

# 基于数学问题解决的模式识别研究述评

于文华

(山东师范大学 数学科学学院, 山东 济南 250014)

**摘要:** 数学问题解决中的模式识别的研究视角, 可以分为基于数学解题认知过程与解题策略角度、基于“归类”的视角、基于数学问题解决中模式识别与其他因素的关系的视角等, 具体研究领域涉及几何解题中的视觉模式识别、几何问题解决中的模式识别、解代数应用题的认知模式、数学建模中的模式识别等。由于在知觉领域与问题解决领域“模式识别”的表述存在一定的混乱性, 将基于数学问题解决的模式识别界定为: 当主体接触到数学问题后, 与自己认知结构中的某数学问题图式相匹配的思维与认知过程, 并进一步通过其与“归类”的区别与联系、与“化归”的区别与联系使“基于数学问题解决的模式识别”的概念得以澄清。在范围上, 把问题解决中的模式识别界定为一种思维过程的阶段或者思维策略, 认为它是解题的重要组成部分, 但并不是解题的全部。对于未来的展望, 期望系统的理论研究、期望对学生问题解决中模式识别的认知过程与机理的实质性的研究以及对学生问题解决中模式识别的教学实验研究。

**关键词:** 数学模式; 模式识别; 数学问题解决; 归类; 化归

**中图分类号:** G420 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-9894(2012)03-0011-06

## 1 数学模式与基于数学问题解决的模式识别

### 1.1 数学模式

关于数学是一门研究模式的科学, 目前已经得到了普遍的认可, 许多著名数学家均同意这一观点, 如《数学原理》的作者之一怀特海(Alfred North Whitehead)曾说:“数学是研究模式最具力量的工具。”数学是“关于关系系统的科学”(亚历山大洛夫)<sup>[1]</sup>, 关系系统即模式或结构, “‘结构’就是数学家的工具”(布尔巴基)<sup>[2]</sup>, 使数学成为诸科学的基础的, 正是纯粹数学的这种结构化能力。《近日数学》和《明日数学》的主编斯蒂恩(Steen)指出人类的数学语言就是用来描述模式的。美国 NCTM 早在 1989 年出版的《学校数学课程与评价标准》(Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics)中就确认了模式的重要性, 特别指出:“模式在我们所处的世界中无处不在, 数学课程应帮助学生敏锐地觉察出日常生活所接触得到的模式, 并能对这些模式关系作出数学的表述。”美国 NCTM 在 2000 年更是将模式列入《学校数学的原则与标准》(Principles and Standards for School Mathematics)中, 将表征、理解、扩展、建构模式视为重要的能力, 对各阶段的学生都明确列出了关于模式学习的期望水平。

有关数学模式的说法, 源于对数学本质的探究。郑毓信<sup>[3]</sup>指出对于数学学科来讲, 模式对于数学具有特殊的意义, 可以说, 数学的本质即是关于数学模式的科学。喻平<sup>[4]</sup>进一步解释说数学模式是指形式化的采用数学语言, 概括的

或近似的表述某种事物系统的特征或数量关系的一种数学结构。各种基本概念、理论体系、定理、法则、公式、算法、命题、方法都是数学模式; 在问题解决中, 具有共同结构或相同解法的一类问题也称为一种模式。

由于数学抽象的层次性, 这种模式是有层次性的, 即可以有基本的数学模式, 也有可能几种基本模式符合或叠加成一种新的数学模式; 各种模式之间又有着内容或方法的千丝万缕的关系, 可以构成一种网状的模式结构。可见, 这里的数学模式属于一种宽泛的关于数学对象的范畴, 是社会建构的产物, 是社会约定的产物。从这样广泛的意义上来说, 数学模式属于人类文化的范畴, 可以约定为一种“知识”。

### 1.2 基于数学问题解决的模式识别

基于上述数学模式的观点, 从广义上说, 数学无非是各种模式的集合。而学生对于各种数学模式的习得, 使得头脑(记忆)中形成自己独特的数学模式。由于两者在现实实在性上的本质的不同, 可称前者为“作为知识的数学模式”, 后者称为“存于记忆的数学模式”。

