Chapitre 3 :

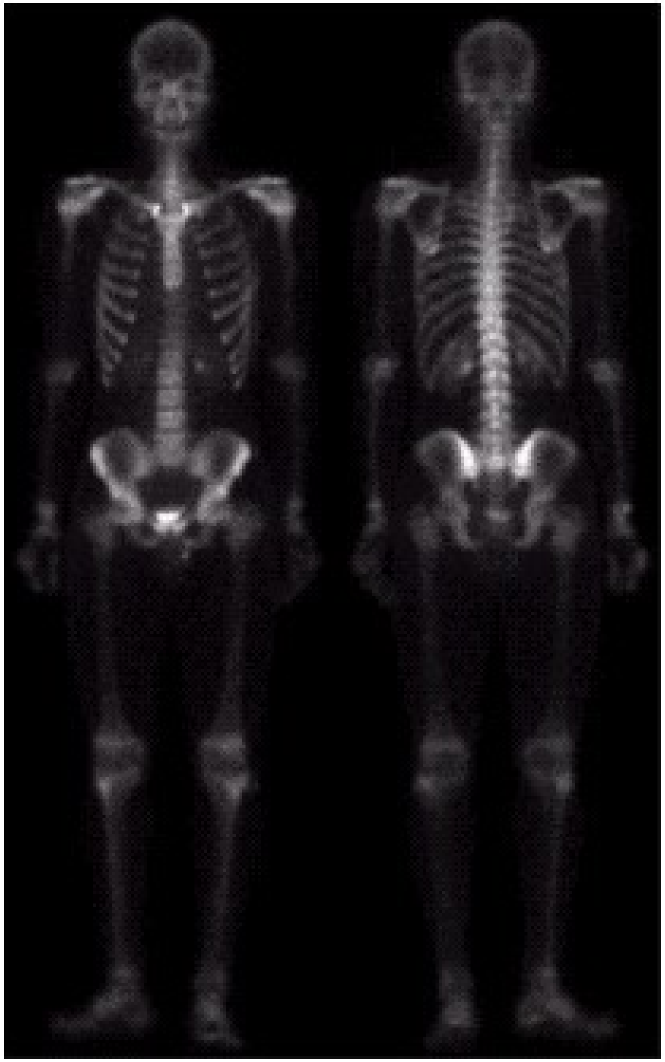
Filtres : Voisinage et Traitement Spatial

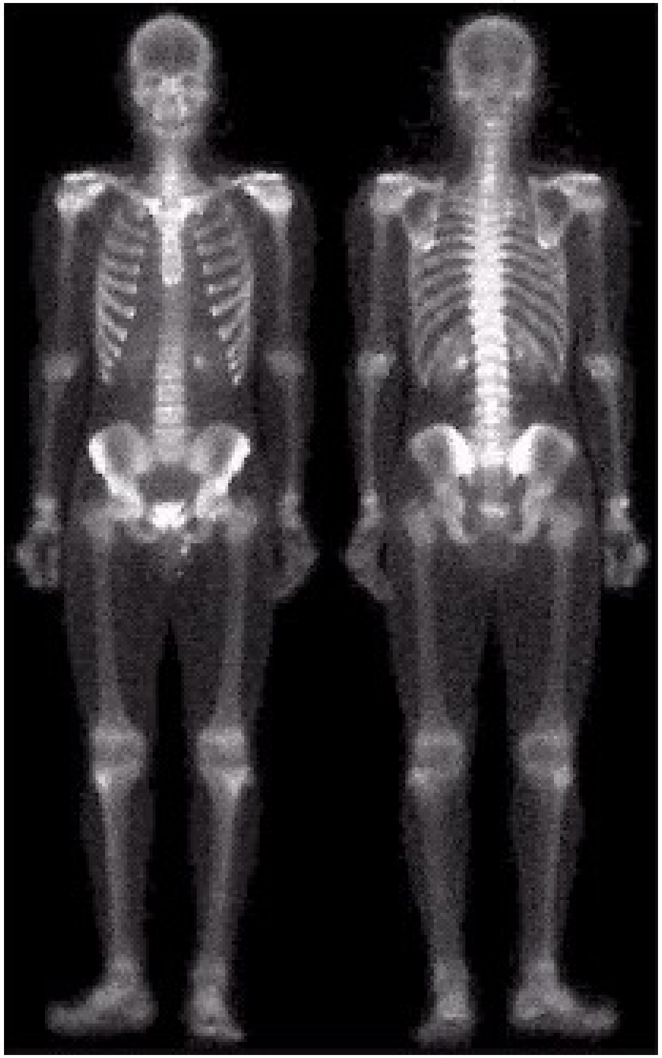
M. SID AHMED BERRABAH

Amélioration de l’Image ?

- **L’amélioration de l’image consiste à rendre l’image plus utile par :**
  - **Faire sortir les détails importants dans l’image**
  - **Supprimer le bruit de l’image**
  - **Rendre l’image plus attractive visuellement.**

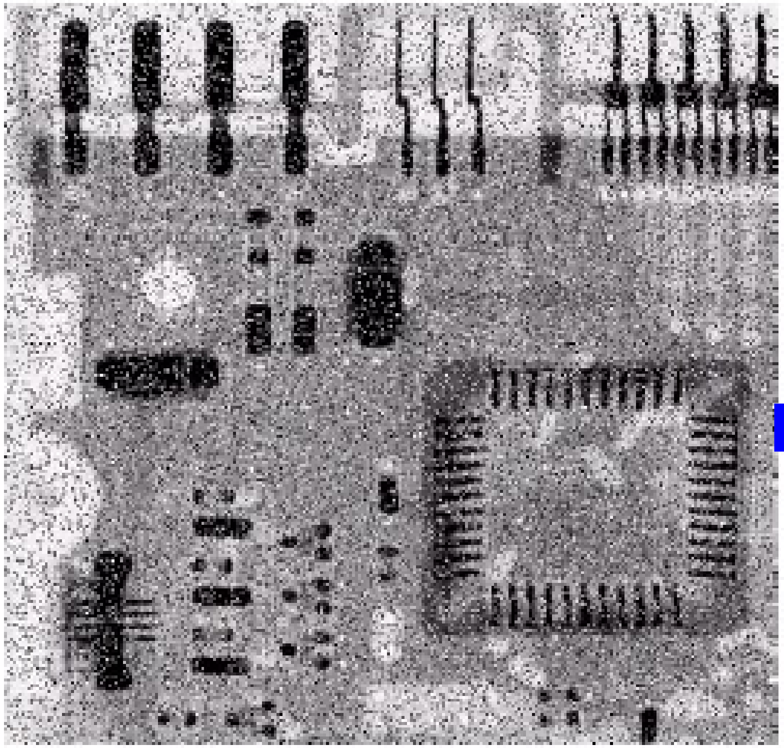
Exemples d’Amélioration d’Image

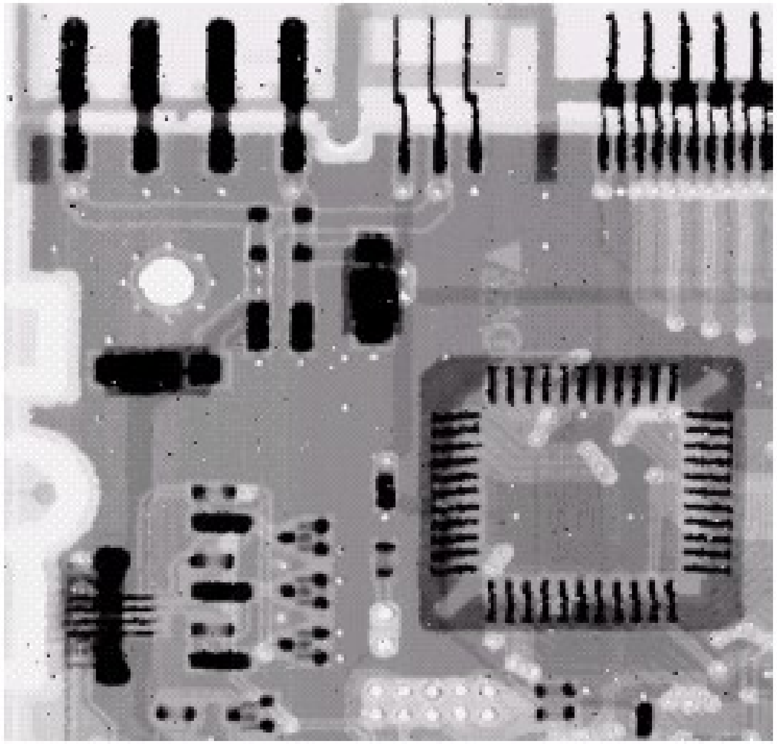




Images prises du livre de Gonzalez & Woods

Exemples d’Amélioration d’Image





Images prises du livre de Gonzalez & Woods

Exemples d'Amélioration d'Image

Image before processing

Image after processing

Image before processing

Image after processing

Domaines Spatial et Fréquentiel

- Il y a deux grandes classes de techniques d’amélioration d’image :
  - Techniques dans le domaine spatial
    - Manipulation directe des pixels de l’image (valeurs d’Intensité)
  - Techniques dans le domaine fréquentiel
    - Manipulation des transformés de Fourier ou l’ondelette de l’image

