单位代码	10445
学号	2012020660
分类号	G633.6
研究生类别	全日制

山东师範大學

硕士学位论文

（学术学位）

论文题目　高中数学数列模式识别的研究

学科专业名称　课程与教学论（数学）

申请人姓名　王聪

指导教师　傅海伦　教授

论文提交时间　2015 年 4 月 1 日

独 创 声 明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得________（注：如没有其他需要特别声明的，本栏可空）或其他教育机构的学位或证书使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

学位论文作者签名：王聪

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解 学校 有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人授权 学校 可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。（保密的学位论文在解密后适用本授权书）

学位论文作者签名：王聪　　　　导师签字：傅[illegible]

签字日期：2015年 5月27 日　　　　签字日期：2015 年 5 月27日

单 位 代 码	10445
学　　　号	2012020660
分　类　号	G633.6
研究生类别	硕士研究生

山东师范大学

硕 士 学 位 论 文

论文题目　高中数学数列模式识别的研究

学科专业名称　　课程与教学论（数学）

申 请 人 姓 名　　王聪

指　导　教　师　　傅海伦　教授

论文提交时间　　2015 年 4 月 1 日

目　录

摘　　要

本文将在借鉴有关数学模式识别相关研究成果的基础上，对高中生数列模式识别的概念及构成成分进行界定，建立数列模式识别较为完整的理论体系与框架，以求为后继的实证研究提供基础。

本文采用的研究方法主要有：理论分析法、问卷调查法和访谈法。

本文研究的主要内容是：首先，对当前有关模式识别相关研究进行综述，由于文献多数倾向于数学问题解决领域，因此重点分析了当前有关问题解决中模式识别的相关理论，探讨了其重点和不足，确定了本研究的主要问题和研究方法；其次，根据前人的研究，分析了数列模式识别的相关理论，重点给出了数列问题解决过程中模式识别的概念、影响数列问题解决过程中模式识别的因素，并结合数列学习情况编制了调查问卷；第三，进行问卷调查，并用 SPSS17.0 统计调查结果，对调查结果进行详细分析，重点分析当前数列模式识别的现状及影响因素；第四，根据调查所得结果，针对当前有关数列模式识别存在的问题与不足编制访谈提纲，通过访谈找出问题出现的原因；最后，根据实证研究结果提出具有针对性的教学分析。

本文研究的主要调查结论有：第一、高中生数列模式识别现状：对方法与题目类型的识别要好于对概念、公式、命题与性质的识别；对概念、公式、方法、题目类型的识别比对命题与性质的识别更稳定；第二、文、理科学生和男女生在高中生数列模式识别的总体上不存在显著差异，在题目类型、数列公式模式识别、数列方法模式识别上不存在显著差异，数列概念模式识别、数列命题与性质的识别有差异但差异不大；第三、不同成绩的学生在数列概念、公式、方法、命题与性质、题目类型五个维度以及总体上均存在显著差异；第四、学生自我监控、数学思维品质、识别对象、题目类型都影响高中生数列模式识别的水平，并且各个因素之间也存在着相互影响；第五、在影响因素的差异性分析中，男女生在自我监控、数学思维、识别对象上存在差异；文理科学生在自我监控、数学思维品质上存在差异；不同成绩的学生在自我监控、数学思维、识别对象、题目类型四个因素上均存在显著差异。

针对调查结论，本文提出了针对高中生数列模式识别的教学分析。高中生数列模式识别的教学要求，主要有以下五条：加强数列模式的整合，增强学生头脑中数列模式的牢固性；加强对学生思维过程的指导，促进学生自我监控能力的增强；促进学生的数学思维品

质的提升；向学生介绍模式识别的机制，促进学生有意识地应用；加强变式与叉联问题的训练，深化模式识别。高中生数列模式识别教学的具体做法，主要有以下六条：在引入环节融入数学史，深化学生对数列模式的理解；引导学生问题分解，鼓励学生独立思考，主动建构模式；加大思维引导，提高学生的思维水平；丰富习题，加强对变式问题与叉联问题的训练，增强数列与各部分知识的融合；做好教学总结，加强教学反思，促进学生自我监控；通过数学阅读训练，培养学生的问题理解能力与提炼能力。

关键词：数列；问题解决；模式；数学模式；模式识别

分类号：G633.6

Abstract

This article will define the concept and the composition of pattern recognition basing on basic pattern recognition researches.According to the research, the paper will establish more complete theoretical system and framework of pattern recognition.The aim of the reaserch is to provide basis for subsequent empirical research and analysis.

Research methods used in this paper are theoretical analysis, questionnaire and interview.

The main details: First,by reviewing the current process of mathematical problem solving pattern recognition studies, since most literature tends to mathematicle problem solving,so the article pays attention to the analysis of the current theories about the problem-solving research in the pattern recognition ,and summarizing the focus and lack of pattern recognition to determine the main research question of this study and research methods; secondly, according to previous studies,by analyzing the theory of number of columns of pattern regonition ,the article not only provides a definition of the pattern recognition in the process of solving problems of the number of columns and factors affecting pattern recognition in the process of solving the number of columns' problems,but also produces the questionnaire combined with the learning of number of columns;third, carring out the questionnaire investigation,using SPSS17.0 counting survey results,then by a detailed analysis of the survey results, to get the current status quo and influencing factors of problems of pattern recognition;fourth, based on the problems of pattern recognition,an interview outline prepared and by the interview to find out causes of the problem;finally, for the causes of the problems raising teaching analysis.

The main findings: most of all ,in the process of pattern recognition recognition of Methods and subject type is better than the identification of concepts, formulas, and the nature of the proposition;the identification of concepts, formulas, methods, subject type of comparison Recognition proposition with nature is more stable;second, students in literature class,and in science class, or boys and girls do not exist significant differences in general, differences are on the absence of significant differences in the process of recognizing the pattren of subject types, formulas,or methods,and there is small differences in recognizing the pattrens of concept, proposition and nature;third, students with different grades have significant differences of abilities of recognizing concepts, formulas, methods, propositions and the nature of the subject

type of the five dimensions and overall;fourth, student self-monitoring, quality mathematical thinking, different objects what need to be identified,and the subject type all affect the level of pattern recognition,and there are influences between the various four factors;fifth,in analysis of differences in factors, for male and female students, there are differences in the self-monitoring, mathematical thinking,and on recognition object,literature’s and sciences’ students differ in self-monitoring, quality mathematical thinking ； students of different grades in the self-monitoring, mathematical thinking, to identify the object, the subject of the four types of factors are significantly different.

Finally, according to findings and based on the number of columns problem presents ideas of teaching high school students using the pattern recognition. Requirements of teaching pattern recognition for high school sdudents, mainly by the following five principles: to strengthen the integration of the number of columns mode and to enhance the number of columns mode firmness in students’ mind;to strengthen the guidance of student thinking processes,to promote students' self-monitoring abilities;to promote students' mathematical thinking quality improvement;to introduce the mechanism of pattern recognition to students, to promote student conscious applications;to deepon the pattern recognition by strengthening the training of the variable type and fork coupling problems. Specific practices for teaching mainly consist of the following six: to deepen students 'understanding of the number of columns mode with introduction of the history of mathematics;to guide students to problem decomposition, to encourage students thinking independently, and to construc mode actively；increase of thinking guidance and to improve the students’ level of thinking；abundant exercises to strengthen of variant issues associated with cross training issues, and to enhance integration with the number of columns in various parts of knowledge;summarizing the teaching well, strengthening teaching reflection, and promoting student self-monitoring ； through mathematical reading training students’ ability to understand the problem and refining capacity.

Key words: the number of columns；problem solving；Modles；Mathematical models；Pattern Recognition

Classification: G633.6

第一章 问题的提出

第一节 问题提出的背景

数学是模式的科学已经得到国内外数学教育家的认可。关于模式的概念，源远流长。建构主义者认为，图式是建构主义理论的核心概念（图式是学生在认识周围世界的过程中形成的具有个人特色的认知结构），建构主义学习观认为数学学习是个体积极主动地建构图式的过程，信息在头脑中以图式的方式进行储存，这里所说的图式是一种模式，由此可以看出模式是数学研究的重要方面，并有着长时间的研究历程。国外数学演变中比较有代表性的事件主要是“美国数学教师联合会(NCTM)早在 1989 年出版的《学校数学课程与评价标准》中指出：‘模式在我们所处的世界中无处不在，数学课程应帮助学生敏锐地觉察出日常生活所接触到的模式，并能对这些模式关系作出数学的表述’，并在 2000 年将模式列入《学校数学的原则与标准》中，指出学校数学教育应重视培养学生表征、理解、扩展、建构模式的能力”。[4]自此，模式作为学校数学教育与培养的一项重要任务被正式提上日程。随着模式理论研究的日益深入，模式理论日渐丰富，模式能力不仅局限在表征、理解、拓展、构建方面，而且体现在模式理论的应用方面，即应用模式理论进行问题解决，而该过程关键因素在于对模式的提取与再认。波利亚在《怎样解题》中提出了解决问题需要考虑的几个问题：首先，要弄清楚问题，即找出问题的已知、结论和已知结论之间的相互关系；第二，在头脑中搜寻你是否见过这个问题或者往曾经见过的、熟悉的问题进行转化，如果解决不了，你是否能先解决问题的某一部分；第三，对解题过程进行回顾与分析总结。在弄清这几个问题的过程中，出现了“你以前见过它吗？”“能利用它吗？”类似的问题，体现了在问题解决过程中对模式的再认。此外舍费尔德的“你能想到任何条件相似或者结论相似的问题吗?你是用什么方法解的?这些方法现在能用吗？”[4]也体现了对模式进行识别的重要性。在国际潮流的影响下，我国学者也越来越多地投入该领域的研究，喻平、莫雷、郑毓信、徐利治等学者都认为问题解决具有阶段性，其中一个重要的阶段就是完成对模式的再认，即完成对模式的识别。可见，能否成功进行模式识别是影响问题解决成功与否的关键。综上所述，对模式识别的研究具有理论研究与实践研究双重价值与意义。

基于模式识别在数学教育领域的重要作用，国内外许多学者从不同角度、不同层面、不同领域对模式识别进行了研究和探讨。

第二节 本研究的主要问题、意义和方法

一、本研究的主要问题

本文研究的主要问题包括以下几个方面:在学生头脑中是否存在数列的基本概念、基础命题、基本的问题类型、解决问题的一般方法这些基本模式?概念、命题、方法、程序等这些模式在头脑中的深刻程度是怎样的?学生在数列学习中是否存在模式识别这一认知过程?目前模式识别所达到的水平是怎样的?不同性别的学生是否存在差异?不同成绩的学生是否存在差异?在处理不同问题类型时是否存在差异?自我监控、问题类型、识别对象、数学思维是否会影响模式识别过程?

二、本研究的意义

首先，对模式识别的研究是响应当前数学课程标准要求的必然趋势。课程标准是对课程编制与教材编写的指导性文件，明确列出了学生在学习过程中应达到的基本目标。通过2001年、2003年和2011年的课程标准内容可以看出，近几年国家均将数学学习能力作为学生应当具备的重要技能列入课程标准，并且已经成为学生必须掌握的基本能力。尤其在学习中问题解决阶段，许多研究表明，模式识别是问题解决过程中的关键一环，对问题解决的成功起着关键作用。因此，培养学生良好的模式识别能力对于数学学习，特别是问题解决具有重要意义。从这个意义上来说，对模式识别的研究是响应当前数学课程标准要求的必然趋势。

其次，数列模式识别的研究对促进数列学习与教学有重要意义，有利于完善知识结构。高中数学内容分为多个模块，每个模块的知识都有各自的特点与意义。数列是高中数学的重要组成部分，同时也是日常生活中经常接触与应用到的知识。例如，在小学与初中阶段学习到的自然数，按顺序排列的一列数即为一个数列。虽然到高中阶段才进行系统学习，但却是各个年龄阶段学生所共同拥有的知识。数列就其本身特点来说，知识点相对零散，概念、公式与方法等模式类型与数量偏多，因此如何更好地提取、识别模式对数列的学习与教学都有重要的意义。

最后，数列模式识别水平的提升是增强学生数学能力的重要方面。随着各个学科领域对能力的要求日渐增强，特别是数学学科中对于数学能力的要求更加明显，对模式识别的认知机制与影响因素的研究有利于培养学生模式识别的能力，这对于学生当前与之后的学习都是至关重要的。

在整个高中阶段，数学学习特别是问题解决学习占有重要的地位，而高中生数学模式识别对高中数学学习产生重要影响，特别是对知识相对较零散的数列部分。同时模式识别也是当今数学学习与教育研究中的热点问题，对于提高全体中学生解题效率及整体素质都有积极作用。

三、研究方法

本文拟采用理论研究法、集体的问卷调查法和个别访谈法进行研究。首先，通过理论研究方法对当前问题解决过程中模式识别的研究进行分析、整理与综合，整理出当前关于问题解决过程中模式识别的主要观点；在综合、理解前人观点的基础上，建构较完备的关于高中生数列模式识别的理论体系。其次，在分析以往研究的基础上，结合当前高中生学习特点与数列学习情况，编制高中生数列模式识别调查问卷，并对问卷的信度、效度、区分度等方面进行分析；在确保问卷具有较高的实践价值的基础上，合理选取具有代表性的样本进行调查，并确保在问卷调查过程中严格按照问卷要求进行；问卷调查完成后，对问卷结果进行整理、分析，主要用 Excel 表格统计调查所得到的数据，再运用 SPSS17.0 软件进行数据导入、分析与处理，得到科学结果；然后对得到的结果进行理论分析，得到关于高中生数列模式识别可信的结论。最后，通过个别访谈法了解学生个体在数列模式识别过程中存在的一系列问题，以及产生这些问题的主要原因。根据问卷调查法和个案访谈法两种实证研究方法所得到的结果与结论，对高中生数列模式识别的学习与教学进行分析，提出该部分教学建议。

四、研究目标

首先，本文在借鉴有关问题解决过程中模式识别研究成果的基础上，对高中生数列模式识别进行维度上的划分，建立高中生数列模式识别较为完整的理论体系与框架，为后继的实证研究提供理论基础。

其次，本文将通过实证研究，总结学生在数学学习中积累的概念、性质与命题、求解方法等数列模式；通过调查、访谈等方法对目前高中生数列模式识别的现状进行探索；对影响高中生数列模式识别的因素进行初步探究；分析高中生进行数列模式识别的过程中存在的问题及其原因。

最后，针对存在问题作出相应的教学分析，提出基于数列模式识别的教学要求及具体做法，以期对教学实践与学生的学习有所帮助。

第三节 数学问题解决过程中模式识别的研究综述

模式识别被广泛应用于各个领域，结合本文研究的主要问题“数学模式识别”进行检索。通过分析检索到的文献，笔者发现目前国内外已有不少文献对数学模式识别进行了研究，但研究相对比较集中，主要针对数学问题解决过程中的模式识别进行了研究，得到了许多研究成果，而其他领域相对较少。基于这种情况，本节对数学模式识别的综述，主要展示了数学问题解决领域上模式识别的有关理论成果与实证研究结论。

一、对数学问题解决过程中模式识别研究的必要性的综述

模式理论是数学研究的基础理论与核心理论，许多学者围绕对模式识别研究的合理性与必要性进行了深入讨论。总结起来体现在理论与实践两个层面。

理论层面，从显性的大方面来看，自模式被正式提出后，一直受到国内外许多专家学者的关注，基本形成了一致的观点，即认为研究数学的本质就是研究数学中的一系列概念、命题、问题、方法等等，这些概念、命题、问题、方法等综合起来说就是组成数学的重要因子--------数学模式。从隐性层面来看，模式是数学表征及存储的方式，在这个意义上，模式等同于图式。不论从显性还是隐性的层面来看，模式都是数学学习的重要概念，数学问题的解决所依赖的就是这一系列的数学模式。学生看到的任何一个数学问题都是由一系列的数学模式所构成的，在问题解决中对模式的再认是问题解决的关键步骤。通过研究数学问题解决中的模式识别的概念、模式识别的影响因素、认知过程与机制，能够扩充或补充数学问题解决的理论、增强数学理论的完备性、更好地提高学生的问题解决水平、增强数学问题解决能力、更好地指导学生的学与教师的教。

从实践层面来看，在现今的中学数学教育中，对问题解决的要求日渐升高。数学问题解决的水平不仅影响学生该学科单科成绩，并且影响以数学为基础进行学习的诸如物理、化学等学科的学习。对数学问题中蕴含的数学模式的成功提取、转化和应用等一系列过程直接影响问题是否能够得到好的解决，从这个意义上来说，对模式识别的研究是问题解决教学的重要方面，是增强学生问题解决能力的重要因素，也是教师改进教学的基础，具有现实意义与价值。

综合上述观点，不论从理论研究的价值与意义还是从实践学习与教学的层面上来讲，对数学问题解决过程中模式识别的研究具有现实的必要性。

二、对数学问题解决过程中模式识别的概念的综述

（一）数学模式

数学模式的概念各位学者见仁见智，本文研究的是数学问题解决过程中的模式，笔者认为与之相关的观点主要有以下几种：

喻平认为“数学模式是指形式化的采用数学语言，概括的或近似的表述某种事物系统的特征或数量关系的一种数学结构。各种基本概念、理论体系、定理、法则、公式、算法、命题、方法都是数学模式；在问题解决中，具有共同结构或相同解法的一类问题也称为一种模式”。[1]

徐利治认为,“无论是数学中的概念和命题,或是问题和方法,事实上都应被看成是一种具有普遍意义的模式”。[2]

钟志华，招欣认为“数学模式是指按照某种理想化的要求（或实际可应用的标准）来反映（或概括地表现）一类或一种事物关系结构的数学形式”[3]。“按照这一说法，大到一个数学分支，如代数学、欧氏几何学、三角学、群论、概率论等，小到一个数学概念、一个数学公式、一条数学定律、一条数学定理、一种解决问题的方法等等都可以看作是数学模式。”[3]

于文华认为“数学模式属于人类文化的范畴”，可以约定为一种“知识”。[4]并将“数学中的概念、命题等用于学生学习的数学模式定义为‘作为知识的数学模式’，通过学习储存于学生头脑中的长时记忆定义为存于‘记忆的数学模式’”。[4]

（二）数学模式识别

朱新明、施铁如对解几何问题[5]和代数应用题[6]的研究也表明,“学生正确解题,总是要认出某种熟悉的东西(即模式)”[4]。

“认知心理学家西蒙认为人们在解决数学问题时，大多数是通过模式识别来解决的。首先要识别眼前的问题模式，然后依此搜索储存在记忆中的相关知识并加以应用，这就是模式识别。”[7]

钟志华，招欣认为“人的模式识别是感觉信息与长时记忆中的有关信息进行比较，再决定它与哪个长时记忆中的项目有着最佳匹配的过程。人的模式识别是一个典型的知觉过程，它依赖于人已有的知识和经验”。[3]

王玉行认为“所谓的模式识别，就是当我们接触到数学问题时，通过辨别，检索到原有知识和经验中有联系的东西，用熟悉的思路探索出解决问题的方法”。[8]

王怀学对数学问题解决模式识别的定义是“拿到一个数学题首先要辨别题目的类型，

以便与已有的知识经验发生联系，然后再确定解决问题的思路，并指出现代认知学习理论的研究成果清楚地表明，数学问题解决的过程，事实上就是模式识别对主体思维发生作用的过程，主体将新问题与记忆中贮存的信息加以匹配正是思维再创造活动的反映”。[9]

喻平指出“所谓模式识别，指当主体接触到数学问题之后，能将该问题归类，使其与自身认知结构中的某种数学模式相匹配的过程。在此系统中，模式识别作为问题解决过程中的第二环，以问题表征为基础，又是实现解题迁移的前提条件”[1]。