学生在面对一道问题(一种作为知识的数学模式或多种模式的复合或叠加)时, 这道问题显然是教师认为学生基于之前所学过的知识基础之上就可以解决的, 即是说, 教师认为学生应该形成相应的一种记忆的数学模式或多种模式的复合或叠加。那么, 如果学生拿到这道问题立刻表现出会做或者经过一定的思考与转化之后认为会做或者只得半解或者经过半天而毫无头绪, 都意味着对记忆中的一种思维的模式或多种模式的各种水平上的匹配或识别。

收稿日期: 2011-12-20

基金项目: 教育部人文社会科学研究青年基金项目——基于数学问题解决的模式识别的认知机理与实验研究(10YJCXLX054)

作者简介: 于文华(1978—), 女, 山东乳山人, 讲师, 博士生, 主要从事数学教育心理、数学课程与教学论研究。

## 2 基于数学问题解决的模式识别的研究视角

### 2.1 知觉领域的模式识别研究简述

#### 2.1.1 知觉领域的模式识别的概念

认知心理学对模式识别的研究是在知觉领域展开的,尤其对视觉的模式识别研究的最多.王甦,汪安圣<sup>[5]</sup>认为,模式识别(pattern recognition)过程就是感觉信息与长时记忆中的有关信息进行比较、再决定它与哪个长时记忆中的项目有着最佳匹配的过程.类似地,林崇德等<sup>[6]</sup>认为,模式识别是知觉的一种形式,人将某种特定的感觉信息与长时记忆中的有关信息进行比较,再决定它与长时记忆中哪个项目有最佳匹配的信息加工过程.喻平<sup>[4]</sup>认为,一般地,模式识别是一种知觉过程,是感觉信息与长时记忆中的有关信息进行比较,再决定它与哪个信息有着最佳匹配的过程.

彭耽龄,张必隐<sup>[7]</sup>认为,模式识别是认知心理学知觉研究的一个重要概念.模式传递着外部世界的信息.当一个模式作用于人的感觉器官时,便在人脑中引起了一系列复杂的活动.人能够觉察(detection)到模式的存在,将一个模式与另一个模式加以分辨(discrimination),并进而确认(identification)它是什么或代表什么,这就是对模式的识别.因此,模式识别可定义为对模式的觉察、分辨和确认的过程,是主体运用记忆中已经储存的信息,对当前出现的刺激模式作出有效解释的过程.

#### 2.1.2 知觉领域模式识别的匹配假说

按照心理学的观点,在知觉领域,模式识别过程就是感觉信息与长时记忆中的项目有着最佳匹配的过程,其匹配方式有以下几种说法:

##### (1) 模板说(Template Matching).

人在长时记忆中贮存了由过去经验形成的外部模式的袖珍复本(模板),当一个外界模式与记忆中已贮存的某个模板重叠时,就达到了模式识别的目的.

##### (2) 原型说(Prototype Theory).

人在记忆中贮存的并非与外部模式一一对应的模板,而是原型(prototype).此处的原型是指一个类别或范畴的所有个体的概括表征,它反映一类客体所具有的基本特征.原型说对模式识别的解释意味着只要存在相应的原型,模式识别即可实现.

##### (3) 特征分析说(Feature Analysis).

模式可以分解为诸特征,外部刺激在人的长时记忆中,是以各种特征来表征的.在模式识别过程中,首先要对刺激的特征进行分析,抽取刺激的有关特征,然后将这些抽取的特征加以合并,再与长时记忆中各种刺激的特征进行比较,一旦获得最佳匹配,外部刺激即被识别.

