Długość krzywej metodą Monte Carlo

Większość badań ilościowych nad korzeniami wykorzystuje masę jako sposób oceny ilości korzeni, ale ogólnie przyjmuje się, że zdolność do pobierania wody i soli jest zwykle ściśle związana z powierzchnią lub całkowitą długością systemu korzeniowego niż z jego masą. Główne trudności w określeniu długości korzeni wynikają z dużych długości, które mogą występować nawet w niewielkich objętościach gleby. Stosowano metody pośrednie: na przykład pomiar średnicy korzeni, a następnie określenie ich objętości lub mierzenie długości niewielkiego fragmentu próbki korzeni, a następnie ważenie tego fragmentu i reszty. Jednakże metody te są często niedokładne z powodu różnic w stosunkach objętość-długość i masa-długość. Dlatego została zaproponowana nowa metoda do szacowania całkowitej długości korzenia w próbce, metodę przecięcia linii (metoda Monte Carlo).

Metoda ta polega na umieszczeniu badanej krzywej w pewnym obszarze, następnie “rzucamy” losowo na ten obszar odcinki o stałej długości. Wówczas okazuje się, że

$$P(\text{losowy odcinek przetnie krzywą})=2lL/\pi S$$

gdzie L oznacza długość badanej krzywej, l długość losowych odcinków, S pole obszaru w którym wykonujemy eksperyment.

Wprowadzenie oznaczeń

R – promień okręgu, będącego naszą płaszczyzną

r – promień okręgu, będącego naszą krzywą

(x0, y0) – współrzędne środka okręgu będącego naszą płaszczyzną Q

(xs, ys) – współrzędne środka odcinka AB

l – długość losowanych odcinków

L – długość badanej krzywej

S – pole płaszczyzny Q

n – liczba losowanych odcinków

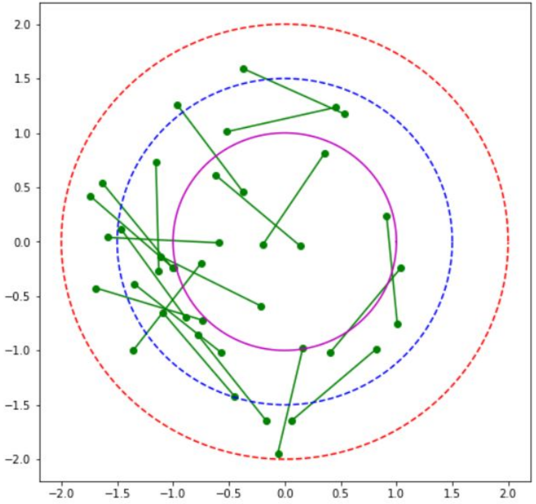
(xi1 ,yi1) - współrzędne jednego końca odcinka AB