郑毓信的观点是“模式的识别,即对问题的归类”[10]。并进一步指出“成功的模式识别无非是将新的问题纳入到了适当的图式之中，直接依赖于对新的问题与记忆中各个范例或一般模式的比较；通过归类得以建构的‘问题空间’事实上就是外部输入的新的信息和来自已有图式的信息的一种综合”[11]。

（三）数学问题解决的模式识别

于文华详细比较了“模式识别”与归类以及化归的区别与联系[4][13]：（1）归类表现于实践层面，在实际的教学中，教师往往习惯于让学生将所见过的问题进行分类整理，将问题规整为具有某些特征的类别，这些类别分类的依据可能是具有相同或相似的外部特征，也就是平时所说的同一种问题类型，可能是具有同样的解决办法的一类问题，从而分块储存在记忆中。在实际教学中教师会借助归类的方法或思想，引导学生能够根据自己分成的类别选择与之相联系的解决对策。归类强调行为、方法与储存，而解题中的模式识别是在知觉与思维的交互过程中完成的，思维起主要作用，因此，模式识别强调思维过程，表现于思维层面。以上是两者的区别。通过上述比较分析，显然，归类是模式识别的基础，只有将问题按照一定的元素进行分块，才能更好地体现数学的模式模块，以此为基础，才能产生模式识别。因此，归类是模式识别的基础与前提。（2）她指出数学解题的精髓就是进行化归，即将问题转换成已经解决了的问题，专家学者更倾向于将其定位于一种方法或思想，而模式识别是一种思维过程，这是二者不同之处。

于文华还论述了问题解决过程中模式识别的准确定位。她指出，“问题解决过程中的模式识别是一种思维过程或一种思维策略，是解题过程中一个至关重要的环节，但并非等同于解题”[4][13]。

在探讨了模式识别与归类以及化归的关系以及模式识别的准确定位后，将数学问题解决中的模式识别概念界定为“当主体接触到数学问题后，与自身认知结构中的某问题图式最佳匹配的思维与认知过程”[4][13]。

三、对问题解决过程中模式识别分类研究的综述

检索到的文章中明确对模式识别进行系统分类的文献还不多，只有钟志华，招欣“按照识别对象的不同将模式识别分为对象识别、特征识别、关系识别、句法识别、方法识别、结构识别”[3]。“所谓对象识别即通过提炼题干中的关键因素，判断题目考查的数学知识是什么，例如题目中有 $y = x^2$ 就知道这是一个考查二次函数的问题，那么这个层次上的识别即为对象识别；特征识别就是指识别题目本身的特点，包括识别出的数学模式有何特点；关系识别指识别题目中条件与条件、条件与结论之间的关系，包括显性的与隐含的条件，还包括识别出的数学模式内部因素之间有何特点；句法识别即是对题目中语言的特点进行分辨的过程；方法识别指对解决题目要采用的方法进行筛选的过程；结构识别就是指分析数学模式内部构成的特点。”[3]

四、对问题解决过程中模式识别的匹配过程模型研究的综述

于文华在文章中列出了“模式识别的匹配过程：问题解决的模板说、问题解决的原型说、问题解决的特征分析说”[4][13]。

“问题解决的模板说指在长时记忆中储存有与当时问题完全对应的知识团, 只需提取现存的模式就能解决问题。”[12]

于文华进一步指出“人们在解决问题时, 只要从长时记忆中找到与外部课题相近似的原型, 问题即得到解决；这里的原型指储存在长时记忆中的模式, 不是某一特定模式的内部复本, 而是一类客体的内部表征, 它反映客体具有的基本特征”[4][13]。

“问题解决的特征分析说认为头脑中无现存的可直接利用的模板模式或者原型模式, 从有关的已有不同模板模式或者原型模式中抽取适当的特征或知识组块，组合成一个与当前问题相对应的新模式, 称为特征分析模式”。[4]

五、对数学问题解决过程中模式识别的影响因素研究的综述

影响数学问题解决过程中模式识别因素的研究较少，至今检索出的文献只有于文华的一篇文章进行了专门的研究。

于文华运用问卷调查法，从学生在做题过程中表现的思维过程中探索出影响问题解决过程中模式识别的可能因素，主要有“模式质量、数学思维品质、自我监控能力”[4]三个因素，并指出“模式质量是模式识别的基础与先决因素；数学思维品质是模式识别的条件因素；自我监控能力是模式识别的条件因素”[4]。

模式质量指的是“学习者对模式的各个条件、结论以及条件与结论间内在结构关系的

认识程度”[4]，长时记忆中模式对各个条件记忆的越准确、条件之间的关系理解越清晰，对结论把握地越到位、条件与结论之间的逻辑关系认识越深刻，对模式的再认会越准确，模式识别成功的可能性就越高，解题的成功率就越高。

数学思维品质主要包括思维的独创性、灵活性与深刻性。思维的独创性，“即思维活动的创造性，是指思考问题和解决问题过程中能够突破常规的方法，用新颖的角度进行思考与实践”[4]。思维的灵活性，即思维的灵活程度，是指不囿于固有的程式与方式，能够具体问题具体分析，并且根据条件、解题过程中所遇到的障碍、结论的变化，及时调整思维方向，适时改变解题策略的思维特性。思维的深刻性，即抽象逻辑性，是指对题目本质的把握，能够正确认识题目中条件与条件、条件与结论之间的关系，并能深入挖掘题目中隐含的条件。

模式识别主要是一种思维过程或思维策略，所以，思维品质对模式识别的影响是可以想见的。深入挖掘条件、结论，理清两者之间的逻辑关系，是进行成功模式识别的前提与基础；在解题过程中能够根据出现的问题与障碍适时调整思路，是进行成功模式识别的重要因素；创造性地解题能够发散思路，突破常规，从多个角度进行思考，能够增加成功的可能性，或者找到更适合该题目的模式，即寻找题目更优的解法，是进行解题的一个重要的方面。

自我监控即元认知监控，指的是在整个认知过程中，对自己正在进行的认知活动进行不断地监视、控制与调节。在数学解题过程中，需要进行不断地监视，针对出现的问题适时控制，最后做出调整。因此，数学解题过程中自我监控是一个重要的影响因素。通过分析学生问卷的解答情况，能够进行自我监控的学生成功的可能性比较大。所以，自我监控是模式识别的另一条件因素。

自我监控、数学思维品质、模式质量与模式识别之间均是显著正相关的，即均对问题解决过程中的模式识别起促进作用。

于文华还探索了自我解释水平与模式习得方式对模式识别的影响，指出“模式习得方式显著影响模式识别，且结构学习条件下模式识别更优；习得方式与问题类型的交互作用显著影响模式识别”[4]。“自我解释水平显著影响模式识别，自我解释水平与问题类型的交互作用显著影响模式识别”[4]。

综合于文华的研究，影响模式识别的因素主要有自我监控水平、思维品质、模式质量、三个因素，此外，自我解释水平和习得方式显著影响模式识别水平。

六、对个体在问题解决过程中模式识别的认知过程研究的综述

研究个体在问题解决过程中进行模式识别的过程是一种什么样的认知过程?它的认知机制是什么样的?这些问题的研究都是具有实践和理论意义的。但是专门探讨这些问题的研究与文献还不太多，其中，系统进行研究的论文只有一篇。

于文华将“数学问题分成同型问题(与源题共属于同一模板)、变式问题(同属于一个问题类或问题族)、叉联问题(两个问题类或者问题族中两个或多个问题的复合)三类，并通过访谈法质性分析了个体在解决以上三类不同问题过程中的认知过程，并建立了相应的方程模型”[4]。

（一）同型问题解决中模式识别的认知过程分析与模型的建立

通过对学生的思维过程进行分析，得出在解决同型问题过程中进行模式识别的认知过程包含以下几个方面：

1.“识别无关情境。”[4]表现为他们能够通过读题，充分分析题目中的已知及结论，从中抓住问题中的有效条件，去除无关信息，准确把握题目的已知与结论，并将其转化为数学语言进行描述。

2.“抓住问题本质”[4]。通过对已知与结论的分析，准确把握问题的本质，即条件与结论之间的结构关系，是进行模式识别的先决条件。

3.“上下文信息引导的特定期望”[4]。预定期望，笔者认为是一种目标程式，即通过上下文的信息，初步判断题目的本质，它属于哪一种类型，即产生了自己的初步目标，带着这种目标进行回忆与思考，从而完成模式的匹配。

4.“自下而上与自上而下的双向加工”[4]。比较常用的分析方法主要有两个：一个是综合法，一个是分析法。综合法是从已知条件出发，逐步分析，向题目的结论逐渐靠近；分析法通过分析要证明的结论，逐渐向条件靠拢。在学生的模式识别过程中，也有从条件到结论和从结论到条件两个方向。

5.在分析了以上认知过程的基础上，建立了同型问题模式识别的模型：

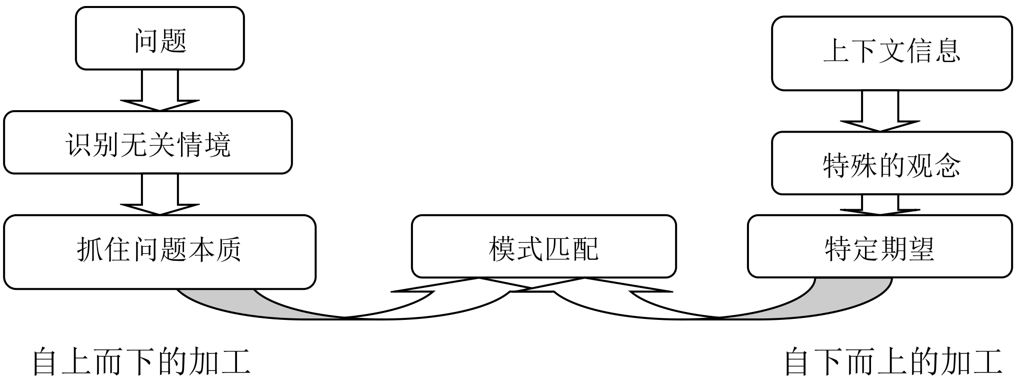

图 1.1　同型问题模式识别的模型[4]

（二）变式问题模式识别的认知过程与模型的建立

通过对学生的思维过程进行分析，得出在解决变式问题过程中进行模式识别的认知过程包含以下几个方面：

1.“识别无关情境，分析各要素关系，抓住问题本质。能够把对于问题的非本质特征与情境因素有效舍去，围绕数学函数关系之中特定问题本质的综合特征，并且已经‘摆脱‘了具体的内容，表现为一定的数学关系，问题中具有基本数学意义的那些关系。”[4]

2.“背景信息引导形成的预先假定图式。学生是从预先假定的类别或模式(追击问题)出发，主动地、有目的地加工当前问题，从而使零散的要素显得有组织性，使问题的结构关系从复杂的背景中明晰出来，然后加以对照。在这里，分析结构关系是由一定的类别、模式作指导的。”[4]

3.“加工客体、明晰结构、修正模式与可能的重复性。”[4]与“同型问题的自上而下的由上下文信息来达到特定期望不同的是，变式问题的复杂性，决定了它不会和学生初学模式时的模式完全一致，从而需要解题者对题目进行一定的加工、明晰题目关系结构之后，再来修正原来的模式。加工客体、明晰结构、修正模式这个过程有可能在别的变式问题中重复出现，当模式修正不成功时，再返回背景信息中重新预先假定模式，接着加工客体、明晰结构、修正模式，一直到成功修正模型为止”[4]。

4.“自下而上与自上而下的双向加工”[4]。“变式问题的模式识别在这一点上类似于同型问题领域中的模式识别，即也应该是自上而下与自下而上的加工二者的结合”。[4]

5.“变式问题模式识别模型”[4]

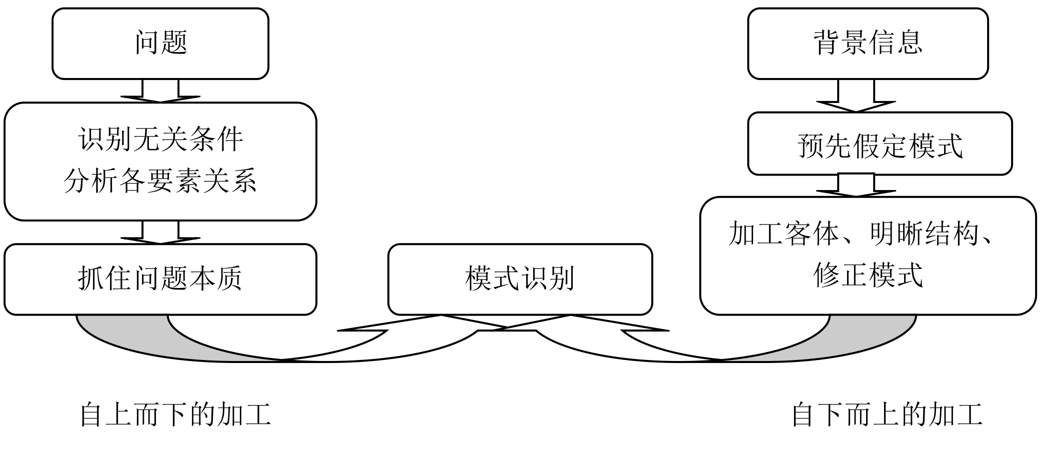

图 1.2　变式问题模式识别模型[4]

(四)叉联问题模式识别的认知过程分析

通过对学生的思维过程进行分析，得出在解决叉联问题过程中进行模式识别的认知过

程包含以下几个方面：

1.“刺激审查，特征抽取与分析。”[4]通过分析题目中的条件与结论，对题目中的无关条件与无关情景进行删除，抓取题目中的主要条件与本质特征，是解决叉联问题首要且关键的一步。

2.“各模式的整合。”[4]通过以上对条件的提取与分析，寻找到头脑中与之相关的模式后，由于叉联问题是对多种问题的复合，因此用到的模式也不止一种，对成功提取到的模式进行整合，也是影响能否成功识别的关键。

3.“模式评价与调整。”[4]在影响因素的探讨中，自我监控是影响模式识别的关键因素，在模式识别中起着不可忽视的作用。对模式及时的评价与调整是自我监控的重要方面，也是模式识别过程中不可或缺的步骤。

4.“反复性。”[4]即需要对解题的过程进行评价与调整。

5.叉联问题模式识别模型

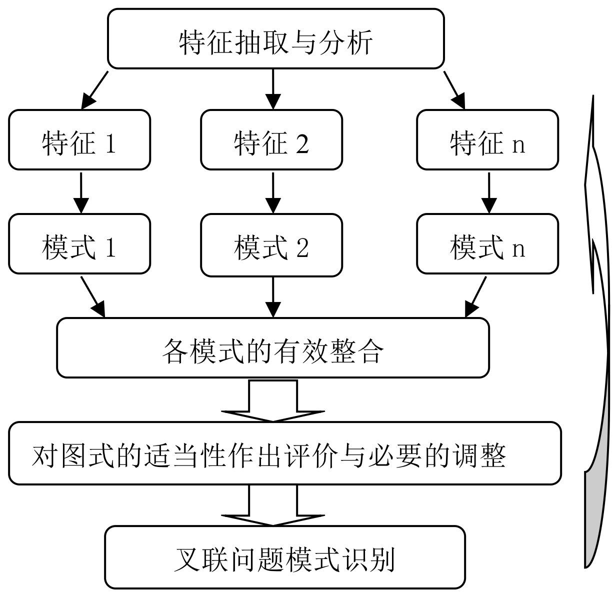

图 1.3　叉联问题模式识别模型[4]

七、对模式识别与其他认知过程关系研究的综述

这里所说的认知过程主要包括贯穿在数学问题解决过程中的自我监控、学习迁移、问题表征几个过程。“喻平建立了数学问题解决认知模型，反映了模式识别与其他因素的内在关系，见图 1. 4。喻平剖析了模式识别与自我监控、迁移、问题表征的关系，模式识别与自我监控:在模式识别的过程中贯穿着自我监控的成分；模式识别与迁移:模式识别是知识迁移的前提；迁移是指对模式的迁移，能否对模式进行识别，是能否产生迁移的先决条

件；模式识别与问题表征:模式识别以问题表征为基础。”[4]

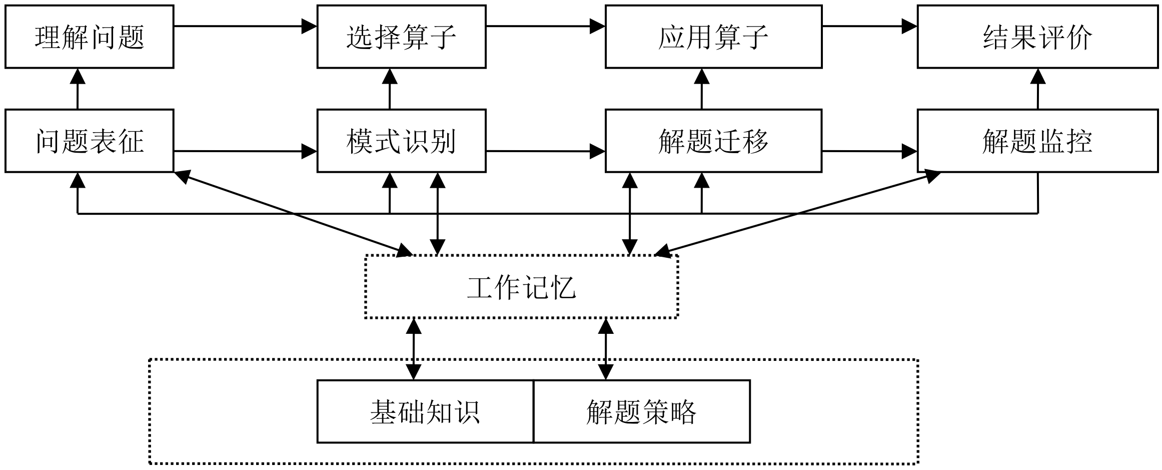

图 1.4　数学问题解决认知模型[4]

八、对几种数学问题解决过程中的模式识别研究的综述

（一）几何问题解决领域的研究

格里诺、郑毓信、朱新明等人分别对几何问题解决上的模式识别进行探讨。格里诺通过求角度数的一道应用题，探讨了模式识别在几何解题中是不可或缺的因素之一。这里的模式识别主要通过几何直观，即依赖于视觉，因此，这里的模式识别研究指的是“视觉模式识别研究”[27]。郑毓信进一步指出，模式识别在几何解题过程中起着非常重要的作用。[6]朱新明通过分析学生解题的思维过程，得出两条结果：“一是几何问题解决过程中包含假设验证的过程，该过程即模式识别的过程；二是由于对于模式熟悉程度以及在策略与方法上的不同，导致效率有所不同”[5]。

（二）代数问题解决领域的研究

D.Hinsle 通过实验对文字应用题的求解过程中对问题类型的识别进行了研究，得到“学生头脑中确实有若干问题的标准模式；并且这些模式在对一个没有见过的问题的表征过程中起着重要的作用；注意是影响模式识别成功的重要因素，能把握住题目中的关键条件，去除无关条件，起着重要的作用”[14]。

施铁如探索了初中生解代数应用题中识别问题类型的作用和特点，并指出“识别问题类型在解代数应用题过程中起重要作用；在识别过程中抓主要情境是起决定作用的因素；应通过变式训练增强学生模式识别的能力”[6]。

（三）数学建模解决领域的研究

李明振对数学建模领域模式识别的影响因素进行了探索，指出“问题情境与已有的知识经验对模式识别起着重要作用，分别体现在：所给题目中的问题情境与头脑中已有的问

题情境相同时，问题情境对模式识别起促进作用，而当所给题目中的问题情境与头脑中储存的问题情境存在不同时，问题情境对模式识别有干扰作用”[15]；“个体已具备的知识经验对模式识别分别起催化、补充、期待作用”[15]。此外，他还指出，非认知因素也是影响模式识别的因素。

