

Revisi Seminar Hasil

Berikut adalah revisi dari beberapa masukan yang diperoleh pada seminar hasil:

- Dr. Mahmud Yunus, S. Si, M. Si:

1. Perbaikan penulisan di seluruh buku tesis.

Revisi: Sudah diperbaiki di seluruh dokumen tesis, utamanya pada definisi ruang metrik geodesik yaitu Definisi 2.2.1.

2. Perlu dipertimbangkan untuk menyesuaikan judul dan pembahasan.

Revisi: Judul dan pembahasan sudah disesuaikan dengan masukan tersebut.

3. Apa jaminan kode yang dibuat sesuai dengan teori yang ada?

Revisi: Ditambahkan *flowchart* yang menunjukkan alur kerja kode, yaitu pada Gambar 4.1.

- Dr. Sunarsini, S. Si, M. Si:

1. Jarak spasi pada abstrak bahasa Inggris.

Revisi: Sudah diperbaiki pada halaman v.

*on numerical experiments, this iteration scheme has a faster convergence rate than the JK, Thakur, Agarwal, and Abbas iteration schemes. In addition, we obtain applications of this scheme for optimization problems, specifically for function minimization ↗ and ↗ tomography ↗ image ↗ reconstruction.
Keywords: fixed point approximation, nonexpansive mapping, geodesic space, iterative scheme, optimization problems*

2. Penjelasan simbol metrik pada daftar notasi.

Revisi: Sudah diperbaiki pada halaman xv.

\mathbb{R}^n	: Himpunan semua vektor kolom dengan n komponen real
$\mathbf{0}$: Vektor yang semua anggotanya bernilai 0
$d(x,y)$: Metrik jarak antara titik x dan y
$d^p(x,y)$: $(d(x,y))^p$

3. Konstanta C pada bagian latar belakang.

Revisi: Diganti menjadi c pada pada halaman 1.

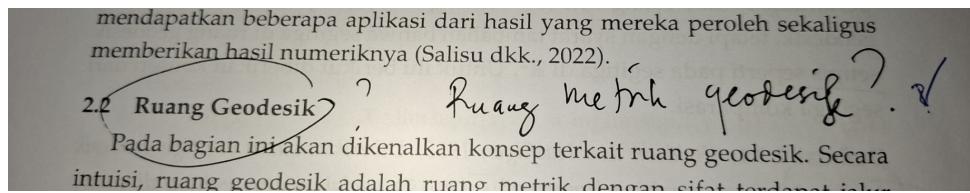
menyatakan bahwa jika $T : W \rightarrow W$ adalah suatu pemetaan kontraktif pada suatu himpunan bagian tertutup W dari ruang Banach B , yaitu terdapat konstanta $C \in [0, 1)$ sehingga

$$\|Tx - Ty\| \leq C\|x - y\| \quad (1.1)$$

untuk setiap $x, y \in W$, maka pemetaan T memiliki tepat satu titik tetap

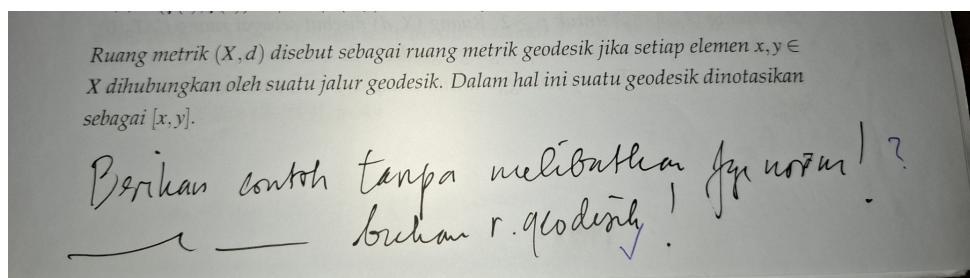
4. Penamaan subbab 2.2 menjadi Ruang Metrik Geodesik.

Revisi: Diganti menjadi "Ruang Metrik Geodesik" pada halaman 7.