Filtre pour l’Amélioration de l’Image

- Les capacités des opérations sur pixels sont limitées
- Filtres : combinent la valeur du pixel et les valeurs de ses voisins

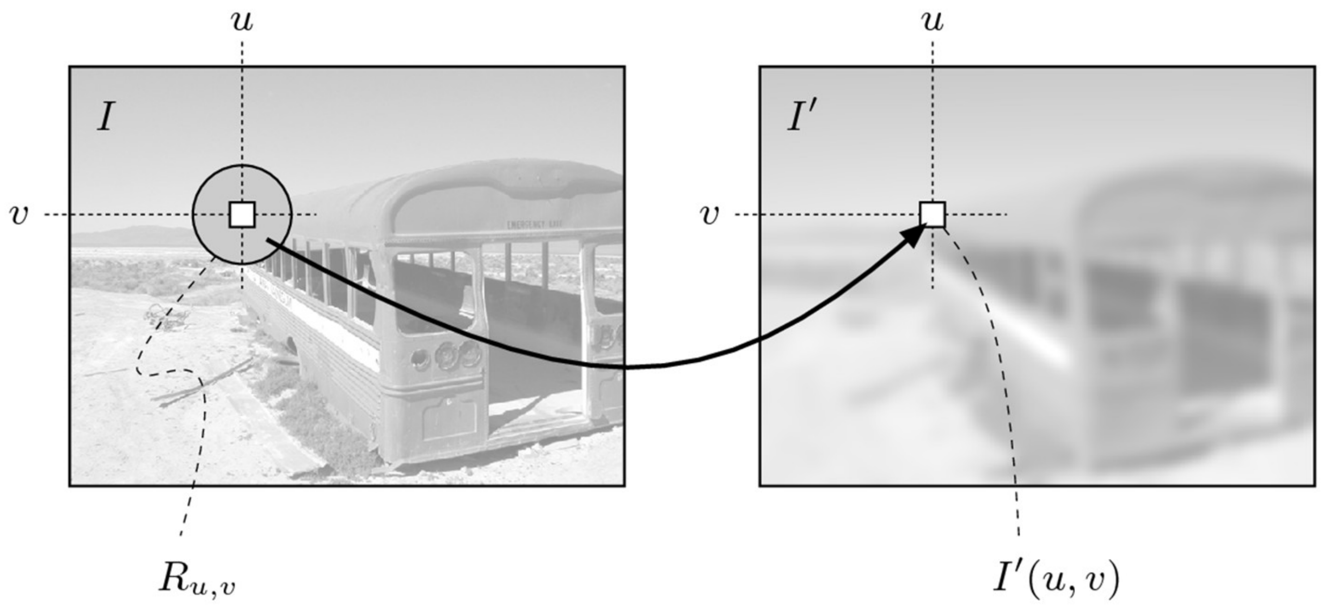
- Exemple : le lissage d’image calcule la moyenne d’intensité d’un bloc de pixels

Filtre pour l'Amélioration de l'Image

- Filtre Spatial :

C'est une opération qui combine l'intensité de chaque pixel *I(u,v)* et celles de ses voisins

➢ Exemple : la moyenne ou moyenne pondérée d'un groupe de pixels



Filtre Spatial

Les opérations sur le voisinage peuvent être :

- **Min** : le pixel prend l'intensité min dans son voisinage
- **Max** : le pixel prend l'intensité max dans son voisinage
- **Médian** : le pixel prend l'intensité médiane dans son voisinage
- **Moyenne** : le pixel prend l'intensité moyenne dans son voisinage
- **Moyenne pondérée** : le pixel prend l'intensité moyenne dans son voisinage avec des pondérations différente (plus c'est loin dans le voisinage moins important dans le calcul de l'intensité du pixel.

Filtre Spatial

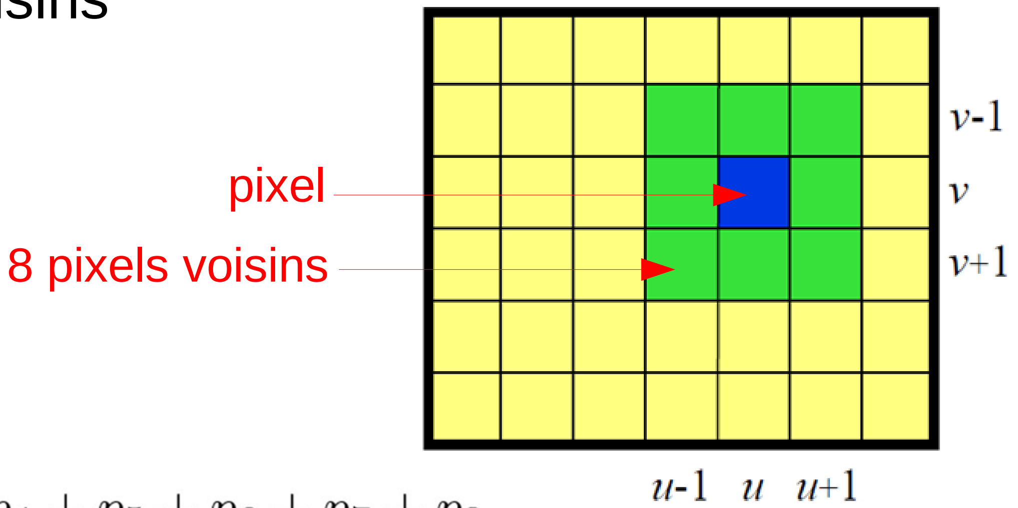
Plusieurs paramétrages possible : taille, pondération, fonction, …

- Taille du filtre (la taille du voisinage) : 3x3, 5x5, 7x7, …
- Forme du filtre : carré, rectangle, cercle, …
- Poids du filtre : des pondérations différentes peuvent être appliquées aux pixels du voisinage
- Fonctions du filtre : linéaire (somme pondérée) ou non linéaire

Filtre Spatial : Linéaire (convolution)

Exemple :

- la moyenne d'un voisinage de 3 x 3
- Remplacer chaque pixel par la moyenne de son intensité et celles de ses voisins



$$I'(u,v) \leftarrow \frac{p_0+p_1+p_2+p_3+p_4+p_5+p_6+p_7+p_8}{9}$$

$$I'(u,v) \leftarrow \frac{1}{9} \cdot \sum_{j=-1}^{1} \sum_{i=-1}^{1} I(u+i, v+j)$$

Matrice du filtre linéaire

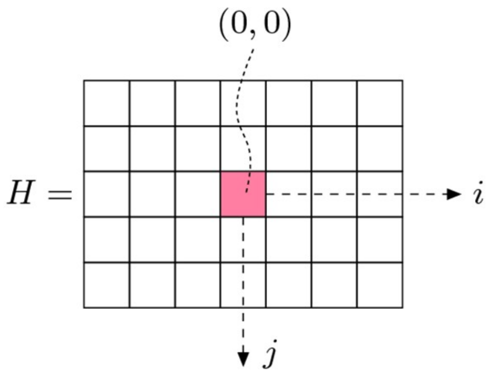
$$I'(u,v) \leftarrow \frac{p_0+p_1+p_2+p_3+p_4+p_5+p_6+p_7+p_8}{9}$$

$$\begin{aligned} I'(u,v) \leftarrow \tfrac{1}{9}\cdot [\, & I(u-1,v-1) &&+ I(u,v-1) &&+ I(u+1,v-1) &&+ \\ & I(u-1,v) &&+ I(u,v) &&+ I(u+1,v) &&+ \\ & I(u-1,v+1) &&+ I(u,v+1) &&+ I(u+1,v+1) &&\,] \end{aligned}$$