九、对基于问题解决过程中模式识别的教学研究的综述

针对模式识别在数学问题解决过程中的重要作用，许多学者将其与数学学科进行结合，探索了在某一个数学分支上的模式识别，逐渐将眼光放在如何能帮助学生在数学问题解决过程中更好地完成模式识别，并提出了与之相关的一系列教学策略与建议。

刘坤，李建华认为“数学问题解决的教学就是对模式进行建构、分析、应用、评价的过程，并且提出模式建构教学中应遵循的几项原则：模式的建构必须以问题为基础；学生的主体作用与主动性是模式的建构的重要因素；模式的建构需要不断进行猜想，并不断进行证明验证；模式的建构需营造有利于学生参与的环境”[16]。

王怀学通过一种数学模型的解决探索模式的建立与突破。他将模式教学的过程分为以下几个过程：“模型体验，条件定模，解法立模，模式巩固，模式识别，定势破解”[9]；并对该过程做了一下两点的反思：“一学生问题解决能力提升缓慢与教师教学中对于学生主体体验的缺失，并总结了出现该情况的几点原因，学生的基础知识与基本技能的扎实度不够，没能给学生成功解题储备好必要的知识；缺少主动的反思与总结，没能及时对所做过的题目进行归类整理，没有形成良好的模式；缺少主体体验，印象不够深刻，在应用时所形成的关联度不够；教师忽视了对学生主动学习的关注”[9]。“二是高效课堂应注重模式识别的两面性，即我们要强调应用模式识别，同时也要注重突破固有的模式，寻求更优更好的解题方法或程序”[9]。

俞昕指出模式识别的作用在于利用其指导学生进行问题归类，具体体现在“特别注意帮助学生掌握和储存问题模式，显然从知识存储的角度看，与单纯的‘量的积累’相比，我们更应该学会通过问题的归类去对有关的知识和经验进行整理和贮存；与单纯的模式识别相比，在教学中我们应当更重视对问题中数量关系的分析，从而帮助学生较好地实现形式化的过程；应用模式识别指导问题归类并不等同于识记问题中的关键词”[17]。

和燕从高等数学的角度探讨了模式建构与模式识别在高等数学问题解决过程中的重要性，强调重视培养学生模式建构与识别能力。

林中虎、余建国、邹黎华强调模式识别作为解题策略应受到足够的重视。

林中虎指出影响模式识别的因素主要有四个方面：“与已有定理、定义、法则等发生

联系；与已知公式的结构特征产生链接；与已有经验中的有关知识、方法相互类比；应用题的题目信息与常见的数学模型发生转译”[19]。并提出模式识别的教学建议：“模式识别是个体积极主动的过程，因此要引导学生朝着预定目标进行；提供给学生的认知材料最好是学生熟悉的知识，并要鼓励学生深入挖掘题目中的隐含条件；通过变式训练巩固学生的模式识别”[19]。

余建国提出在不等式教学中模式识别的教学过程：“建立模式，直接应用；巩固模式，变式训练；识别模式，指引方向；辨别模式，理解本质”[23]。此外，就模式识别教学策略的应用提出一下的教学建议：“为学生建立‘基本不等式的应用’的‘问题空间’；合理地运用模式识别策略，为学生提供创造性思维的机会；注重元认知知识对培养模式识别能力的指导意义，形成更高层次模式”[23]。

邹黎华强调化归的作用，认为模式识别的重要环节是进行化归，并通过展示一组关于不等式的高考题的求解过程对模式识别进行了探讨。特别强调了“模式识别在高考复习中的作用”[21]，指出“模式识别在求解高考题中具体体现以下几点：化归为课本已解决过的问题；化归为往届高考题；模式识别的层次：直接用、转化用、分解组合用；模式识别解高考题的有效性：有的试题直接取自教材、有的试题是课本概念、例题、习题的改编、有的试题是教材中的几个题目、几种方法的串联、并联、综合与开拓、少量难题也是按考试说明精神设计的”[21]。

郭其俊“从三个方面阐明向量问题解决中的模式识别问题，即着眼于概念，识别演绎模式；着眼于坐标，识别变换模式；着眼于结构，识别归结模式”[24]。

王秀娟运用实例说明了“概率学科教学中的模式识别与算法问题”[22]。

于文华通过对问题解决过程中模式识别影响因素的研究与反思，并以抽屉原理的教学为例，给出了“基于模式识别的教学设计：首先，模式导入，主要提出了以下几个方面：创设情境，引入模式，重点指出了从历史的角度引入模式，给出模式的一般形式；其次，对模式条件与结论关系的探讨，从诱发自我解释学习的角度深入讨论如何激发学生的自我解释水平：具体样例的体现，展示问题解答，鼓励学生自主学习，并要求学生尝试对每一步进行具体解释，促使学生基本自我解释能力的养成；提出具体问题，组织学生合作、讨论与交流，借助诱发解释学习，“旨在让学生体会把握抽屉原理模式的条件与结论间的关系”[4]，“激发学生进一步的诱发解释学习，促进学生对模式的深化与拓展；最后，通过应用问题，促进学生对模式条件与结论关系的升华”[4]。对以上的教学实践给出了反思，提出了“‘数学问题解决中的模式识别’教学实践路径”[4]：“首先，教师具备的关于‘数学

问题解决中的模式识别’的知识是一种缄默知识，主要具有个体性、实践性、内隐性、情境性四种特性”[4]。并解释“个体性是指教师对于‘数学问题解决中的模式识别’的理解是属于个体本身的，具有自身的特殊性；实践性是指关于‘数学问题解决中的模式识别’是一种应用于实践，服务于实践的知识；内隐性是指它很难用准确的数学语言加以描述，并很难以规则的形式传递给学生；情境性是指其与环境是息息相关的”[4]。其次，指出“‘数学问题解决中的模式识别’是教学实践的必然选择，并且教师应对自己的教学时间进行不断的总结与反思，主要从以下几个方面实现：首先，加强反思性实践与理论的融合，以理论指导实践，并用实践完善理论；其次，自我监控与调节，即加强教师对自我教学的反思；第三建立教师学习共同体，通过教师间的合作与交流，加强对教学实践的反思”[4]。

十、问题解决过程中的模式识别研究现状的评述

从以上现有文献来看，目前关于问题解决过程中模式识别的研究有很多，总结起来主要涉及模式识别的概念、模式识别的分类、模式识别的影响因素、模式识别的认知过程、模式识别与其他因素的关系、基于模式识别的教学研究六个方面。

通过对以上几个方面的综述可以看出，问题解决过程中的模式识别的研究主要集中在将模式识别作为一种解题策略在问题解决过程中起重要作用，即模式识别的教学研究，而对于模式识别达到怎样的水平、其认知过程以及影响因素的研究目前仍比较少。且对于数学中某些分支领域模式识别是否有自己独特的特点、过程仍缺乏论证。因此，关于数学问题解决过程中的模式识别还有待进一步研究，并且更多要注重实证研究，因为空有理论，没有强大的实践做后盾，只是纸上谈兵。因此，今后关于模式识别的研究应注重模式识别的现有水平、影响因素、特点和认知过程等几个方面，同时，还要注意模式识别与具体学科的结合，使教育理论能更好地支持、指导教育教学实践。

第二章　数列模式识别相关理论分析

第一节　数列模式识别理论分析

一、数列模式识别概念界定

本研究主要探索高中生在数列学习过程中进行模式识别的情况，由于各地区的学习进度有所不同，因此这里的高中生限定在已经学习过数列有关知识并且能够运用所学知识的高一到高三的学生；“数列”主要是指人教 A 版高中数学必修 5 的第二章《数列》的内容。

模式识别作为专业术语虽然在教学或学习中不被经常接触到，但是它却普遍存在于数学学习与问题解决过程之中。例如，在看到$x^2+x-2=0$时，可以判断出这是一个二次方程求根问题；再比如在做到某些数学题目时，会觉得非常熟悉，会不由自主地努力回忆以前所学的有关知识……其实这些过程都是对头脑中储存的各种模式进行识别的过程。

结合已有研究对模式识别的界定，以及本文要研究的问题，笔者参考了于文华对于数列问题解决过程中模式识别的定义，给出“高中生数列模式识别”的概念，即高中生在数列学习过程中对诸如概念、公式、定理、方法等数学模式进行识别，并与头脑中已有经验进行最佳匹配的过程。它是在思维与认知过程的交互过程中完成的。例如，当看到按照$1,2,2^2,2^3\cdots\cdots$的规律排列的一列数时，自然而然地想到这个题目中涉及的对象是数列；再比如，看到题目中要证明某个数列是等差数列，会自发地在头脑中反应出什么叫做等差数列，它有什么样的特点或性质，可以用哪些方法进行证明，这些现象都说明了在数列学习过程中发生了模式识别。特别地，问题解决是数列学习的重要方面，也是本研究重点关注的一个方面，因此，特别强调数列问题解决过程中的模式识别是指在解决数列问题的过程中，将题目中涉及的诸如概念、公式、定理、求解方法等数学模型与头脑中储存的某些图式在思维与认知层面上进行最佳匹配的过程。

二、高中生数列模式识别的内涵

（一）高中生数列模式识别中的“模式”

关于数学模式已有不少学者进行了探索，均认可数学是由一系列模式构成的这一观点，而对这里的数学模式的含义不同的学者有不同的观点。笔者认可的是喻平指出的“模

式是“形式化地采用数学语言，概括地或近似地表述某种事物系统的特征或数量关系的一种数学结构”[1]，并进一步解释说，“各种基本概念、理论体系、定理、法则、公式、算法、命题、方法都是数学模式；在问题解决中，具有共同结构或相同解法的一类问题也称为一种模式。”[1]于文华进一步指出，“数学是具有高度抽象性和层次性的科学，相应的数学模式也是具有层次性的数学结构，即可以是一种单一、基本的数学概念或命题、方法等，也有可能是由几种具有内部关联性的数学结构进行复合或叠加所形成的一种复杂的网状结构”[4]。对于这一点笔者是非常认同的。

基于此，笔者将高中生数列模式识别中的模式理解为学生在头脑中存有的有关数列的各种概念、命题、性质、公式、方法、积累的数列问题类型及解法中的一种或具有关联性的几种模式进行复合所形成的数学结构。

（二）数列问题解决过程中的模式识别

对于数学问题解决过程中的模式识别，有的学者将其与化归和转化等同，认为模式识别即是将待解决的数学问题化归为已经解决了的问题，进而采用类似的方法进行问题解决的过程；部分学者认为模式识别是一种在解题过程中广泛应用的解题策略，与转化和化归相互渗透、相互辅助；于文华认为“问题解决过程中的模式识别与化归、转化、归类是有所不同的”[4]，不同之处主要体现在“归类与转化主要强调行为，而模式识别更多体现在个体的思维层面，归类与转化是模式识别的前提条件”[4]。基于此，笔者认为数列问题解决过程中的模式识别是解题过程中思维与认知的交互作用，可以理解为一种解题策略，也可以理解为一种解题思维，具有数学思维的特征。

（三）数列模式的类型

本研究需要以数列知识为依托，故对该部分知识进行简略分析。数列涉及到的知识点主要包含数列的概念、等差等比数列两类特殊数列的概念、数列的通项公式与递推公式、数列的前 n 项和与前 n 项和公式、求解通项公式的一般方法（公式法、观察法、叠乘法、叠加法、构造辅助数列法、利用前 n 项和与通项公式的关系进行求解等）、求解前 n 项和的一般方法（主要有通项分析法、公式法、错位相减法、分组求和法、裂项相消法、倒序相加法等）。

根据喻平等人的观点，一切数学概念、性质、命题、方法、问题类型、解题思路等都可认为是一种模式。故本研究将数列部分涉及的数列模式分为概念、性质与命题、求解方法、解题思路、题目类型五种模式。具体分析如下：

1.数列概念模式

这里所涉及到的概念主要是指数列的概念及特殊的等差数列与等比数列及其基本量的概念。对于数列概念主要有两种表述形式，即用语言描述的数列、等差和等比数列的概念以及用符号语言描述的数列的有关概念，如当学生看到$\{a_n\}$的表达形式后自然而然地识别出这是一个数列的表达方式。同时本研究将数学公式也认为是概念模式的一个部分，即将公式认为数学概念的符号表征。

2. 数列性质与命题模式

数列命题与性质涉及的内容主要集中在等差等比数列的特殊性质以及数列的单调性方面。若$m,n,p,q \in N^*$，且$m+n=p+q$，则$a_m+a_n=a_p+a_q$；在等比数列中，若$m+n=p+q$，有$a_m a_n=a_p a_q$；在等差数列中S_m,S_{2m-m},S_{3m-2m}成等差数列或或在等比数列中S_m,S_{2m-m},S_{3m-2m}成等比数列；等差中项，等比中项；数列的单调性五个基本性质与命题。

3. 数列方法模式

该处的数学方法主要包括公式法、观察法、叠乘法、叠加法、构造辅助数列法、利用前n项和与通项公式的关系求解通项公式的六种常见方法，和通项分析法、公式法、错位相减法、分组求和法、裂项相消法、倒序相加法等求解前n项和的方法。笔者认为数列部分最主要的内容及考察点是数列通项公式和前n项和的求解方法，因此，对于数列求解方法的研究具有积极意义。

4. 数列解题思路模式

本研究将数列问题的求解思路作为一种模式，这里的解题思路是针对以上几种模式（概念、性质与命题、方法等模式）思考的先后顺序，笔者认为每个学生在分析问题的过程中由于个人知识掌握程度和思维水平的不同，会形成具有个人特色的思路模式。

5.数列题目类型模式

于文华在论文中将问题类型划分为同型问题、变式问题、叉联问题三种类型，并详细探讨了模式识别的过程中题目类型的影响机制。本文在借鉴其结论的基础上，结合问题考查知识点的侧重点不同，将题目类型分为数列基本量的考查、性质的运用、证明问题、求解公式问题、数列知识的综合考察、数列与其他知识的交错考查。

（四）数列模式识别的类型

根据上述分析，数列模式识别是指高中生在数列学习过程中对诸如概念、公式、定理、方法等数学模式进行识别，并与头脑中已有经验进行最佳匹配的过程。基于此现将模式识别分为以下几类：

1. 数列概念的模式识别

这里所涉及到的概念主要是上述提到的数列的概念及特殊的等差数列与等比数列的基本概念，以及数列的符号表达。在解题过程中我们首先要弄清题目涉及到哪种数列的求解，即完成对对象的识别；此外，还有诸如公比、公差、前 n 项和、通项公式、递推公式等模式的识别也要借助于概念弄清题目中涉及到的概念。成功完成对概念的识别是进行成功模式识别乃至完成问题解决的第一步。

2. 数列命题与性质模式识别

命题与性质是数列问题解决的重要工具，同时也是必备知识，应用恰当的性质与命题能够帮助学生更好地解题，或者寻找更加简捷的解题思路与过程。同时对性质与命题的掌握又往往是学生比较薄弱的环节，也往往是制约成功模式识别的关键因素。因此在问题解决过程中实现对命题与性质的识别将会对数列模式识别乃至数列问题解决产生重要影响。

3. 数列方法模式识别

选取适合的求解方法对于解题是最重要的环节，找到合适的求解方法是实现问题解决的关键因素。这里的方法主要涉及两个方面：一是求解数列通项的一般方法，二是求解数列前 n 项和的一般方法。由于该部分涉及到的方法比较琐碎，数量较多，因此是否能形成数列方法模式的结构体系，并在该体系中完成对知识点的提取，也是制约着成功模式识别与问题解决的关键因素。

4.数列解题思路模式识别

解题思路可谓是解题的第一道门锁，思路打开了，后面的解题过程就会相对顺畅。在高中生的数学学习中，经常出现这样的情形，当遇到解决不了的问题时，问其问题所在时，学生往往会回答因为没有思路。可见对解题思路的提取对于数学解题很重要的作用。笔者认为学生的解题思路是在长期的学习过程中形成的固有模式，学生在解题的过程中根据对题目的分析、挖掘、探索内部联系，引起学生头脑中对相似的问题的回忆，从而采取与之相同或相近的方法，并进行尝试，以达到问题解决的目的。

5. 数列题目类型模式识别

数列作为高中数学中重要的内容，在实际的学习中会遇到各种各样的题目类型，而针对每种问题类型会衍生出多种变式，这是在数列解题中比较麻烦的地方。学生在实际的训练中，需要将问题类型进行归类，而针对每一类问题有自己的解题方法。在问题解决过程中，通过判断题目特点，找出它属于哪一类，从而找出相应的解题办法或从中寻找思路，即是完成对数列题目类型的模式识别。

第二节　数列模式识别的影响因素

根据现有的研究，涉及到的影响数列模式识别的因素主要有以下几个方面：

自我监控能力，主要是指个体在解决问题的过程中，对自己准备的知识、方法、及求解过程等进行不断计划、调节、管理、评价、反思的能力。在数列问题解决过程中需要不断计划解题步骤、调整解题思路、整理解题过程、评价解题效果，并对解题结果进行评价与反思，目的在于更好更准确地完成解题过程。可见，自我监控能力对数列问题解决具有积极的意义。模式识别是解题过程中的关键步骤，良好的自我监控能力对于方便、快捷、准确地识别出适合解题所需要的模式具有积极的影响。

数学思维水平主要是指高中生思维的灵活性、敏感性、创造性、批判性、深刻性。思维灵活，能够多方向思考问题，联系各种模式，增加模式识别的广度；敏感性能够更准确、更快地找出相匹配的模式；创造性有利于学生突破常规，识别更优模式；批判性能够实现辩证地发现与采纳模式；深刻性能够更好地发现模式之间的相互关系，利于解题更好地实现。可见，思维水平的高低也是影响模式识别的重要因素。

识别对象主要是指数列中所包含的不同的模式。问卷一调查发现，学生对于不同模式的掌握程度不同，深刻程度不同，这使得学生在实现对不同模式的识别过程中存在差异。掌握程度好、记忆深刻的模式能够在更短时间内、更准确地识别，而掌握程度不深刻、记忆程度不足的模式则需要更长的时间进行识别，有时甚至不能识别。因此，不同的模式会对模式识别产生强有力的影响。

问题类型主要是指基于学生已经接触过的类型，所产生的同型问题、变式问题及有几种模式复合的叉联问题。对于不同的问题类型包含的数学模式是不同的，有些只包含单一的数列模式，有些是数列所涉及到的基本模式的复合，更有些是与其他数学分支的复合，显然，包含的数学模式越多会使得在识别上的难度越大。

于文华在论文中论述了以上四个方面是中学生问题解决模式识别的影响因素，对于高中生这一具有特殊特点的群体，在数列这一特定的数学内容上，是否仍有影响，影响的效果是否能够与所得结论保持一致，这些因素在对不同性别、文理科别不同和不同成绩的学生产生影响时是否存在着差异，是本文研究的主要问题。

第三章 调查设计与数据分析

第一节 调查设计

一、调查目的

通过调查，了解高中生在数列学习中对数列概念、公式、命题与性质、计算方法、题目类型等模式进行识别的现状；探索不同性别、不同成绩的学生在识别不同模式时是否存在差异；探究自我监控、思维品质、问题类型、识别对象对模式识别的影响；探究模式识别的认知过程。

二、调查方法

（一）研究方式

本研究采用问卷调查法与访谈法相结合的方式。通过问卷调查法了解高中生数列模式识别的现状；通过问卷与访谈相结合的方式探究影响数列模式识别的因素；通过访谈法了解高中生数列模式识别的学习和教学中存在的问题，以求为后续理论分析提供依据。

