

# INF1608 – Análise Numérica

## Trabalho Final: Movimento de um Pêndulo

Prof. Waldemar Celes  
Departamento de Informática, PUC-Rio

### Descrição

Considere um pêndulo simples como o mostrado na figura. O corpo de peso  $W$  está preso a uma haste sem peso de comprimento  $l$ . As únicas forças atuantes no corpo são seu peso e a tensão  $R$  na haste. A posição do corpo em qualquer instante é expresso pelo ângulo  $\theta$ . A equação diferencial de segunda ordem que rege o movimento do pêndulo é:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

onde  $g$  representa a aceleração da gravidade. A solução desta equação exige o uso de um método numérico.

Se considerarmos que  $\theta$  é pequeno, podemos aproximar  $\sin \theta \approx \theta$ , e então ficamos com a equação diferencial:

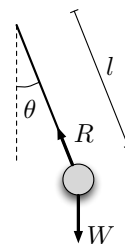
$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0$$

Esta equação simplificada tem solução analítica simples:

$$\theta(t) = \theta_0 \cos \left( \sqrt{\frac{g}{l}} t \right)$$

Neste caso, o período (tempo necessário para o pêndulo completar um ciclo) é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$



### Tarefa

O objetivo deste trabalho é usar o método Runge-Kutta de ordem 4, *com passo adaptativo*, para resolver a equação diferencial original e comparar os resultados com os obtidos através da simplificação de linearização da expressão. O aluno deve usar passo adaptativo, limitando o erro local de cada passo em  $\epsilon = 10^{-5}$ . O aluno pode usar a estratégia de dobrar o passo ou usar o método acoplado de Runge-Kutta para avaliar o erro. Numa primeira etapa, o aluno pode usar passo constante para validação do sistema.

Para diferentes valores de  $\theta_0$ , plote o gráfico de  $\theta \times t$  de um ciclo completo, considerando a solução numérica e a solução analítica aproximada. Calcule também o valor do período  $T$  do ciclo. Confirme que a solução simplificada só é uma boa aproximação para ângulos pequenos.

## **Apresentação**

O trabalho deve ser apresentado em sala, oralmente, com o auxílio de slides que devem descrever o problema, explicar as técnicas empregadas e apresentar os resultados alcançados. A apresentação será nos **dias 07 e 09 de dezembro**, no horário/sala da aula. O tempo de apresentação deve ser de 10 min; para trabalhos em dupla, o tempo deve ser de 15 min, e deve contar com a participação dos dois alunos.