

## Soal

Tentukan turunan fungsi berikut menggunakan aturan rantai:

1.  $f(x) = \left(\frac{x^2 + 1}{x + 2}\right)^3$
2.  $f(x) = \sin^2(x^2 + 4x + 2)$

## Solusi

1. Misalkan

$$f(x) = (u(x))^3, \quad u(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 2}.$$

Dengan aturan rantai,

$$f'(x) = 3(u(x))^2 \cdot u'(x).$$

Sekarang cari  $u'(x)$  dengan aturan hasil bagi:

$$u(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 2}$$

$$u'(x) = \frac{(2x)(x+2) - (x^2 + 1) \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{2x(x+2) - (x^2 + 1)}{(x+2)^2} = \frac{2x^2 + 4x - x^2 - 1}{(x+2)^2} = \frac{x^2 + 4x - 1}{(x+2)^2}.$$

Substitusikan kembali:

$$f'(x) = 3\left(\frac{x^2 + 1}{x + 2}\right)^2 \cdot \frac{x^2 + 4x - 1}{(x+2)^2}.$$

Bentuk yang sudah disederhanakan:

$$f'(x) = 3 \frac{(x^2 + 1)^2(x^2 + 4x - 1)}{(x+2)^4}.$$

2. Tulis fungsi sebagai komposisi:

$$f(x) = (\sin(g(x)))^2, \quad g(x) = x^2 + 4x + 2.$$

Dengan aturan rantai,

$$f'(x) = 2 \sin(g(x)) \cos(g(x)) \cdot g'(x).$$

Hitung turunan dalamnya:

$$g'(x) = 2x + 4.$$

Maka

$$f'(x) = 2 \sin(x^2 + 4x + 2) \cos(x^2 + 4x + 2) (2x + 4).$$

Jika menggunakan identitas  $2 \sin a \cos a = \sin(2a)$ , dapat juga dituliskan:

$$f'(x) = (2x + 4) \sin(2(x^2 + 4x + 2)) = (2x + 4) \sin(2x^2 + 8x + 4).$$