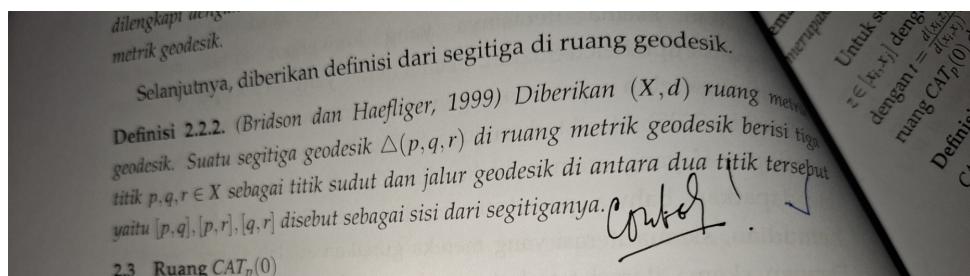
5. Contoh ruang metrik geodesik dan bukan ruang metrik geodesik.

Revisi: Ditambahkan contoh dan penjelasannya pada halaman 8, yaitu Contoh 2.2.1 dan Contoh 2.2.2.



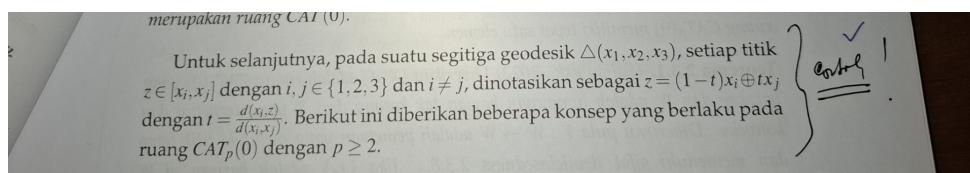
6. Contoh segitiga geodesik.

Revisi: Ditambahkan contoh dan penjelasannya pada halaman 9, yaitu Contoh 2.2.3.



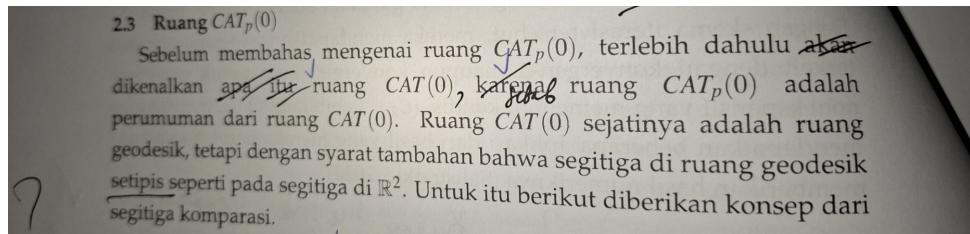
7. Contoh titik pada segitiga geodesik.

Revisi: Ditambahkan contoh dan penjelasannya pada halaman 9, yaitu Contoh 2.2.3.



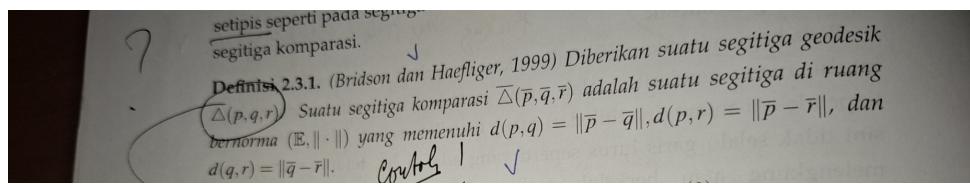
8. Penulisan deskripsi ruang $CAT_p(0)$.

Revisi: Sudah diperbaiki pada halaman 9.



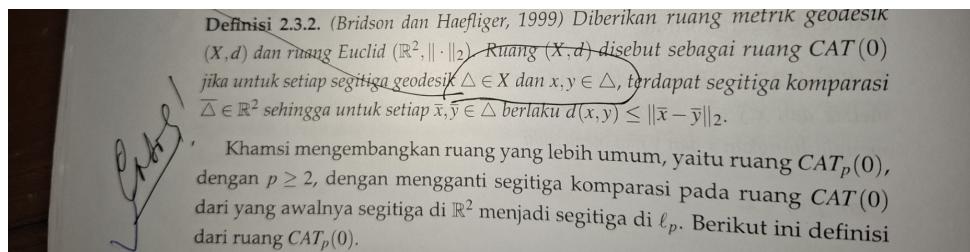
9. Contoh segitiga komparasi.

