

به نام خدا

تمرین شماره ۳ شناسایی سیستم و تخمین پارامترهای پروازی

مهسا آزادمنش  
۹۹۰۰۴۲۶

ممنون از زحمات شما.

**سوال (۱)** بهره‌ی dB سیستم در ابتدا صفر و دارای شیب صفر است. صفر بودن شیب بهره در ابتدا به معنای آن است که سیستم قطب یا صفری در مبدا ندارد. همچنین صفر بودن بهره dB در فرکانس‌های پایین به معنای آن است که بهره‌ی سیستم در فرکانس‌های پایین برابر با یک است یا به طور معادل بهره‌ی dB در فرکانس‌های پایین برابر با صفر است. در فرکانس  $\omega = 1$  یک شیب  $-20 \frac{dB}{dec}$  به بهره سیستم اعمال شده است. این شیب می‌تواند ناشی از وجود یک قطب در فرکانس  $\omega = 1$  باشد که با توجه به حداقل فاز بودن سیستم این قطب در سمت چپ محور  $j\omega$  و در  $s = -1$  جای دارد. البته برای دقیق‌تر بودن این حدس باید به نمودار فاز هم توجه کرد. در نمودار فاز مشاهده می‌شود که فاز سیستم از فرکانس‌های پایین شروع به کم شدن می‌کند و تا انتها زیاد می‌شود. از نمودار اندازه متوجه می‌شویم که سیستم فقط یک قطب در  $s = -1$  دارد و صفر یا قطب حداقل فاز یا حداقل فاز دیگری ندارد. این قطب در  $s = -1$  در انتها باعث اضافه شدن ۹۰ درجه فاز منفی به سیستم می‌شود. ولی مشاهده می‌شود که کاهش فاز بسیار بیشتر از این مقدار است پس می‌توان نتیجه گرفت که این کاهش فاز ناشی از وجود تاخیر در سیستم است. پس شکل کلی سیستم را می‌توان به صورت مقابل در نظر گرفت.

$$G = \frac{K e^{-Ts}}{s + 1}$$

لازم به ذکر است که وجود تاخیر تأثیری بر نمودار اندازه ندارد و فقط روی نمودار فاز تأثیر گذار است با توجه به صفر بودن بهره dB در فرکانس‌های پایین می‌توان نتیجه گرفت که  $k = 1$  است

$$G(\cdot) = \frac{K e^{\cdot}}{\cdot + 1} = k = 1 \rightarrow k = 1 \rightarrow G(s) = \frac{e^{-Ts}}{s + 1}$$

حال فقط باید تعیین کرد که میزان تأخیر به چه اندازه است.

$$G(j\omega) = \frac{e^{-jT\omega}}{j\omega + 1} \rightarrow \angle G(j\omega) = -T\omega - \tan^{-1} \frac{\omega}{1} = -T\omega - \tan^{-1} \omega$$

$$\rightarrow \angle G(j\lambda) = -\lambda T - \tan^{-1} \frac{\lambda}{1} = -\lambda T - \tan^{-1} \lambda = -\lambda T - 1.446 = -5.236 \text{ rad} \\ = -300 \text{ degrees}$$

$$\lambda T = 5.236 - 1.446 = 3.79 \rightarrow T = \frac{3.79}{\lambda} = 0.4738 \text{ s}$$

پس تابع تبدیل سیستم به شکل مقابل است:

$$G(s) = \frac{e^{-0.4738 s}}{s + 1}$$

**سوال ۲) راه حل اول:** سیستم با فاز تقریبی منفی ۹۰ درجه راه افتاده است این نشان می دهد که سیستم نوع یک است یا نوع ۵ یا نوع ۹ و یا ... با توجه به گزینه ها فقط نوع یک می تواند صحیح باشد. گزینه های الف و ج نوع یک اند و گزینه های ب و د نوع ۲ هستند. پس یا الف یا ج جواب صحیح اند.