（二）统计工具

本研究运用 Excel 表格统计数据，再运用 SPSS 17.0 对高中生数列模式识别问卷、高中生模式识别影响因素问卷进行相关数据的分析。

三、调查对象

笔者在山东省莱芜市凤城高中进行问卷调查，在高二年级随机抽取了三个班进行问卷调查，包括 2 个理科班和 1 个文科班。高二年级是进行问卷调查的最合适的群体，因为高一年级还没有系统接触数列知识，高三年纪由于复习时间比较紧张，配合调查比较困难，因此均不能作为问卷调查的对象，故笔者将调查对象设定为高二年级的学生。对样本的选取，运用随机抽样的方法，可以保证样本具有较好的代表性。

四、调查材料

（一）调查问卷的设计过程

进行调查时采用的问卷是自编问卷，题型包括单项选择题、多项选择题与排序题。在编制问卷时，由于该方面的研究目前仍比较少，所以笔者借鉴了于文华问题解决过程中模

式识别调查问卷，以及自我监控、思维品质调查问卷，以及访谈提纲，形成了高中生数列模式识别调查问卷，问卷共分为三部分，下面就问卷内容进行说明：

1.第一部分是关于学生在数列学习与问题解决过程中，是否在头脑中存储了许多诸如概念、命题、方法、解题程序等数学模式进行调查，并了解各种模式在学生头脑中记忆的深刻程度是怎样的；

2.第二部分是对高二学生数列模式识别的现状进行调查，将数列模式分为五个维度，分别是数列概念、数列公式、数列命题与性质、数列的求解方法、数列所涉及到的题目类型，探索了在这五个维度以及整体上模式识别的现状，并且针对不同性别学生、文理科的学生以及一般生与学困生在以上几个维度上是否存在显著性差异进行探索，得出相关结论；

3.第三部分是对影响数列模式识别的因素进行探索。就前文预设的四个影响因素自我监控、问题类型、思维品质、识别对象对模式识别的影响进行探索。除了探究四个因素对模式识别的影响水平以外，还对各个因素是否具有内部关联性进行分析。

（二）问卷的结构

问卷共分为三部分。第一部分共 7 个题目，包括对一般程度上了解的数列知识、能准确描述的数列知识、记忆中有关数列的命题、数列中比较常用的求解数列通项公式（含符号表示）与前 n 项和的方法、以前接触过的数列题型六个问题，来了解学生头脑中数列模式储存的现状；并就模式识别时的先后顺序进行调查，探索学生构建的模式空间是怎样的。第二部分，共 22 个题目，调查高二学生数列模式识别现状。第三部分，共 23 个题目，调查影响数列模式识别的主要因素。

五、调查过程

2014 年 11 月上旬编制得到正式问卷，于 2014 年 11 月下旬在莱芜市凤城高中进行测试，具体人数分布情况如表 3-1 所示。随机抽取高二年级理科两个班、文科一个班，由班主任监考测试。在测试过程中学生独立、安静作答，没有偷看、抄袭、窃窃私语现象。

共发放问卷 230 份，剔除无效问卷后，得到有效问卷 216 份，问卷有效率为 93.9％，判定问卷是否有效根据问卷中的必填项（如年级、性别、成绩以及问卷内容）是否全部填写，若有漏填则问卷视为无效。

表 3-1　问卷调查人数分布情况

	男	女	总计
文	24	51	75
理	82	60	142
总计	106	111	217

六、数据处理

本问卷调查完成以后，首先对问卷进行筛选，剔除无效问卷，对保留的有效问卷中的选项进行赋值分析（具体的赋值方法在第二节问卷分析中给出）；将题号与每个被试的得分利用 Excel 表格进行统计，导入 SPSS17.0 软件中，进行进一步的数据分析。

第二节　问卷分析

一、对问卷一的分析

问卷一旨在调查高二学生头脑中各种模式的掌握记忆的牢固程度，故采用频率与频数统计的方法，通过频数分布推测模式的储备情况。

为了保证问卷的合理性及有效性，首先对问卷进行分析。对问卷的分析主要包括问卷的信度、效度和区分度三个方面。问卷一所涉及的题目均为多选题，每个选项赋 1 分，基于这个计分方式，整理出所调查学生在各个题目上的得分，将题号与得分输入 SPSS17.0 进行信度分析，结果显示具有较高的信度。

二、对问卷二与问卷三的分析

（一）问卷二与问卷三的计分方式

高中生数列模式识别情况问卷（以下简称问卷二）、高中生数列模式识别影响因素问卷（以下简称问卷三）均为单项选择题，且每个题目有六个答案，因此两问卷的计分方式均采用 6 点计分法，对选项 A、B、C、D、E、F 分别赋以 6 分、5 分、4 分、3 分、2 分、1 分。

（二）对问卷二的项目分析和因子分析

笔者对问卷二的各个题目依据上述的赋值方法，得到参加问卷调查的每个被试个体的得分，用 Excle 表格进行编号及录入准备工作，并进一步运用 SPSS17.0 进行了项目分析与探索性因素分析，以确保问卷具有可行性。

（1）项目分析

对问卷二进行探索性因素分析之前，笔者首先对问卷进行项目分析。以问卷总得分较高的前27%的被试列为高分组，问卷总得分较低的后27%的被试列为低分组，对两组被试作独立样本的T-Test检验，求出每个题项得分的平均数差异，结果显示：对于F值所对应的Sig值，小于0.05的题目，看“假设方差不相等”一行所对应的Sig值；而对于F值所对应的Sig值大于0.05的题目，看“假设方差相等”一行所对应的Sig值。若这一Sig值大于0.05，则说明差异不显著；若它小于0.05，则说明差异显著。删除没有达到显著性水平的题目。

根据上述原则，通过观察问卷二中预测的 22 道题目所得的t 值发现，第 21题、第22 题，Sig值大于0.05，说明差异不显著，删除；其余20道题目Sig值均小于0.05，说明均达到显著水平，即这 20 项均能鉴别出不同被试的反应程度。因此，在项目分析中将T21、T22 删除，形成了含有20道题目的新问卷，并且问卷中每道题目均达到显著水平，试卷具有良好的鉴别力。

（2）因子分析

在项目分析的基础上，对试卷的20道题目进行探索性因素分析。

首先，笔者对施测的20个题目进行KMO检验、球形Bartlett检验，对因素分析的适用性进行探索，具体结果如表3-2所示。

表3-2 KMO 和 Bartlett 的检验

取样足够度的 Kaiser-Meyer-Olkin 度量。		.878
Bartlett 的球形度检验	近似卡方	1643.153
	df	190
	Sig.	.000

由上表看出，**KMO**的值为0.878，说明可以进行因素分析；**Bartlett**的值为1643.153（自由度为190），结果显著，也说明可以进行因素分析。

其次，运用主成分分析抽取因素法，得出因素的碎石图与整体解释的总方差表（由于表占据空间较大，故只对结果进行阐述）。整体解释的总方差表显示特征值大于1的因子有6个，因素的总贡献率达到了69.792%。此外，由碎石图显示可知，从第6个因素之后坡度明显趋于平缓。

图3-1碎石图

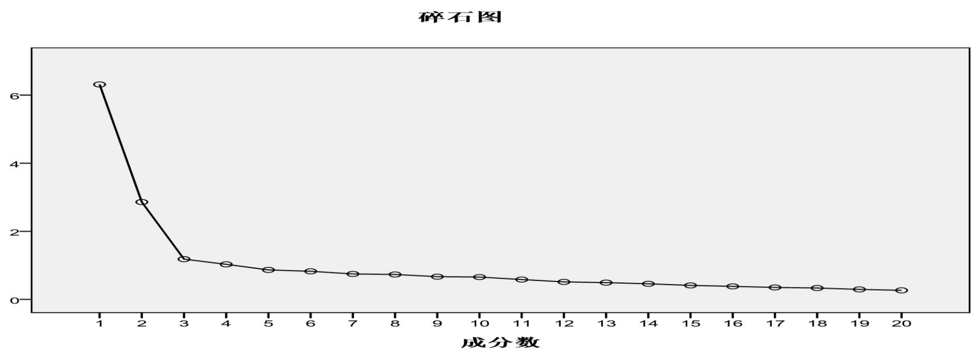

表3-3 成份矩阵[a]

	成份					
	1	2	3	4	5	6
T3	.844	.009	-.003	.045	.305	-.070
T5	.828	.033	.271	.329	.214	.091
T9	.828	-.332	.334	.097	.120	.330
T1	.767	.200	.008	.176	.031	.510
T11	.728	.099	.028	.588	.005	.048
T2	.728	.232	.007	.588	.263	.108
T12	.717	.221	.005	.418	.310	.601
T15	.556	.040	.025	.190	.151	.458
T18	.026	.021	.112	.078	.145	.680
T17	-.280	-.010	.150	.121	.427	.775
T16	.443	.643	.107	.232	.203	.056
T13	.045	.614	.079	.224	.197	-.270
T14	.087	.601	.055	.152	.069	.073
T19	.099	.584	.022	.132	.457	.573
T20	-.009	.003	.915	.003	.072	.333
T8	.343	.372	.911	.340	.035	.120
T7	.445	.075	.471	.464	.756	.137
T6	.075	.163	.554	.141	.733	-.339
T4	.331	.219	.090	.046	.077	.572
T10	.020	-.076	-.089	.454	.156	.428

提取方法 :主成分分析法.

a.已提取了 6 个成份.

根据六因素的成分矩阵表（将低于 0.4 的设为不显示）显示，成分一分配的题目要明显多于其他成分，显然，题目配比上存在明显的不合理。因此，结合碎石图，依次将主成分提取因子数设为 2、3、4、5，再次对其进行因子分析，观察所得到的成分矩阵。根据四次得到的成分矩阵结果显示，可知，当因子成分为 5 时，题目分布是最合理的，故设定因子数为 5。

最后、对剩下的 20 个题目再次进行因素分析，得到了旋转成分矩阵。

表 3-4 旋转成份矩阵 a

	成份				
	1	2	3	4	5
T3	.835	.024	.070	.045	.100
T11	.796	.090	-.039	-.026	.047
T1	.696	-.054	.000	.126	.013
T12	.520	.042	-.055	.026	-.104
T6	.401	.753	.156	-.280	-.031
T19	.085	.697	.171	.305	-.103
T18	-.009	.597	.024	.214	.120
T7	.031	.502	.073	.334	.330
T9	-.061	.219	.782	.120	-.098
T17	-.127	.337	.708	-.133	.157
T8	-.009	.102	.566	.045	.375
T5	-.086	.075	.452	.038	.003
T4	.088	.163	.240	.638	.372
T10	.104	.210	.263	.674	.243
T16	.045	.131	.102	.646	.079
T20	.087	.145	-.003	.590	.187
T2	.099	.362	.271	.141	.733
T13	-.009	.323	.333	.104	.635
T14	-.067	.184	.120	.057	.504
T15	.020	.229	.137	.111	.487

提取方法 :主成分分析法。

a..旋转在 9 次迭代后收敛。

根据 Kavsek，Seiffge-Krenke 法则，因素负荷值需在 0.4 以上，主因子 1， 包含 T1、T3、T11、T12，共计 4 道题目，将其命名为“数列概念模式识别”；对于主因子 2，包含 T6、T7、T18、T19，共计 4 道题目，将其命名为“数列公式模式识别”；主因子 3，包含 T5、T8、T9、T17，共计 4 道题目，将其命名为“数列命题与性质模式识别”；主因子 4，包含 T4、T10、T16、T20，共计 4 道题目，将其命名为“数列求解方法模式识别”；主因子 5，包含 T2、T13、T14、T15，共计 4 道题目，将其命名为“数列题目类型模式识别”。 各条目因子的负荷值均达到标准，区分度也较好。

通过对问卷的探索性因素分析，最终形成了包含 5 因子、20 个条目的“高中数列模式识别调查问卷”。

（三）对问卷三的分析

1.项目分析

对问卷三采用与问卷二相同的项目分析，结果预测的 23 道题目中的 T20、T19、T1 中未达到显著，剩余 20 道题目均有较好的区分度，将其进行重新排序编号，形成新的问卷。

对问卷三采用如上的计分方式，得到每位被试的得分，将其录入 SPSS17.0 进行问卷的因子分析。

2.因子分析

首先，笔者对施测的 20 个题目进行 KMO 检验、球形 Bartlett 检验，对因素分析的适用性进行探索，具体结果如表 3-19 所示。

表3-5 KMO 和 Bartlett 的检验

取样足够度的 Kaiser-Meyer-Olkin 度量。		.889
Bartlett 的球形度检验	近似卡方	1637.360
	df	190
	Sig.	.000

由上表看出，**KMO**的值为0.889，说明可以进行因素分析；**Bartlett**的值为1637.360（自由度为190），结果显著，也说明可以进行因素分析。

其次笔者将采用主成分分析抽取因素法对问卷进行初步的分析，并得到了因素碎石图、转轴前整体解释总方差。特征值大于 1 的因素有 5 个，可解释项目总变异的 63.27%，水平较好。观察碎石图后发现，从第 6 个因素之后坡度渐缓，每个因素对项目总变异的贡献率很少，并对抽取 3、4、5、6 因子数的结果进行研究后发现，4 因子的量表结构比较合理，故决定抽取 4 因子.

最后，运用主成分正交旋转法，观察各题目在 4 个主成分上因子负荷的分布，得到如下旋转成分矩阵。

表3-6 旋转成份矩阵[a]

	成份			
	1	2	3	4
T10	.600	.024	.324	.135
T2	.599	.272	.160	-.067
T20	.597	.399	.189	-.041
T5	.588	.305	.107	-.066
T4	.494	.014	.465	.049
T16	.160	.790	.207	.082
T18	.351	.768	.219	-.085
T14	.280	.656	.122	.067
T15	.343	.532	.172	.057
T13	.216	.410	.135	-.076
T12	.301	.390	.697	.038
T6	.094	.302	.693	-.073
T17	.270	.280	.670	.127
T8	.310	-.016	.642	-.073
T19	-.044	.270	.407	-.181
T9	-.115	.267	.355	.794
T7	.167	.282	.097	.787
T1	-.014	.048	.124	.706
T3	-.003	.108	.019	.609
T11	.056	-.133	-.236	.590

提取方法 :主成分分析法.

旋转法 :具有 Kaiser 标准化的正交旋转法.

a. 旋转在 7 次迭代后收敛.

由旋转矩阵可得对主成分 1，主要包含 T2、T4、T5、T10、T20 五道题目，将其命名为自我监控；主成分 2，主要包含他 T13、T14、T15、T16、T18 五道题目，将其命名为数学思维品质；主成分 3，主要包含 T6、T8、T12、T17、T19 五道题目，将其命名为识别对象；主成分 4，主要包含 T1、T3、T7、T9、T11 五道题目，将其命名为问题类型。各条目因子的负荷值均达到标准，区分度也较好。

通过对问卷的探索性因素分析，最终形成了包含 4 因子、20 个条目的“高中数列模式识别调查问卷”。

（三）信度分析

问卷的信度是考查问卷有效性的重要指标，因此需要对问卷二与问卷三进行信度分析。本研究主要运用 SPSS17.0 进行了信度分析。

对问卷二保留的 20 个条目进行信度检验，结果如表 3-7 显示，问卷的总信度系数为 0.859，且删除各条目均不会造成问卷总体信度系数的增加。因此，问卷各题目具备较好的内部一致性，即问卷的总体信度较好。

表3-7 可靠性统计量

Cronbach's Alpha	项数
.859	20

同样，对问卷三保留的 20 个条目进行信度检验，结果如表3-8显示，问卷的总信度系数为0.877，且删除各条目均不会造成问卷总体信度系数的增加，因此，问卷各题目具备较好的内部一致性，即问卷的总体信度较好。

表3-8 可靠性统计量

Cronbach's Alpha	项数
.877	20

(四)效度分析

问卷二主要在因素分析的过程中考察了问卷的结构效度，通过分析得出高中生数列模式主要有概念、公式、性质与命题、方法、题目类型，因此相对应的模式识别主要包括数列概念模式识别、数列公式模式识别、数列性质与命题模式识别、数列方法模式识别、以及数列题目类型模式识别，这与上述第二章对数列模式及模式识别的分类是相一致的，也就是说具有较好的结构效度。

在对问卷三进行因素分析的过程中，抽取出了较为稳定的学生自我监控能力、数学思维品质、识别对象、问题类型四个维度，即认为学生自我监控能力、数学思维品质、识别对象、问题类型是影响高中生数列模式识别的四个因素。总体来看，经因子分析后提取的四个因素与理论假设中的各维度基本保持一致。

第三节 问卷一的调查结果与分析

问卷一的目的在于通过调查了解学生头脑中的数学模式储存情况，即学生是否具备进行模式识别的知识前提。根据第二章对数列模式的分类，具体设置了数列概念识别、数列命题及其关系识别、方法识别(分为求数列通项公式的方法与求前 n 项和的方法)和问题类型识别四大类、五小类。

不同的学生模式的储备情况是不同的，不同之处体现在两方面:一是对不同的模式学生掌握的牢固程度是不同的；二是学生掌握模式的数量是不同的。这两方面的不同体现了学生在模式记忆的深刻度和广度上的不同。因此在数据统计方面需要统计两方面的数据，一是掌握同一模式学生人数的频率分布，二是每个学生掌握模式个数的频率分布。基于此项分析，下列各类模式的数据分以上两个方面进行统计。现对统计结果进行分析与说明。

一、概念模式频率分布

表 3-9 数列基本概念频率分布表

	频率	百分比	有效百分比
数列概念	147	58.1	58.1
等差的概念与基本量	160	63.2	63.2
等比的概念与基本量	145	57.3	57.3
等差与等比通项公式前 n 项和公式	99	39.1	39.1
数列的通项公式与递推公式	71	28.1	28.1
数列的前 n 项和	72	28.5	28.5

表 3-10 概念掌握个数频率分布表

			频率	百分比	有效百分比
有效	有效	0	10	4.6	4.6
		1	19	8.8	8.8
		2	45	20.8	20.8
		3	56	25.9	25.9
		4	41	19.0	19.0
		5	18	8.3	8.3
		6	27	12.5	12.5
		合计	216	100.0	100.0

通过上表可以看出，学生在掌握数列知识点方面，在总体中掌握比例超过 50%的模式有数列概念、等差的概念与基本量、等比的概念与基本量三项，因此，推测在高中生数列学习中，对于基本量的掌握是比较牢固的，等差与等比通项公式前 n 项和公式是相对较好的，而数列的通项公式与递推公式与数列的前 n 项和的掌握是相对薄弱的。

对于以上所列出的六项关于数列的基本的概念，学生掌握的比较零散，其中全部掌握这六项基本概念的人数只有 27 人，仅占 12.5%左右，而能够掌握 3、4、5 个的分别占有 25.9%、19.0%、8.3%，仍有 34.2%的同学掌握不足三个。

表 3-11 记忆深刻概念频率分布表

	频率	百分比	有效百分比
数列概念	147	58.1	58.1
等差的基本量	160	63.2	63.2
等比的基本量	145	57.3	57.3
等差与等比通项公式前 n 项和公式	99	39.1	39.1
数列的通项公式与递推公式	71	28.1	28.1
数列的前 n 项和	72	28.5	28.5

表 3-12 记忆深刻概念个数分布表

		频率	百分比	有效百分比	累积百分比
有效	0	30	13.9	13.9	13.9
	1	44	20.4	20.4	34.3
	2	58	26.9	26.9	61.1
	3	56	25.9	25.9	87.0
	4	15	6.9	6.9	94.0
	5	8	3.7	3.7	97.7
	6	5	2.3	2.3	100.0
	合计	216	100.0	100.0	

通过上表可以看出，学生在深刻记忆数列知识点方面，在 216 个人中比例超过 50%的模式有数列概念、等差的概念与基本量、等比的概念与基本量三项，因此，推测在高中生数列学习中，对于基本量的掌握是比较深刻的，等差与等比通项公式前 n 项和公式是相对较好的，而数列的通项公式与递推公式与数列的前 n 项和的掌握是相对薄弱的。