### 2.2 数学问题解决领域的模式识别研究视角

#### 2.2.1 基于数学解题认知过程与解题策略角度

波利亚(Polya)<sup>[8]</sup>提出了解决数学问题的4个步骤:弄

清问题、拟定计划、实现计划、回顾.其中,拟定计划环节中提出了“你以前见过它吗?你是否见过相同的问题而形式稍有不同?你是否知道与此有关的问题?你是否知道一个可能用得上的定理?试想出一个具有相同未知数或相似未知数的问题.这里有一个与你现在的问题有关,且早已解决的问题,你能不能利用它?你能利用它的结果吗?你能利用它的方法吗?为了利用它,你是否应该引入某些辅助元素?”其中尤以“你以前见过它吗?”而著名,其中的“它”实际上就是记忆中的“模式”.或者,换句话可以说,“你能识别出这种模式吗?”波利亚明确指出,一些“定型的”问题和建议可被看成教学启发法的核心,这也就是说,只要运用得当,这些问题和建议就能起到“思想指南”的作用,即能够给解题者以一定的启示,从而帮助他们去发现好的或正确的解题方法与解答.在这里,如此之多的这些问题实际上都是关于“模式识别”的,尽管波利亚并没有给出确切的名称,但其中蕴涵了模式识别的思想.

匈菲尔德(Schoenfeld A H)<sup>[9]</sup>在波利亚的基础上发展起来一个问题解决模型,分为6个阶段:读题(reading);分析(analysis);探索(exploration);计划(planning);执行(implementation);验证(verification).其中,在探索阶段,列出了若干与模式识别有关的解题策略:“准备:你以前见过它吗?如果你解决过一个类似的问题,考虑使用相同的方法;如果你知道一个类似的问题,你能用类比的方法得出结论吗?你适应用来解决这个问题的技术吗?”“陷入困境(检验任何相关的问题):你能想到任何条件相似或者结论相似的问题吗?你是用什么方法解的?这些方法现在能用吗?”

喻平<sup>[4]</sup>建立了一个数学解题认知模式的“循环系统”,认为,解决数学问题分为4个过程:理解问题、选择算子、应用算子、结果评价.与此对应,其认知过程分别为:问题表征、模式识别、解题迁移、解题监控.并进一步指出,对于数学解题中的模式识别与知觉中的模式识别的概念是有差异的,解题过程中有知觉成分,因而包含知觉模式识别因素,但解题过程中,思维是主要成分,解题中的模式识别是在知觉和思维的交互作用中完成,因而认知加工更为复杂.

罗增儒<sup>[10]</sup>认为数学问题的解题策略可分为:模式识别、映射化归、差异分析、分合并用、进退互化、正反相辅、动静转换、数形结合、有效增设、以美启真.

前苏联学者奥加涅相<sup>[11]</sup>把解题分为4个阶段:理解习题的条件、制定解题计划、实行解题计划、研究所得的解.并且给出了在第一、第二个阶段常用的有关“模式识别”的解题策略,具体来说,在“理解习题的条件”阶段:尽可能从整体上理解题的条件,找出它的特点.想想以前是否遇到过和这个题有些类似的题目;在“制定解题计划”阶段:想方设法将所给的题同你会解的某一类题联系起来.如果连这一点也做不到,就尽可能找出你熟悉的、最适合于已知条件的

一种解题方法；试试看能不能用你熟悉的某种方法去解出题目；如果所给题解不出来，你可以从课本或者科普书籍中找一个与所给题目相似的、但已经给出解答的题。

### 2.2.2 基于“归类”的视角

郑毓信<sup>[3]</sup>认为，模式的识别，即对问题的归类，在问题求解中（特别是对于问题的表征）有着十分重要的作用。

郑毓信进一步指出，抽象分析包括一个“归类”（模式识别）的过程：成功的模式识别无非是将新的问题纳入到了适当的图式之中，直接依赖于对新的问题与记忆中各个范例或一般模式的比较；通过归类得以建构的“问题空间”事实上就是外部输入的新的信息和来自已有图式的信息的一种综合。

### 2.2.3 基于数学问题解决中模式识别与其他因素的关系的视角

喻平<sup>[4]</sup>建立了数学问题解决认知模型，反映了模式识别与其他因素的内在关系，如图1。并进一步剖析了模式识别与元认知、迁移、问题表征的关系，具体如下：