Revisi: Ditambahkan contoh dan penjelasannya pada halaman 10, yaitu Contoh 2.3.1.



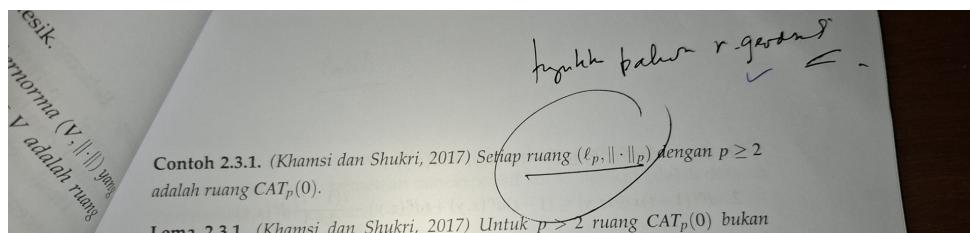
10. Contoh ruang $CAT(0)$.

Revisi: Ditambahkan contoh dan penjelasannya pada halaman 10, yaitu Contoh 2.3.2 dan Contoh 2.3.3.



11. Penjelasan ruang ℓ^p adalah ruang geodesik.

Revisi: Ditambahkan penjelasannya pada halaman 11. Ditambahkan pula contoh ruang $CAT_p(0)$ yang bukan ruang Banach dan bukan ruang $CAT(0)$ pada Contoh 2.3.6.



12. Contoh barisan konvergen di ruang $CAT_p(0)$.

Revisi: Ditambahkan contoh barisan konvergen- Δ , yaitu Contoh 2.3.10 pada halaman 16, dan tidak konvergen- Δ , yaitu Contoh 2.3.11 pada halaman 17, serta contoh konvergen kuat pada Contoh 2.3.12 halaman 18.

Definisi 2.3.6. (Salisu dkk., 2022) Diberikan (X, d) adalah ruang $CAT_p(0)$ dan $\{x_n\}$ adalah barisan terbatas di X . Barisan $\{x_n\}$ disebut sebagai konvergen- Δ ke suatu titik x di X (dinotasikan $\Delta - \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$) jika $\{x\}$ adalah pusat asimtotik dari setiap subbarisan $\{x_{n_k}\}$ dari $\{x_n\}$. *✓*

Definisi 2.3.7. (Salisu dkk., 2022) Diberikan (X, d) adalah ruang $CAT_p(0)$ dan $\{x_n\}$ adalah barisan di X . Barisan $\{x_n\}$ disebut konvergen kuat ke suatu titik x di X (dinotasikan $\lim_{n \rightarrow \infty} d(x_n, x) = 0$) jika untuk setiap $\epsilon > 0$, terdapat $n_0 \in \mathbb{N}$ sedemikian sehingga untuk setiap $n \geq n_0$ berlaku $d(x_n, x) < \epsilon$.

13. Contoh pemetaan yang memenuhi sifat demiclosedness.

Revisi: Ditambahkan contoh dan penjelasannya pada halaman 18, yaitu Contoh 2.3.13.

Definisi 2.3.8. (Salisu dkk., 2022) Diberikan (X, d) adalah suatu ruang $CAT_p(0)$. Pemetaan $T : X \rightarrow X$ disebut memiliki sifat demiclosedness jika untuk setiap barisan $\{x_n\} \subseteq X$ yang konvergen- Δ dan memenuhi $\lim_{n \rightarrow \infty} d(x_n, Tx_n) = 0$, maka berlaku $x = Tx$. *✓*

14. Contoh fungsi yang memenuhi kondisi konveks secara geodesik serta proper lower semi-continuous.

Revisi: Definisi dipindahkan ke bab 4.4 dan ditambahkan contoh serta penjelasannya pada Contoh 4.4.2 halaman 57.

