حوزه زمان

- مشخصات پاسخ گذرا در سیستم های دینامیکی
سیستم مرتبه اول

$$G(s) = \frac{a}{s+a} = \frac{1}{Ts+1}, T = \frac{1}{a}$$

$$S(t) = 1 - e^{-at}$$

- پاسخ پله



Scroll to take a tour

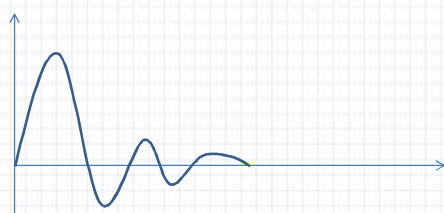
روش های شناسایی در حوزه زمان

- مشخصات پاسخ گذرا در سیستم های دینامیکی
سیستم مرتبه دوم

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{(s + \sigma)^2 + \omega_d^2}, \quad \begin{cases} \omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \\ \sigma = \xi \omega_n, \xi < 1 \end{cases}$$

- پاسخ ضربه



$$h(t) = \frac{\omega_n^2}{\omega_d^2} e^{-\sigma t} \cdot \sin(\omega_d t) \cdot u(t)$$

Scroll to take a tour

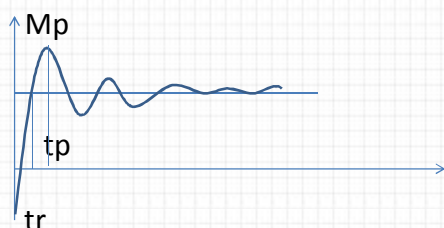
روش های شناسایی در حوزه زمان

- مشخصات پاسخ گذرا در سیستم های دینامیکی
سیستم مرتبه دوم

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{(s + \sigma)^2 + \omega_d^2}, \quad \begin{cases} \omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \\ \sigma = \xi \omega_n, \xi < 1 \end{cases}$$

- پاسخ پله

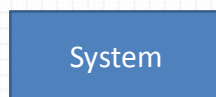
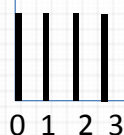


$$S(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\sigma t} \cdot \sin(\omega_d t + \phi)$$

Scroll to take a tour

روش های شناسایی در حوزه زمان

• پاسخ پله گسسته



St

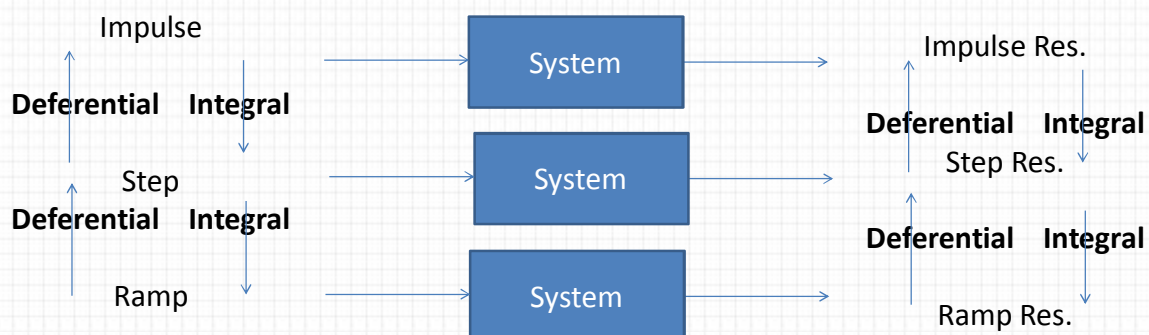
• بدست آوردن پاسخ ضربه از پاسخ پله (LTI)

• $H_t = St - St-1$

Scroll to take a tour

روش های شناسایی در حوزه زمان

• رابطه بین پاسخ ضربه، شیب و پله (خاص سیستم های LTI)
 بین توابع ضربه، پله و شیب رابطه مستقیم انتگرال و معکوس مشتق برای پاسخ ها
 نیز برقرار است:



Scroll to take a tour

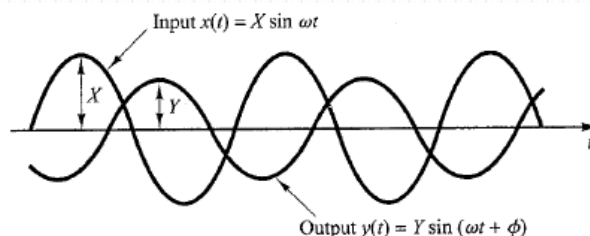
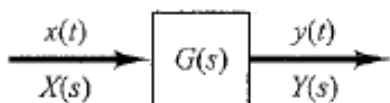
روش های شناسایی در حوزه فرکانس

- یادآوری پاسخ فرکانسی
 - اعمال ورودی سینوسی به سیستم خطی منجر به خروجی سیستم با همان فرکانس و دامنه متفاوت خواهد شد.
 - نمودار بودی
- $$x(t) = A \cos \omega t$$
- $$y(t) = A |H(\omega)| \cos(\omega t + \angle H(\omega))$$
- تغییرات فرکانس ورودی
 - راهکار جامع استفاده از تبدیل فوریه و خانواده تبدیل های فرکانسی

Scroll to take a tour

روش های شناسایی در حوزه فرکانس

- یادآوری پاسخ فرکانسی



Scroll to take a tour

روش های شناسایی در حوزه فرکانس

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1}$$

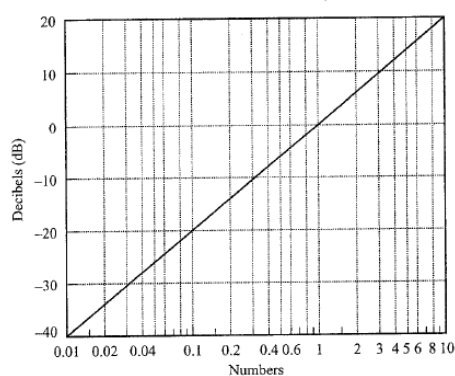
$$G(j\omega) = \frac{K}{jT\omega + 1}$$

سیستم مرتبه اول

$$|G(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{1 + T^2\omega^2}}$$

$$\phi = \angle G(j\omega) = -\tan^{-1} T\omega$$

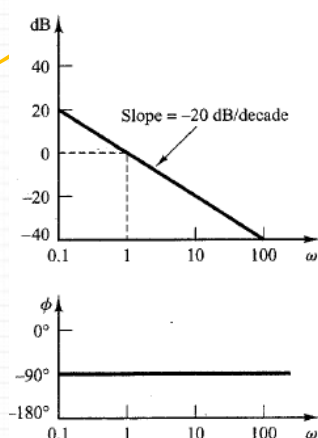
بهره خالص K



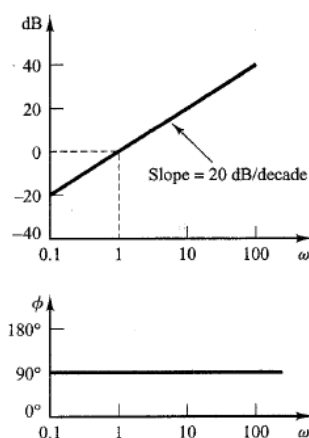
روش های شناسایی در حوزه فرکانس

سیستم مرتبه اول

$$(j\omega)^{\pm 1}$$



Bode diagram of
 $G(j\omega) = 1/j\omega$
(a)

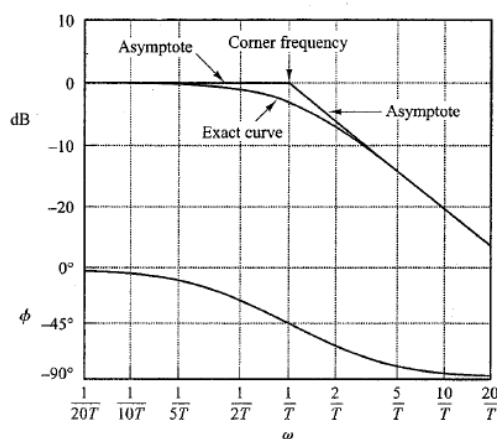


Bode diagram of
 $G(j\omega) = j\omega$
(b)