**模式识别与元认知：**在模式识别的过程中贯穿着自我监控的成分。

**模式识别与迁移：**模式识别是知识迁移的前提，迁移是指对模式的迁移，能否对模式进行识别，是能否产生迁移的先决条件。

**模式识别与问题表征：**模式识别以问题表征为基础。

模式识别作为问题解决过程中的第二环，以问题表征为基础，又是实现解题迁移的前提条件，可见模式识别在问题解决过程中的地位。在模式识别的过程中又贯穿着自我监控的成分。在模式识别阶段，如果不能找到合适的模式与已表征的问题匹配，或找到的模式不能用于磨合已表征的问题，那么需要重新表征问题。

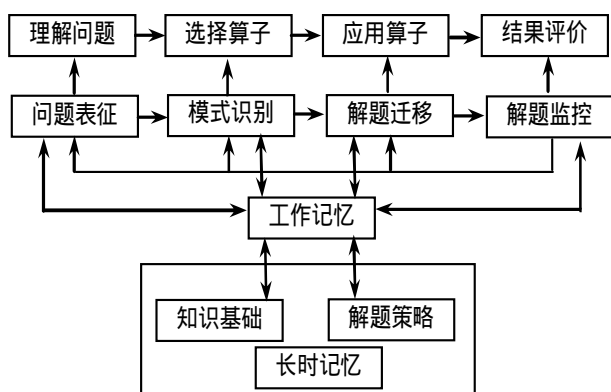


图1 数学问题解决认知模型

### 2.2.4 基于特定数学领域的问题解决中的模式识别探索

#### (1) 基于几何解题中的视觉模式识别。

格里诺(J Greeno)<sup>[12]</sup>进行了一个几何解题的研究，即关于利用各个角之间相互关系(如互为同位角补角和对顶角

等)来求其他角的度数；并通过此问题的具体研究，得出解题需要的3种基本能力或一般的知识成分，即模式识别的知识、定理推理的知识与策略知识；最后发展出了一个称为Perdix的计算机程序。在此研究中，解题者关于各个角之间相互关系(如互为同位角补角和对顶角等)的分析事实上就是一个模式识别的过程。不过，与其他识别例如关于文字应用题类型的辨别不同，这里所说的模式识别主要依赖于视觉，而不是问题中所包括的文字信息，因此，可把它称为“视觉模式识别”。

对此，郑毓信<sup>[3]</sup>指出，由图形对于几何解题的特殊重要性，就可清楚地看出视觉模式识别在这一活动中的重要作用，从而，这也就从另一侧面表明了模式识别能力确实应当被看成决定数学解题活动成功与否的一个重要因素。针对视觉模式识别的教学，郑毓信进一步指出，几何教学中应当高度重视对于学生视觉模式识别能力的培养。特别是，必须十分注意“图形的变式”。例如，应当防止将一种几何图形(模式)与某一特定的“视觉位置”固定地连接起来，而应经常变换图形的“视觉位置”。

#### (2) 基于几何问题解决中的模式识别。

朱新明<sup>[13]</sup>探讨了初中学生解几何题的思维过程。运用出声思维方法，收集他们证题时的口语材料，并对这些材料作了初步的分析。结果表明，其一，几何问题解决过程往往包含有假设验证的过程。其中，被试如果能从问题的情境中正确地辨认出某种模式，就能唤起与解题有关的知识。其二，两组被试在解题的时间和过程方面有一些差异。甲组被试(解题经验较多)解题的平均时间是乙组被试的1/3。甲组被试能很快地把他原来熟悉的模式辨认出来。乙组被试(相当于初学者)多半要作一些无效的尝试才有可能正确地认出模式。甲组被试比乙组被试善于交替运用逆推和顺推的搜索策略以及其他有效的策略和办法。