Definisi 2.3.9. Diberikan (X, d) adalah ruang $CAT_p(0)$. Suatu fungsi $f : X \rightarrow \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ disebut konveks secara geodesik jika untuk setiap $t \in (0, 1)$ dan $x, y \in X$, berlaku

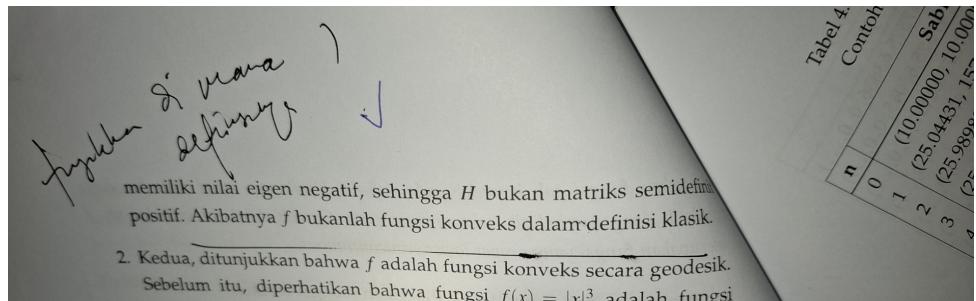
$$f(tx \oplus (1-t)y) \leq tf(x) + (1-t)f(y).$$

Definisi 2.3.10. Diberikan (X, d) adalah ruang $CAT_p(0)$. Suatu fungsi $f : X \rightarrow \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ disebut proper jika himpunan $D(f) := \{x \in X \mid f(x) < +\infty\} \neq \emptyset$.

Definisi 2.3.11. Diberikan (X, d) adalah ruang $CAT_p(0)$. Suatu fungsi $f : X \rightarrow \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ disebut lower semi-continuous pada suatu titik $x \in D(f)$ jika $f(x) \leq \liminf_{n \rightarrow \infty} f(x_n)$ untuk setiap barisan $\{x_n\}$ yang konvergen di $D(f)$ dengan limit $x \in X$. Jika f lower semi-continuous pada setiap titik di $D(f)$, maka f disebut lower semi-continuous pada X .

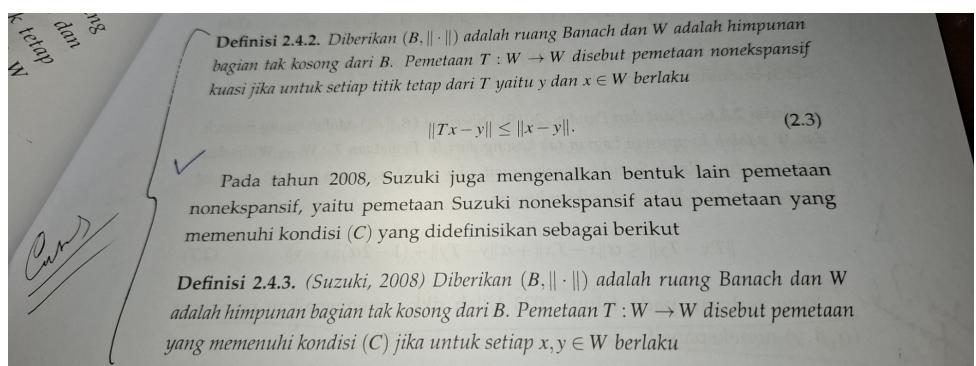
Untuk fungsi yang memenuhi kondisi konveks dan proper lower semi-continuous, himpunan solusi dari masalah (4.12) sama dengan himpunan titik tetap dari operator resolvent J_λ^f (lihat proposisi 6.5 pada (Ariza-Ruiz dkk., 2014)). Berdasarkan hal tersebut, didapatkan Teorema berikut.

Teorema 4.4.1. Diberikan (X, d) adalah



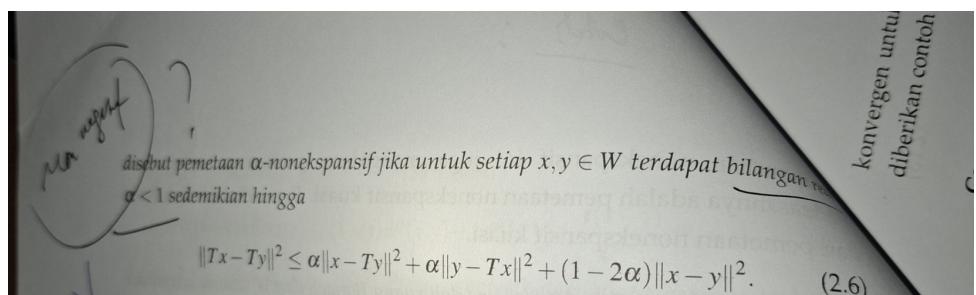
15. Contoh pemetaan nonekspansif dan perumumannya.