روش های شناسایی در حوزه فرکانس

سیستم مرتبه اول

$$(1 + j\omega T)^{-1}$$

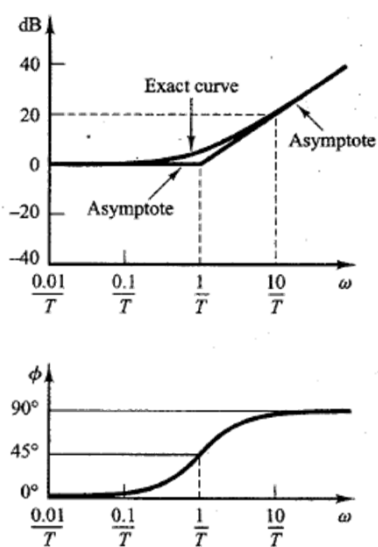


Scroll to take a tour

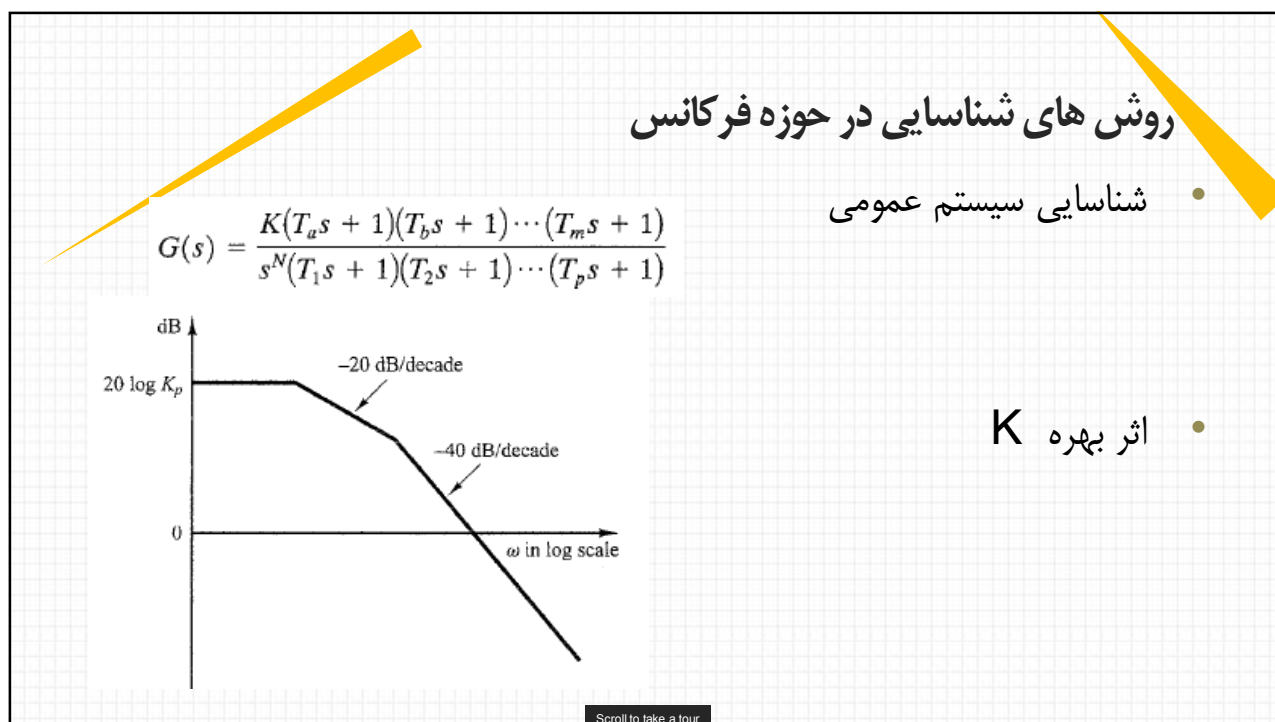
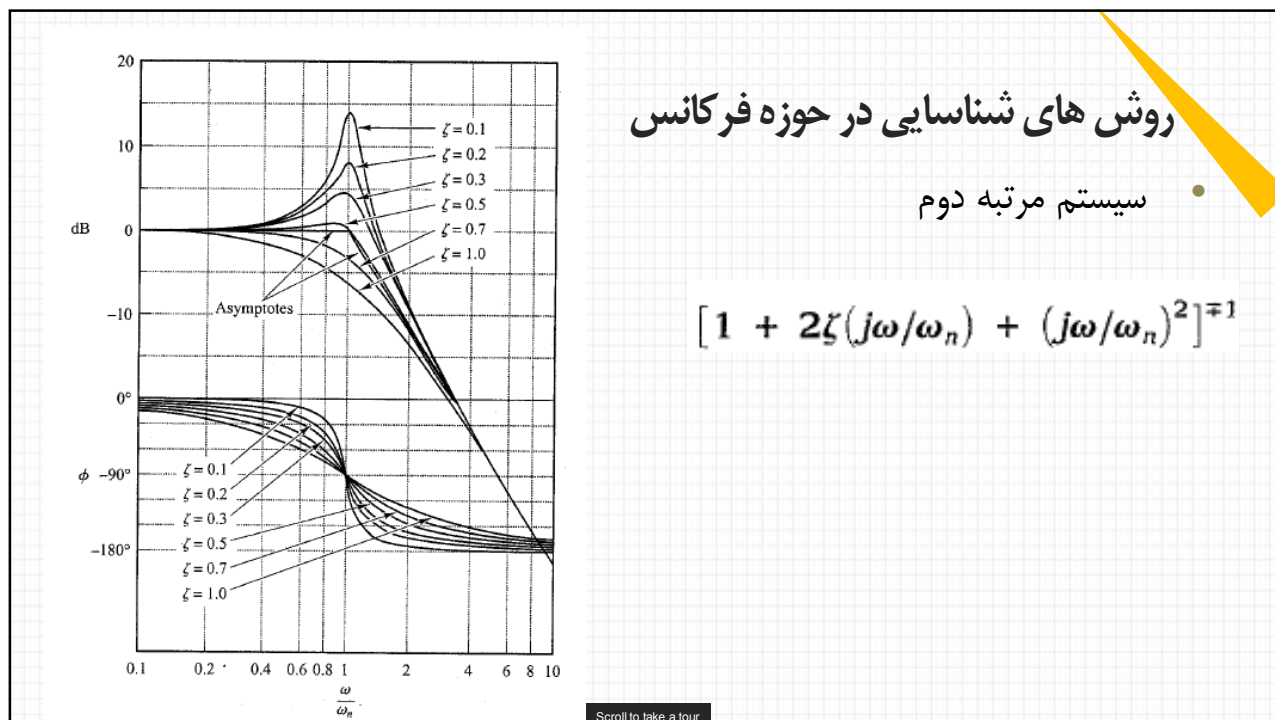
روش های شناسایی در حوزه فرکانس

