

## Relasi dan Sifat-sifatnya

1. Diketahui himpunan  $A = \{3, 4\}$ ,  $B = \{2, 4, 5, 6\}$ . Buatlah relasi dalam bentuk pasangan terurut yang memenuhi:

- (a)  $R_1 = \{(a, b) \mid a \geq b; a \in A, b \in B\}$ .  
(b)  $R_2 = \{(a, b) \mid a + 1 \geq b; a \in A, b \in B\}$ .

### Penyelesaian:

Untuk  $R_1$ :

$$A = \{3, 4\}, \quad B = \{2, 4, 5, 6\}.$$

- Untuk  $a = 3$ : syarat  $a \geq b$  berarti  $3 \geq b$ . Dari  $B$  hanya  $b = 2$  yang memenuhi. Maka  $(3, 2) \in R_1$ .
- Untuk  $a = 4$ : syarat  $4 \geq b$ . Dari  $B$ ,  $b = 2$  dan  $b = 4$  memenuhi. Maka  $(4, 2)$  dan  $(4, 4) \in R_1$ .

Jadi

$$R_1 = \{(3, 2), (4, 2), (4, 4)\}.$$

Untuk  $R_2$ :

$$R_2 = \{(a, b) \mid a + 1 \geq b; a \in A, b \in B\}.$$

- Untuk  $a = 3$ :  $a + 1 = 4$ , sehingga  $b \leq 4$ . Dari  $B$ :  $b = 2, 4$ . Maka  $(3, 2)$  dan  $(3, 4) \in R_2$ .
- Untuk  $a = 4$ :  $a + 1 = 5$ , sehingga  $b \leq 5$ . Dari  $B$ :  $b = 2, 4, 5$ . Maka  $(4, 2)$ ,  $(4, 4)$ , dan  $(4, 5) \in R_2$ .

Jadi

$$R_2 = \{(3, 2), (3, 4), (4, 2), (4, 4), (4, 5)\}.$$

2. Diketahui  $\mathbb{Z}$  (himpunan bilangan bulat) dan relasi

$$aRb \iff b = 3a, \quad a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}.$$

Tentukan domain  $D(R)$  dan range  $R(R)$ .

### Penyelesaian:

Relasi dapat ditulis sebagai

$$R = \{(a, 3a) \mid a \in \mathbb{Z}\}.$$

- Domain  $D(R)$  adalah semua elemen pertama dari setiap pasangan: untuk setiap  $a \in \mathbb{Z}$  ada  $b = 3a \in \mathbb{Z}$ , sehingga

$$D(R) = \mathbb{Z}.$$

- Range  $R(R)$  adalah semua elemen kedua dari setiap pasangan: semua berbentuk  $3a$  dengan  $a \in \mathbb{Z}$ , yaitu kelipatan tiga,

$$R(R) = \{3k \mid k \in \mathbb{Z}\}.$$

3. Diketahui graf berarah dengan himpunan simpul

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

dan panah seperti pada gambar (2 mengarah ke 1 dan 3, 1 ke 4 dan 5, 5 ke 3, 3 ke 4).

(a) Buatlah relasi dalam bentuk pasangan terurut.

Dari arah panah didapat pasangan:

$$R = \{(2, 1), (1, 4), (2, 3), (1, 5), (5, 3), (3, 4)\}.$$

(b) Periksa apakah relasi  $R$  bersifat refleksif, simetris, dan transitif.

**Refleksif:**

Refleksif pada  $S$  berarti  $(x, x) \in R$  untuk semua  $x \in S$ . Dari graf tidak ada loop pada setiap simpul, sehingga tidak ada  $(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)$  di dalam  $R$ . Jadi  $R$  *bukan* refleksif.

**Simetris:**

Simetris berarti jika  $(a, b) \in R$  maka  $(b, a) \in R$ . Karena  $(2, 1) \in R$  tetapi  $(1, 2) \notin R$ , maka  $R$  *tidak* simetris.

**Transitif:**

Transitif berarti jika  $(a, b) \in R$  dan  $(b, c) \in R$  maka  $(a, c) \in R$ . Perhatikan bahwa  $(2, 1) \in R$  dan  $(1, 4) \in R$ , sehingga jika  $R$  transitif harusnya  $(2, 4) \in R$ . Namun  $(2, 4) \notin R$ . Maka  $R$  *tidak* transitif.