

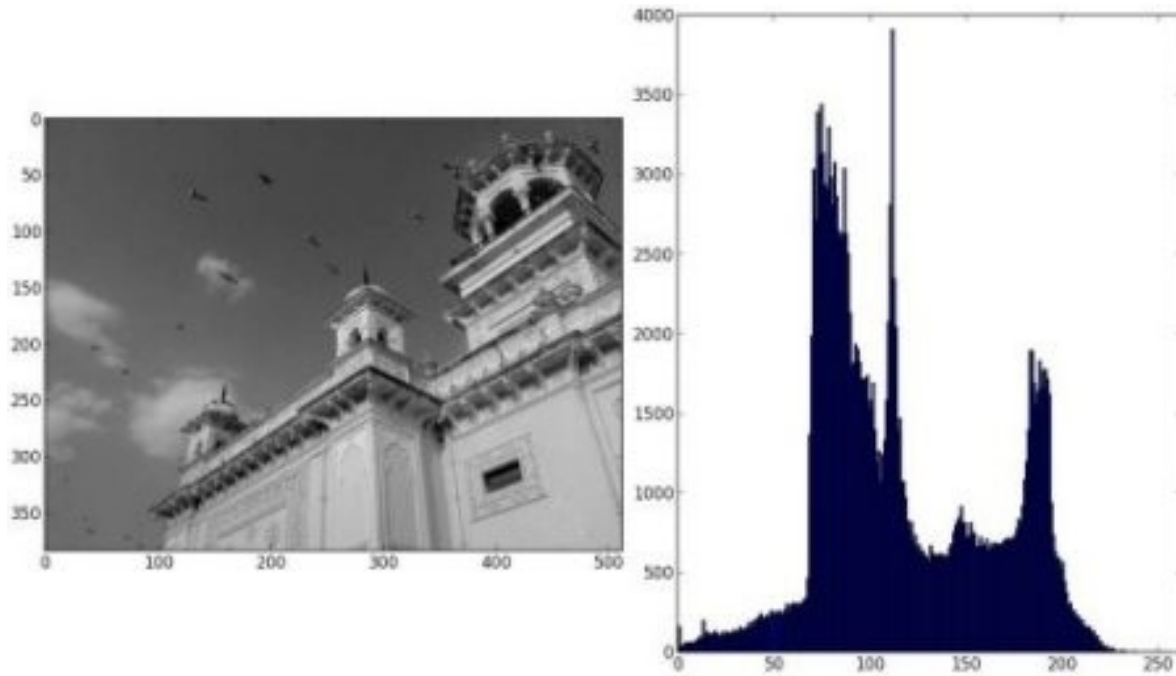
# CHAPITRE 2 :

## Histogrammes - Opérations Pixels

# Histogramme

2

- L'**histogramme** représente la distribution (la fréquence) des intensités (ou des couleurs) de l'image.
- Exemple :
  - L'image de gauche a 256 niveaux de gris (8 bits)
  - L'histogramme montre la fréquence de chaque niveau de gris



# Histogramme

3

## Remarques :

- L'histogramme est juste une information statistique et ne donne aucune indication sur les positions des pixels.

# Histogramme

4

## Remarques :

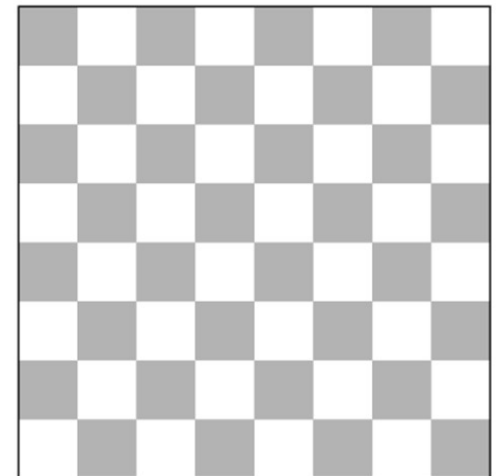
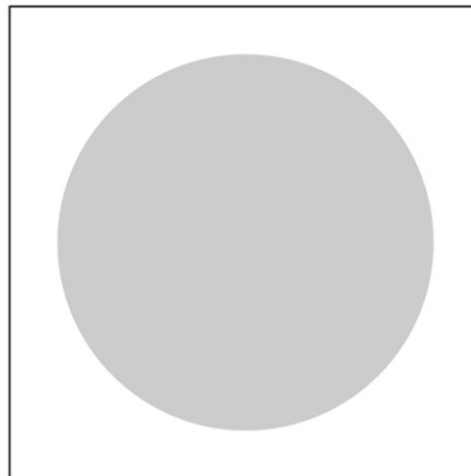
- L'histogramme est juste une information statistique et ne donne aucune indication sur les positions des pixels.
- Il n'est pas possible de reconstruire une image à partir de son histogramme.

# Histogramme

5

## Remarques :

- L'histogramme est juste une information statistique et ne donne aucune indication sur les positions des pixels.
- Il n'est pas possible de reconstruire une image à partir de son histogramme.
- Différentes images peuvent avoir un même histogramme.



# Histogramme

6

- L'histogramme pour une image en niveau de gris avec une intensité dans l'intervalle :

$$I(x, y) \in [0, K-1]$$

doit contenir exactement K valeur

- Exemple : une image utilisant 8 bits pour représenter l'intensité,  $K = 2^8 = 256$
- Chaque valeur de l'histogramme est définie par :

$h(i)$  = le nombre de pixels avec l'intensité  $i$  ( $0 < i < K$ )

$$h(i) = \text{card}\{(x, y) | I(x, y) = i\}$$

*card* : taille de l'ensemble (nombre de pixels)

- Exemple  $h(255)$  = nombre de pixels avec l'intensité 255

# Histogramme Cumulé

7

- **Histogramme Cumulative** : représente la distribution cumulé des intensités des pixels d'une image, c'est-à-dire le nombre de pixels ayant au moins une intensité lumineuse donnée.

$$H(i) = \sum_{j=0}^i h(j) \quad \text{pour } 0 \leq i < K$$

# Histogramme Cumulé

8

- **Histogramme Cumulative** : représente la distribution cumulé des intensités des pixels d'une image, c'est-à-dire le nombre de pixels ayant au moins une intensité lumineuse donnée.

$$H(i) = \sum_{j=0}^i h(j) \quad \text{pour } 0 \leq i < K$$

**Définition récursive :**

$$H(i) = \begin{cases} h(0) & \text{pour } i=0 \\ H(i-1) + h(i) & \text{pour } 0 < i < K \end{cases}$$



# Histogramme Cumulé

9

- **Histogramme Cumulative** : représente la distribution cumulé des intensités des pixels d'une image, c'est-à-dire le nombre de pixels ayant au moins une intensité lumineuse donnée.