#### (3) 基于解代数应用题的认知模式。

施铁如<sup>[14]</sup>运用出声思维方法，探讨了初中学生解代数应用题中认知模式的作用和特点。在解代数应用题中，认知模式主要表现为识别应用题的类型。结果表明，其一，被试能否识别类型在很大程度上决定他能否迅速、准确地解答课题。其二，要正确识别应用题类型，需要从课题的具体语义情境中分出确定的、一般的关系或结构。其三，这种能力可以通过训练加以提高，训练所使用的材料应具有多种变式。

#### (4) 基于文字应用题求解中的模式识别。

Hinsley<sup>[15]</sup>作了如下实验：要求被试：第一，对一些“标准的”文字题进行分类；第二，在仅仅听到部分内容情况下，指出问题的类别；第三，同时求解一些“标准的”和“非标准的”问题，后者是按其“事实内容”与内在的数学结构并不相符；第四，求解“无意义的”问题，这是用某些不相干的内容取代“标准问题”中的部分内容所得出的；第五，求解包含有多余的不相干内容的问题。

研究发现,学生确实具有关于标准问题的若干模式,即如工程问题、水流问题、相遇问题、比例分配问题等;而且这些知识在新问题的表征过程中发挥了十分重要的作用.例如,被试往往常常只是听到了问题的开头部分:“一艘船顺流而下……”就已立即意识到其所面临的是一个“水流问题”,并预计到必须对逆流而上和顺流而下所花费的时间(或者,在时间为常数的情况下,对所通过的路程)进行比较,以求得水速及船在静水中的速度.这也使得被试在遇到某些“无意义问题”(例如不包含“问题”的问题)时,根本没有注意问题的不存在,而直接投入了所谓的解题工作.再如,面对所谓的“非标准问题”时,由于归类方法的不同(如或者把它归为“工程问题”,或者把它归结为“相遇问题”),解题者对问题中有关数据的注意往往表现出很大的差异,即只注意到其中的某些方面,而完全忽视其他方面.

### (5) 数学建模中的模式识别.

李明振<sup>[16]</sup>指出,数学建模过程不仅仅包含知觉成分,更多的是思维成分,是在知觉成分与思维成分交互作用中完成的.因此,其加工过程更加复杂,往往需要调动建模者已有的问题图式,而且往往需要对当前数学建模问题与原有数学建模问题图式从问题的深层结构层面上进行识别匹配.其测试表明,进行过大量数学建模训练的被试在解决数学建模问题时习惯于将当前建模问题与其所学(或所建)数学建模问题相匹配.对数学建模问题模式的识别受多种认知与非认知因素的影响.

问题情境.在数学建模问题模式的识别中,问题情境对问题模式识别具有重要作用,对问题模式的识别依赖于其与问题情境是否具有一致的关系,当问题情境与要识别的问题模式的关系一致时,问题情境能促进对问题模式的识别,相反,当两者关系不一致时,情境也能干扰模式的识别.

知识经验.模式识别是将刺激模式与头脑中已有的模式互相匹配的过程,或者是运用头脑中已经建构的模式对刺激模式作出解释的过程.在这个过程中,主体已有的知识经验起着重要的作用.主要表现在知识经验对模式识别的催化作用、补充作用和期待作用.催化作用是指知识经验能加快主体对模式的识别速度,提高识别的准确性.主体对熟悉的模式的识别过程表现为一种自动化的、压缩的形式,因而速度快、准确性高.对不熟悉的模式,识别过程则受注意控制,具有展开的形式,因而速度慢、准确性差;补充作用是指知识经验能补充或填补感觉信息的缺失,帮助人们对模式作出恰当的解释;期待作用是指知识经验能产生知觉期待,根据头脑中已建构的模式,预测环境中将出现的信息,并积极探索所需要的信息.当实际的数学建模问题模式与期待一致时,知识经验起促进作用,当两者不一致时,知识经验起干扰作用.

此外,需要、动机、情绪、态度、人格等非认知因素也对数学建模的模式识别产生一定影响.