对于以上所列出的六项关于数列的基本概念，学生掌握的比较零散，其中全部掌握这六项基本概念的人数只有 5 人，仅占 2.3%左右，而能够掌握 3、4、5 个的分别占有 25.9%、

6.9%、3.7%，仍有 61.2%的同学掌握不足三个。

二、题目类型模式的频率分布

表 3-13 数列的题型分布表

	频率	百分比	有效百分比
等差等比基本量的求解	165	76.4	76.4
等差等比求和	184	85.2	85.2
等差等比性质的应用	170	78.7	78.7
等差等比数列的证明	133	61.6	61.6
数列通项公式的求解	163	75.5	75.5
数列求和	173	80.1	80.1
数列知识的综合考察	75	34.7	34.7
数列与函数、不等式的综合	75	34.7	34.7

表 3-14 数列的题型个数分布表

		频率	百分比	有效百分比	累积百分比
有效	0	11	5.1	5.1	5.1
	1	20	9.3	9.3	14.4
	2	19	8.8	8.8	23.1
	3	17	7.9	7.9	31.0
	4	22	10.2	10.2	41.2
	5	39	18.1	18.1	59.3
	6	36	16.7	16.7	75.9
	7	29	13.4	13.4	89.4
	8	23	10.6	10.6	100.0
	合计	216	100.0	100.0	

对于数列方面的题目类型这一模式，由上表可以看出，关于数列基本量、基本性质、基本公式的常见题目类型在学生头脑中记忆比较牢固，在做题过程中较容易引起共鸣。针对知识点的综合考察，以及与函数、不等式等问题进行复合的问题是比较少见的，可能高二学生还处在数列知识学习的基础层面，对于叉联类型问题的了解明显不足。

针对以上所给出的题目类型，学生能够牢固掌握的数量是比较分散的。能够完全回忆起以上八个类型的只有 23 人，仅占全部人数的 10.6%，而能够掌握到一半上的，有 127 人，

也就是说有41.2%的学生掌握不足一半的题型，其中有11人对于这些题型回忆明显有困难。

有以上数据可以看出，学生在问题类型的了解上存在明显不足。高二学生刚开始系统学习数列，对于问题类型的接触还停留在比较简单的层面上，使得学生对于综合性题目不甚了解，这也是可能的。

三、性质、命题模式频率分布

表 3-15 命题与性质模式频率分布表

	频率	百分比	有效百分比
A	148	68.5%	68.5%
B	151	69.9%	69.9%
C	121	56.0%	56.0%
D	146	67.6%	67.6%
E	82	38.0%	38.0%

表 3-16 命题与性质模式频率分布表

		频率	百分比	有效百分比	累积百分比
有效	0	15	6.9	6.9	6.9
	1	25	11.6	11.6	18.5
	2	41	19.0	19.0	37.5
	3	40	18.5	18.5	56.0
	4	54	25.0	25.0	81.0
	5	41	19.0	19.0	100.0
	合计	216	100.0	100.0	

此处命题一共设置了在等差数列中，若 $m,n,p,q\in N^*$，且 $m+n=p+q$，则 $a_m+a_n=a_p+a_q$；在等比数列中，若 $m+n=p+q$，有 $a_ma_n=a_pa_q$；在等差数列中 S_m,S_{2m-m},S_{3m-2m} 成等差数列或在等比数列中 S_m,S_{2m-m},S_{3m-2m} 成等比数列；等差中项，等比中项；数列的单调性五个选项。针对这五个数列常见及常用的性质，对于前四个都有一半以上的同学能够清楚地记忆，对于数列的单调性这一性质，在学习中可能没有特别强调，而在做题的过程中应用到的时候也不太多，造成仅有38.0%的人能够选择。在掌握的数量上，全部有记忆的有41人，仅占19%，掌握一半以上的有135人，约占到一半。

由此可以得出，对于常见的性质，同学的记忆程度还是比较好的，也就是说对于性质

这一模式在同学的头脑中记忆是比较清晰的。

四、方法模式频率分布

（一）求数列通项公式的方法频率分布

表 3-17 求解数列通项公式的方法频率分布表

	频率	百分比	有效百分比
观察法	105	48.5%	48.5%
叠加法	165	76.0%	76.0%
叠乘法	148	68.2%	68.2%
构造辅助数列	127	58.5%	58.5%
$S_n - S_{n-1} = a_n$	167	77.0%	77.0%

表3-18求解数列通项公式的方法个数频率分布表

		频率	百分比	有效百分比	累积百分比
有效	0	1	.5	.5	.5
	1	24	11.1	11.1	11.5
	2	51	23.5	23.5	35.0
	3	36	16.6	16.6	51.6
	4	47	21.7	21.7	73.3
	5	58	26.7	26.7	100.0
	合计	216	100.0	100.0	

通项公式是数列知识的重点，既是学习的重点，也是问题解决的重点，而相对来说，这部分也是学生在数列问题解决中最常遇见的题目类型。通过上表可以看出，对于求解一般数列通项公式经常用到的方法有观察法、叠加法、叠乘法、构造辅助数列、利用 $S_n - S_{n-1} = a_n$，对于通项公式的求解方法，由以上数据统计可以看出，学生头脑中的模式记忆相对来说比较稳固。这种稳固性一方面体现在有大部分同学能够清楚记得以上的几种方法，另一方面体现在记忆方法的数量上，能掌握到一半以上的人数有 141 人，占到了大部分的比例。

由以上数据我们可以推测，求解数列通项公式的方法在学生的整个内部模式系统中相对来说比较稳固，可以为问题解决提供良好的基础。

（二）求数列前 n 项和的方法频率分布

表 3-19 求数列前 n 项和的方法频率分布表

	频率	百分比	有效百分比
通项分析法	83	38.4	38.4
公式法	174	80.6%	80.6%
错位相减法	130	60.2%	60.2%
分组求和法	65	30.1%	30.1%
裂项相消法	93	43.1%	43.1%
倒序相加法	68	31.5%	31.5%

表3-20 求数列前n项和的方法频率分布表

		频率	百分比	有效百分比	累积百分比
有效	0	4	1.9	1.9	1.9
	1	43	19.9	19.9	21.8
	2	54	25.0	25.0	46.8
	3	47	21.8	21.8	68.5
	4	33	15.3	15.3	83.8
	5	21	9.7	9.7	93.5
	6	14	6.5	6.5	100.0
	合计	216	100.0	100.0	

除了以上所提到的求解数列通项公式的方法外，前 n 项和也是这一部分的一个重点内容，与上述通项公式一样，也涉及到求解的方法问题。这里主要找寻了求解前 n 项和的六种方法：通项分析法，等差等比的公式法、错位相减法、分组求和法、裂项相消法、倒序相加法。通过数据可以看出，在这六种方法中，首先，等差、等比数列的公式是大部分同学的选择，有 174 人，占有 80.6%的比例；其次，错位相减法 130 人，60.2%的比例；再次是裂项相消法，有 93 人，占有 43.1%的比例。对于通项分析法、分组求和法、倒序相加法可能没有上述三项常用、常见，以致对于这三种方法的记忆可能略显不足。

在数量上，可以看到能掌握两个、一个和三个的人数略占上风，均能占到 20%的比例，而能够完全掌握这六种求解方法的仅有 14 人，仅占全部人数的 6.5%，次之，能掌握五个的人数仅占全部人数的 9.7%。

由求解方法的两部分数据可以看出，在方法这一模式上，具体的方法记忆深刻程度是比较良好的，而在方法的广度上，即对于这些方法所能掌握到的具体数量上就明显存在不足。

五、模式思考的先后顺序频率分布

解题思路该处也设置为一种模式。在实际解题过程中，对于解决有困难的题目，问及学生原因时，学生往往回答说没有思路，这是一种很普遍的现象。而对于所谓的解题思路的寻找往往是储存在头脑中的问题的解题思路的再现，即搜索保持在头脑中的解题思路，这明显是一种模式识别的过程。因此，针对学生考虑问题的先后顺序，得到了以下频率分布表。

表 3-21 思路频率分布表

	判断题目类型	观察题目特点	准备知识点	寻找数学命题	判断解题方法	制定解题程序
1	18.0	69.6	4.1	5.1	.5	2.8
2	55.8	17.1	11.1	7.8	5.5	2.8
3	9.2	8.3	37.3	24.9	13.8	6.5
4	3.2	4.1	24.4	29.0	28.6	10.6
5	7.8	.5	13.8	13.8	42.4	21.7
6	6.0	.5	9.2	19.4	9.2	55.8

从上表可以看出，不同学生在解题思路方面存在差异。将判断题目的类型放在第一位的有 39 人，占有 18%的比例；放在第二位的有 121 人，占总人数的 55.8%；将其放在第 3，4，5，6 位的分别有 20 人，7 人，17 人，13 人，分别占到了 9.2%，3.2%，7.8%，6%的比例，可见，超过一半的同学在第二步进行题目类型的判断。将观察题目特点放在第一位的有 151 人，占有 69.6%的比例；放在第二位的有 37 人，占总人数的 17.1%；将其放在第 3，4，5，6 位的分别有 18 人，9 人，1 人，1 人，分别占到了 8.3%，4.1%，0.5%，0.5%的比例；可见，在解决数列问题的过程中，绝大多数同学首先进行观察题目的特点。将准备知识点放在第三位的有 81 人，占有 37.3%的比例；放在第四位的有 53 人，占总人数的 24，41%；将其放在第 1，2，5，6 位的分别有 9 人，24 人，30 人，20 人，分别占到了 4.1%，15.2%，13.8%，9.2%的比例；可见，在解决数列问题的过程中，绝大多数同学在第三步思考解决问题所需要的知识点。将思考与题目相关的数学命题放在第三位的有 54 人，占有 24.9%的比例；放在第四位的有 63 人，占总人数的 29%；将其放在第 1，2，5，6 位的分别有 11 人，17 人，30 人，42 人，分别占到了 5.1%，7.8%，%，13.8%，19.4%的比例；可见，在解决数列问题的过程中，绝大多数同学第四步进行考虑数学命题。将判断解题方法放在第四位的有 62 人，占有 28.6%的比例；放在第五位的有 92 人，占总人数的 42.4%；

将其放在第 1，2，3，6 位的分别有 1 人，12 人，30 人，20 人，分别占到了 0.5%，5.5%，13.8%，9.2%的比例；可见，在解决数列问题的过程中，绝大多数同学第五步考虑解决问题的办法。将制定解题程序放在第五位的有 47 人，占有 21.7%的比例；放在第六位的有 121 人，占总人数的 55.8%；将其放在第 1，2，3，4 位的分别有 6 人，6 人，14 人，23 人，分别占到了 2.8%，2.8%，6.5%，10.6%的比例；可见，在解决数列问题的过程中，最后进行的是解题程序的思考。

综上所述，在解决数列问题时，学生的识别模式的先后顺序是首先观察题目的特点，其次判断题目的类型，再次搜索储备的数列的知识点，第四联系已经见过的数学命题，第五思考用什么样的方法进行求解，最后准备解题程序。这体现了学生进行数列模式识别的程序，首先分析题目的条件与已知，进行题目类型的识别；然后储备知识点即进行概念的识别；第三步进行数学性质与命题的识别，并以此为依据，进行方法的探寻；最后选定解题程序进行求解。

六、不同模式深刻程度频率分布

由上述数据可以看出，对于数列的概念、性质、题目类型、求解方法四种模式，学生的头脑中是确实存在的，并且对于各种不同的数学模式，不同学生在记忆上有所不同，即记忆的深刻程度有所不同，针对此现象，下面就四种模式的记忆深刻程度进行了频率分析，如下表：

表 3-22 深刻程度频率分布表

	概念	题目类型	数学命题	解题方法
1	40.7%	31.0%	9.7%	19.0%
2	17.6%	26.9%	37.0%	18.5%
3	19.0%	31.5%	31.5%	18.1%
4	22.7%	10.6%	21.8%	44. 4%

针对上述所列出的数列的概念、题目类型、数学性质、解题方法四种模式，由上表可以看出：记忆最深的有概念和题目类型，分别占到 40.7%和 31.0%的比例；次之的是数学命题，占到 37.0%；第三位的是题目类型和数学性质，均占 31.5%；最后的是解题方法，占 44.4%。

由以上的数据可以得出，高二学生对数列这一部分确实存在着诸如数列的概念、题目类型、数学性质、解题方法四种模式，并且对于种模式的记忆程度是有所不同的，概念是记忆最深刻的模式，题目类型次之，数学性质、解题方法相对较弱。而对于这四种模式里

面的各种小的具体模式，模式的牢固程度也有所不同，由以上数据可以得到结论，常见的、常用的基本模型的牢固程度是较好的，而对于少见的或几种模式的叉联复合稳固程度是相对较薄弱的。

第四节 问卷二、三调查结果与分析

问卷分析后，将保留的20个题目按照顺序进行重新编号，重新整理数据，得到进行分析处理最终的数据，录入软件，继续进行数据的各项处理与分析，推测高中数列模式识别情况。

一、高二学生数列模式识别基本情况研究

（一）高二学生数列模式识别现状

对高二学生数列模式识别以及所包含的数列概念模式识别、数列公式模式识别、数列性质与命题模式识别、数列方法模式识别、以及数列题目类型模式识别进行初步的描述性分析，结果如下表所示。由下表的结果可看出，从均值层面上看，对方法与题目类型的识别要好于对概念、公式、命题与性质的识别；从标准差上看，对概念、公式、方法、题目类型的识别要好于命题与性质。造成这一现象的原因，笔者认为者认为：首先，由于在平时的教学中，数列主要以做题训练为主，忽视了对理论的掌握，其次，数列的题目往往指向性比较明确，通常会出现“数列”“等比数列”“等差数列”等字眼，造成了对概念、性质等的记忆不深刻，第三，这部分涉及到的公式比较零散，造成在采用公式的时候无法正确选取。

表3-23 描述统计量

	N	极小值	极大值	均值	标准差
概念	216	4	24	14.04	3.944
公式	216	8	22	14.84	3.237
命题与性质	216	4	23	14.49	4.074
方法	216	7	22	15.17	3.329
题目类型	216	4	24	15.42	3.911
模式识别	216	35	107	73.96	13.313
有效的 N （列表状态）	216				

（二）各统计量的正态检验

因为以下需对各统计量进行比较分析，因此先对其进行正态检验，运用单样本的非参数检验（K-S法），结果如下表所示

表3-24 单样本 Kolmogorov-Smirnov 检验

		概念	公式	命题与性质	方法	题目类型	模式识别
N		216	216	216	216	216	216
正态参数[a,,b]	均值	14.04	14.84	14.49	15.17	15.42	73.96
	标准差	3.944	3.237	4.074	3.329	3.911	13.313
最极端差别	绝对值	.112	.107	.103	.095	.110	.068
	正	.056	.065	.060	.062	.046	.035
	负	-.112	-.107	-.103	-.095	-.110	-.068
Kolmogorov-Smirnov Z		1.639	1.578	1.517	1.399	1.622	1.005
渐近显著性(双侧)		.009	.014	.020	.040	.010	.265

a. 检验分布为正态分布.

b. 根据数据计算得到.

由表可以看出，各统计量的p值均大于0.01，故可以认为均符合正态分布，均可以运用独立样本的t检验。（注：以下的正态检验按0.01显著性水平检验，差异性、相关性则按0.05水平检验）

（三）高二学生数列模式识别差异性比较

1. 高二学生数列模式识别性别差异性比较

首先，对于不同性别的学生在数列概念模式识别、数列公式模式识别、数列性质与命题模式识别、数列方法模式识别、数列题目类型模式识别以及模式识别总体上的差异，t 检验的结果如下表所示。结果表明，数列公式模式识别、数列方法模式识别，题目类型的 Sig 值均大于 0.05，数列概念模式识别、数列命题与性质的 Sig 值虽小于 0.05，但差别不大。由此可以说明，男女生在数列概念模式识别、数列公式模式识别、数列方法模式识别上不存在显存差异，而在数列命题与性质，题目类型的模式识别上存在差异；在模式识别的总体上存在差异，但差异不显著。存在差异可能是由于不同性别的学生对于问题类型的选择存在差异，也可能是由男女生对于知识的记忆侧重点有所不同造成的。因此，需要在模式识别能力的培养中参考该项差异，为提高学生能力做好准备。

表3-25 独立样本检验

		方差方程的 Levene 检验		均值方程的 t 检验						
									差分的 95% 置信区间	
		F	Sig.	t	df	Sig.(双	均值差	标准误差	下限	上限
概念	假设方差相等	.834	.362	2.222	214	.027	1.172	.528	.132	2.212
	假设方差不相等			2.228	213.602	.027	1.172	.526	.135	2.209
公式	假设方差相等	.127	.722	1.413	214	.159	.621	.440	-.245	1.488
	假设方差不相等			1.411	211.720	.160	.621	.440	-.246	1.489
命题与性质	假设方差相等	.011	.918	2.190	214	.030	1.204	.550	.120	2.287
	假设方差不相等			2.192	213.830	.029	1.204	.549	.121	2.287
方法	假设方差相等	.369	.544	.613	214	.540	.278	.454	-.616	1.173
	假设方差不相等			.612	212.016	.541	.278	.454	-.617	1.174
题目类型	假设方差相等	1.955	.164	-.013	214	.990	-.007	.538	-1.06	1.054
	假设方差不相等			-.013	205.700	.990	-.007	.540	-1.07	1.058
模式识别	假设方差相等	.001	.978	1.813	214	.041	3.269	1.803	-.285	6.822
	假设方差不相等			1.814	213.721	.041	3.269	1.802	-.283	6.820

2. 高二学生数列模式识别文、理科差异性检验

对文、理科的学生在数列概念模式识别、数列公式模式识别、数列性质与命题模式识别、数列方法模式识别、数列题目类型模式识别以及模式识别总体上的差异进行差异性检验，t 检验的结果如下表所示。

在数列概念模式识别、数列公式模式识别、数列性质与命题模式识别、数列方法模式识别、数列题目类型模式识别以及模式识别总体上的差异，根据结果显示，Sig 值均大于 0.05，故文、理科学生的差异均不显著。究其原因，笔者认为可能有两方面：一是因为在

文理分科之前，已经进行了数列的教学与训练，在教学上不存在差异；二是在分科至今，还没有进一步对数列进行强化训练；三是文理科学生本身就不存在差异。具体原因的探索由于所做的调查有限，故无法进行详细剖析，此项研究还有待进一步探索。

表3-26 独立样本检验

		方差方程的 Levene 检验		均值方程的 t 检验						
									差分的 95% 置信	
		F	Sig.	t	df	Sig.(双	均值差	标准误差	下限	上限
概念	假设方差相等	.032	.858	-.32	214	.747	-.183	.567	-1.300	.934
	假设方差不相等			-.31	140.698	.751	-.183	.577	-1.325	.958
公式	假设方差相等	.009	.923	.502	214	.616	.233	.465	-.683	1.150
	假设方差不相等			.506	151.186	.614	.233	.461	-.678	1.145
命题与性	假设方差相等	.082	.774	.808	214	.420	.472	.585	-.680	1.624
	假设方差不相等			.804	146.375	.422	.472	.587	-.688	1.632
方法	假设方差相等	.834	.362	2.22	214	.027	1.172	.528	.132	2.212
	假设方差不相等			2.22	213.602	.027	1.172	.526	.135	2.209
题目类型	假设方差相等	.479	.490	.910	214	.364	.510	.561	-.595	1.616
	假设方差不相等			.886	137.404	.377	.510	.576	-.629	1.650
模式识别	假设方差相等	.286	.594	.655	214	.513	1.252	1.911	-2.515	5.019
	假设方差不相等			.645	141.557	.520	1.252	1.943	-2.588	5.093