$$H(i) = \sum_{j=0}^i h(j) \quad \text{pour } 0 \leq i < K$$

**Définition récursive :**

$$H(i) = \begin{cases} h(0) & \text{pour } i=0 \\ H(i-1) + h(i) & \text{pour } 0 < i < K \end{cases}$$

**Il est croissant :**

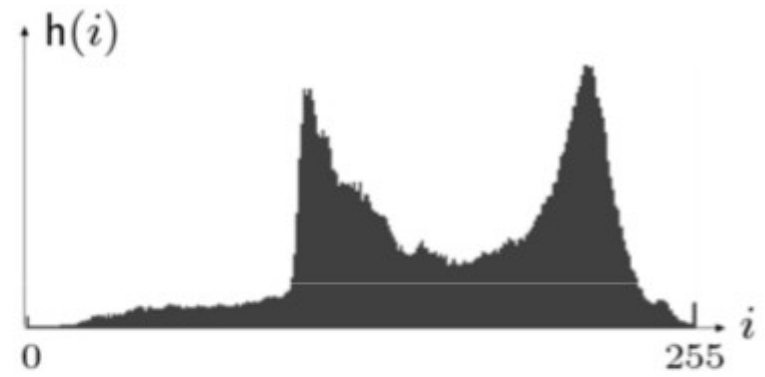
$$H(K-1) = \sum_{j=0}^{K-1} h(j) = N \cdot M$$

La dernière entrée de H

Le nombre total de pixels dans l'image

# Histogramme Cumulé

10



# Luminosité

11

- La luminosité d'une image en niveau de gris est la moyenne de l'intensité de tous les pixels de l'image :

$$B(I) = \frac{1}{wh} \sum_{y=1}^h \sum_{x=1}^w I(x, y)$$

diviser par le nombre total des pixels

additionner l'intensité de tous les pixels

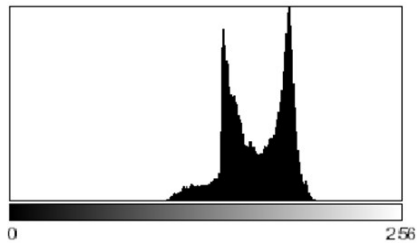
# Contraste

12

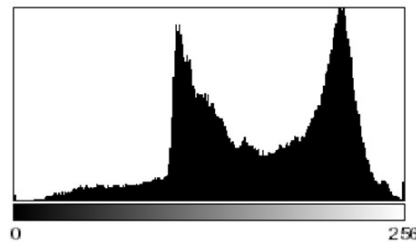
- Le **contraste** d'une image indique le degré de distinction entre les objets de l'image :
  - Un contraste élevé : plusieurs valeurs d'intensités différentes
  - Contraste faible : l'image utilise très peu de valeur d'intensité

# Contraste

13



(a)  
Faible contraste



(b)  
Contraste moyen



(c)  
Contraste élevé

# Calcul du Contraste

14

- Contraste de Michelson :

$$\frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

$I_{max}$  et  $I_{min}$  sont respectivement l'intensité max et l'intensité min

# Calcul du Contraste

15

- Contraste de Michelson :

$$\frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

$I_{max}$  et  $I_{min}$  sont respectivement l'intensité max et l'intensité min

- Contraste par la Moyenne quadratique (RMS) est L'écart type (standard deviation) des intensités des pixels :

$$\sqrt{\frac{1}{wh} \sum_{y=1}^h \sum_{x=1}^w (I(x, y) - B(I))^2}$$

Les intensités sont supposées normalisées dans l'intervalle [0 1]

# Amélioration d'image

16

- L'amélioration d'image est le traitement à appliquer à une image donnée pour obtenir une nouvelle image plus adaptée à une application particulière.



# Amélioration d'image

17

- L'amélioration d'image est le traitement à appliquer à une image donnée pour obtenir une nouvelle image plus adaptée à une application particulière.
- Il permet d'accentuer ou d'affiner les caractéristiques d'une image comme les bordures, les contours, et le contraste

# Amélioration d'image

18

- L'amélioration d'image est le traitement à appliquer à une image donnée pour obtenir une nouvelle image plus adaptée à une application particulière.
- Il permet d'accentuer ou d'affiner les caractéristiques d'une image comme les bordures, les contours, et le contraste
- L'amélioration d'image n'ajoute pas d'information à l'image mais permet juste de mettre en évidence les informations existantes dans l'image

# Amélioration d'image

19

- L'amélioration d'image est le traitement à appliquer à une image donnée pour obtenir une nouvelle image plus adaptée à une application particulière.
- Il permet d'accentuer ou d'affiner les caractéristiques d'une image comme les bordures, les contours, et le contraste
- L'amélioration d'image n'ajoute pas d'information à l'image mais permet juste de mettre en évidence les informations existantes dans l'image.
- La grande difficulté dans l'amélioration d'image est la quantification du critère d'amélioration et par suite un grand nombre de techniques d'amélioration sont des technique empirique et nécessite des procédure interactive pour obtenir des résultats satisfaisants.

# Amélioration d'image

20

- Les méthodes d'amélioration d'image peuvent être basées sur des techniques dans le domaine spatial ou des techniques dans le domaine fréquentiel.

# Amélioration d'image

21

- Les méthodes d'amélioration d'image peuvent être basées sur des techniques dans le domaine spatial ou des techniques dans le domaine fréquentiel.
- Les opérations dans le domaine spatial manipulent directement les pixels de l'image. Ils peuvent être aussi divisées en deux classes : Les opérations sur pixel et les opérations locales (tenant compte du voisinage du pixel).

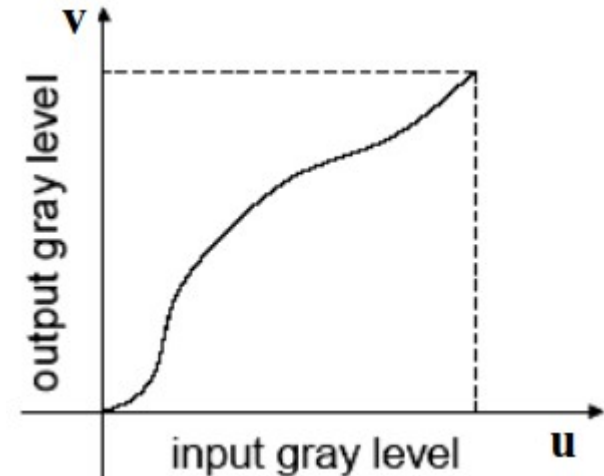
# Opérations sur pixel

22

- Les opérations sur pixel (appelées aussi opérations homogènes) changent la valeur de l'intensité d'un pixel suivant une fonction sans tenir compte de son voisinage.

$$I'(x, y) \leftarrow f(I(x, y))$$
$$v \leftarrow f(u)$$

- La nouvelle intensité du pixel dépend de :
  - ✓ L'intensité précédente
  - ✓ l'application  $f()$
- Elle ne dépend pas de :
  - ✗ La position  $(x, y)$  du pixel
  - ✗ l'intensité des pixels voisins



# Opérations sur pixel

23

- Quelques opérations sur pixel :

- Addition

- Multiplication

- Fonctions réelles :  $\exp(r)$ ,  $\log(r)$ ,  $(1/r)$ ,  $r^k$ , ...