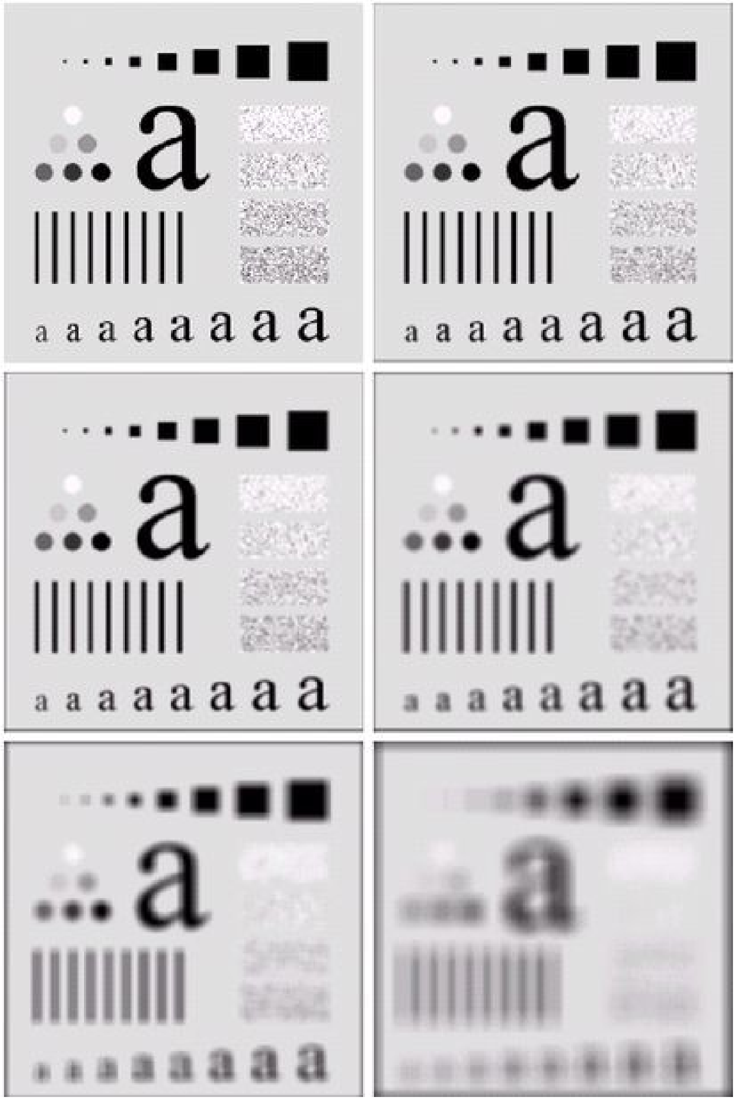
$$H(i,j) = \begin{bmatrix} 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{bmatrix} = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

L'opération du filtre peut être représentée sous forme d'une matrice

La matrice du filtre est appelée aussi le masque du filtre *H(i,j)*



Lissage d'image



L'image en haut à gauche est l'image originale de taille 500x500 pixels.

La séquence d'image qui suit montre l'image filtrée (image lissée) avec un filtre de moyenne sur un voisinage de taille 3x3, 5x5, 9x9, 15x15 et 35x35, respectivement.

Donc plus la taille du masque du filtre est grande, plus le lissage est important, et plus l'image filtrée perd les détails de l'image originale.

Filtre linéaire pondéré

- Des filtres linéaires peuvent être générés en donnant différents poids aux pixels du voisinage dans le calcul de la moyenne : Les pixels proches du centre sont plus importants.
- Cette moyenne est connue sous le nom de moyenne pondérée.

$^1/_{16}$	$^2/_{16}$	$^1/_{16}$
$^2/_{16}$	$^4/_{16}$	$^2/_{16}$
$^1/_{16}$	$^2/_{16}$	$^1/_{16}$

Calcul de la nouvelle Image après Filtrage

$$I'(u,v) \leftarrow \sum_{(i,j)\in R_H} I(u+i, v+j) \cdot H(i,j)$$

R_H est l'ensemble des pixels du voisinage

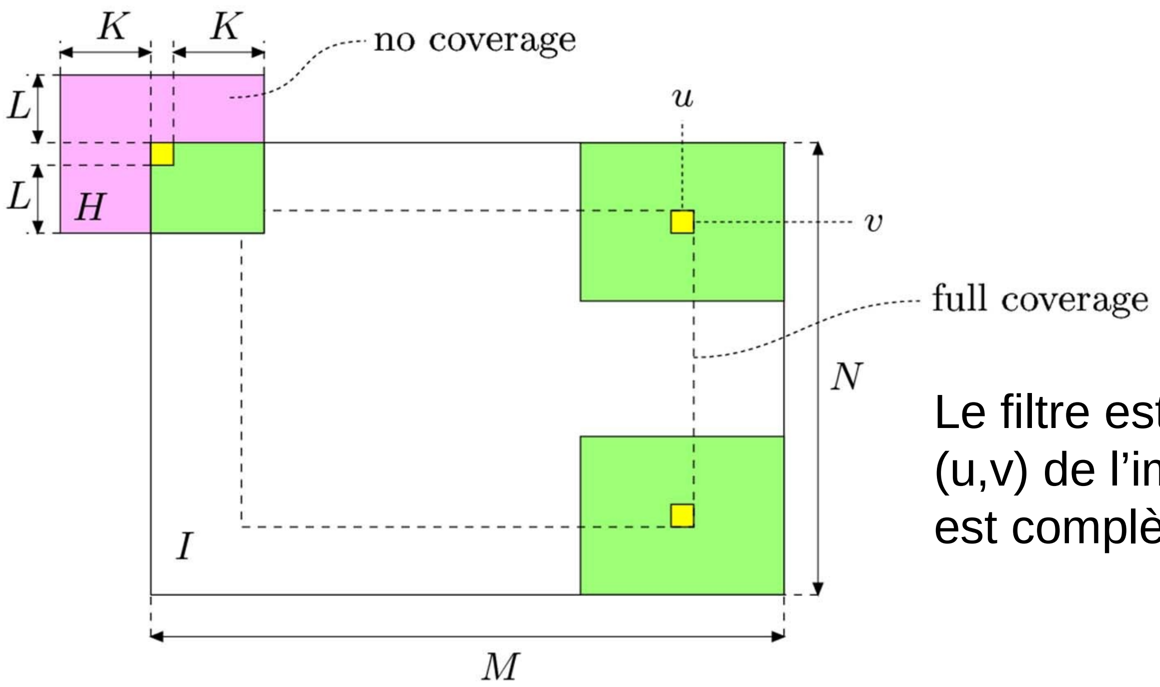
Pour un voisinage de 3x3

$$I'(u,v) \leftarrow \sum_{i=-1}^{i=1} \sum_{j=-1}^{j=1} I(u+i, v+j) \cdot H(i,j)$$

Intervalle de Calcule :

Pour un filtre de taille (2K+1) x (2L+1), si la taille de l'image est MxN, le filter est appliqué sur l'intervalle :

$$K \le u' \le (M-K-1) \qquad \text{and} \qquad L \le v' \le (N-L-1)$$



Le filtre est appliqué juste sur les pixels (u,v) de l'image où la matrice H du filtre est complètement dans l'image.

Exemple d’utilisation du filtre linéaire

L’application d’un filtre linéaire sur l’image originale permet d’éliminer quelques petits détails non utiles dans l’image

Image originale

Image lissée

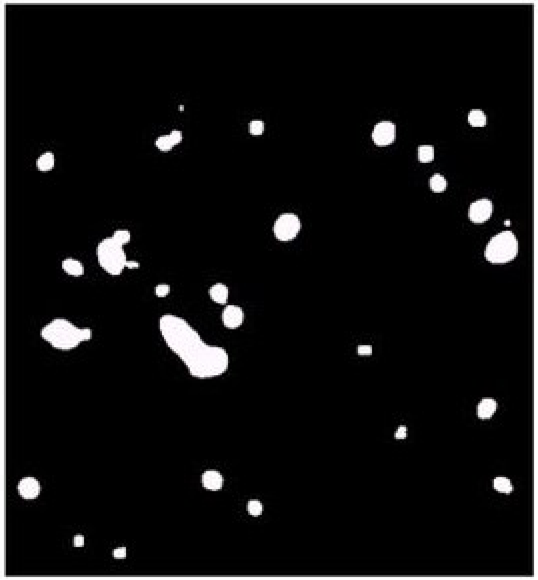


Image après seuillage

Exemple d'utilisation du filtre linéaire

Le filtre linéaire est souvent utilisé pour éliminer le bruit d'une image

Des fois le filtre avec fonction médian donne un résultat meilleur qu'un filtre avec la fonction moyenne

