ex 1 - cele mai mici patrate

avem x_i si $f(x_i)$ din tabel

si avem $y_{a,b,c}(x)$ forma functiei pe care vrem sa o aproximam (de ex $ax^2 + bx + c$)

definim functia:

$$S(x, a, b, c) = \sum_i (f(x_i) - y_{a,b,c}(x_i))^2$$

si derivam in raport cu variabilele:
(daca avem de ex $a/x + b$ atunci derivam doar in raport cu a și b

si obtinem un sistem

$$\begin{cases} \dfrac{\partial S}{\partial a} = 0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial b} = 0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial c} = 0 \end{cases}$$

și tada: solutia sistemului da coeficientii functiei pe care o cauți

ex 2 - aproximare in medie patratica:

se cere "aproximarea in medie patratica prin polinoame Q"[1] de grad cel mult n pe (a, b)[2] a functiei:

- cauti "Q polynomials" pe motorul de cautare preferat si gasesti ceva de genul asta:

`https://mathworld.wolfram.com/LegendrePolynomial.html`

- te uiti pe siteul ala sa vezi care-i ponderea - in engleza e "weight"

si se noteaza $w(x)$, noi ramanem cu notatia profei si scriem $p(x)$

- si gasesti primele n polinoame: $Q_i(x)$
- calculezi produsul scalar cu functia ta:

$$c_i = (f, P_i) = \int_a^b p(x) f(x) Q_i(x) dx$$

- si ai aproximarea:

$$f(x) \approx P(x) = \sum_{i=1}^{n} c_i \cdot Q_i(x)$$

cam ca la EDP, dar mai bine nu ne aducem aminte de asta acum

[1] i know, wrong quotes
[2] a, b pot fi infinit sau poate sa fie interval inchis

ex 3 - derivare numerica

calculati $y^{(d)}(x_0)$ folosind o formula care foloseste toate elementele din multimea

$$A = \{y(x) | x \in \{x_i, |, i = 1..n\}\}$$

- spoiler, y e acelasi ca la ex1
- definim $h_i = x_i - x_0$
- si avem sistemul

$$\begin{pmatrix} h_1^0 & \cdots & h_n^0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_1^n & \cdots & h_n^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ d! \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$$

in matricea din dreapta avem $d!$ pe pozitia $d+1$ (incepand numaratoarea de la 0)

de ex daca avem de calculat y' atunci $d = 1$ si vine: $\begin{pmatrix} 0 \\ 1! \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$

- rezolvam sistemul si avem valori pt α_i
- si estimarea e:

$$y^{(d)}(x_0) \approx \sum_{i=1}^{n} \alpha_i y(x_i)$$

- restul e:

$$R = -\frac{1}{n!} \sum_i \alpha_i \cdot h_i^n \cdot y^{(n)}(\xi_i)$$

- restul il putem majora cu:

$$|R| \leq \frac{1}{n!} \cdot \max_{\xi} \left| y^{(n)}(\xi) \right| \cdot \sum_i \alpha_i \cdot h_i^n$$

ex 4:

- spoiler, y e acelasi ca la ex1

un exemplu: `https://github.com/azbyn/math-made-short/blob/master/calcul_numeric/gauss_stuff/gauss_stuff.pdf`