- Quantification des valeurs du pixel

- Seuillage Global

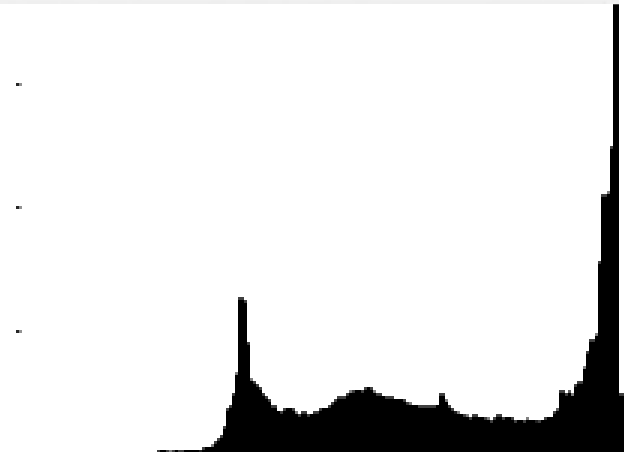
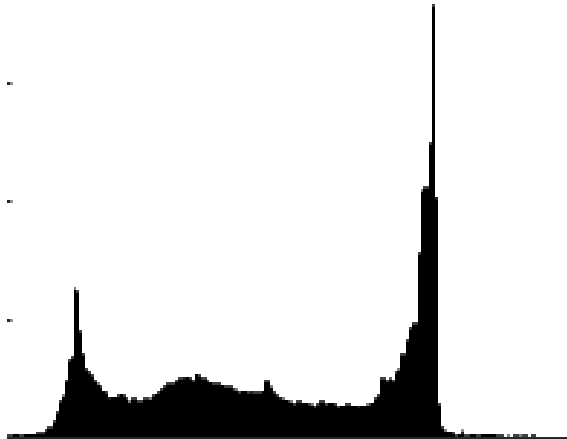
- Correction Gamma

# Opérations sur pixel

24

➤ Addition (modifie la luminosité) :

$$s = f(r) + k, \quad k: \text{constante}$$

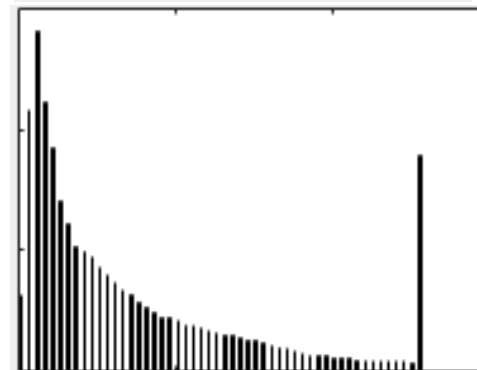
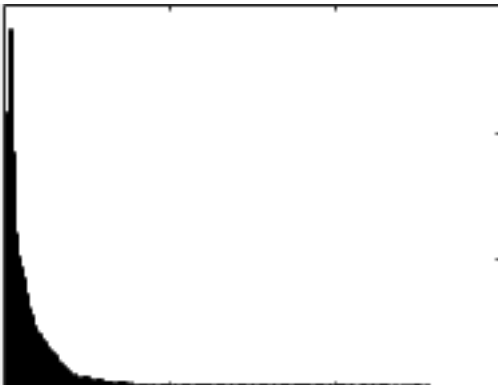




# Opérations sur pixel

25

- Multiplication étirer/ rétrécir l'intervalle du contraste de l'image  
 $s = k.f(r)$  ,  $k$ : constante



# Opérations sur pixel

26

- Limitation (Clipping) : concerne les valeurs de pixels en dehors de la marge des niveaux de gris:

- Si (  $r > 255$  ) :  $r = 255$

- Si (  $r < 0$  ) :  $r = 0$

- Limitation dans un intervalle  $[a, b]$  : force les intensités d'être dans l'intervalle  $[a, b]$

$$f(r) = \begin{array}{ll} a & \text{si } r < a \\ r & \text{si } r \in [a, b] \\ b & \text{si } r > b \end{array}$$

# Opérations sur pixel

27

- Inversion d'image (négatif):  $f(r) = r_{max} - r$



# Opérations sur pixel

28

- Seuillage :

$$f(r) = \begin{cases} r_0 & \text{pour } r < r_{th} \\ r_1 & \text{pour } r \geq r_{th} \end{cases}$$

- Binarisation : conversion d'une image en niveau de gris en une image binaire :

$$r_0 = 0$$

$$r_1 = 1$$



# Opérations sur pixel

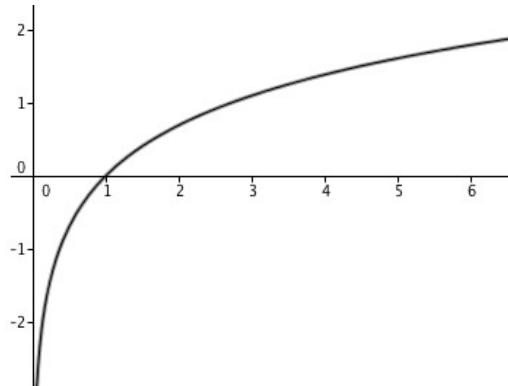
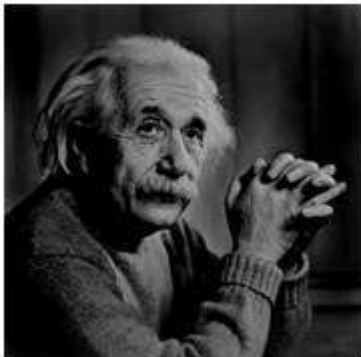
29

- Transformation logarithmique :

$$s = f(r) = c \log(r + 1) \quad c \text{ est une constante}$$

Le 1 est ajouté pour éviter  $\log(0) = -\infty$

Avec la transformation log, les pixels foncés sont élargis par rapport aux pixels claires. La constante  $c$  permet d'ajuster la transformation.