## 3 评述与展望

### 3.1 在知觉与问题解决领域“模式识别”的表述存在一定的混乱性

不难看出,在知觉领域中,王甦、林崇德等一派的观点认为,模式识别是知觉的一种形式,人将某种特定的感觉信息与长时记忆中的有关信息进行比较,再决定它与长时记忆中哪个项目有最佳匹配的信息加工过程.另一派如彭聊龄等认为,模式识别可定义为对模式的觉察、分辨和确认的过程,是主体运用记忆中已经储存的信息,对当前出现的刺激模式作出有效解释的过程.

在数学问题解决领域中,波利亚、匈菲尔德、奥加涅相等都是基于解题策略角度来研究模式识别,喻平是把模式识别作为问题解决的认知过程的4个阶段之一来看待的;罗增儒把它看作有效的解题策略之一;郑毓信把模式的识别视为对问题的归类;刘电芝认为模式识别就是问题解决的实质.

因此,在两大研究领域以及各领域内部对“模式识别”的表述是存在一定的混乱性的.

### 3.2 “基于数学问题解决的模式识别”概念的界定与澄清

#### 3.2.1 “基于数学问题解决的模式识别”概念界定

知觉领域内,模式识别是“人将某种特定的感觉信息与长时记忆中的某项目最佳匹配的信息加工过程”.由此可见,模式是“长时记忆中的某项目”,即模式是存在于记忆中的,自然是人的头脑中的事物,是对现实的某种反映.

对于数学问题解决领域中的模式识别来讲,这个“模式”当然也是“长时记忆中的某项目”,只不过这个“项目”更为具体,即限制为“存于记忆的数学模式”,是个体对“作为知识的数学模式”的反映.这种反映可能是正确的反映,也有可能是部分正确的反映甚至是错误的反映.这种模式是存在于个体头脑中的,对同一个“作为知识的数学模式”,也很可能存在很大的个体差异.因此,这种模式与个体的“记忆”密切相关.由于“作为知识的数学模式”的层次性与网状结构,“存于记忆的数学模式”也就具有层次性与网状结构.

基于此,可以将基于数学问题解决的模式识别界定为:当主体接触到数学问题后,与自己认知结构中的某数学问题图式相匹配的思维与认知过程.

#### 3.2.2 “基于数学问题解决的模式识别”与“归类”的区别与联系

##### (1) 归类表现于教与学实践层面.

教“归类”:在教学中,每个教师都会善于归纳总结,例如广泛运用的例题教学.“一元二次方程求解”中会有各种例题,教师会说,例一是 $\Delta > 0$ 的情况;例2是 $\Delta = 0$ 的情况;例3是首项系数为负数的情况……如此种种.这是教材编写者与教师的“实践行为”层面的分类,主旨在于希望通过对各种题目类型的“归类”引导学生在具体解题过程中

根据各种类别选择相应的解决对策。

学“归类”：学生在梳理自己的所学内容时也往往采用“归类”的思想方法，主旨在于“分类”储存自身的所学，使之合理高效地内化，最终为了在解决问题时按类提取。由此，对学生来说，“归类”是储存知识——记忆的前提或方法，“归类”了才得以记忆，“归类”才得以更好的记忆。

因此，“归类”强调行为，强调方法，强调储存。

(2) 模式识别表现于学习者思维层面。

认知心理学认为，模式识别(pattern recognition)是一种知觉过程，与长时记忆中某项目最佳匹配的过程。喻平指出，解题中的模式识别与知觉中的模式识别的概念是有差异的，解题过程中有知觉成分，因而包含知觉模式识别因素，但解题过程中，思维是主要成分，解题中的模式识别是在知觉和思维的交互作用中完成，因而更复杂。

由此，模式识别是对“记忆”的匹配与提取，显然是一种思维层面的东西。

因此，模式识别强调思维，强调过程，强调提取。

(3) 模式识别与归类的联系。

如果说，归类是教师或学生把“知识内容”这一物品有序组合地放到学生的“记忆”置物架上的话，那么模式识别就是学生按照解题任务的要求，从“记忆”架上拿取“知识内容”之物的过程，显然，这种过程重点在于如何去达到适合任务的匹配。