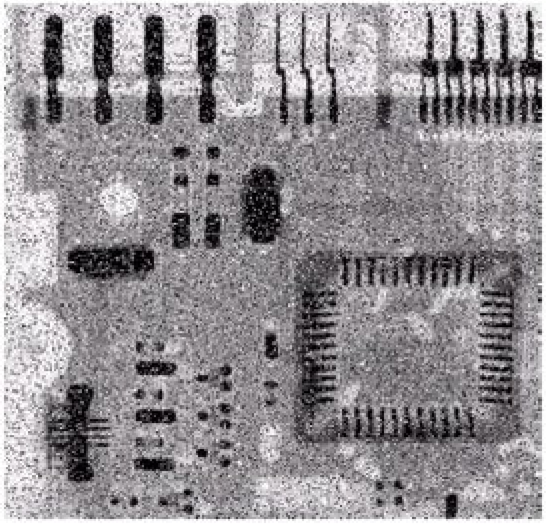


Image originale avec bruit

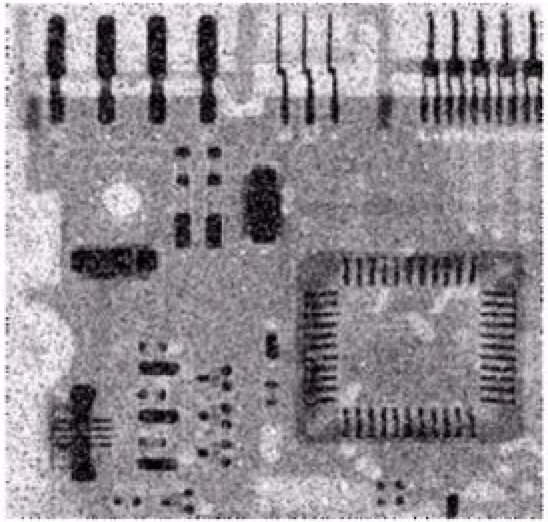


Image filtrée avec fonction moyenne

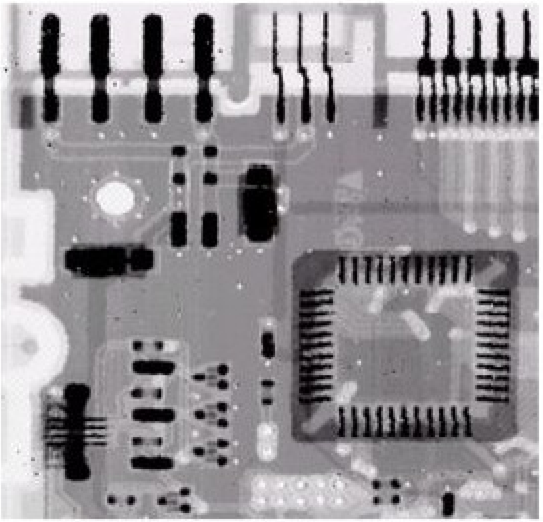
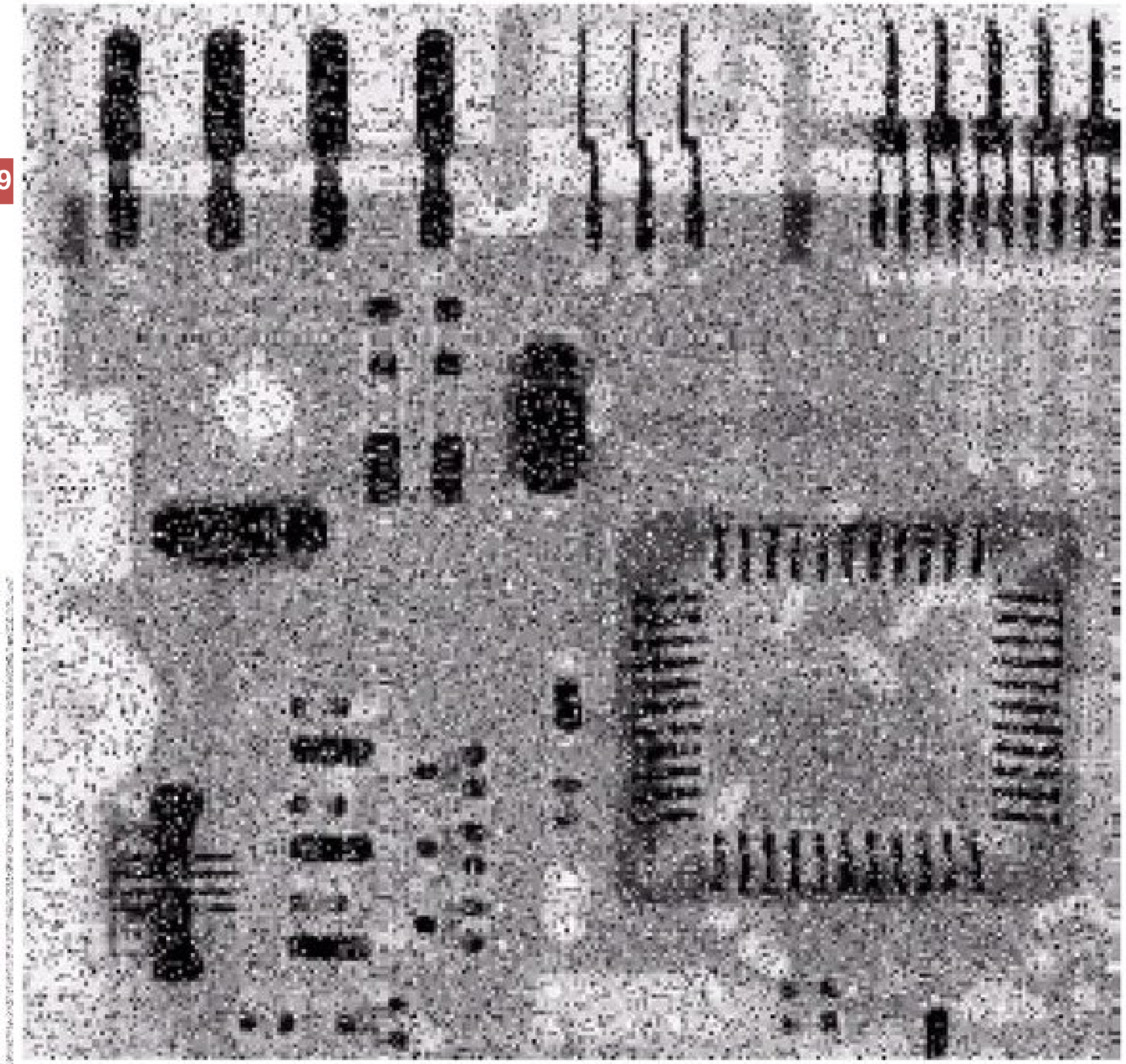