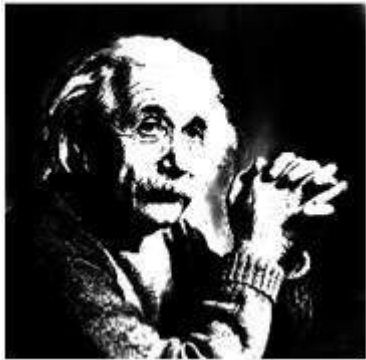


# Opérations sur pixel

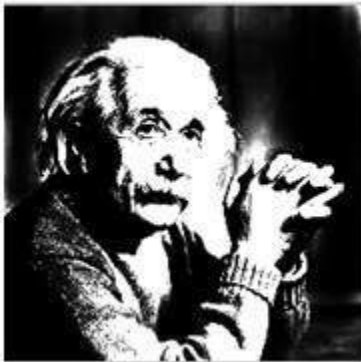
30

- Transformation exponentielle ou transformation gamma:

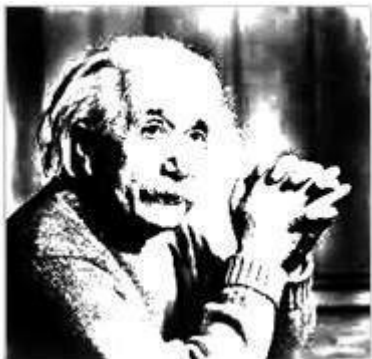
$$f(r) = c \cdot r^\gamma$$



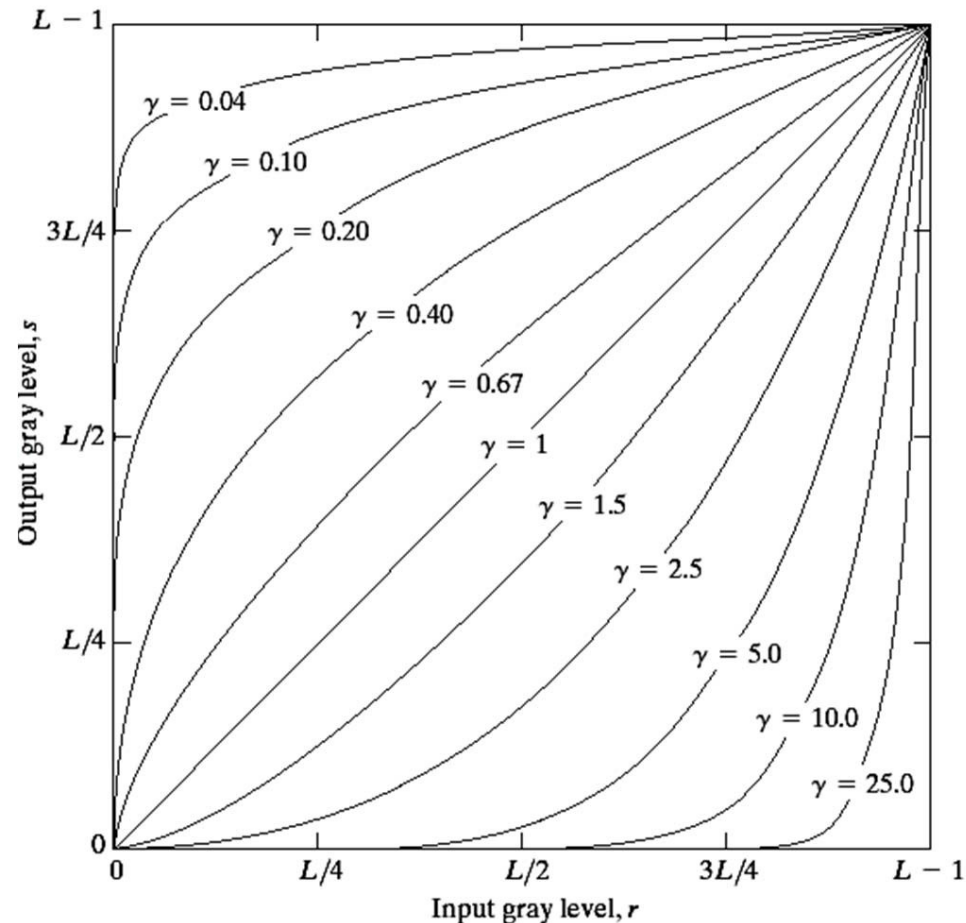
Gamma = 10



Gamma = 8



Gamma = 6



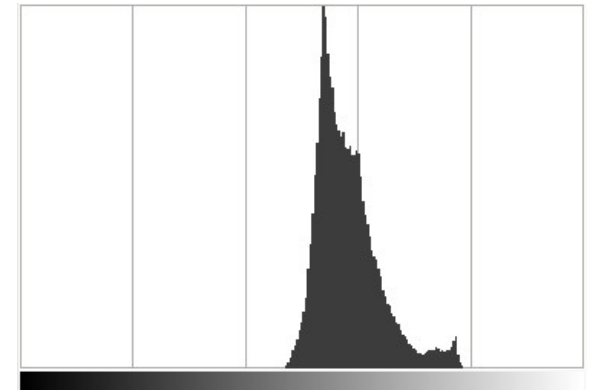
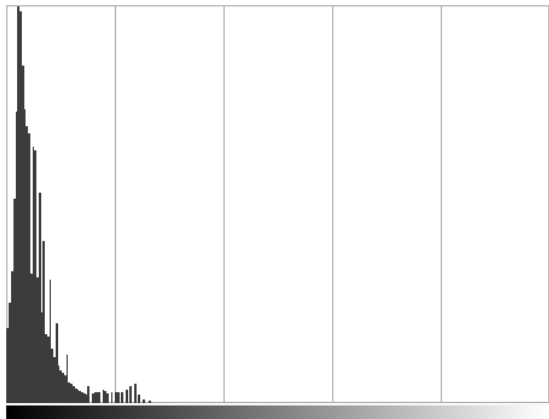
# Opérations sur pixel et histogramme

31

- L'effet des précédentes opérations sur pixels est facile à voir sur l'histogramme de l'image :
  - Augmenter / diminuer la luminosité
  - Augmenter le contraste
  - Inverser l'image
- Ces opérations ne font que déplacer l'histogramme ou fusionner des entrées de l'histogramme.
- Les opérations qui fusionnent des entrées de l'histogramme sont irréversibles