سیستم مرتبه اول

$$(1 + j\omega T)^{-1}$$



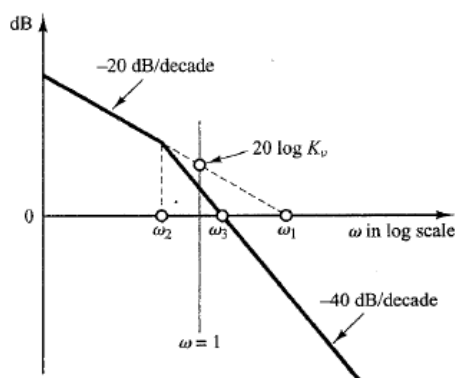
Scroll to take a tour



روش های شناسایی در حوزه فرکانس

• شناسایی سیستم عمومی

$$G(s) = \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \cdots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots (T_p s + 1)}$$



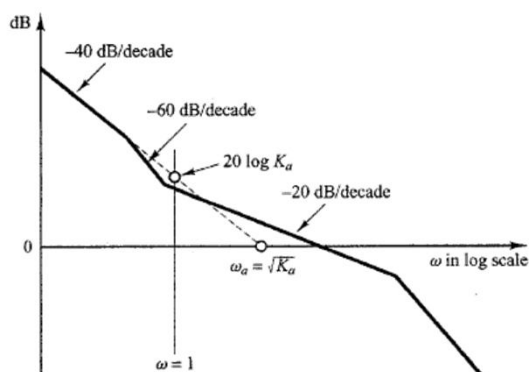
• حالت $N=1$

Scroll to take a tour

روش های شناسایی در حوزه فرکانس

• شناسایی سیستم عمومی

$$G(s) = \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \cdots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots (T_p s + 1)}$$