(xi2, yi2) – współrzędne drugiego końca odcinka AB

k – liczba odcinków przecinających krzywą

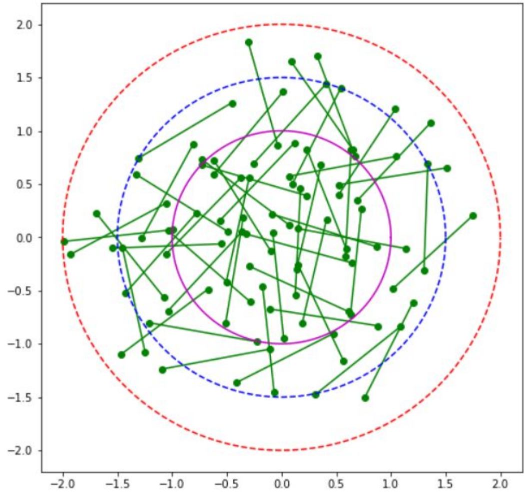
Krzywa będąca okręgiem

n=20, k=6



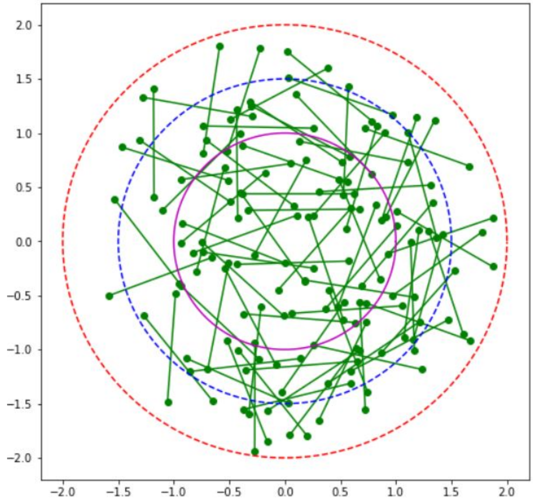

```
[41] L=2*math.pi*r
     S=(math.pi)*(R**2)

[42] (2*l*L)/(math.pi*S)

     0.3183098861837907

[43] k/n

     0.3
```

n=50, k=25




```
[356] L=2*math.pi*r
      S=(math.pi)*(R**2)

[357] (2*l*L)/(math.pi*S)

      0.3183098861837907

[358] k/n

      0.5
```

n=80, k=37




```
[252] L=2*math.pi*r
      S=(math.pi)*(R**2)

[253] (2*l*L)/(math.pi*S)

      0.3183098861837907

[254] k/n

      0.4625
```

Omówienie kodu:

```
Funkcja odległosc(xs, ys):
    jeśli odległość (xs,ys) < R:
        zwróć (xs,ys)
    jeśli nie:
        (xs,ys):= nowe losowy punkt
        zwróć odległość (xs,ys)
    zwróć (xs,ys)
```

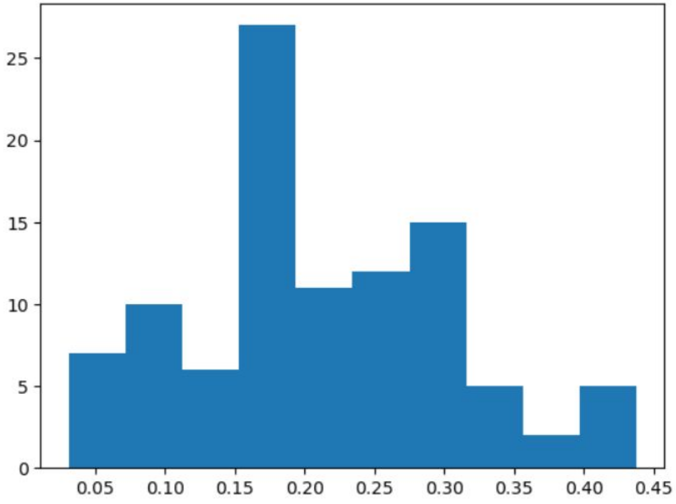
```
Funkcja odcinek_punkty(xs, ys, a, b, l):
        rozwiazanie := rozwiąż sqrt((xs-xi)**2+(ys-(a*xi+b))**2))-l/2
        jeżeli rozwiazanie >0:
                x1 := rozwiazanie[0]
                x2 := rozwiazanie[1]
                y1 := a*rozwiazanie[0]+b
                y2 := a*rozwiazanie[1]+b
        w innym przypadku:
                xs, ys := nowy losowy punkt
                xs, ys := odcinek(xs,ys)
                zwróć odcinek_punkty(xs, ys, a, b, l)
        zwróć x1, x2, y1, y2
```