# Augmentation du contraste par modification de l'Histogramme

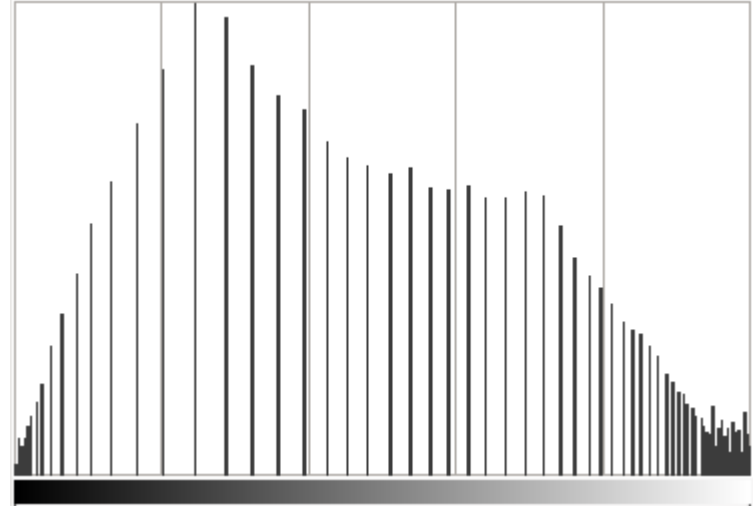
32





# Augmentation du contraste par modification de l'Histogramme

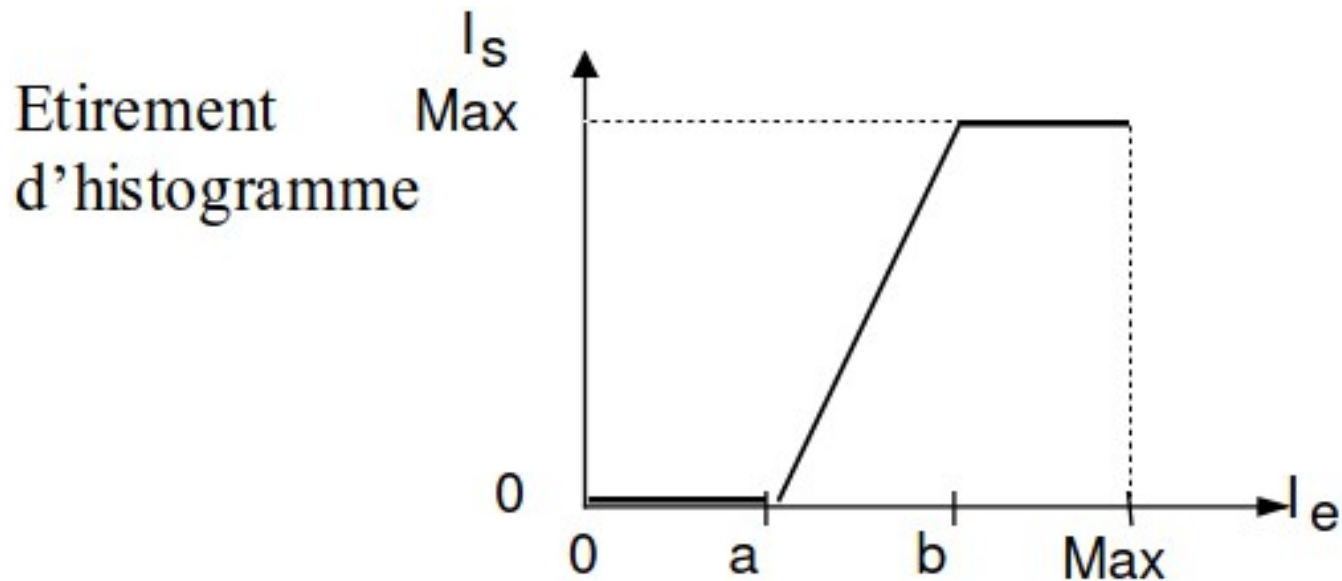
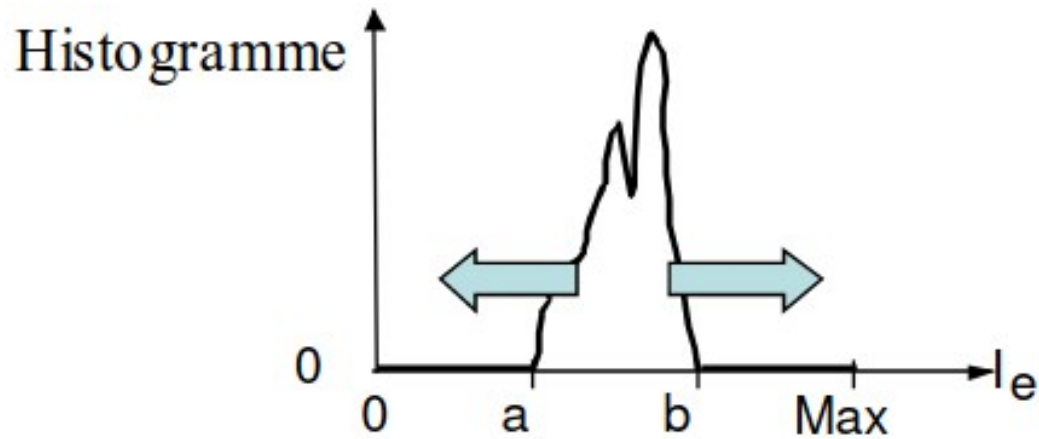
33



Le but de la modification d'histogramme est de modifier les niveaux de gris des pixels de l'image pour **accroître le contraste**.

# Étirement d'histogramme

34



# Étirement d'histogramme

35

Cette transformation sur l'histogramme a pour objet l'augmentation du contraste d'une image. Pour cela, il convient d'augmenter sur l'histogramme (figure du haut) l'intervalle  $[a,b]$  de répartition des niveaux de gris de l'image d'entrée «  $I_e$  ». On parle alors d'étirement d'histogramme. Du point de vue de la transformation (figure du bas), un étirement maximal est réalisé lorsque la répartition des niveaux de gris de l'image de sortie «  $I_s$  » occupe l'intervalle maximal possible  $[0, \text{Max}]$ . Typiquement pour une image dont les niveaux sont codés sur 8 bits, l'intervalle  $[a, b]$  de  $I_e$  sera étiré jusqu'à l'intervalle  $[0, 255]$  pour  $I_s$ .