Image filtrée avec fonction Médian

du filtre

le bruit d'une image

résultat meilleur qu'un



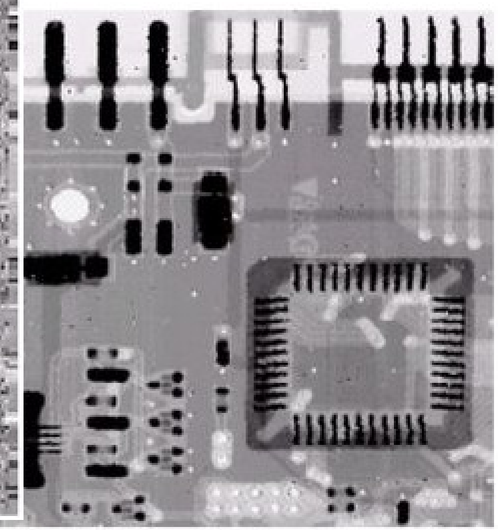


Image originale avec bruit

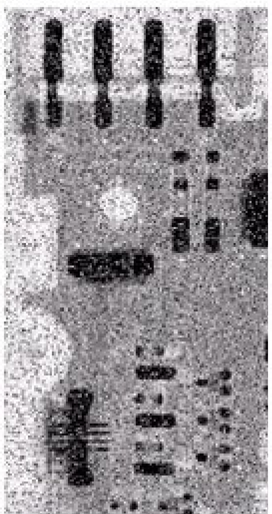
Image filtrée avec fonction moyenne

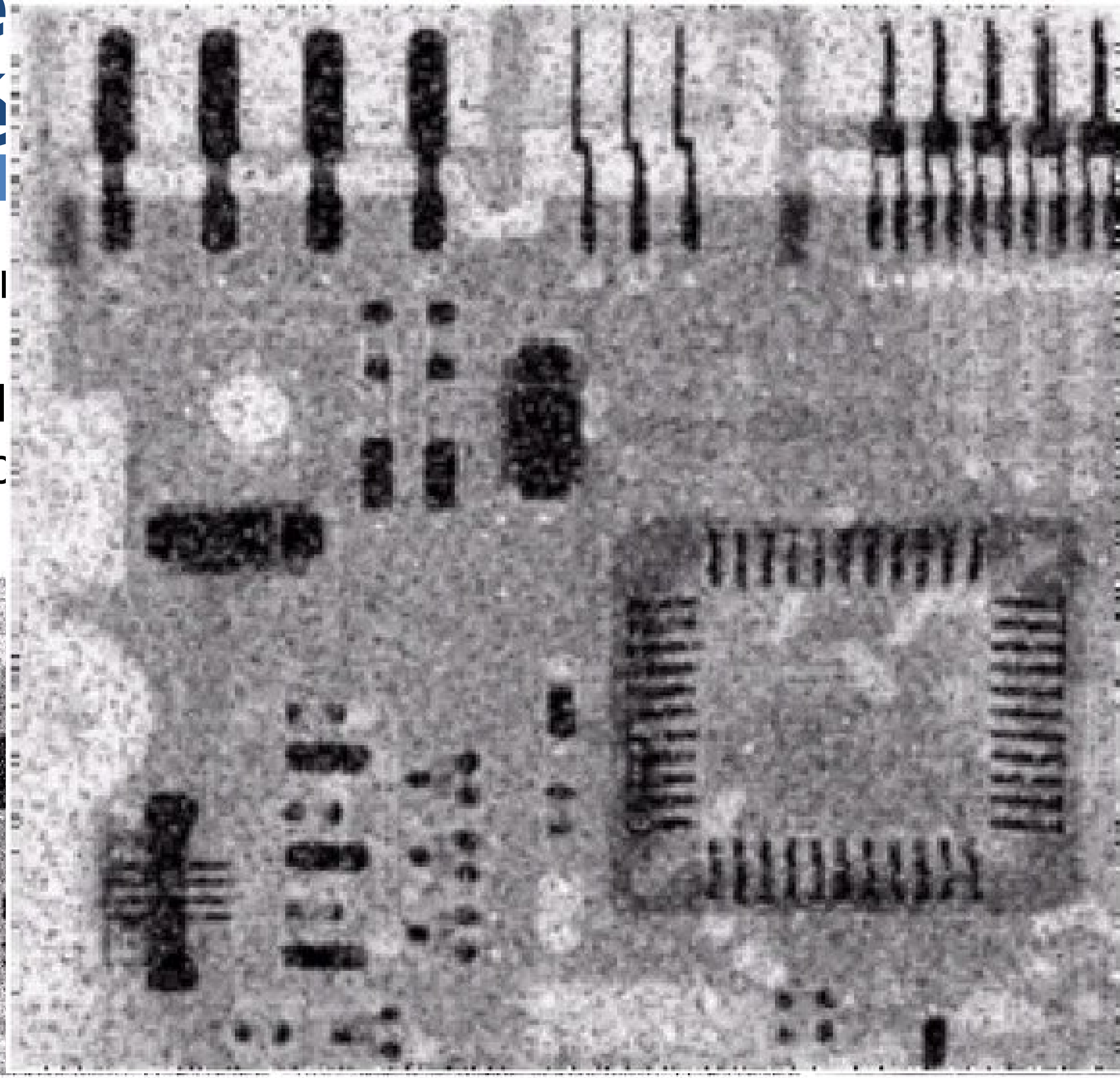
Image filtrée avec fonction Médian

Exem... filtre liné...

Le filtre li... ne image

Des fois l... eilleur qu'un filtre avec...





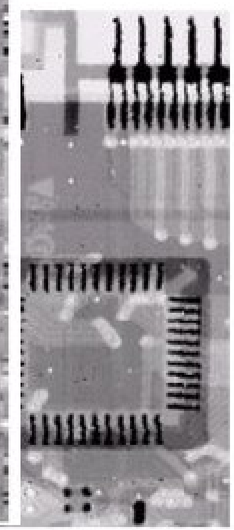


Image originale avec bruit

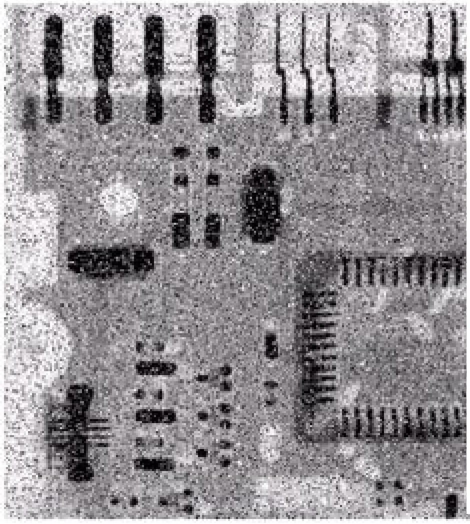
Image filtrée avec fonction moyenne

Image filtrée avec fonction Médian

Exempl… linéaire

Le filtre linéaire es… e

Des fois le filtre a… u'un filtre avec la fonct…



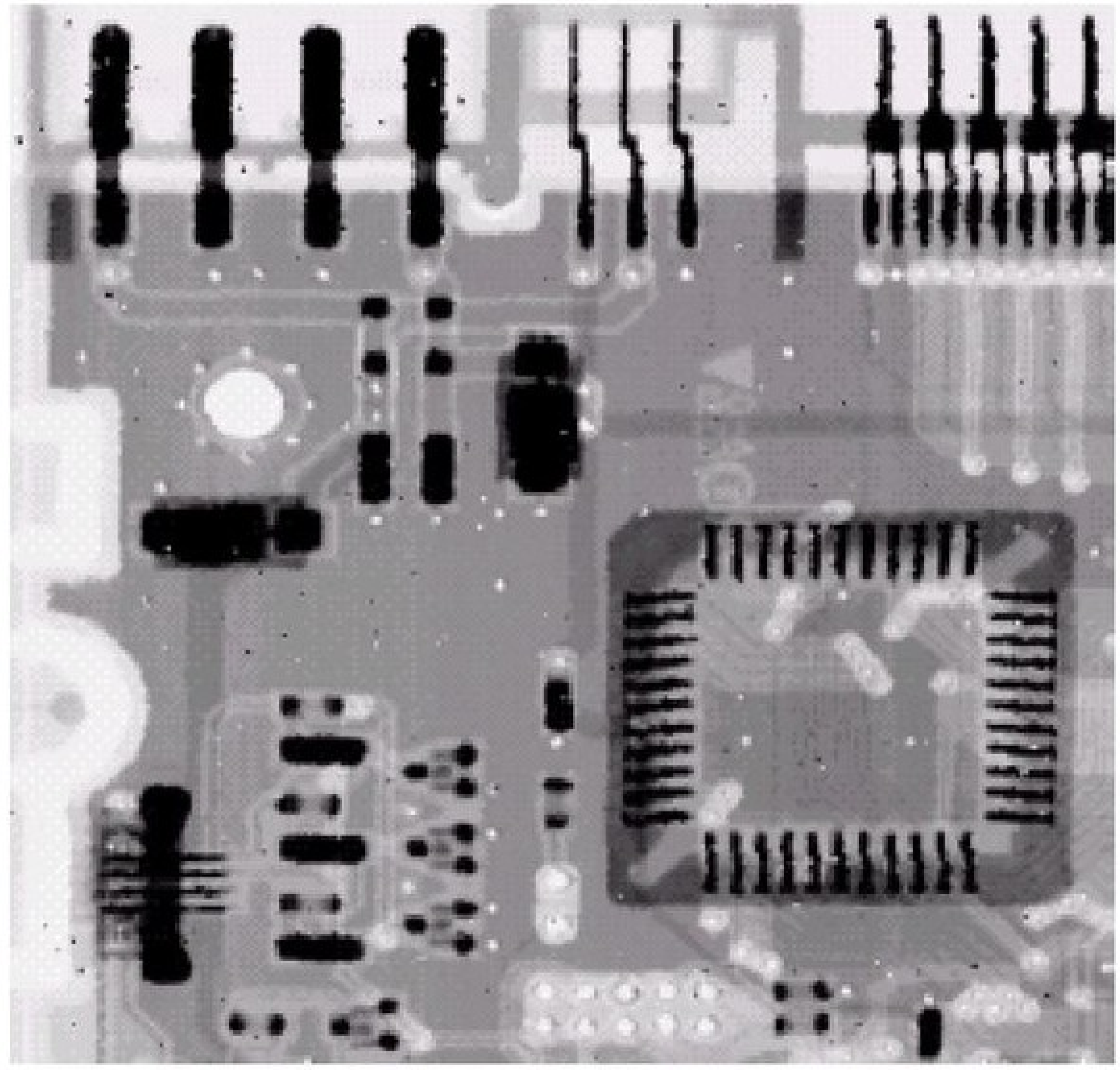


Image originale avec bruit

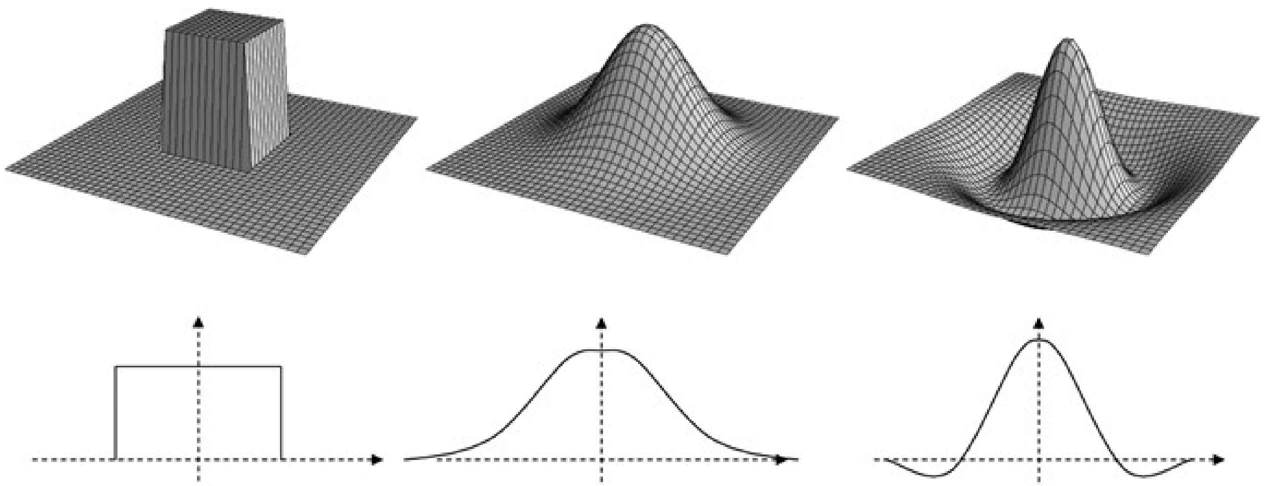
Image filtrée avec fonction moyenne

Image filtrée avec fonction Médian

Filtres Linéaires : Filtres de Lissage

2 principales classes de filtres linéaires :