由此，两者相辅相成，可以说，归类是模式识别的前提，如果没有合理归类，“记忆”架上之物品杂乱无章，又何谈匹配及最佳匹配？从这样的意义上说，教学中对于“归类”的强调必然是提高模式识别的有效手段之一。

### 3.2.3 “基于数学问题解决的模式识别”与“化归”的区别与联系

化归是数学解题的精髓，正如波利亚关于数学家与物理学家烧第二壶水的经典论述所言，数学家解题的过程就是把新问题通过某种途径转换(化归)为已经解决的问题(即使原问题与新问题比较，层次显得更高也无所谓，如烧水问题)，只要转换成功，我的目标就达到了，或者说新问题就解决了。难怪原苏联著名女数学家、莫斯科大学教授CA雅诺夫斯卡娅有一次向奥林匹克数学竞赛参加者发表了《什么叫解题？》的演讲，她的答案显得惊人的简单，完全出乎听众的意料：“解题就是把题归结为已经解过的题。”<sup>[17]</sup>因而，在这样的意义上，数学解题就是化归。可以看出“化归”强调的是转换，即新问题向已解决的问题的转换，这种转换可以看成是一种解决问题的思路或思想或方法，所以有人称之为“化归方法”，但由于它较之具体方法如代换法等更为宏观与抽象，所以更多的人称之为“化归思想”。

由此，化归是一种思想，是诸多解题方法的升华，是数学解题的精髓，更多是一种思想层面的概念。

模式识别也含有思想层面的内涵，即解决新问题时，要

寻找匹配于当前任务的“记忆”，但更多的是思维层面的，即寻找合适的匹配的心理与思维过程。

### 3.2.4 “基于数学问题解决的模式识别”概念范围的澄清

如前所述，问题解决中模式识别表述的不清使得很多研究者在此三者上几乎是混为一谈的。对于前两者，都强调思维，这里认为其既是解题中一种不可或缺的解题策略，又是一种必然的思维阶段。

关于解题的全部，难免言过其实，这只是某些研究者对其重要性的强调或对模式识别概念的泛化。而在研究中对概念的无限制的泛化只能使得问题无限扩大，并不利于实质性问题的研究。鉴于此，无时无刻不在影响着解题进程的元认知的成分、问题的表征、解题的迁移、解题的回顾与反思则是问题解决中另外的重要组成部分。

因此，这里把问题解决中的模式识别界定为一种思维过程的阶段或者思维策略，认为它是解题的重要组成部分，但并不是解题的全部。

### 3.3 研究展望

在数学问题解决领域，对模式识别的研究已取得多方面的进展，但整体上仍处于起步阶段，仍有许多问题有待于进一步研究深入。

#### 3.3.1 期望系统的理论研究

对学生问题解决中模式识别的认知过程仅限于些许的领域的研究，例如文字应用题、某些简单的代数题、几何题；研究方法上，倾向于半实验室研究，即编制测试题以验证模式的存在。各研究散落于各文献中，缺乏系统性的理论研究，特别是对于问题解决领域中的模式识别的分类、认知过程、水平等关键性的理论问题，期待系统的实质性的研究。

#### 3.3.2 对学生问题解决中模式识别的认知过程与机理期待实质性的研究

现代认知心理学中，知觉领域对于模式识别有一定的研究，但仅限于纯心理学的模型建构，一旦渗透到数学学科教学的领域中，往往变得生搬硬套，给数学教学披上了心理学的外衣，但那仅仅是一张皮而已。

在问题解决领域，又往往有波利亚的“你以前见过它吗？”“能利用它吗？”舍费尔德的“你能想到任何条件相似或者结论相似的问题吗？你是用什么方法解的？这些方法现在能用吗？”这样的引导性的语言，旨在指导学生解题时注意与记忆中的模式相匹配，而对于学生匹配的认知过程、如何做到多种模式的符合与叠加，期待在以后的研究中给予实质性的关注。

#### 3.3.3 对学生问题解决中模式识别的教学期待实验研究

正由于缺乏系统的理论指导，对学生问题解决中模式识别的教学仅限于点滴的经验性的探讨之言，例如经验性的笼统的“归类”思想、“要求学生集中于问题的结构特征，而非表面特征”等限于探讨性的只言片语，缺乏教学的实验性研究。