# Étirement d'histogramme

36

## *Exemple d'augmentation du contraste*

Image originale

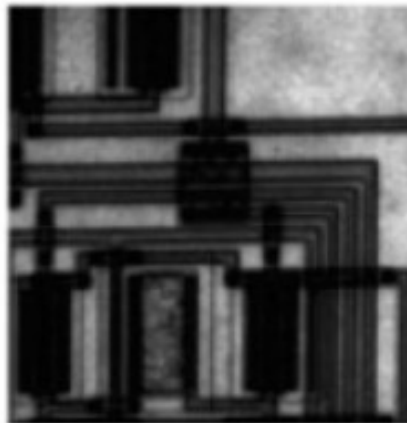
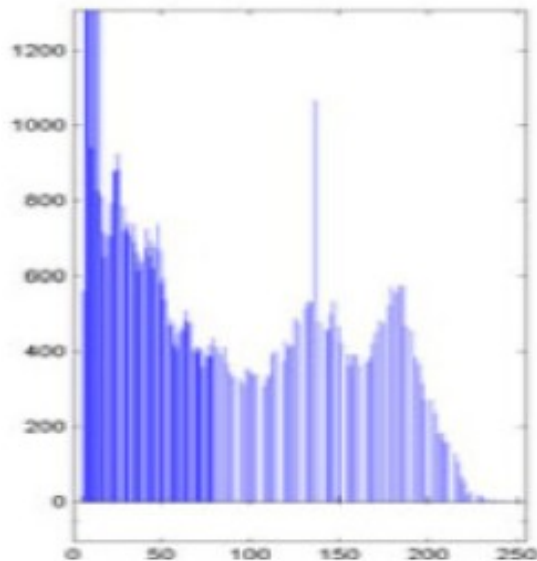
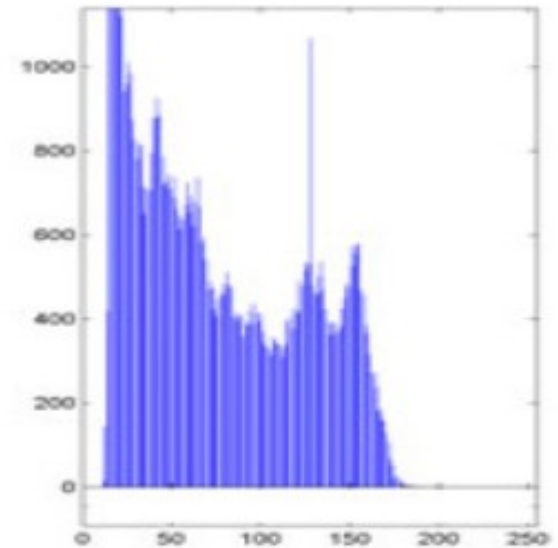
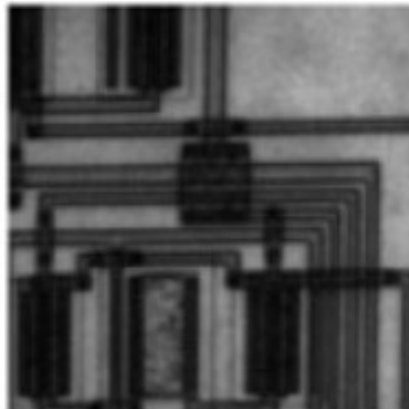


Image contrastée

# Égalisation de l'Histogramme

37

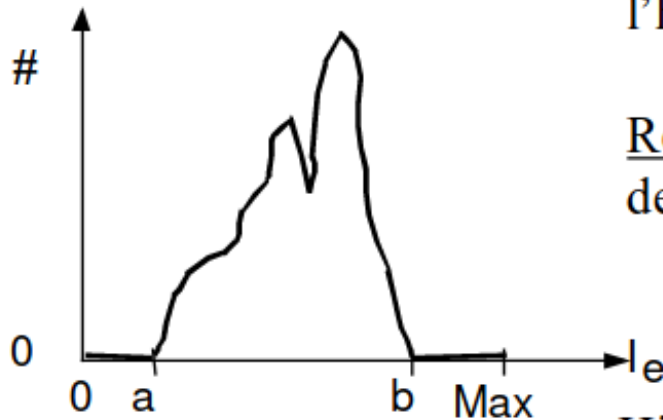
- L'égalisation d'histogramme a pour objet également l'augmentation du contraste d'une image. Il comprend l'étirement d'histogramme présenté précédemment avec en plus une répartition uniforme des niveaux de gris.
- Après transformation, l'histogramme devient constant : chaque niveau de gris est représenté dans l'image par un nombre constant de pixels. On parle aussi d'histogramme « plat ».
- Cette transformation n'est en théorie possible que dans la mesure où l'on dispose de données continues. Or le domaine spatial et, surtout, l'échelle des niveaux de gris sont des données discrètes.
- Dans la pratique donc, l'histogramme obtenu ne sera qu'approximativement constant.

# Égalisation de l'Histogramme

38

- L'égalisation d'histogramme permet de mieux répartir les intensités sur l'ensemble de la plage de valeurs possibles, en « étalant » l'histogramme.

Histogramme (original)



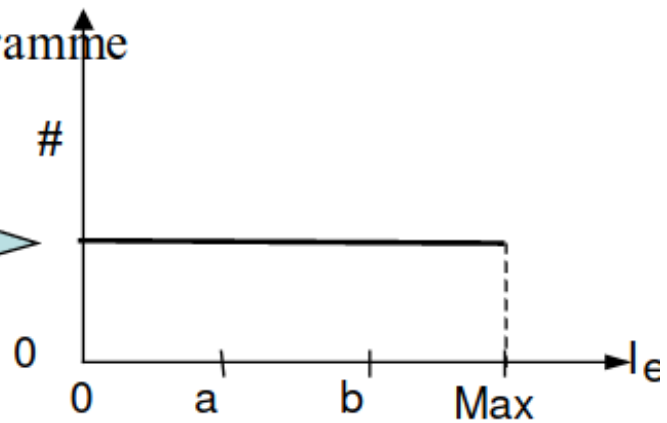
**Objectif:** après transformation, l'histogramme devient constant

Remarque : uniquement possible avec des données continues

après égalisation



Histogramme



# Égalisation de l'Histogramme

39

- **But :** Trouver une transformation non linéaire

$$\begin{aligned} I'(x,y) &= T( I(x,y) ) \\ s &= T( r ) \quad ( 0 \leq s, r < K ) \end{aligned}$$

à appliquer aux pixels d'une image  $I(x,y)$  pour obtenir une image avec une distribution plus uniforme des niveaux de gris  $I'(x,y)$ .

# Égalisation de l'Histogramme

40

- Soit  $r$  le niveau de gris dans l'image à améliorer et  $s$  la sortie améliorée avec la transformation  $T : s = T(r)$
- Suppositions :
  - $T(r)$  est injective et monotone dans l'intervalle  $[0 \ 1]$  ce qui préserve l'ordre du noir au blanc dans l'échelle des niveaux de gris.
  - $0 \leq T(r) \leq 1$  pour  $0 \leq r \leq 1$  pour garantir des intensités dans l'image de sortie dans la marge autorisée.
- Possibilité que plusieurs valeurs de  $r$  soient transformées en une seule valeur  $s$ .