3. 高二学生数列模式识别不同成绩学生的差异性比较

对不同成绩学生在数列概念模式识别、数列公式模式识别、数列性质与命题模式识别、数列方法模式识别、数列题目类型模式识别以及模式识别总体上的差异进行多重比较分析，检验的结果如下表所示。从图表中可以看出，在概念方面，学优生、一般生不存在显著差异，而两者与学困生存在显著差异；在公式方面，学优生、一般生与学困生均存在显著差异，学优生与一般生存在差异但不很显著；命题与性质方面，学优生与一般生和学困生存在显著差异，学优生与一般生存在显著性差异；在解题方法上，学优生、一般生与学

困生均存在显著差异，学优生与一般生存在差异；在题目类型上，学优生、一般生与学困生存在显著性差异，就总体水平而言，学优生、一般生与学困生存在显著差异，学优生与一般生也存在一定程度的差异。

表3-27 多重比较

LSD

因变量	(I) 成绩	(J) 成绩	均值差 (I-J)	标准误	显著性	95% 置信区间 下限	95% 置信区间 上限
概念	1	2	.913	.692	.189	-.45	2.28
		3	2.223*	.971	.023	.31	4.14
	2	1	-.913	.692	.189	-2.28	.45
		3	1.310	.821	.112	-.31	2.93
	3	1	-2.223*	.971	.023	-4.14	-.31
		2	-1.310	.821	.112	-2.93	.31
公式	1	2	-1.159*	.580	.047	-2.30	-.02
		3	2.231*	.785	.005	.68	3.78
	2	1	-1.159*	.580	.047	-2.30	-.02
		3	1.947*	.839	.021	.29	3.60
	3	1	-2.231*	.785	.005	-3.78	-.68
		2	1.947*	.839	.021	.29	3.60
命题与性质	1	2	1.672*	.560	.003	.57	2.78
		3	3.262*	.993	.001	1.30	5.22
	2	1	1.672*	.560	.003	.57	2.78
		3	1.947*	.839	.021	.29	3.60
	3	1	-3.262*	.993	.001	-5.22	-1.30
		2	-1.947*	.839	.021	-3.60	-.29
方法	1	2	1.431*	.674	.035	.10	2.76
		3	3.225*	.945	.001	1.36	5.09
	2	1	-1.431*	.674	.035	-2.76	-.10
		3	1.794*	.799	.026	.22	3.37
	3	1	-3.225*	.945	.001	-5.09	-1.36
		2	-1.794*	.799	.026	-3.37	-.22
题目类型	1	2	-1.295	.687	.061	-2.65	.06
		3	2.453*	.813	.003	.85	4.06
	2	1	-1.295	.687	.061	-2.65	.06

		3	-1.159*	.580	.047	-2.30	-.02
	3	1	-2.453*	.813	.003	-4.06	-.85
		2	-1.159*	.580	.047	-2.30	-.02
模式识别	1	2	6.490*	2.265	.005	2.03	10.95
		3	13.395*	3.176	.000	7.13	19.65
	2	1	-6.490*	2.265	.005	-10.95	-2.03
		3	6.905*	2.684	.011	1.61	12.20
	3	1	-13.395*	3.176	.000	-19.65	-7.13
		2	-6.905*	2.684	.011	-12.20	-1.61

*. 均值差的显著性水平为 0.05.

二、高二学生数列模式识别的影响因素研究

（一）高二学生数列模式识别的相关分析研究

为探讨高二学生数列模式识别的影响因素的作用机制，现分析高中生数列模式识别与前面假设的学生自我监控、数学思维品质、识别对象、题目类型四个影响因素之间的相关性,结果如下表所示。根据所得结果可以看出，数列模式识别与学生自我监控、数学思维品质、识别对象、题目类型均显著相关；自我监控、数学思维品质、识别对象、题目类型中任意两个因素均呈显著相关，即学生自我监控、数学思维品质、识别对象、题目类型均是影响模式识别的因素，且四个因素不是完全独立的，而是具有内部关联性的。

表3-28 相关性

		模式识别	自我监控	数学思维品质	识别对象	题目类型
模式识别	Pearson 相关性	1	.785**	.867**	.833**	.836**
	显著性（双侧）		.000	.000	.000	.000
	N	216	216	216	216	216
自我监控	Pearson 相关性	.785**	1	.632**	.674**	.563**
	显著性（双侧）	.000		.000	.000	.000
	N	216	216	216	216	216
数学思维品质	Pearson 相关性	.867**	.632**	1	.742**	.604**
	显著性（双侧）	.000	.000		.000	.000
	N	216	216	216	216	216
识别对象	Pearson 相关性	.833**	.674**	.742**	1	.554**

	显著性（双侧）	.000	.000	.000		.000
	N	216	216	216	216	216
题目类型	Pearson 相关性	.836**	.563**	.604**	.554**	1
	显著性（双侧）	.000	.000	.000	.000	
	N	216	216	216	216	216

**. 在 .01 水平（双侧）上显著相关.

（二）高二学生数列模式识别影响因素影响效果研究

1．高二学生数列模式识别影响因素影响效果研究

由以上分析可知，高中生数列模式识别情况与学生自我监控、数学思维品质、识别对象、题目类型四个因素均显著相关。在该结论的基础上，想要进一步分析、探讨四个因素影响数列模式识别的效果，得出哪个是更为关键的因素，即探究学生自我监控能力、数学思维品质、识别对象、题目类型在影响数列模式识别方面是否存在显著差异。首先利用逐步多元回归分析进行研究，得到如下结果：

表3-29 模型汇总[e]

模型	R	R 方	调整 R 方	标准 估计的误差
1	.867[a]	.752	.751	6.643
2	.952[b]	.906	.905	4.104
3	.975[c]	.950	.949	3.008
4	.984[d]	.967	.967	2.423

a．预测变量：(常量)， 数学思维品质.

b．预测变量：(常量)， 数学思维品质， 题目类型.

c．预测变量：(常量)， 数学思维品质， 题目类型， 识别对象.

d．预测变量：(常量)， 数学思维品质， 题目类型， 识别对象， 自我监控.

e．因变量：模式识别.

从表3-29中看出，模型4的测定系数R方为0.967，即自变量可以解释因变量的96.7%的变异。进而，对方程的有效性进行检验。在回归方程的有效性检验表（见表3-30）中可以看出，p=0.000<0.001，可以认为，回归方程非常显著，具有较好的说服力。

表3-30 Anova[e]

模型		平方和	df	均方	F	Sig.
1	回归	28659.718	1	28659.718	649.364	.000[a]
	残差	9444.907	214	44.135		
	总计	38104.625	215			
2	回归	34516.533	2	17258.266	1024.503	.000[b]
	残差	3588.092	213	16.846		
	总计	38104.625	215			
3	回归	36186.254	3	12062.085	1332.986	.000[c]
	残差	1918.371	212	9.049		
	总计	38104.625	215			
4	回归	36865.516	4	9216.379	1569.399	.000[d]
	残差	1239.109	211	5.873		
	总计	38104.625	215			

a. 预测变量：(常量)， 数学思维品质.

b. 预测变量：(常量)， 数学思维品质， 题目类型.

c. 预测变量：(常量)， 数学思维品质， 题目类型， 识别对象.

d. 预测变量：(常量)， 数学思维品质， 题目类型， 识别对象， 自我监控.

e. 因变量：模式识别.

在表3-31中回归系数的显著性检验中，p=0.000<0.001，可以认为，自变量对因变量的影响显著。

表3-31 系数[a]

模型		非标准化系数		标准系数	t	Sig。	共线性统计量	
		B	标准 误差	试用版			容差	VIF
4	(常量)	4.498	1.085		4.146	.000		
	数学思维品质	.922	.057	.327	16.315	.000	.383	2.611
	题目类型	1.376	.057	.397	24.226	.000	.575	1.738
	识别对象	.681	.057	.240	11.872	.000	.376	2.661
	自我监控	.826	.077	.193	10.755	.000	.478	2.093

a. 因变量：模式识别

2.高二学生数列模式识别影响因素的性别、文理科以及不同成绩学生差异性分析

表3-32 独立样本检验

		方差方程的 Levene 检验		均值方程的 t 检验						
									差分的 95% 置信区间	
		F	Sig.	t	df	Sig.(双侧)	均值差值	标准误差值	下限	上限
自我监控	假设方差相等	.331	.566	3.714	212	.000	1.537	.414	.721	2.353
	假设方差不相等			3.706	207.696	.000	1.537	.415	.720	2.355
数学思维品质	假设方差相等	.002	.968	2.193	212	.029	1.407	.642	.142	2.672
	假设方差不相等			2.193	211.653	.029	1.407	.642	.142	2.672
识别对象	假设方差相等	.083	.774	3.699	212	.000	2.319	.627	1.083	3.555
	假设方差不相等			3.703	211.915	.000	2.319	.626	1.085	3.554
题目类型	假设方差相等	.479	.490	.910	214	.364	.510	.561	-.59	1.616
	假设方差不相等			.886	137.40	.377	.510	.576	-.62	1.650

由上表可以看出，对于自我监控、数学思维品质、识别对象三个因素，Sig值均小于0.05，说明男女生均差异显著，而在题目类型上Sig值大于0.05，男女生不存在显著差异。

表3-33 独立样本检验

		方差方程的 Levene 检验		均值方程的 t 检验						
									差分的 95% 置信区间	
		F	Sig.	t	df	Sig.(双侧)	均值差值	标准误差值	下限	上限
自我监控	假设方差相等	.001	.978	1.813	214	.071	3.269	1.803	-.285	6.822
	假设方差不相等			1.814	213.721	.071	3.269	1.802	-.283	6.820

数学思维品质	假设方差相等	.834	.362	2.222	214	.027	1.172	.528	.132	2.212
	假设方差不相等			2.228	213.602	.027	1.172	.526	.135	2.209
识别对象	假设方差相等	.012	.912	.373	212	.710	.255	.684	-1.094	1.603
	假设方差不相等			.372	142.136	.710	.255	.685	-1.100	1.610
题目类型	假设方差相等	.086	.769	.193	212	.847	.107	.554	-.986	1.200
	假设方差不相等			.191	139.834	.849	.107	.559	-.998	1.211

由上表可以看出，对于自我监控、数学思维品质两个因素，Sig值均小于0.05，说明文理差异显著，而在识别对象和题目类型上Sig值大于0.05，说明文理科学生不存在显著差异。

表3-34 多重比较

LSD

因变量	(I) 成绩	(J) 成绩	均值差 (I-J)	标准误	显著性	95% 置信区间 下限	95% 置信区间 上限
自我监控	1	2	3.143*	.431	.000	2.29	3.99
		3	6.986*	.598	.000	5.81	8.17
	2	1	-3.143*	.431	.000	-3.99	-2.29
		3	3.844*	.503	.000	2.85	4.84
	3	1	-6.986*	.598	.000	-8.17	-5.81
		2	-3.844*	.503	.000	-4.84	-2.85
数学思维品质	1	2	3.270*	.766	.000	1.76	4.78
		3	6.881*	1.063	.000	4.79	8.98
	2	1	-3.270*	.766	.000	-4.78	-1.76
		3	3.611*	.894	.000	1.85	5.37
	3	1	-6.881*	1.063	.000	-8.98	-4.79
		2	-3.611*	.894	.000	-5.37	-1.85
识别对象	1	2	3.963*	.729	.000	2.53	5.40
		3	8.132*	1.012	.000	6.14	10.13

	2	1	-3.963*	.729	.000	-5.40	-2.53
		3	4.168*	.851	.000	2.49	5.85
	3	1	-8.132*	1.012	.000	-10.13	-6.14
		2	-4.168*	.851	.000	-5.85	-2.49
题目类型	1	2	4.256*	.526	.000	3.22	5.29
		3	8.659*	.731	.000	7.22	10.10
	2	1	-4.256*	.526	.000	-5.29	-3.22
		3	4.403*	.615	.000	3.19	5.61
	3	1	-8.659*	.731	.000	-10.10	-7.22
		2	-4.403*	.615	.000	-5.61	-3.19

*.均值差的显著性水平为 0.05。

由上表可以看出，对于以上四个因素，不同成绩的学生均存在显著性差异。

最后总结分析结果得出，男女生在自我监控、数学思维、识别对象、题目类型上存在显著性差异，文理科学生在自我监控、数学思维水平存在显著差异，在识别对象和题目类型上不存在显著差异；不同成绩的学生在自我监控、数学思维、识别对象、题目类型上均存在显著差异。

这一结果反映了学生在数列模式识别中的些许差异：在实际的教学中，女生更能对自己的思维过程做到时时监控；男女生在思维的灵活性与创造性等品质的不同，以及对数学模式的掌握牢固程度不同，造成了男女生在模式识别中的程度有所不同；文理科学生在自我监控和数学思维方面的不同，造成了模式识别程度的不同，这说明在分科学习了一段时间后，文理科学生的模式识别出现了差异；不同成绩的学生在四个方面均有差异。这些都是造成学生在模式识别上不同的原因。

三、基本结论

本文在借鉴前人研究的基础上，通过分析高中数列知识的内容及其分类，并结合当前高中生数列学习的水平及特点，自主编制了高中生数列模式识别调查问卷，对问卷进行了较全面地分析，在保证问卷具有较好的区分度及使用价值的基础上，随机抽取样本进行问卷调查，在调查过程中严格控制问卷调查的条件，确保数据的真实性。以所得数据为基础，得出高中生数列模式识别的基本情况，即结论（一）。

（一）高中生数列模式识别的情况

1.从高中生数列模式识别情况来看，男女生不存在显著差异；文、理科学生没有显著差异；不同成绩的学生存在显著差异。

2.从概念、公式、命题与性质、方法、问题类型五个维度来看，男女生在概念、命题与性质理论性的模式方面存在显著差异；文理科学生不存在显著差异；不同成绩的学生之间，在各个维度均有不同程度的差异。

本文结合于文华的研究，设定了四个影响高中生数列模式识别的因素，对每个题目分别设置相应的题目，编制高中生数列模式识别影响因素调查问卷，并进行调查分析。根据调查结果，探索了四个因素对高中生数列模式识别的影响，以及各个因素之间的相关关系，得到了结论（二）。

（二）高中生数列模式识别的影响因素

1. 学生自我监控、数学思维品质、识别对象、题目类型都影响高中生数列模式识别的水平；各个因素之间也存在着相互影响。

2. 在影响因素的差异分析中，男女生在自我监控、数学思维、识别对象上存在差异；文理科学生在自我监控、数学思维品质上存在差异；不同成绩的学生在自我监控、数学思维、识别对象、题目类型四个因素上均存在显著差异。

第四章 访谈调查与结果分析

第一节 访谈设计

本章通过访谈调查探索高中生数列模式识别过程中存在的问题，并以此为基础，为高中数列的教学提供些许建议。

一、访谈目的

了解高中生数列模式识别过程中存在的问题。

二、访谈对象

在参加问卷调查的凤城高中的文科班中抽取男女生各两名，在理科两个班中各抽取男女生各两名，共 12 名被试参加本次访谈。

三、访谈方法

本访谈主要是采用个别访谈的方式，按照访谈提纲对每名被试进行提问。同时保证被试在提问过程中处在完全放松的状态，并记录被试对主试提出的每个问题的回答。访谈完成之后，整理访谈获得的材料，深入分析，总结出高中生在数列模式识别的过程中存在的问题。

四、访谈提纲

（一）学生个体方面

1.你听说过模式识别这个概念吗?在求解数列问题过程中你能意识到它的存在吗?你觉得它会帮助你的数列解题吗?

2.对于数列问题解决过程中，对于数列的知识结构你能完全想起来吗?这些知识点在你的记忆中是否存在差异?你所接触的问题的类型一般是同型还是变式还是与函数、不等式等知识的叉联问题?

3.你认为数列模式识别中存在着哪些问题?

4.对于用以前的方法解不出来或者只能解一部分的题目你会怎么做?

（二）教师教学方面

1.教师在教学过程中介绍过模式识别的概念吗?会特别强调模式识别的存在及其重要性吗?

2.一般情况下，老师会怎样来讲解数列习题课?

3.你希望老师怎样讲授数列习题课?

4.你对老师数列部分的教学有哪些建议?

第二节 访谈结果及结论

访谈结束后笔者接着对访谈所得的材料进行整理后得出了如下一些结果：

一、访谈结果

（一）学生个体方面

1.你听说过模式识别这个概念吗?在求解数列问题过程中你能意识到它的存在吗?你觉得它会帮助你的数列解题吗?

大多数同学的答案是没有听说过模式识别这个名词，但做了调查问卷后，有一定的了解了；在求解数列的问题时，肯定会存在模式识别的过程，只是以前不知道而已，模式识别包括对概念、公式、命题、性质、方法、题目类型与特点的识别，这些都是在求解数列问题时必不可少的过程，是数列解题中关键的一环。

2. 对于数列问题解决过程中，对于数列的知识结构你能完全想起来吗?这些知识点在你的记忆中是否存在差异?你所接触的问题的类型一般是同型还是变式还是与函数、不等式等知识的叉联问题?

多数同学的回答是对于比较熟悉的题目，比如求解首项、公差、公比等基本的知识点的题目，大部分时间都能完全想起来，但是对于方法比较多的，比如求解前 n 项和与通项公式，由于方法比较多，比较零散，在思考的时候可能想不全，有的隐含在条件里，也可能会漏掉；对于问题的类型来说，由于训练的题目有限，做题的时间有限，接触到的题目基本上都是比较单纯的题目，以及在他们基础上所产生的简单的变式，对于比较复杂的变式和与别的知识点的混合的题目还比较少。

3.你认为数列模式识别中存在着哪些问题?

大多数的同学回答说，主要是模式的记忆还不是太深刻，有些时候会想不起来或者出现混乱，也有的同学说这是习惯问题，对于自己很熟悉的题目自然而然就能想起来，对于不熟的题目，怎样都想不起来。

4.对于用以前的方法解不出来或者只能解一部分的题目你会怎么做?是否会对模式识别进行不断调整、评价、检查等等?

只有一名同学说，如果遇到解不出来的会尝试找出原因，找找两者之间的差距，看看能不能解出来，再就是尝试变换下思路，看看能不能用别的办法求解；大部分同学都表现出稍微进行思考，实在做不出来就放在一边等老师讲。

（二）教师教学方面

1.教师在教学过程中介绍过模式识别的概念吗?会特别强调模式识别的存在及其重要性吗?

大部分同学回答说老师在教学过程中没有提到过模式识别的概念，也没有特别强调过。

2.一般情况下，老师会怎样来讲解数列习题课?

大部分的同学回答是，老师一般会将问题类型进行归类，然后讲讲在这些题目中用到了哪些知识点，应该用什么样的方法进行求解，然后指出在解题过程中可能出现的错误，以及和正确的解法在哪些地方存在差距。

3.老师在讲课过程中是否会让学生将其中的某些典型例题作为模型进行整理，并在以后的解题中加以应用?

大部分同学的回答是，大部时间老师会强调，但是大部分都靠自己进行整理。在后续的学习中，如果碰到了相同的也几乎都会联想与应用见过的类型。

4.你对老师数列部分的教学有哪些建议?