利用实证研究、出声思维与访谈相结合的方法,寻求影响问题解决中模式识别的影响因素,探讨其与其他因素如自我监控能力、思维品质、学业成绩等的关系,并在教学中加以验证等问题成为研究的必要。

#### [参 考 文 献]

- [1] 亚历山大洛夫. 数学[A]. 见: 林夏水. 数学哲学译文集[C]. 北京: 知识出版社, 1986.
- [2] 布尔巴基. 数学的建造[A]. 见: 林夏水. 数学哲学译文集[C]. 北京: 知识出版社, 1986.
- [3] 郑毓信. 认知科学建构主义与数学教育: 数学学习心理学的现代研究[M]. 上海: 上海教育出版社, 1998.
- [4] 喻平. 数学教育心理学[M]. 南宁: 广西教育出版社, 2004.
- [5] 王甦, 汪安圣. 认知心理学[M]. 北京: 北京大学出版社, 1992.
- [6] 林崇德, 杨治良, 黄希庭. 心理学大辞典[M]. 上海: 上海教育出版社, 2003.
- [7] 彭聃龄, 张必隐. 认知心理学[M]. 杭州: 浙江教育出版社, 2004.
- [8] 波利亚. 怎样解题[M]. 北京: 科学出版社, 1982.
- [9] Schoenfeld A H. Mathematical Problem Solving [M]. Orlando, FL: Academic Press, 1985.
- [10] 罗增儒. 数学解题学引论[M]. 西安: 陕西师范大学出版社, 1997.
- [11] 奥加涅相. 中小学数学教学法[M]. 刘远图译. 北京: 测绘出版社, 1983.
- [12] Greeno J G Advance in Instructional Psychology [M]. Lawrence Erlbaum Associates, 1978.
- [13] 朱新明. 解决几何问题的思维过程[J]. 心理学报, 1983, (1): 9-18.
- [14] 施铁如. 解代数应用题的认知模式[J]. 心理学报, 1985, (3): 296-303.
- [15] Hinsley. 文字应用题求解中的模式识别[A]. 见: 郑毓信. 认知科学建构主义与数学教育: 数学学习心理学的现代研究[C]. 上海: 上海教育出版社, 1998.
- [16] 李明振. 数学建模的认知机制及其教学策略研究[D]. 西南大学, 2007.
- [17] 弗里德曼. 怎样学会解数学题[M]. 陈淑敏, 严世超译. 哈尔滨: 黑龙江科学技术出版社, 1981.

### Comments on Researches of Pattern Recognition Based on Mathematical Problem Solving

YU Wen-hua

(School of Mathematics Science, Shandong Normal University, Shandong Jinan 250000, China)

**Abstract:** Studies about pattern recognition based on mathematical problem solving can be divided into the following angles of views: in the view of mathematical problem solving cognition process and strategies, in the view of “classify”, in the view of relationships of pattern recognition based on mathematical problem solving and other factors, etc. Specifically, the fields of the researches involve visual pattern recognition in geometry problem solving, pattern recognition in geometry problem solving, cognitive pattern in solving algebra word problems, and pattern recognition in mathematical modeling. For there are certain chaos on “pattern recognition” in consciousness field and problem solving field, pattern recognition based on mathematical problem solving in this study was defined as a thinking and cognition process of matching a mathematical problem an individual confronts with certain mathematical problem schema in his/her cognitive structure. And the concept “pattern recognition based on mathematical problem solving” was further clarified with compare with “classify” and “conversion”, and it was considered as a kind of stage of thinking process or strategy, but not all the things in problem solving. We expect systematic theory research, studies on cognitive process and mechanism and instructional experimental studies of children’s pattern recognition in problem solving in the future.

**Key words:** mathematical pattern; pattern recognition; pattern recognition based on mathematical problem solving; classify; conversion

[责任编辑: 陈隽]