# Égalisation de l'Histogramme

41

- **Techniques** : nous définissons l'histogramme cumulé d'une image le comme la fonction  $H$  sur  $[0, \text{Max}]$ , avec des valeurs entières positives.  $\text{Max}$  est l'intensité maximale possible.

- En particulier, nous avons  $H(\text{Max}) = N$

où  $N$  est le nombre total de pixels dans l'image.

- La fonction  $T$  qui réalise l'égalisation i.e.  $I'(x,y) = T(I(x,y))$  est donnée par :

$$T(e) = \text{Max} \cdot H(e) / N \quad (\text{valeur entière arrondie})$$

- en particulier, nous avons  $T(\text{Max}) = \text{Max}$ .

# Égalisation de l'Histogramme

42



← Exemple d'une image avec un faible contraste



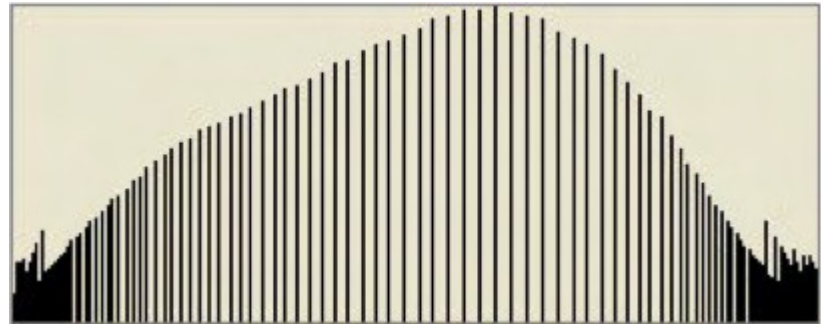
Cette image a un faible intervalle dynamique (faible contraste)

# Égalisation de l'Histogramme

43



← Même image après égalisation



L'histogramme montre une distribution plus répartie

# Égalisation de l'Histogramme

44

Image  
Originale



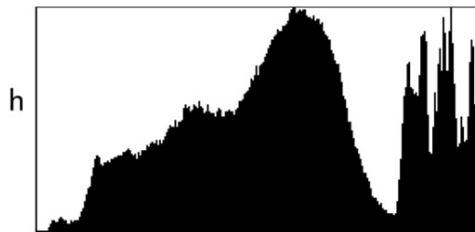
(a)

Image après  
l'égalisation de  
l'histogramme



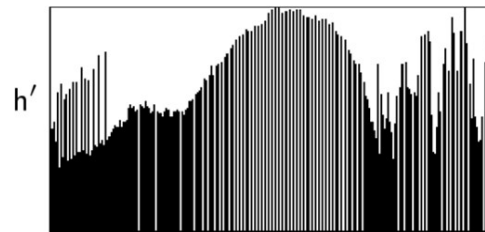
(b)

l'histogramme  
Original



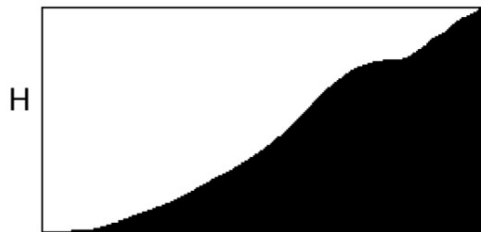
(c)

l'histogramme  
après l'égalisation



(d)

l'histogramme  
cumulé



(e)

l'histogramme cumulé  
après l'égalisation



(f)

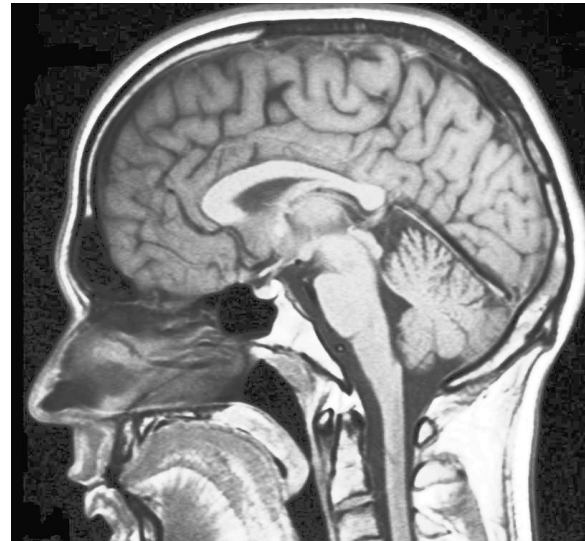
# Égalisation de l'Histogramme

45

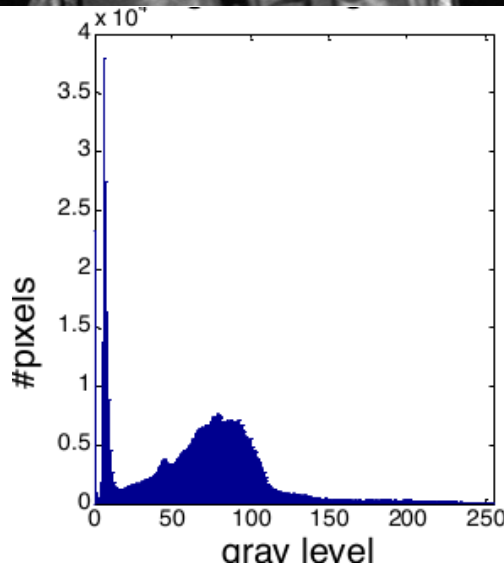
Image  
Originale



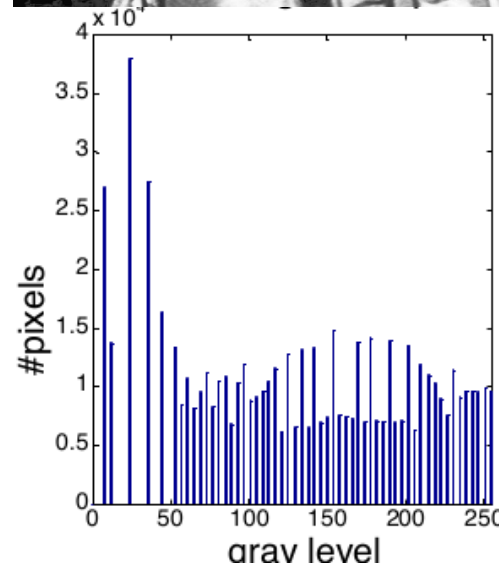
Image après  
l'égalisation de  
l'histogramme



l'histogramme  
Original



l'histogramme  
après l'égalisation



# Augmentation du contraste

46

*exemples et comparaison*



**Original - Étirement d'histogramme - Égalisation**

# Égalisation de l'Histogramme

47

**Exemple 1 :** Soit une image de 64x64 pixel ( $N.M = 4096$ ) avec des niveaux de gris codés sur 3bits ( $L=8$ ) et ses valeurs d'intensité réparties selon le tableau suivant

$r_k$	$n_k$	$p_r(r_k) = n_k/MN$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1$	1023	0.25
$r_2 = 2$	850	0.21
$r_3 = 3$	656	0.16
$r_4 = 4$	329	0.08
$r_5 = 5$	245	0.06
$r_6 = 6$	122	0.03
$r_7 = 7$	81	0.02

Calculer la nouvelle distribution des niveaux de gris après égalisation d'histogramme.