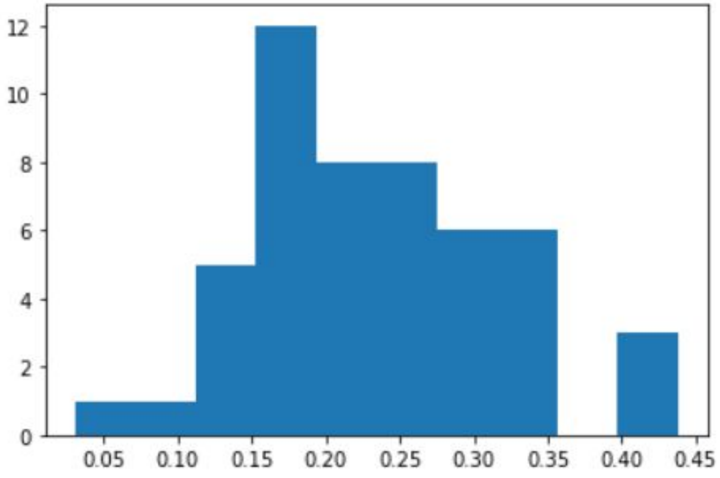
```
Funkcja licz_punkty(x1, y1, x2, y2, a, b):
    k = 0
    jeżeli sqrt((x1-x0)**2+(y1-y0)**2)<r oraz sqrt((x2-x0)**2+(y2-y0)**2)<r:
        k*=1
    inaczej jeżeli sqrt((x1-x0)**2+(y1-y0)**2)>r oraz sqrt((x2-x0)**2+(y2-y0)**2)>r
        jeżeli 4*a**2-4*b**2+4+8*a-8*a*b**2 >=0:
            k+=0.5
    w innych przypadkach:
        k+=1
    zwróć k
```

```
powtórz x-razy:
    xs, ys := losowe punkty
    alfa := losowa wartość z przedziału [0,180]
    a := tan(alfa)
    b := ys-a*xs
    powtórz n-razy:
        x1, x2, y1, y2 := odcinek_punkty( xs, ys, a, b, l)
    k := 0
    powtórz n-razy:
        k+= licz_punkty (x1, y1, x2, y2, a, b)
```

Histogramy dla wielu prób w przypadku okręgu

Dla 100 powtórzeń losowania odcinków dla okręgu, gdzie n=16

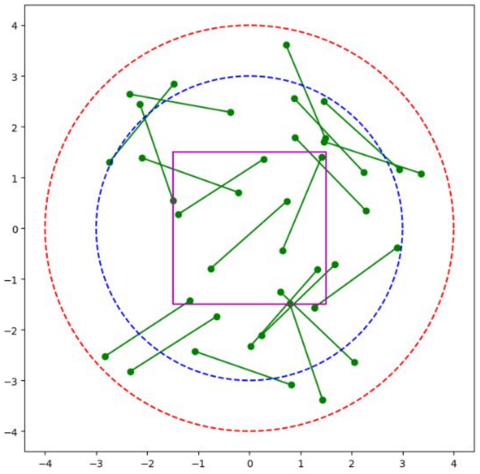




Dla 50 powtórzeń losowania odcinków dla okręgu, gdzie n=16

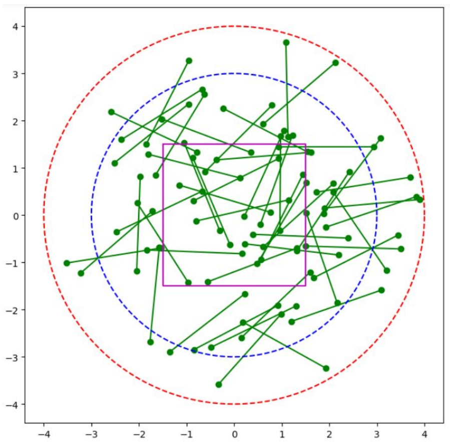
Krzywa będąca kwadratem

n=20, k=8



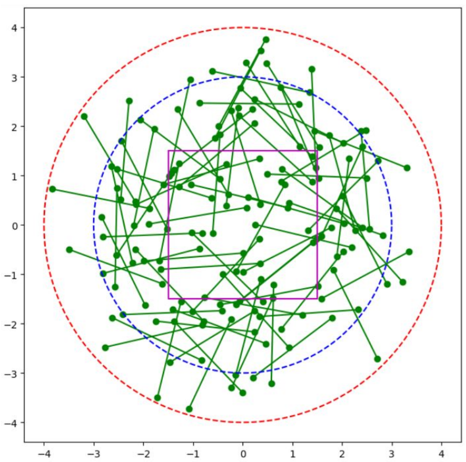
```
In [246]: L=4*A
          S=(math.pi)*(R**2)

In [247]: (2*l*L)/(math.pi*S)

Out[247]: 0.3039635509270133

In [248]: k/n

Out[248]: 0.4
```