大部分同学的答案是，对于数列的知识忘记的很快，希望能不断地进行复习，并在此基础上进行训练。

二、访谈结论

通过对以上访谈结果进一步的整理与分析后，我们得出在模式识别过程中存在的主要问题有：

1.学生对模式识别的概念了解不够，但在做题过程中能够意识到它的存在，并在一定程度上进行应用，但由于对模式识别的了解程度比较浅，所以造成模式识别的水平不高。

2.学生对于已有的知识经验的回顾与管理存在不足，使得对于数列所涉及到的模式记忆不牢固，造成在学生求解题目的过程中想不起来已有的模式，或在与以往的模式进行匹配的过程中产生困难。

3.学生在求解题目过程中自我监控不足。对于自己开了头却无法往下进行的题目，不能够进行分析，找出无法进行求解的原因，从而对原有的计划进行调整，继续求解，说明学生在做题过程中缺乏对自我的管理、评价、检查、调整。

4.思维模式固化，不能灵活变换，缺乏创新突破精神。对于自己没有思路的问题不能够灵活变换思维，尝试从另一角度进行思考，或敢于突破惯有的思考模式或求解程序，寻求新方法。

5. 教师对模式识别的强调不足，造成学生对这一环节了解不足，虽然在做题过程中有该步骤，但虽知所然却并不知其所以然。

6. 教师对学生训练不足。考虑到学生刚开始接触数列的知识，以基础知识与基本技能为主，但对于变式问题与叉联问题的训练不足，造成数列的模式识别只停留在表面，无法进行深一步的思考，以致学生的数列学习只停留在表面，无法深入，这也造成了学生对数列的知识印象不深刻，更为后续的学习提供了障碍。

第五章 基于高中生数列模式识别的教学建议

在越来越强调学生数学学习能力的当今高中数学教育中，如何提升学生自主学习能力成为了一个重要的研究课题，而模式识别是增强学生学习能力的重要因素，因此，思考如何提高学生模式识别水平与能力具有重要意义。数列既是高考要求的重点内容，也是高等数学教育的基础，在实际的社会实践应用中占有重要的位置。数列模式比较零散琐碎，且数量相对较多，能够成功进行模式识别是数列学习的关键。在实际教学中，教师应当思考如何促使学生形成良好的数列模式识别能力。

第一节 基于高中生数列模式识别的教学要求

通过以上的调查研究与理论分析，我们得到了高中生数列模式识别的基本情况，以及高中生数列模式识别过程中存在的问题，并根据这些问题提出了如下数学课堂教学的教学要求。希望能够帮助教师的教学，培养学生良好的模式识别能力，从而更好的解决数列问题，为后续学习提供坚实的基础。

一、加强数列模式的整合，增强学生头脑中数列模式的牢固性

根据对问卷调查及访谈结果的分析，笔者认为学生在数列问题解决的模式识别过程当中主要存在的问题是数列的模式的牢固程度不够，熟悉程度不足，使得学生在数列问题解决过程中不能很好地完成对相应数列模式的再认，完成与脑中长时记忆的匹配。就数列问题本身的特点而言，数列部分知识点比较琐碎、方法比较多样、性质与命题没有一定的组织结构，总而言之涉及到的数列模式不够规整，这很显然会为学生形成良好的模式结构增加难度。而建立良好的数列知识模式系统结构，是进行成功模式识别的理论基础，为模式识别的正常开展及成功进行问题解决提供先决条件。可见，教师在教学过程中帮助学生形成模式系统的重要性。为了帮助学生克服知识系统不完备这一弱点，需要教师在教学过程中有意识地对数列的模式进行整合，将数列部分知识通过分析其内部联系，整合为较好的系统结构图，此时可以借助概念图帮助学生形成完整的知识结构图。总而言之，帮助学生形成良好的数列模式认知结构，从而使得在模式识别的过程中能够更好地完成模式提取，帮助学生更好地实现模式识别。与此同时，教师要尊重学生的主体地位，引导学生形成适合自己的模式结构。

二、加强对学生思维过程的指导，促进学生自我监控能力的提升

通过问卷调查分析可知，自我监控是影响数列模式识别的重要因素，学生良好的自我监控水平是影响模式识别成功与否的关键因素。通过访谈调查可以了解到，学生在模式识别过程中自我监控能力明显不足，具体表现在不能对模式识别的过程进行不断计划、调整、检查、评价与管理，造成学生在未找到合适的模式的情况下，盲目进行求解，且不能对其进行适时的调整、反思，从而直接影响模式识别的水平，造成学生不能很好地解决问题。针对学生在自我监控方面的不足，教师在平时教学与训练的过程中有意识地培养学生良好的自我监控水平，以促进学生良好的模式识别水平，进而增强问题解决的能力。对良好自我监控水平的培养，需要教师在教学中，特别在平时训练过程中要有意识暴露学生模式识别的环节，采用教师评价与引导学生自我评价相结合的方法，对合理之处给予肯定与强化，对学生解题中的不足之处给予合理的指导，并特别强调学生在实现模式识别过程中的不断评价、反思、调整等自我监控过程，培养学生良好的自我监控能力，提升模式识别的整体水平。此外自我监控能力最终要落实到学生个体，使学生在联系的过程中逐步通过自我意识建立良好的自我监控能力，而非一直要在教师的引导之下，亦即自我监控能力的提升要尊重学生的主体地位。

三、促进学生的数学思维品质的提升

良好的数学思维是数学学习必不可少的因素，一般所说的数学思维主要包含几个方面：思维的灵活性，即是否能够根据题目所需，灵活变换自己的思维；思维的敏捷性，即对题目中的数学因素是否敏感；思维的独创性，即思维的创造性，能否突破常规的解题思路，寻求创新解法；思维的批判性，即对思维过程进行不断地监控，辩证地看待问题；思维的深刻性，即思维的深度。通过调查可以看出，数学思维是影响模式识别的重要因素，良好的数学思维是实现模式识别的关键，但也是学生相对薄弱的能力。进一步结合访谈调查结果，笔者了解到学生的思维具有一定的局限性，主要表现在：学生对于数学问题的思考往往局限在固有的模式之内，不能够很好地发散思维；思考深度不足，不能够充分挖掘题目当中隐含的条件或条件之间的隐含关系；学生不能够主动突破常规解题方法，而是满足于能用常规方法求解即可；不能勇于寻求突破，思维独创性不足等方面。学生现阶段数学思维水平的明显不足，阻碍了学生模式识别的成功，因此提高学生的思维水平对模式识别有积极意义。针对这一问题，教师应在教学过程中采用多种方法，鼓励学生独立思考，鼓励学生运用不同的方法，加深学生思维的深度；鼓励学生从多方面思考问题，努力发散

学生思维；在独立思考的基础上促成小组合作，使学生进行交流，集思广益，进一步发散学生思维。综上所述，教师应当充分运用合理的教学方法与组织形式，努力提升学生数学思维品质，为学生进行良好的模式识别打下坚实的基础。

四、向学生介绍模式识别的机制，促进学生有意识的应用

学生要运用一项知识或技能，不仅要知其然，更要知其所以然。因此，对模式识别充分全面的认识是进行模式识别的基础。然而通过以上的访谈调查发现，基本上全体学生都没有听说过模式与模式识别的概念，当笔者介绍了模式与模式识别的基本概念后，学生发现在解题过程中确实存在着对数列概念、方法、命题等模式的识别，也就是说模式识别是在学生解题过程中切实存在的思维过程。显然，对模式识别模糊的概念及意识，影响了模式识别的水平。作为教师，在平时的教学过程中也鲜少介绍模式识别这一专业术语的概念、机制与过程，更加使得学生对模式识别不能够有充足的认识，这严重阻碍了学生模式识别水平的提升。针对这一现象，需要教师在教学过程中向学生介绍，并力求使学生深刻理解模式识别与问题解决的关系，了解模式识别的作用机制，使学生对模式识别过程进行充分了解，这样的做法能够大大促进学生模式识别水平的提高，增大解题成功的可能性，从而促进学生的问题解决能力的提高。因此，在教学过程中教师要向学生介绍模式识别的机制，并通过一定的实例详细讲解模式识别的过程，并督促学生在解题过程中有意识地应用。

五、加强变式与复合问题的训练，深化模式识别

问题类型是影响模式识别的重要因素，这里所涉及的类型主要结合了考察知识点的单纯性和知识点的综合程度。现将数列问题根据知识点综合程度及与课本例题之间的相互关系，将问题类型统整为与例题同一类型的问题、经过演变而来的变式问题和由几种模式或不同模块知识复合而成的交叉问题三类。通过上述调查可以看出，学生的模式识别水平处于初级，只能对较简单的数列模式进行识别与处理，而对于未见过或综合性较强的题目学生往往会出现识别困难。笔者认为出现这一现象很大的原因是在平时的训练中学生所接触的问题一般是涉及数列知识的基本问题，对于变式问题和数列本身知识点的综合考察、以及与函数、不等式等知识的综合考察较少，这就使得学生对于数列的模式的识别只能浮于表面，无法深入。这不仅影响学生的模式识别水平，而且使得学生对数列模式的掌握牢固程度不够，容易遗忘，同时，不利于数列知识与其他各部分知识的联系，即不利于学生知识的迁移。针对这一问题，需要教师在教学过程中适当增加教学难度，有意识添加变式与交叉问题，促进学生从不同的观点与角度完成对知识的理解，这样做不仅有利于学生深刻

理解与掌握知识，而且能够促进不同知识之间产生迁移作用，促进学生更好地学习。

第二节　基于高中生数列模式识别教学的具体做法

所有的教学都要通过教学过程来呈现，教学过程设计的好坏直接关系到教师的教学效果和学生的学习效率。通过以上研究我们做出如下基于高中生数列模式识别的教学过程的几种具体做法，希望对广大一线教师的实际教学能起到一定的帮助。

一、在引入环节融入数学史，引发学生对数列的兴趣，促进对模式的理解

在当前的数学教育中，学生越来越处于被动地位，究其原因是学生对数学学习越来越缺乏兴趣，单纯的问题训练不足以充分调动学生的积极性与主动性，这也就导致了学生对数学的理解无法深入，使得学生对数学模式的掌握不够牢固，特别地，对于数列这一部分内容，考查的关键在于公式与方法的筛选与应用，这些都是相对比较枯燥的，因此如何调动学生数列学习的主动性是一个值得思考的问题。在模式的引入环节，给学生讲授数列的缘起、数列发展中的重要人物、涉及到的关键事件、都取得了哪些成就、当代比较有意义的数列研究主要是哪些，使学生了解其人文价值，增强对模式的理解，从而达到深刻记忆数列模式的目的。例如，在等差与等比数列的教学过程中，注重数列知识的历史引入。向学生介绍古今中外数学发展史中比较典型的数列思想，比如在我国古代《周髀算经》中的七横图;《九章算术》中的衰分章等都有记载。拿一个具体例子来说，《张邱健算经》中记载了这样一个问题：有一个女子擅长织布，每天都织一些且每天织的数量相同，现在已经知道她一个月织了九批三丈布，问她每天织多少布？这就是一个等差数列求公差的问题。再比如“一尺之棰，日取其半，万世不竭”体现的就是一个等比数列的实例。在教学中融入数学史不仅能够引发学生的兴趣，而且能够使学生充分认识到数列知识来源于生活，同时服务于生活的思想，加深对数列的理解与应用意识。

二、引导学生问题分解，鼓励学生独立思考，主动建构模式

知识本身就是不断发现的过程。对于问题中包含的数学模式，如果一味的通过教师满堂灌的形式的话，学生会过分依赖教师，缺乏对模式的主动发现与建构，这就会局限学生的模式识别水平，阻碍学生思维水平的提高。针对这种情况，教师应当引导学生进行问题分解，将最终的问题分解为几个包含于其中的小问题，并鼓励学生针对这几个小问题进行独立分析与探索，从中分离出关键条件与结论，并发掘出内部包含的数列模式，主动建构

模式空间，完成模式识别。在此过程中，如若学生遇到困难，教师可以适当给以必要的引导与提示，鼓励学生根据老师的提示结合自己的思考来进行识别，促使学生养成独立思考的习惯，以培养学生的独立思考能力。

例如已知数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$是各项均为正数的等比数列，设$c_n=\frac{b_n}{a_n}\left(n\in N^*\right)$，问数列$\{c_n\}$是否为等比数列？证明你的结论。解析：这个题目是一个等比数列和等差数列综合在一起的题目，并且在第二问的求解中出现了与对数函数的结合，学生在求解中可能会遇到困难。教师可以引导学生对问题进行分解，逐步推进，将大问题分成小步子进行解决。该问题是求证数列为等比数列，教师需要启发学生搜索等比数列证明的方法模式有哪些，启发学生回答最常用到的即是等比数列的定义，即“后一项与前一项的比值是一个不为零的常数”，进而引导学生摸索如何得出$\frac{c_n}{c_{n-1}}$为常数，学生自然而然的说利用$c_n=\frac{b_n}{a_n}$这一条件，引导学生进行化简整理后得出$\frac{c_n}{c_{n-1}}=\frac{b_n}{a_n}.\frac{a_{n-1}}{b_{n-1}}=\frac{b_n}{b_{n-1}}.\frac{a_{n-1}}{a_n}$,通过引导使得学生能够从题目中得出这两部分均为常数，对于$\frac{b_n}{b_{n-1}}$很显然，而对于$\frac{a_{n-1}}{a_n}$需要学生理解等比数列的概念，“后一项与前一项的比值是一个不为零的常数”等价于“前一项与后一项的比值是一个不为零的常数”，由此求得问题的解答。

在教学中需要教师对问题解决过程的目标进行不断的分解、及时调整，将大目标切分为学生易接受的子目标，循序渐进，最终完成问题解答。在该过程中需要教师适度的引导，同时培养学生的自我监控能力。

三、加大思维引导，提高学生的思维水平

由上述调查可以看出，学生的思维水平是影响模式识别的重要因素，思维水平不高是目前造成模式识别水平不高的原因之一，因此对学生思维的灵活性、深刻性、批判性、创造性、敏捷性四个方面的训练，努力提高学生的数学思维水平是教学的重要任务。针对这种情况，教师在进行教学时要设置一题多解，让学生从多个方面、多个角度、通过多种方法，扩展学生的思维，通过多渠道进行解题方法的探索；同时设置多种问题变式，让学生进行多方练习，使其知识结构中的已有知识尽可能多地与所探求的问题发生联系，突破知识点的前后和学科界限，使学生的思维多向发散，这对于学生数学思维的深度、广度、灵活度的训练都能起到积极的作用。比如上面提到的题目，教师可以鼓励学生从等比数列的不同方面进行证明，例如利用等比数列的等比中项、前 n 项和、通项公式等各方面进行思

考与探索，发散思维；鼓励学生深入探讨题目的已知条件、结论及它们之间的相互关系，培养学生深刻思维；在学生运用模式的过程中多问几个为什么，多问几个可不可以，则利于培养学生的批判性思维。

四、丰富习题，加强对变式问题与叉联问题的训练，增强数列与各部分知识的融合

在问卷与访谈的调查中我们了解到，对于变式问题与叉联问题的训练明显比同型问题和单一知识点的数列求解问题相比明显不足，使得学生的模式识别水平浮于表面，深度不足。针对此情况，在把握好度的基础上，适当增加变式问题和数列模式复合型题目，适当加大学生训练的难度，这不仅利于学生模式识别水平的提高，同时能够加深学生对数列模式的理解与深化，还能增强学生将数列知识与函数、不等式等知识的融合，利于学生完善自我的认知结构，增强认知水平。在此过程中教师应该根据学生的实际情况，把握好学生所做训练的难度，同时对学生加以指导，在这个过程中教师应当充当引导者角色，而学生在整个过程中占据主体地位。当然教师要注意选择练习题时的科学性，要保证既能融合各方面的不同知识，体现知识的融合性，又不十分难，使得学生在经过自己的思考与探索之后能够获得正确的答案的题目为宜。如果题目过难，会打击学生的自信心，不利于维持学生的内部动机，使得学生产生消极情绪甚至是习得性无助感。例如设$\{a_n\}$是正项等比数列，且$a_5a_6=81$，那么$\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_{10}$的值是（　　），该题目既考查了等比数列的各个基本量的概念、等比中项的性质、以及与对数函数的综合考察。该题目综合性较强，却在学生可接受的范围内，属于中等难度，符合学生最近发展区，具有较好的代表性。

五、做好教学总结，加强教学反思，促进学生自我监控

由调查研究可知，自我监控是影响学生模式识别的重要因素，而学生在模式识别中的自我监控明显存在不足。针对此情况，教师应当在教学过程中有意识地培养学生良好的自我监控能力。基于此，教师应当重视教学总结，总结学生在解题过程中的优与劣，特别指出学生在此过程中出现错误或者漏洞，造成解题无法进行的地方，并鼓励学生对该处进行深入反思，找出原因，并加以分析，找出与原来的解题方法之间存在的差距，纳入到自己的认知结构中，为后续学习积累经验。前面的论述已经提到，数列部分知识的学习最大的特点或者难点在与知识点比较零碎、松散，不利于学生知识系统的形成，从而影响学生提取知识进行模式识别的能力。教师可在教学过程中采用有效的反思评价手段，做好教学总

结的同时，帮助学生建立完备的知识系统，并确保在接触到新的模式时，自觉主动地添加到学生的认知结构中去。

六、通过数学阅读训练，培养学生的问题理解能力与提炼能力

通过阅读题目，找出题目中条件与结论之间的关系，深刻理解题意是进行模式识别的首要条件，教师可通过布置数学阅读增强学生该方面的能力，同时培养学生的数学学习以及逻辑思维能力。值得注意的是，教师要保证阅读的科学性。这里的数学阅读主要是针对数列问题的阅读，应注意以下几点：首先，弄清问题，即分清已知条件和解题目标；其次，要挖掘题干中的隐含条件，这些条件常隐含于某些概念、某些性质或某个公式中，隐含的条件往往是解题的关键，是顺利解题的保障；再次，要弄清已知条件之间、已知条件与解题目标之间、解题目标与以前做过的题目之间的关系；最后，还应该指导学生进行反思性阅读，通过阅读让学生回顾自己的解题经历，重构自己的理解，产生超越解题过程之外的更深刻的信息。例如上面提到的题目：已知数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$是各项均为正数的等比数列，设$c_n=\frac{b_n}{a_n}\left(n\in N^*\right)$，问数列$\{c_n\}$是否为等比数列？证明你的结论。在学生阅读题目的过程中应当关注题目中较为重要的涉及数列模式的条件。在该题目中，首先给出了条件“$\{a_n\}$，$\{b_n\}$是各项均为正数的等比数列”，教师需要鼓励学生挖掘出条件隐含的所有条件，该条件说明数列为等比数列即“后一项与前一项的比值是一个不为零的常数”与“前一项与后一项的比值是一个不为零的常数”，以及各项均为正数，即两个数列的公比均为正数，而学生往往忽略公比为正数这一条件；其次，给出了定义式$c_n=\frac{b_n}{a_n}$，如果学生深入探讨了该定义式的含义的话，实际上在分析完条件后就可以完成题目的证明，对于部分学生不进行探索，就需要继续分析结论，从结论与条件的关联出发，寻找解决问题的突破口，这也是可行的，只是较前一部分同学在解题时间上有所差异。

第六章 结束语

本文主要运用问卷调查法和访谈调查法两种实证研究方法，对高中生数列模式识别情况进行了分析、研究，包括对当前高中生数列模式识别的现状及影响因素研究。运用 SPSS17.0 对调查所得数据进行整理、分析，得到了关于高中生数列模式识别的现状及影响因素的基本结论。

主要结论有：一、高中生数列模式识别现状：对方法与题目类型模式的识别要好于对概念、公式、命题与性质的识别；对概念、公式、方法、题目类型的识别比对命题与性质的识别更稳定；二、文、理科学生和男女生在高中生数列模式识别的总体上不存在显著差异，在题目类型、数列公式、数列方法模式的识别上不存在显著差异，数列概念、数列命题与性质模式的识别有差异但差异不大；三、不同成绩的学生在数列概念、公式、方法、命题与性质、题目类型五个维度以及总体上均存在显著差异；四、学生自我监控、数学思维品质、识别对象、题目类型都是影响高中生数列模式识别水平的因素，并且各个因素之间也都存在着相互影响；五、在影响因素的差异分析中，男女生在自我监控、数学思维、识别对象上存在差异；文理科学生在自我监控、数学思维品质上存在差异；不同成绩的学生在自我监控、数学思维、识别对象、题目类型四个因素上均存在显著差异。

最后，针对调查结论提出了基于高中生数列模式识别的教学分析。基于高中生数列模式识别的教学要求，主要有以下五条：加强数列模式的整合，增强学生头脑中数列模式的牢固性；加强对学生思维过程的指导，促进学生自我监控能力的增强；促进学生的数学思维品质的提升；向学生介绍模式识别的机制，促进学生有意识地应用；加强变式与叉联问题的训练，深化模式识别。基于高中生数列模式识别教学的具体做法，主要有以下六条：在引入环节融入数学史，深化学生对数列模式的理解；引导学生问题分解，鼓励学生独立思考，主动建构模式；加大思维引导，提高学生的思维水平；丰富习题，加强对变式问题与叉联问题的训练，增强数列与各部分知识的融合；做好教学总结，加强教学反思，促进学生自我监控；通过数学阅读训练，培养学生的问题理解能力与提炼能力。

由于个人自身知识经验及能力等方面的限制，本文还有许多有待提高的地方。首先，对理论的分析还不够全面，需在以后的研究学习中进一步充实；其次，调查的样本较小，主要选取了一所学校的三个班级。由于多方面因素的限制，论文虽经过多次修改，但仍有许多需要改进的地方。此外，本人提出的教学分析在实际教学中是否有效需进一步验证。

注　　释

[1]喻平.数学教育心理学[M].南宁:广西教育出版社,2004.236.