# Égalisation de l'Histogramme

48

## Solution

$r_k$	$n_k$	$p_r(r_k) = n_k/MN$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1$	1023	0.25
$r_2 = 2$	850	0.21
$r_3 = 3$	656	0.16
$r_4 = 4$	329	0.08
$r_5 = 5$	245	0.06
$r_6 = 6$	122	0.03
$r_7 = 7$	81	0.02

$$s_k = \frac{L-1}{MN} \sum_{j=0}^k n_j$$

$$s_0 = T(r_0) = 7 \sum_{j=0}^0 p_r(r_j) = 7 \times 0.19 = 1.33 \quad \rightarrow 1$$

$$s_1 = T(r_1) = 7 \sum_{j=0}^1 p_r(r_j) = 7 \times (0.19 + 0.25) = 3.08 \quad \rightarrow 3$$

$$s_2 = 4.55 \quad \rightarrow 5$$

$$s_3 = 5.67 \quad \rightarrow 6$$

$$s_4 = 6.23 \quad \rightarrow 6$$

$$s_5 = 6.65 \quad \rightarrow 7$$

$$s_6 = 6.86 \quad \rightarrow 7$$

$$s_7 = 7.00 \quad \rightarrow 7$$



# Égalisation de l'Histogramme

49

## Solution

final transform:

$$r_0 \rightarrow s_0 = 1 \Rightarrow 790 \text{ pixels map to } 1$$

$$r_1 \rightarrow s_1 = 3 \Rightarrow 1023 \text{ pixels map to } 3$$

$$r_2 \rightarrow s_2 = 5 \Rightarrow 850 \text{ pixels map to } 5$$

$$r_3 \rightarrow s_3 = 6 \Rightarrow 656 + 329 = 985 \text{ pixels map to } 6$$

$$r_4 \rightarrow s_4 = 6 \Rightarrow 656 + 329 = 985 \text{ pixels map to } 6$$

$$r_5 \rightarrow s_5 = 7 \Rightarrow 245 + 122 + 81 = 458 \text{ pixels map to } 7$$

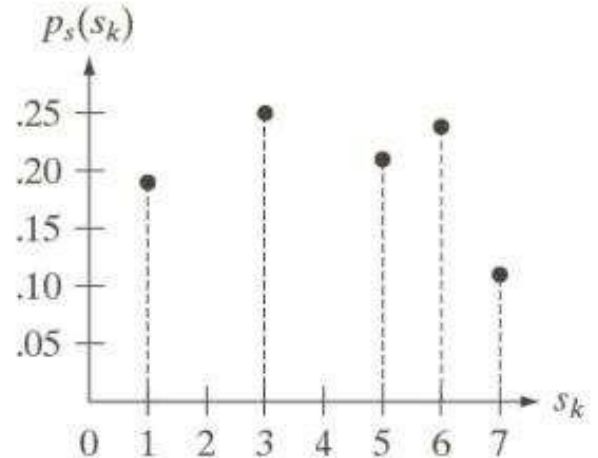
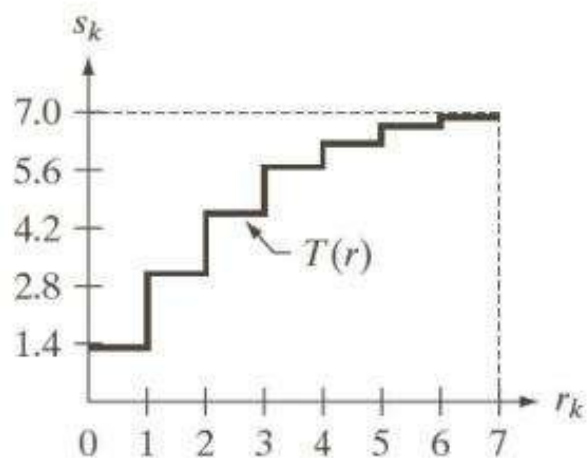
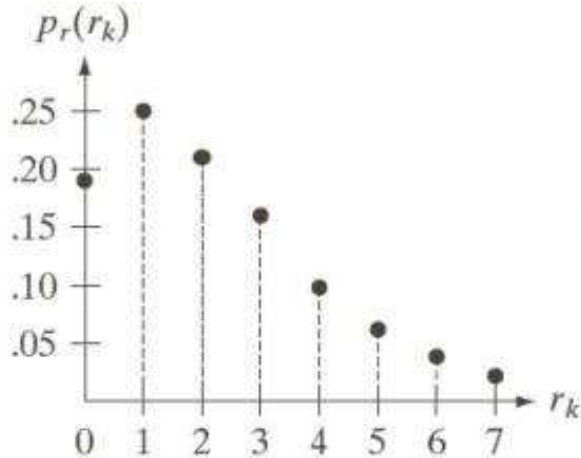
$$r_6 \rightarrow s_6 = 7 \Rightarrow 245 + 122 + 81 = 458 \text{ pixels map to } 7$$

$$r_7 \rightarrow s_7 = 7 \Rightarrow 245 + 122 + 81 = 458 \text{ pixels map to } 7$$

# Égalisation de l'Histogramme

50

## Solution



a) l'histogramme originale

b) la fonction de transformation

c) l'histogramme égalisé

# Égalisation de l'Histogramme

51

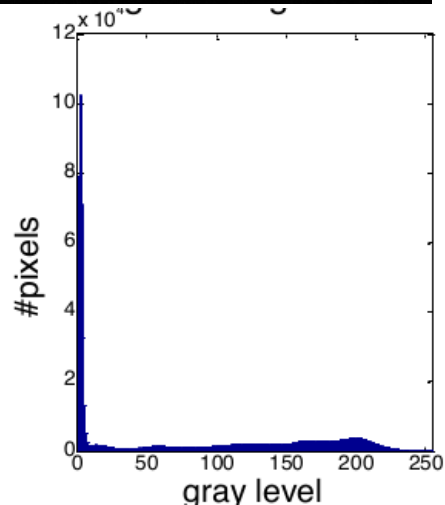
Image  
Originale



Image après  
l'égalisation de  
l'histogramme



l'histogramme  
Original



l'histogramme  
après l'égalisation