Revisi: Ditambahkan contoh dan penjelasannya, yaitu Contoh 2.4.1-2.4.7 pada halaman 20-27.



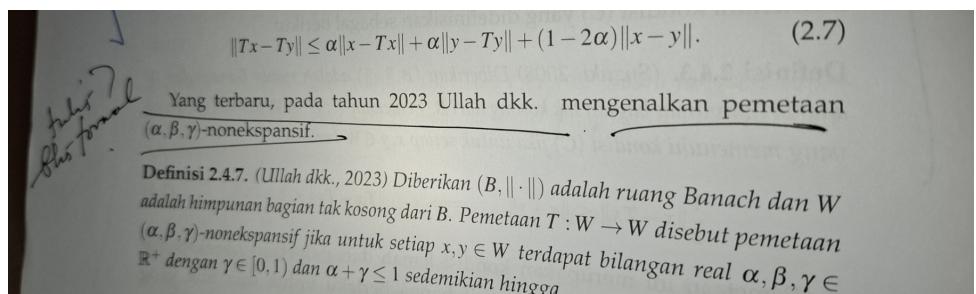
16. Definisi pemetaan α -nonekspansif.

Revisi: Perbaikan Definisi 2.4.5 pada halaman 23.



17. Kalimat pengantar pemetaan (α, β, γ) -nonekspansif.

Revisi: Perbaikan kalimat pengantar pada halaman 26.



18. Penulisan bagian aproksimasi titik tetap pemetaan nonekspansif.

Revisi: Sudah diperbaiki pada halaman 27-29.

Picard adalah skema iterasi paling sederhana yang dapat digunakan. Berikut adalah skema iterasi Picard. Diberikan X adalah himpunan tak kosong dan $T : X \rightarrow X$ adalah suatu pemetaan, serta $x_1 \in X$, maka didefinisikan sebagai $x_{n+1} = T(x_n)$ untuk $n \geq 1$.

Misalkan W adalah himpunan yang tertutup dan konveks dari suatu ruang Banach, $x_0 \in W$ dan $\{a_k\}, \{b_k\}, \{c_k\}$ adalah barisan di $(0, 1]$, serta $T : W \rightarrow W$ adalah suatu pemetaan nonekspansif. Pada tahun 1953, Mann memperkenalkan skema iterasinya yang konvergen untuk pemetaan nonekspansif yang diberikan sebagai berikut (Mann, 1953)

$$x_{k+1} = (1 - a_k)x_k + a_k T x_k. \quad (2.9)$$

19. Penjelasan titik tetap dari pemetaan yang digunakan.

Revisi: Ditambahkan penjelasannya pada Contoh 4.1.1 halaman 36-42.

yaitu barisan $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$. Pemetaan dan ruang yang digunakan dalam percobaan ini diambil dari Contoh 4.1.2 yang memiliki titik tetap $x^* = (1, 1, 0, 0, \dots)$. Untuk hasil numerik tiap iterasi, digunakan batas galat $d(x_{n+1}, x^*) < 10^{-6}$, sedangkan untuk jumlah iterasi yang diperlukan untuk konvergen dari masing-masing skema iterasi, digunakan batas galat $d(x_{n+1}, x^*) < 10^{-16}$. Dalam percobaan ini, laju konvergensi skema iterasi Sabri (4.5) dibandingkan dengan Skema iterasi JK (4.8), Thakur (4.9), Abbas 4.10, dan Agarwal (4.11). Kode dari percobaan ini dapat dilihat pada Lampiran A.1.

20. Contoh operator resolvent.

Revisi: Ditambahkan contoh dan penjelasannya pada halaman 55-56, yaitu Contoh 4.4.1.

resolvent dari suatu fungsi.