n=50, k=23



```
In [286]: L=4*A
          S=(math.pi)*(R**2)

In [287]: (2*l*L)/(math.pi*S)

Out[287]: 0.3039635509270133

In [288]: k/n

Out[288]: 0.46
```

n=80, k=46

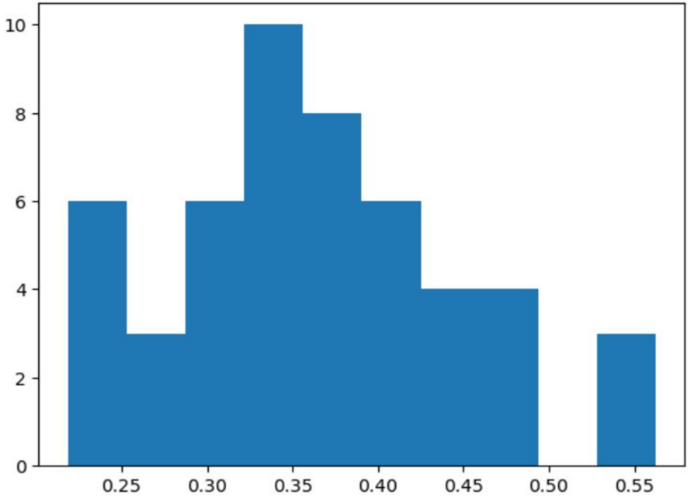


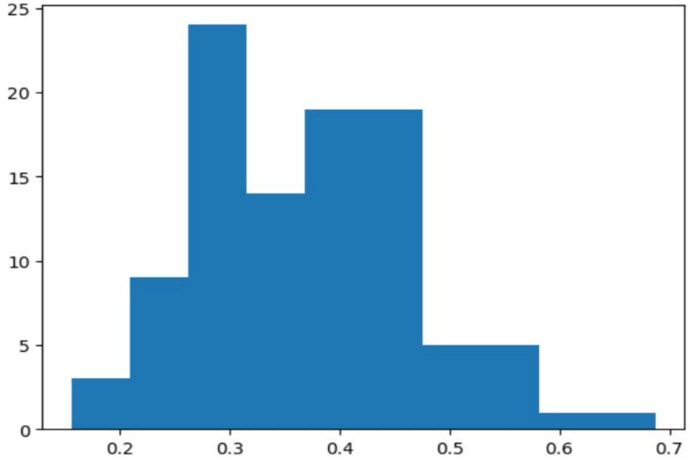
```
In [336]: L=4*A
          S=(math.pi)*(R**2)

In [337]: (2*l*L)/(math.pi*S)

Out[337]: 0.3039635509270133

In [338]: k/n

Out[338]: 0.575
```

Opis kodu analogiczny

Histogramy dla wielu prób w przypadku kwadratu

Dla 100 powtórzeń losowania odcinków dla okręgu, gdzie n=16





Dla 50 powtórzeń losowania odcinków dla okręgu, gdzie n=16

Inne zastosowania metody Monte Carlo

1. Szacowanie przybliżonej wartości liczby π
2. Obliczanie całek oznaczonych
3. Sprawdzanie jakości i niezawodności produktów
4. Systemy obsługi klientów
5. Zastosowanie w fizyce, czyli rozszczepianie cząstek
6. Analiza danych w takich dziedzinach jak finanse

Dziękujemy za uwagę

Wykonały:
Anna Zgrzebna
Aleksandra Grzegórska
Anna Cabaj