- Lissage : coefficients positifs (moyenne pondérée). E.g box, gaussian
- Filtres de différences : des coefficients positifs et négatifs. E.g. Laplacian



0	0	0	0	0
0	1	1	1	0
0	1	1	1	0
0	1	1	1	0
0	0	0	0	0

(a)
Box

0	1	2	1	0
1	3	5	3	1
2	5	9	5	2
1	3	5	3	1
0	1	2	1	0

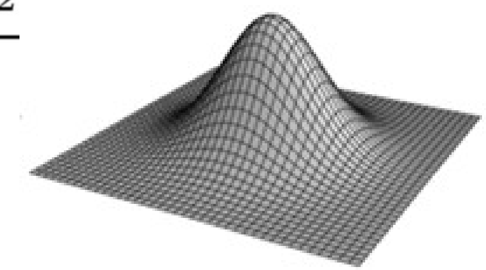
(b)
Gaussian

0	0	-1	0	0
0	-1	-2	-1	0
-1	-2	16	-2	-1
0	-1	-2	-1	0
0	0	-1	0	0

(c)
Laplacian

Filtre Gaussian :

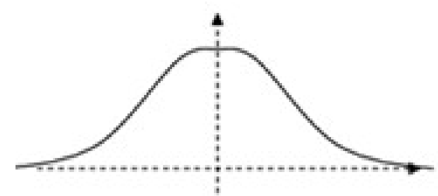
$$G_\sigma(r) = e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \qquad \text{or} \qquad G_\sigma(x,y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$



Avec :

σ est la largeur (déviation standard)

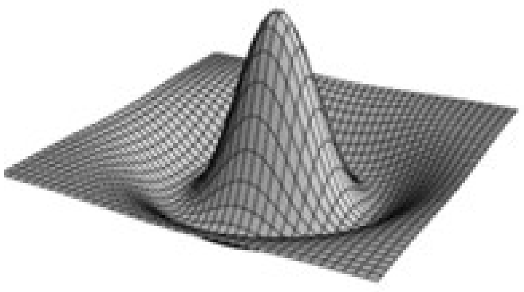
r la distance à partir du centre



0	1	2	1	0
1	3	5	3	1
2	5	9	5	2
1	3	5	3	1
0	1	2	1	0

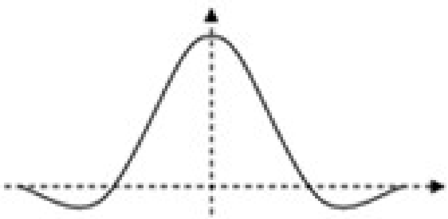
Gaussian

Filtres de différence :



- Coefficients: positifs et négatifs
- Exemple: Filtre Laplacien
- Le calcule se fait par différence

$\sum$ (coefficients positifs) – $\sum$(coefficients négatifs)



$$I'(u,v) = \sum_{(i,j)\in R_H^+} I(u+i, v+j) \cdot |H(i,j)| - \sum_{(i,j)\in R_H^-} I(u+i, v+j) \cdot |H(i,j)|$$

0	0	-1	0	0
0	-1	-2	-1	0
-1	-2	16	-2	-1
0	-1	-2	-1	0
0	0	-1	0	0

Filtre Laplacien

Propriétés mathématique de la convolution

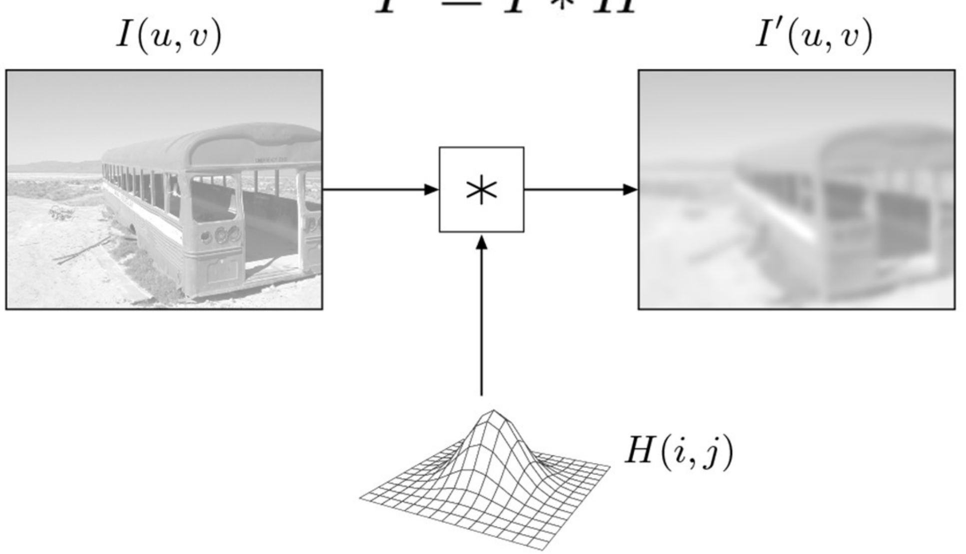
- L'application du filtre linéaire est appelée convolution linéaire

- Pour un signal 2D discret, la convolution est définie par :

$$I'(u,v) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} I(u-i, v-j) \cdot H(i,j)$$

La forme formelle :
Somme $\mp$inf

$$I' = I * H$$



Propriétés mathématique de la convolution

- Commutativité :

$$I * H = H * I$$

Même résultat si on convolutive l'image par le filtre ou l'inverse

- Linéarité :

$$(s \cdot I) * H \quad = \quad I * (s \cdot H) \quad = \quad s \cdot (I * H)$$

$$(I_1 + I_2) * H \quad = \quad (I_1 * H) + (I_2 * H)$$

Si l'image est multipliée par un scalaire le résultat de la convolution est multiplié par le même scalaire

Si 2 images sont additionnées et une convolution par H est appliquée donne le même résultat que si la convolution est appliquée sur chaque image puis additionnée.

- noté :

$$(b + I) * H \quad \neq \quad b + (I * H)$$

- Associativité :

$$A * (B * C) = (A * B) * C$$

l'ordre des convolution n'est pas important

Propriétés mathématique de la convolution

- Séparabilité :

$$H = H_1 * H_2 * \ldots * H_n$$

$$\begin{aligned} I * H &= I * (H_1 * H_2 * \ldots * H_n) \\ &= \big(\ldots((I * H_1) * H_2) * \ldots * H_n\big) \end{aligned}$$

Si le noyau (le masque) du filtre peut être réparti en plusieurs petit noyau :

Appliquer les petits noyau H1, H2,..Hn un par un est moins coûteux en calcul que d'appliquer un seul grand noyau

$$H = H_1 * H_2 * \ldots * H_n$$

Propriétés mathématique de la convolution

- **Séparabilité en X et Y :**
  - Des fois on peut répartir un noyau en composantes verticale et horizontale
  - Considérons les noyaux :

$$H_x = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{and} \quad H_y = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Alors

$$H = H_x * H_y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Propriétés mathématique de la convolution

- **Complexité des noyaux séparables sur x/y :**

  - Le nombre d'opérations pour appliquer un noyau de taille 3x5 sur une image de taille NxM est de : 15.N.M

$$H = H_x * H_y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

  - Le nombre d'opérations pour applique Hx suivi de de Hy est de : 5.N.M + 3.N.M = 8.N.M

$$H_x = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad H_y = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Propriétés mathématique de la convolution

- Pour un filtre de noyeau KxK le nombre d'opérations est :
  - $O(K^2)$ non séparable : (K^2N.M opérations, augmentation quadratique)
  - $O(K^2)$ avec séparabilité : (2.K.N.M opérations, augmente linéairement)