Definisi 4.4.1. Diberikan (X, d) adalah suatu ruang $CAT_p(0)$ dan $f : X \rightarrow \{-\infty\} \cup \{+\infty\}$ adalah suatu fungsi. Untuk $\lambda > 0$, operator resolvent λ dari f didefinisikan sebagai

$$J_\lambda^f(x) = \operatorname{argmin}_{y \in X} \left[f(y) + \frac{1}{2\lambda} d^2(x, y) \right]. \quad (4.13)$$

21. Pemilihan titik pada matriks hessian.

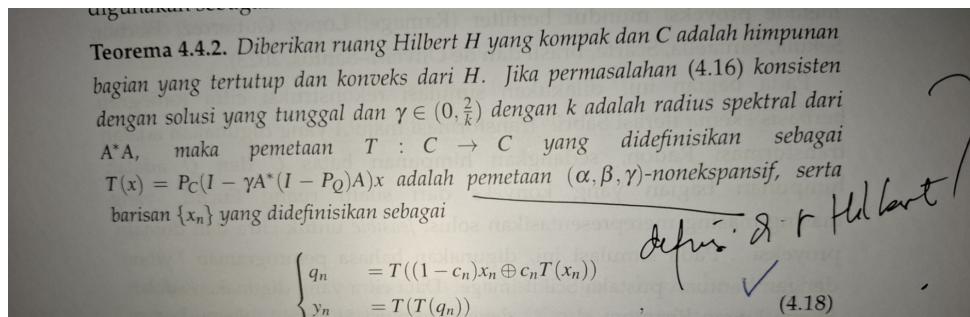
Revisi: Ditambahkan penjelasannya pada halaman 57.

Untuk $x_1 = 1$ dan $x_2 = 5$, diperoleh

$$H = \begin{bmatrix} -1290 & -1440 \\ -1440 & 480 \end{bmatrix}.$$

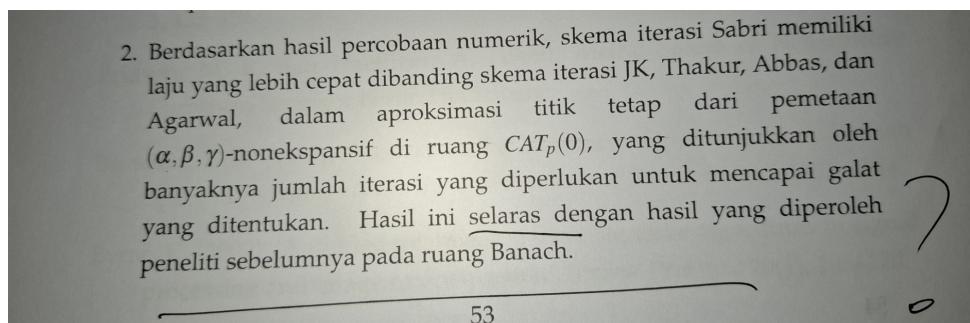
22. Penjelasan pemetaan (α, β, γ) -nonekspansif di ruang Hilbert.

Revisi: Ditambahkan penjelasannya dengan diagram venn pada Gambar 4.5 halaman 66.



23. Poin 2 di bagian kesimpulan.

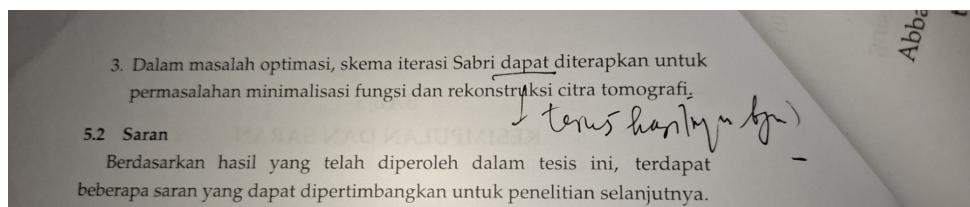
Revisi: Bagian yang ditandai dihapus.



53

24. Poin 3 di bagian kesimpulan.

Revisi: Sudah diperjelas pada halaman 74.



- Dr. Imam Mukhlash, S. Si, MT:

1. Mengapa Sabri lebih cepat konvergen, untuk semua kondisi?

Revisi: Ditambahkan penjelasannya pada halaman 55.

2. Geodesik → tomografi?

Revisi: Ditambahkan Gambar 4.4 dan 4.5 yang menjelaskan alur geodesik dalam rekonstruksi citra tomografi, yaitu pada halaman 65 dan 66.

3. Metrik rekonstruksi?

Revisi: Sudah ada pada halaman 69-71.

4. Flowchart/algoritma Sabri?

Revisi: Ditambahkan flowchart pada halaman 44, yaitu Gambar 4.1.