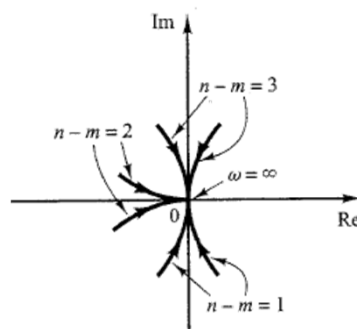
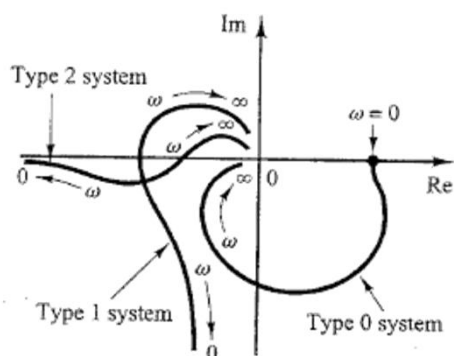


• حالت $N=2$

Scroll to take a tour

روش های شناسایی در حوزه فرکانس

• شناسایی با استفاده از نمودار نایکویست



$$G(j\omega) = \frac{b_o(j\omega)^m + \dots}{a_o(j\omega)^n + \dots}$$

Scroll to take a tour

شناسایی در فضای حالت گسسته

$$x_{n+1} = Ax_n + Bu_n$$

$$y_n = Cx_n + Du_n$$

ورودی ضربه

$$u = 1, 0, 0, 0, \dots$$

• پارامترهای مارکوف

با فرض $D=0$ و مقدار اولیه x صفر داریم:

$$y_n = CA^{n-1}B, \dots, y_2 = CAB, y_1 = CB$$

• اعمال فرایندهای بهینه سازی برای تحقق مینیمال فضای حالت

Scroll to take a tour

شناسایی در فضای حالت گسسته

- شناسایی در فضای حالت گسسته
- روش تحقق سیستم ویژه (ERA)
- تشکیل ماتریس هنکل (آلفا و بتا دلخواه بزرگتر از مرتبه سیستم)

$$H(n-1) = \begin{bmatrix} y_n & y_{n+1} & \cdots & y_{n+\beta-1} \\ y_{n+1} & y_{n+2} & \cdots & y_{n+\beta} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{n+\alpha-1} & y_{n+\alpha} & \cdots & y_{n+\alpha+\beta-2} \end{bmatrix}$$

Scroll to take a tour

شناسایی در فضای حالت گسسته

- استفاده از تجزیه مقادیر تکین (SVD) برای $H(0)$

$$H(0) = R \Sigma S^T$$

- و نیز Σ_n از n سطر بالا و n ستون چپ ماتریس سیگما
- R_n و S_n دارای ابعاد $\alpha \times n$ و $\beta \times n$
- در نهایت داریم:

$$\hat{A} = \Sigma_n^{-0.5} R_n^T H(1) S_n \Sigma_n^{-0.5}$$

$$\hat{B} = \Sigma_n^{0.5} S_n^T E_r$$

$$\hat{C} = E_m^T R_n \Sigma_n^{0.5}$$

$$E_m^T = [I_m \ 0], E_r^T = [I_r \ 0]$$

Scroll to take a tour

معایب روش های کلاسیک

- حساس بودن به نویز
- تقریبی بودن برخی مدل ها
- خارج خط بودن روش شناسایی
- غیر قابل کاربرد در سیستم های پیچیده
- مشکل در سیستم های مرتبه بالا
- مشکل در سیستم های چند ورودی چند خروجی