Propriétés mathématique de la convolution

Noyau Gaussien

- 1D

$$g_\sigma(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$

- 2D

$$G_\sigma(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$

Propriétés mathématique de la convolution

- La séparabilité d'une Gaussienne 2D :
  - une Gaussienne 2D est juste le produit de deux gaussiennes 1D

$$
\begin{aligned}
G_\sigma(x, y) &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) \\
&= g_\sigma(x) \cdot g_\sigma(y)
\end{aligned}
$$

Séparable

Propriétés mathématique de la convolution

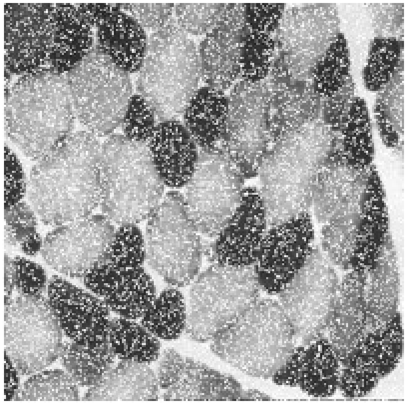
Par conséquence la convolution par une Gaussienne 2D est séparable :

$$I * G = I * G_x * G_y$$

Avec G est le noyau gaussien 2D du filtre, Gx est le noyau Gaussien 1D horizontal
Et Gy est le noyau Gaussien 1D vertical.

Bruit dans l’image

- Le bruit dans une image est un phénomène parasite aléatoire (suivant une distribution de probabilité connue ou non) dont les origines sont diverses (capteur, acquisition, lumière, …)


- L’élimination du bruit est appelé restauration de l’image
- La restauration de l’image peut être fait dans le domaine spatial ou fréquentiel

Bruit dans l'image : Types de Bruit

- Types de bruit

  Le type de bruit permet de bien définir le type de filtre pour l'éliminer.

  - **Bruit Sel et poivre (salt and pepper noise)** appelé aussi bruit impulsionnel ou bruit binaire: est une altération aléatoire que subit une image numérique faisant passer l'intensité de certains pixels à la valeur minimum ou maximum de la plage dynamique de l'image, respectivement 0 et 255 dans le cas d'une image codé en 8-bits. (source wikipédia)

(a) Original image

(b) With added salt & pepper noise

Courtesy Allasdair McAndrews

Bruit dans l’image : Types de Bruit

Bruit Gaussien :

une forme idéale du bruit blanc ajouté à l’image – Distribution Normale :

I + bruit

Bruit en tavelure ou Chatoiement (Speckle noise) :

Les valeurs des pixels multipliées par un bruit aléatoire

I (1 x bruit)

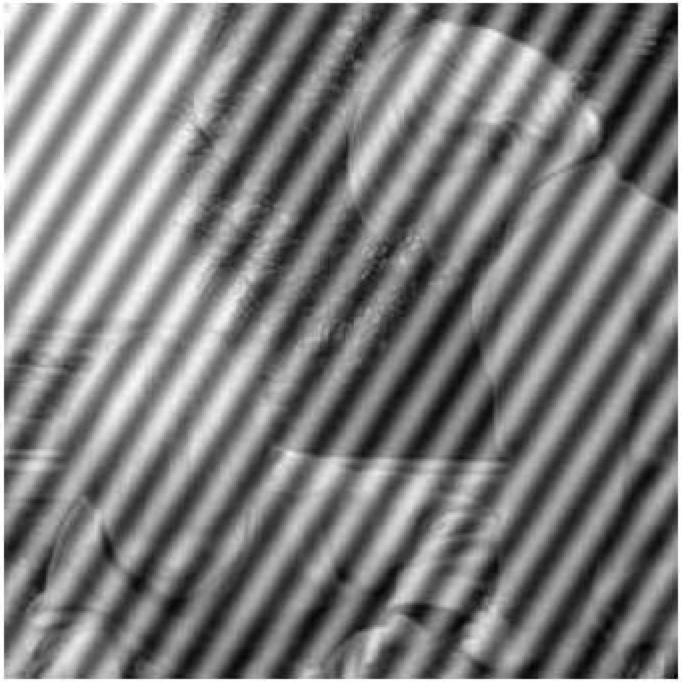
(a) Gaussian noise

(b) Speckle noise

Courtesy
Allasdair McAndrews

Bruit dans l'image : Types de Bruit

- Bruit Périodique : causé par des perturbations de nature périodique



Courtesy
Allasdair McAndrews

Image perturbée par un bruit périodique

Bruit dans l'image : Types de Bruit

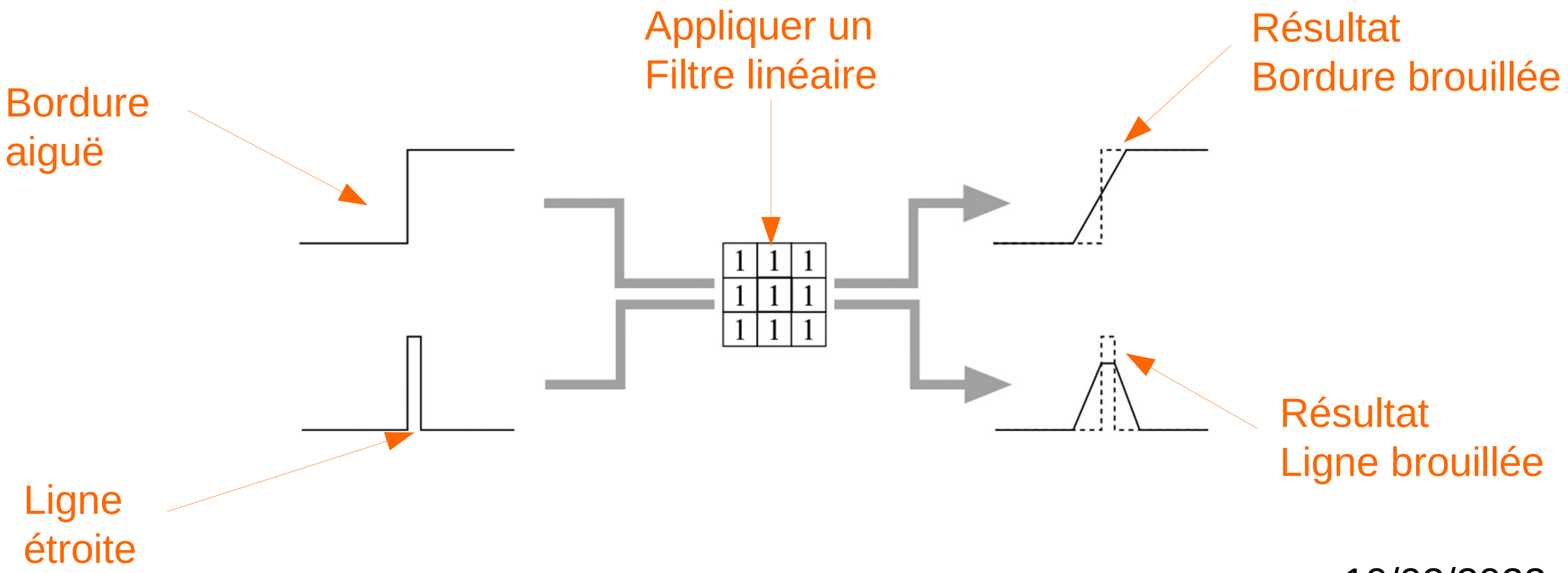
- Les bruits impulsionnels, gaussiens et chatoiements (speckle) peuvent être éliminé en utilisant des filtres spatiales.

- Les bruits périodiques peuvent être supprimé en utilisant le filtrage dans le domaine fréquentiel.

Filtres non-linéaires

Les filtres linéaires brouillent toutes les structures de l'image points, bordures, et lignes ce qui implique une réduction de la qualité de l'image.

Les filtres linéaires ne sont pas utilisés pour l'élimination des bruits.