فاز نهایی سیستم تقریباً برابر با صفر یا همان منفی ۳۶۰ درجه است. این موضوع با توجه به حداقل فاز بودن همه ی گزینه ها نشان دهنده ی آن است که اختلاف بین درجه مخرج و درجه ی صورت ۰ یا ۴ یا ۸ یا ۱۲ یا ... است. با توجه به این نکته هر دو گزینه الف و ج تا اینجا می توانند صحیح باشند.

همانطور که از نمودار نایکوئیست معلوم است نمودار در  $w = \infty$  به مبدا رفته است.

این موضوع نشان دهنده ی این است که درجه ی مخرج باید از درجه صورت بیشتر باشد. پس با توجه به این نکته گزینه ج غلط است و فقط گزینه الف می تواند صحیح باشد.

البته می توان از راه های دیگری هم به این نتیجه رسید.

**راه حل دوم:** نمودار نایکوئیست همواره با زیاد شدن فرکانس کاهش فاز را دارد. این موضوع نشان دهنده ی این است که در هیچ فرکانس صفر حداقل فاز نداریم و فقط قطب های حداقل فاز که فاز منفی را به سیستم تزریق می کنند موجود هستند پس با این حساب از بین گزینه های الف و ج فقط گزینه الف می تواند جواب صحیح باشد.

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)(s+3)}$$

**سوال ۳)** در این سوال، ما داده های خروجی و ورودی را به صورت زیر داریم:

$$U = [1 \ 1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$$

$$Y = [-1.7 \ -1.1 \ 1.5 \ 4.6 \ 5.5 \ 5 \ 3.9 \ 0 \ -3 \ -2.3 \ 1.8 \ 5.4]$$

همچنین ما می دانیم که مدل کلی سیستم به این صورت است:

$$y(t) = au(t-2) + bu(t-3) + cu(t-4) + du(t-5) + ey(t-1) + fy(t-2) + gy(t-3)$$

پس باید با استفاده از داده های ورودی و خروجی پارامترهای  $a$  تا  $g$  را تخمین بزنیم تا مدل سیستم به طور کامل به دست بیاید. با استفاده از دستورات متلب نتیجه به صورت زیر حاصل می شود:

```
model =
Discrete-time ARX model: A(z)y(t) = B(z)u(t) + e(t)
  A(z) = 1 - 0.5596 z^-1 + 0.7725 z^-2 - 0.4626 z^-3

  B(z) = 1.205 z^-2 + 1.985 z^-3 + 2.24 z^-4 + 1.096 z^-5

Sample time: 1 seconds

Parameterization:
  Polynomial orders:  na=3  nb=4  nk=2
  Number of free coefficients: 7
  Use "polydata", "getpvec", "getcov" for parameters and their uncertainties.

Status:
Estimated using ARX on time domain data "data".
Fit to estimation data: 83.41% (prediction focus)
FPE: 5.944, MSE: 0.2584
```

همانطور که مشاهده می شود پارامترها به صورت زیر به دست می آیند:

$$a = ۱.۲۰۵ \quad b = ۱.۹۸۵ \quad c = ۲.۲۴ \quad d = ۱.۰۹۶$$

$$e = ۰.۵۵۹۶ \quad f = -۰.۷۷۲۵ \quad g = -۱.۰۹۶$$

درصد درستی این تخمین روی داده ها به اندازه ۸۳.۲۱ درصد است.

میانگین مربعات خطا MSE نیز برابر با ۰.۲۵۸۴ به دست آمده است. همانطور که مشاهده می شود درستی تخمین به ۱۰۰ درصد نرسیده است و همچنین میانگین مربعات خطا نیز بسیار کوچک نشده است. این موضوع به دلیل تعداد کم داده های ورودی و خروجی است. اگر تعداد نمونه های ورودی و خروجی بسیار بیشتر از تعداد پارامترها می بود تخمین دقیق تری نیز زده می شد.

با سپاس و احترام

مهسا آزادمنش.