Scroll to take a tour

شناسایی سیستم با استفاده از تابع همبستگی

- رابطه بین میانگین فرایند تصادفی خروجی y با میانگین فرایند تصادفی

ورودی x (پاسخ ضربه h)

$$\mu_y(t) = \mu_x(t) * h(t)$$

$$y(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau$$

$$\mu_y = E[y(t)] = E[h(t) * x(t)] = E\left[\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau\right]$$

$$\mu_y = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)E[x(t-\tau)]d\tau$$

$$\Rightarrow \mu_y = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)\mu_x(t-\tau)d\tau = h(t) * \mu_x(t)$$

Scroll to take a tour

شناسایی سیستم با استفاده از تابع همبستگی

- رابطه بین تابع همبستگی متقابل با تابع همبستگی ورودی

$$R_{xy}(\tau) = R_{xx}(\tau) * h(\tau)$$
- خاصیت کاربردی
 تابع همبستگی عرضی بین ورودی و خروجی برابر کانولوشن تابع خود همبستگی ورودی با پاسخ ضربه سیستم

$$R_{xy}(\Omega) = R_{xx}(\Omega) * h(\Omega)$$
- برقراری در حوزه فرکانس
- مجهول مساله شناسایی $h(t)$ ، معلوم مساله x, y

Scroll to take a tour

شناسایی سیستم با استفاده از تابع همبستگی

- اگر ورودی نویز سفید با واریانس یک باشد:

$$R_{xx}(\tau) = \delta(k) \Rightarrow R_{xx}(\omega) = 1$$

$$\Rightarrow R_{xy}(\omega) = H(\omega) \Rightarrow R_{xy}(k) = h(k)$$

- رابطه فوق یعنی با ورودی نویز سفید همبستگی عرضی ورودی خروجی برابر پاسخ ضربه سیستم است که همان شناسایی سیستم تلقی می شود.

Scroll to take a tour

شناسایی سیستم با استفاده از تابع همبستگی

- مراحل شناسایی با تابع همبستگی
 - ۱- نمونه برداری ورودی و خروجی
 - ۲- محاسبه توابع همبستگی R_{xy} و R_{xx}
 - ۳- تبدیل فوریه یا تبدیل Z از روابط (۲)
 - ۴- محاسبه $H(z)$ از طریق:

$$H(z) = \frac{R_{xy}(z)}{R_{xx}(z)}$$

Scroll to take a tour

سیگنال توالی باینری شبه تصادفی PRBS Pseudo Random Binary Sequence (PRBS)

انتخاب ورودی در شناسایی سیستم بسیار اهمیت دارد. برای نزدیک شدن به سیگنال نویز سفید از سیگنال دیگری بهره می گیریم.

سیگنال PRBS یک سیگنال شبه تصادفی باینری و متناوب است که معروف ترین نوع آن توالی m نام دارد. یک توالی m دارای دوره ی تناوب است که در یک دوره ی تناوب آن هر عدد باینری $2^n - 1$ بیتی (به جز صفر) یک بار اتفاق می افتد.

برای $n=3$ داریم:

1011100, 1011100, 1011100

تولید به صورت شبه تصادفی

Scroll to take a tour

سیگنال توالی باینری شبه تصادفی PRBS Pseudo Random Binary Sequence (PRBS)

مقایسه PRBS با نویز سفید

- مزایای سیگنال PRBS نسبت به نویز سفید
اعمال آن به سیستم عملی تر و راحت تر است. صفر و یک در واقع یک کلید می باشد.
ذخیره سازی آن در کامپیوتر راحت تر از اعداد حقیقی است.
انجام محاسبات آن ساده تر است.
- اشکال اساسی PRBS نسبت به نویز سفید
اشکال اعمال سیگنال PRBS نسبت به نویز سفید این است که تابع خود همبستگی آن با تابع خود همبستگی نویز سفید متفاوت است
تابع خود همبستگی آن تابعی متناوب است در صورتیکه تابع خود همبستگی نویز سفید به هیچ وجه متناوب نیست.
برای هر $k \neq 0$ داریم $R_{xx}(k) \neq 0$

Scroll to take a tour

پاسخ به سوالات

عبدالمجید خوشنود

khoshnood@kntu.ac.ir

<http://wp.kntu.ac.ir/khoshnood>

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