[2]徐利治,郑疏信.现代数学教育工作者值得重视的几个概念[J].数学通报,1995(9).14.

[3]钟志华,招欣.论数学中的模式识别方法[J].曲阜师范大学学报,2013(3).121-124.

[4]于文华.数学问题解决过程中模式识别的影响因素研究[D].南京:南京师范大学,2012.

[5]朱新明.解决几何问题的思惟过程[J].心理学报,1983(1).9-18.

[6]施铁如.解代数应用题的认知模式[J].心理学报,1985(3).298-303.

[7]江保兵.居高临下,深入浅出——谈数学问题解决的模式识别法[J].数学教学研究,2014(9).47-49.

[8]王玉行."模式识别"与数学分析教学[J].数学教育学报,1997(2).97-99.

[9]王怀学.从一种数学模型的探究谈模式识别的"立"与"破"[J].中学数学月刊,2012（5）.12-14.

[10]郑硫信.认知科学建构主义与数学教育数学学习心理学的现代研究[M].上海:上海教育出版社,1998.74.

[11] 郑統信.认知科学建构主义与数学教育数学学习心理学的现代研究[M].上海:上海教育山版社,1998.48.

[12] 刘电芝.问题解决中的模式识别探析[J].华东师范大学学报(教育科学版).1996(2).79-82.

[13]于文华.基于数学问题解决的模式识别研究述评[J]. 数学教育学报,2012(12).11-16.

[14]D.Hinsley.文字应用题的求解与模式识别,引自郑硫信.认知科学建构主义与数学教育数学学习心理学的现代研究[M].上海:上海教育山版社,1998.74.

[15]李明振.数学建模的认知机制及其教学策略研究[D].重庆:西南大学,2007.63-64.

[16]刘坤,李建华.模式论的数学观对中学数学教学的启示[J].数学通报,2000(4):1-2.

[17]俞昕.应用模式识别指导数学问题的归类[J].数学通报,2005(7).26-27.

[18]和燕.重视模式分析,提高学生的模式识别和应用能力[J].康定民族师范高等专科学校报,2003(3).69-71.

[19]林中虎.一种具有普适性的数学解题策略——————模式识别[J].数学教学通讯,2006(4).55-56.

[20]芮玉贵.模式识别解题的理论探讨[J].数学通报,2010(3).45-47.

[21]邹黎华.例谈数学解题中的模式识别[J].福建教育学院学报,2010(3).88-90.

[22]王秀娟.求解概率问题的加减乘除一模式识别与算法选择[J].中国考试,2006(11).17-19.

[23]余建国.基于模式识别的“基本不等式的应用”教学分析[J].中国数学教育,2014(3).6-10.

[24]郭其俊.向量问题解决的着眼点与模式识别[J].中学生数理化(高中版),2005(7-8).56-59.

[25]和燕.重视模式分析,提高学生的模式识别和应用能力[J].康定民族师范高等专科学校报,2003(3).69-71.

[26]Greeno, J.G in Glaser, R.(Ed) , Advance in Instructional Psychology, 1, Hillsdale, N, J: Lawrence Erebaum Associates, 1978.13-75.

主要参考文献

[1]鲍建生.数学学习的心理基础与过程[M].上海:上海教育出版社,2009.

[2]波利亚.怎样解题[M].北京:科学出版社,1982.

[3]郭其俊.向量问题解决的着眼点与模式识别[J].中学生数理化(高中版),2005(7-8).

[4]和燕.重视模式分析,提高学生的模式识别和应用能力[J].康定民族师范高等专科学校报,2003(3).

[5]黄加卫.刍议数学解题中的“模式识别”策略[J].数学教学研究,2008(3).

[6]黄加卫.摭谈高中数学中的“模式识别”解题策略[J].中学数学教学,2008(4).

[7]梁宁建等.中学生问题解决策略的基本特征研究[J].心理科学,2002(1).

[8]林中虎.一种具有普适性的数学解题策略———模式识别[J].数学教学通讯,2006(4).

[9]刘电芝.问题解决中的模式识别探析[J].华东师范大学学报(教育科学版).1996(2).

[10]刘东升.模式识别:突破中考的快捷键[J].初中数学辅导,2010(9).

[11]刘会金.运用模式识别分析高考试题[J].数学有数,2005(4).

[12]刘坤,李建华.模式论的数学观对中学数学教学的启示[J].数学通报,2000(4).

[13]罗增儒.数学解题中的“模式识别”[J].中学数学教学参考(初中),2006(10).

[14]彭聃龄,张必隐.认知心理学[M].杭州:浙江教育出版社,2004.

[15]芮玉贵.模式识别解题的理论探讨[J].数学通报,2010(3).

[16]沈恒.从高考解题谈模式识别[J].中国数学教育,2011(4).

[17]童世斌,张庆林.元认知训练对提高中学生解答数学应用题能力的实验研究[J].心理发展与教育,2004(2).

[18]欣思利.文字应用题的求解与模式识别,引自郑毓信.认知科学建构主义与数学教育数学学习心理学的现代研究[M].上海:上海教育出版社,1998.

[19]于文华.个体自我监控能力、思维品质与数学学业成绩的关系研究[J].心理科学,2011(1).

[20]俞昕.应用模式识别指导数学问题的归类[J].数学通报,2005(7).

[21]喻平.数学教育心理学[M].广西教育出版社.2004.

[22]喻平.个体 CPFS 结构与探究问题能力的关系研究[J].数学教育学报,2006(3).

[23]喻平.中学生自我监控能力和 CPFS 结构对数学学业成绩的影响[J].数学教育学

报,2004(1).

[24]喻平.数学问题解决认知模式及教学理论研究[D].南京:南京师范大学,2007.

[25]张会霞.例谈“模式识别”在中考中的应用[J].中小学数学?初中版,2008(3).

[26]章建跃,林崇德.中学生数学学科自我监控能力的发展[J].中国教育学刊,2000(4).

[27]章建跃.中学生数学自我监控能力[M].上海:华东师范大学出版社,2003.

[28]邹黎华.例谈数学解题中的模式识别[J].福建教育学院学报,2010(3).

[29]钟志华.从一种数学模型的探究谈模式识别的“立”与“破”[J].中学数学月刊,2012(5).

[30]高等数学模式建构的教学策略研究与实践[J].沈阳农业大学学报(社会科学版), 2009—11,11(6).

[31]余建国.基于模式识别的“基本不等式的应用”教学分析[J].中国数学教育,2014(3).

[32]殷伟康.基于数学问题解决的模式识别解题策略的探析与思考[J].中学数学研究,2014(10).

[33]于文华.基于数学问题解决的模式识别研究述评[J]. 数学教育学报,2012(12).

[34]基于数学问题决认知模式的数学错题分析—北京市某校高一年级 A 班数学错题分析[D].首都师范大学，2013.5

[35]李明振.认知方式及其与学生数学思维灵活性的关系研究[J].心理发展与教育,1994(3).

[36]李明振.数学建模的认知机制及其教学策略研究[D].重庆:西南大学,2007.

[37]刘电芝.小学数学应用题解题 11 法[M].北京:中国妇女出版社.1992.

[38]罗增儒.数学解题学引论[M].西安:陕西师范大学出版社,1997.

[39]牛卫华,张梅玲.学困生和优秀生解应用题策略的对比研究[J].心理科学,1998(6).

[40]施铁如.解代数应用题的认知模式[J].心理学报,1985(3).

[41]王甦,汪安圣.认知心理学[M].北京:北京大学出版社,1992.

[42]王秀娟.求解概率问题的加减乘除一模式识别与算法选择[J].中国考试,2006(11).

[43]于文华.缄默知识视阈下的教师继续教育研究[J].继续教育研究,2010(5).

[44]于文华.课程知识的效能:缄默知识视阈下的课程知识实践[J].教育导刊,2011 (9).

[45]刘组希.用模式识别指导 2005 年高考客观题的解答[J].中学数学月刊,2006(2).

[46]钟志华,招欣.论数学中的模式识别方法[J].曲阜师范大学学报,2013(3).

[47]郁来雷,沈恒.模式识别策略与化归转化思想——从一竞赛题谈起[J].中小学数学·中

学版.34-36.

[48]王玉行.“模式识别”与数学分析教学[J].数学教育学报,1997(2).

[49]于文华.数学问题解决过程中模式识别的影响因素研究[D].南京:南京师范大学,2012.

[50]殷伟康.基于数学问题解决的模式识别解题策略的探析与思考[J].中学数学研究,2014(10).

[51]江保兵.居高临下,深入浅出——谈数学问题解决的模式识别法[J].数学教学研究,2014(9).

[52]皮佑国,梁添才.认知模式识别理论与研究[J].深圳信息职业技术学院学报,2007(2).

[52]兰诗全.数学模式识别与转化策略[J].数学通讯,2012(7).

[53]莫雷.教育心理学[M].北京:教育科学出版社,2007.8.

[54]Chi M T H, Bassok M, Lewis M W,et al.Self-explanations: how students study and use examples in learning to solve problems[J].Cognitive Science,1989,13.

[55]Chi M T,Bassok, M,Learning from examples via self-explanation [M]. In: LB Resnicked. Knowing, learning, and instruction: Essays in honor of Robert Glaser, NJ:Erlbaum, 1989.

附录一 数列模式调查问卷

年级 ________性别 ________（文、理科）成绩 ______分一 _____ 分

各位同学，大家好！此项调查旨在调查数列部分的学习情况，只为研究课题所用，答案没有正误和好坏之分，只要根据自己的真实情况作答即可。多谢您的帮助！

该部分 1-5 题为多选题，特别地，第 4 题请将给出的模型序号写在相应的方法后；6-7 为排序题.

1. 你能想到的数列知识有

A 数列的概念　B 等差数列的基本概念及性质　C 等比数列的基本概念及性质

D 等差、等比数列的通项公式和前 n 项和公式　E 数列的通项公式、递推公式

F 数列的前 n 项和　G 其他 ____________________

其中，你能准确描述的内容有

A 数列的概念　B 等差数列的基本概念及性质　C 等比数列的基本概念及性质

D 等差、等比数列的通项公式和前 n 项和公式　E 数列的通项公式、递推公式

F 数列的前 n 项和　G 其他 ____________________

2. 你接触过的数列题型有：

A 等差、等比数列的通项及基本量的求解　B 等差、等比数列的求和

C 等差、等比数列的性质的应用　D 等差、等比数列的证明

E 数列通项公式的求解　F 数列的求和

G 以上几方面的综合考察　H 数列与函数、不等式等的综合

I 其他 ____

3.你了解的关于数列、等差数列、等比数列的命题有

A 在等差数列中，若 $m,n,p,q\in N^*$，且 $m+n=p+q$，则 $a_m+a_n=a_p+a_q$

B 在等比数列中，若 $m+n=p+q$，有 $a_ma_n=a_pa_q$

C 在等差数列中 S_m,S_{2m-m},S_{3m-2m} 成等差数列或在等比数列中 S_m,S_{2m-m},S_{3m-2m} 成等比数列

D 等差中项，等比中项

E 数列的单调性

F 其他 ____

3. 你知道的求数列通项公式的方法有

A 观察法　B 叠加法　C 叠乘法　D 构造辅助数列　E 利用 $S_n-S_{n-1}=a_n$ 求通项公式

F 其他 ______________________________

5.你经常使用的求数列前 n 项和的方法有

A 通项分析法　　B 公式法　　C 错位相减法　　D 分组求和法

E 裂项相消法　　F 倒序相加法　　G 其他 ______________

6.请把①概念、②题目类型、③数学命题、④求解的方法根据在头脑中记忆的深刻程度排序（只写序号即可）______

7.请你根据自己的解决数列问题时的思路，对以下几方面进行排序 ______________

A 准确判断题目的类型　　B 观察题目的特点　　C 解决问题所需要的知识点

D 与之联系的数学命题 E 可以采用什么样的解题方法 F 应该用怎样的解题程序

附录二　数列模式识别情况调查问卷

各位同学，大家好！此项调查旨在调查数列模式识别的情况，所为模式识别指的是对数列的概念、公式、性质、方法这些数学模式的判断与再认，是数学解题中的重要的一个环节。此研究只为研究课题所用，答案没有正误和好坏之分，只要根据自己的真实情况作答即可。题目均为选择题，答案均从 A 总是会　B 大部分时候会　C 一半时候会　D 小部分时候会　E 极少时候会　F 从不会六个选项中选取，请将符合您实际情况的答案填入题目后面的括号中，多谢您的帮助！

1.在求解数列问题时，你是否总会想起数列一章的基本的知识框架（　　）

2.在求解数列问题时，你是否总能判断出这是你见过的题目类型（　　）

3.在求解数列问题时，你是否总能判断出题目题目中所用到的数列的概念，并能进行准确回忆（　　）

4.根据递推公式求数列的前 n 项和时，总能准确判断出应该应用的方法（　　）

5.在求解数列问题时，你是否总能找出该问题中涉及的数学命题（　　）

6.在求解等差数列的通项公式时，总能想起等差数列的通项公式，并选取合适的进行求解（　　）

7.在求解等比数列的通项公式时，总能想起等比数列的通项公式，并选取合适的进行求解（　　）

8.在求解等差、等比数列基本量时，总能想到数列部分涉及的全部命题（　　）

9.在求解等差、等比数列基本量时，总能想到合适的数列性质进行求解（　　）

10.在求解等差、等比数列的证明问题时，总能选择合适的方法（　　）

11.在求解数列问题时，总能判断出题目中的数列是一般的数列还是等差与等比这两种特殊的数列（　　）

12.在求解数列问题时，你是否总会回忆起等差、等比数列的特点（　　）

13.在求解数列问题时，是否总会是与做过的例题是否相同（　　）

14.在求解数列问题时，是否是在例题基础上所做的变式（　　）

15.在求解数列问题时，你是否会判断该题目是否一种模式或几种模式进行的复合（　　）

16.根据递推公式求数列的通项公式时，总能准确判断出应该应用得方法（　　）

17.在求解等差与等比数列基本量时，是否会找出个命题之间的相互关系（　　）

18. 在求解等差数列的前 n 项和时，总能想起等差数列的前 n 项和公式，并选取合适的进行求解（　　）

19.在求解等比数列的前 n 项和时，总能想起等比数列的前 n 项和公式，并选取合适的进行求解（　　）

20.在求解数列问题时，总能想到数列所有的求解方法（　　）

附录三　数列模式识别影响因素调查问卷

各位同学，大家好！此项调查旨在调查数列模式识别的情况，所为模式识别指的是对数列的概念、公式、性质、方法这些数学模式的判断与再认，是数学解题中的重要的一个环节。此研究只为研究课题所用，答案没有正误和好坏之分，只要根据自己的真实情况作答即可。题目均为选择题，答案均从 A 总是会　B 大部分时候会　C 一半时候会　D 小部分时候会　E 极少时候会　F 从不会六个选项中选取，请将符合您实际情况的答案填入题目后面的括号中，多谢您的帮助！

1.在求解数列问题时，考查等差、等比数列基本量的代数问题总是容易求解（　　）

2.在解决数列问题时，是否总会对题目中能够用到的数列的概念、公式、性质、题目类型、方法做出预先计划（　　）

3.在求解数列问题时，等差、等比数列的证明问题更容易成功（　　）

4.是否总会预测对于所找出的数列模式对于解题来说是否是合适充分的（　　）

5.你是否会对自己的审题过程进行不断监控，能够更好地找出题目中涉及的数列的各种模式，及其相互关系（　　）

6.在求解数列问题时，总会更快速地反映出题目中蕴含的数学概念（　　）

7.在求解数列问题时，　求解通项公式与前 n 项和的题目更简单（　　）

8.在求解数列问题时，总是首先判断题目特点，找出对应的题目类型（　　）

9.　在求解数列问题时，总觉得与例题或自己做过的课外题同种类型的题目更简单（　　）

10.若求解遇到障碍，你是否及时进行调整，找到更适合的模式（　　）

12.在求解数列问题时，总是能够快速联想到数列的性质与命题（　　）

13.你是否会深入挖掘题目中隐含的数列的相关条件，及它们之间的相互关系（　　）

14.你是否会灵活变换思维，找到更适合求解该数列问题的知识或方法（　　）

15.在寻找数列解题思路时，你是否总会用不同的思维进行思考（　　）

16.在求解数列问题时，你是否总会找出与所积累的题目的异同点（　　）

17.在求解数列问题时，总是首先根据结论推测可能的方法和程序（　　）

18.在求解数列问题时，你是否总会快速分析出题目中涵盖的数列模式（　　）

19.在求解数列问题时，首先注意到的总会是题目中的符号表示（　　）

20.求解数列问题时，你是否会不断进行反思与评价（　　）

21.在求解数列问题时，是否总能集中注意力（　　）

22.在求解数列问题时，变式问题总会成功求解（　　）

23.在求解数列问题时，与函数、不等式等的复合问题总能成功求解（　　）

致 谢

三年的研究生生涯转眼已到尾声，在山东师范大学读研究生的三年是我收获颇丰的三年，在思想和学习上都有了进一步的提升。在这里我要感谢每一位给我关心与帮助的老师与同学。

首先，我要感谢我的导师傅海伦教授，感谢三年来老师在学习、生活等各方面给我的关心与帮助。本论文的顺利完成离不开傅老师的悉心指导。从题目的最初选择、到主体框架的确立、调查问卷的设计与施测，再到后来文章内容、语言及格式的修改，直至最后文章的定型，都渗透着傅老师的悉心指导与帮助，再次谢谢老师！

其次，我要感谢杨泽忠教授对我的谆谆教导，杨老师严谨的治学态度、丰富的知识涵养都使我受益终身。

还要感谢我的同窗好友胡秀伟、韩晓，三年的共同奋战使我们建立了深厚的友情，感谢你们三年中对我学习与生活上的帮助，感谢你们对我不足之处的包容与体谅，再次感谢！

感谢山东师大、山东师大数科院的各位领导，为我的学习提供了宁静的场所、良好的平台，感谢你们对我学习的支持！

感谢莱芜市凤城高中对我问卷的支持！

感谢我的父母无条件支持我的学习，以及在精神与生活上给予我的支持！

王聪

2015 年 4 月