Filtres non-linéaires

Exemple : utilisation de filtre linéaire pour supprimer le bruit impulsionnel

(a) 3×3 averaging

(b) 7×7 averaging

Courtesy
Allasdair McAndrews

Filtres non-linéaires

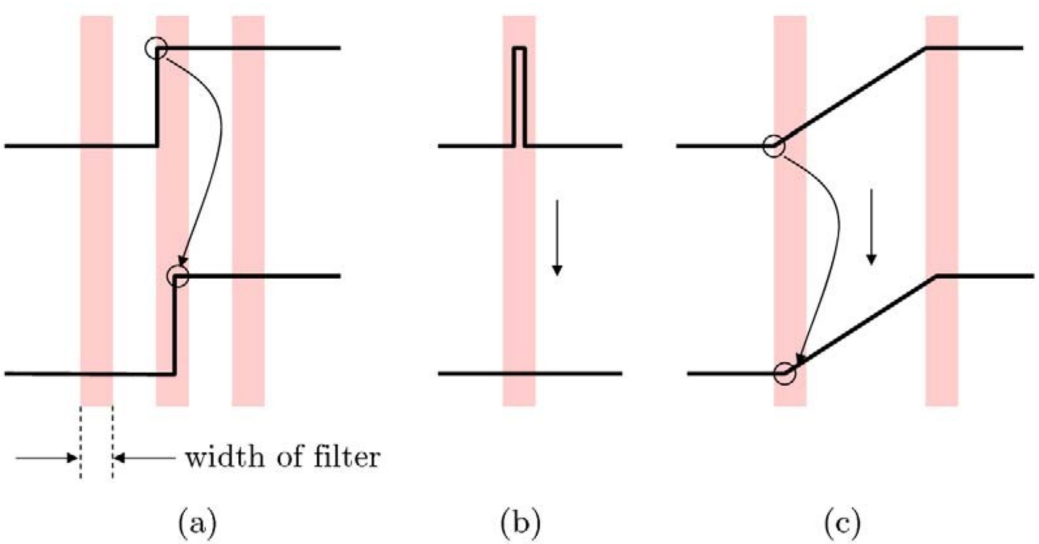
- Dans les filtres non linéaires, les pixels du voisinage (noyau) sont combinés par une fonction non linéaire

- Min et Max sont des exemples simples des filtres non linéaires.

$$I'(u,v) \leftarrow \min \{ I(u+i, v+j) \mid (i,j) \in R \}$$
$$I'(u,v) \leftarrow \max \{ I(u+i, v+j) \mid (i,j) \in R \}$$

Avant filtrage

Après filtrage



Effet du filtre minimum

Bordure aiguë
Déplacée à droite

Impulsion aiguë
supprimée

Rompe linéaire
Déplacée à droite

Filtres non-linéaires

(a) (b) (c)

Image originale avec
Le bruit Sel & poivre

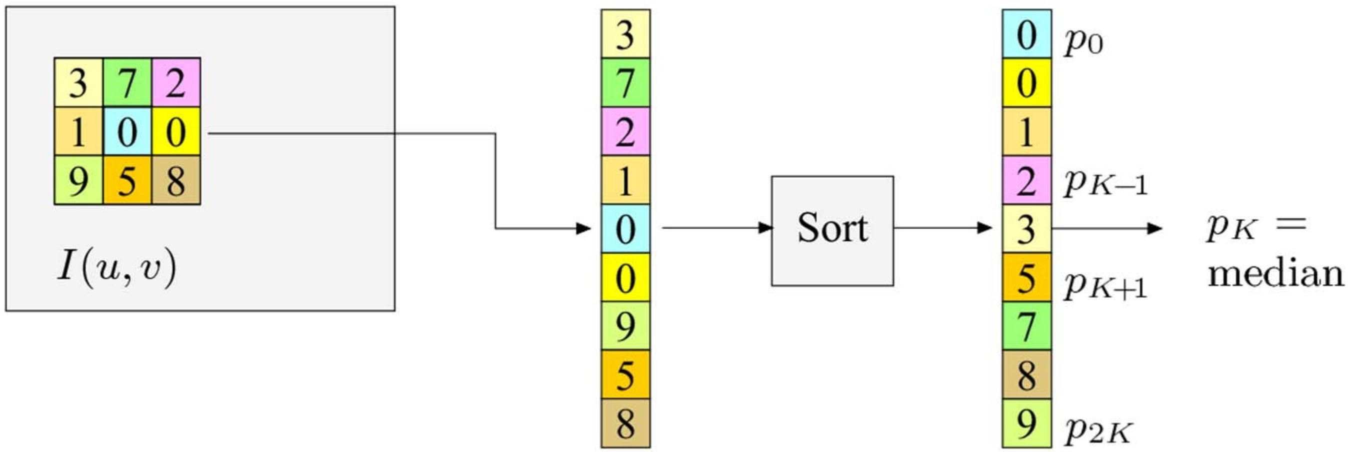
Le filtre minimum supprime
les points blancs et renforce
Les parties sombres

Le filtre maximum supprime
les points noirs et renforce
Les parties claires

Filtres non-linéaires

- **Filtre Médian**

$$I'(u,v) \leftarrow \text{median}\,\{I(u+i, v+j) \mid (i,j) \in R\}$$

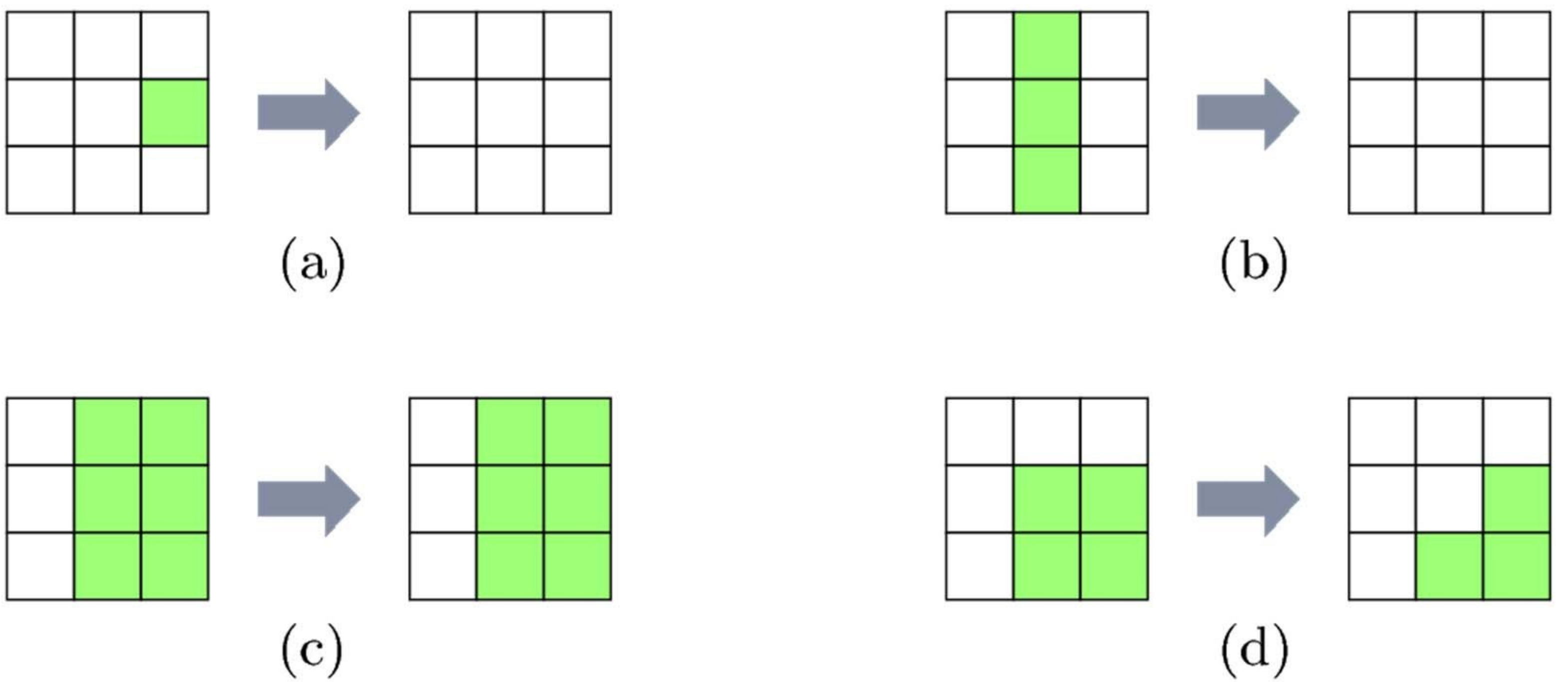


Filtres non-linéaires

Illustration: Effets du filtre Médian

Elimine les
points isolés

Élimine les
Lignes fines



Les bordures ne
sont pas modifiées

Les coins sont
arrondis

Filtres non-linéaires

Effets du filtre Médian

(a) (b) (c)

Image originale avec
Le bruit Sel & poivre

Un filtre linéaire supprime une partie du bruit mais pas complètement

Le filtre médian élimine le bruit sel & poivre et maintient la structure de l'image

Filtres non-linéaires

Filtre Médian Pondéré

- Les intensités assignées par le filtre médian sont déterminées par les intensités de la majorité des pixels du voisinage.

- Le filtre médian pondéré affecte des poids (nombre de votes) aux pixels de voisinage.

$$W(i,j) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & \mathbf{3} & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- Pour calculer le résultat, chaque valeur du pixel dans le voisinage est insérée W(i,j) fois pour créer un vecteur étendu du pixel.

- Le vecteur étendu du pixel est ensuite trié et la valeur médiane est retournée.

Filtres non-linéaires

Filtre Médian Pondéré