

# Chain-of-Reasoning (CoR): Многопарадигмальный подход к математическим рассуждениям в LLM

## Основные сведения об исследовании

**Название:** Chain-of-Reasoning: к унифицированному математическому рассуждению в больших языковых моделях через многопарадигмальную перспективу

**Дата публикации:** 2025-01-19

**Ссылка на исследование:** <https://arxiv.org/pdf/2501.11110>

**Рейтинг:** 78/100

**Адаптивность:** 85/100 (высокая применимость без дополнительного обучения или API)

## Ключевые идеи исследования

Исследование представляет инновационный подход **Chain-of-Reasoning (CoR)** — унифицированную структуру для улучшения математических рассуждений в больших языковых моделях. Основная идея заключается в интеграции трёх различных парадигм рассуждения:

1. **NLR (Natural Language Reasoning)** — рассуждение на естественном языке
2. **AR (Algorithmic Reasoning)** — алгоритмическое рассуждение
3. **SR (Symbolic Reasoning)** — символическое рассуждение

Результатом стало создание модели **CoR-Math-7B**, которая демонстрирует значительное превосходство над современными языковыми моделями:

- На **41.0%** лучше GPT-4 в задачах доказательства теорем
- На **7.9%** лучше существующих методов в арифметических задачах

# Механизм работы: почему это эффективно

Chain-of-Reasoning работает эффективно благодаря четырем ключевым механизмам:

## 1. Интеграция множественных парадигм рассуждения

Каждая парадигма рассуждения обладает своими преимуществами:

- **NLR** (естественно-языковое рассуждение) — помогает понять задачу, сформулировать высокоуровневый план решения и применить интуицию
- **AR** (алгоритмическое рассуждение) — структурирует решение через алгоритмические шаги, точно отслеживает состояние вычислений
- **SR** (символическое рассуждение) — обеспечивает формальную точность в манипуляциях с математическими выражениями

Совместное использование всех трех парадигм создает **синергетический эффект**, компенсируя слабости одного подхода сильными сторонами другого.

## 2. Прогрессивная стратегия обучения (PPT)

Исследование представляет **поэтапную стратегию обучения** модели различным парадигмам рассуждения:

1. Начало с естественно-языкового рассуждения (NLR) как базового уровня
2. Постепенное добавление алгоритмического рассуждения (AR)
3. Интеграция символического рассуждения (SR) на продвинутом этапе

Этот последовательный подход позволяет модели лучше усваивать каждый тип рассуждения.

## 3. Многопарадигмальное последовательное семплирование (SMPS)

**SMPS** — техника, которая:

- Генерирует несколько решений через разные парадигмы рассуждения
- Выполняет последующий синтез этих решений
- Позволяет достичь более высокой точности проверки результатов

## 4. Адаптивная глубина рассуждения

CoR позволяет **настраивать глубину рассуждения** в зависимости от типа и сложности задачи:

- Простые задачи могут решаться с применением только одной парадигмы

- Для сложных задач активируются все три парадигмы и выполняется их синтез

## Принципы применения в промтах (без дополнительного обучения)

Хотя полная реализация CoR требует специального обучения модели, основные принципы могут быть применены в стандартных промтах без дополнительного обучения LLM или использования API.

### 1. Базовый шаблон CoR-промта для решения математических задач

Реши следующую математическую задачу, используя подход Chain of Reasoning (CoR). Пожалуйста, проведи рассуждение в три этапа:

1. Сначала используй естественно-языковое рассуждение (NLR): опиши своими словами, как ты понимаешь задачу, какие концепции здесь применимы, и наметь общий план решения.
2. Затем примени алгоритмическое рассуждение (AR): представь решение в виде последовательных шагов алгоритма, отслеживая переменные и их изменения на каждом шаге.
3. Наконец, используй символическое рассуждение (SR): запиши математические формулы и выражения, необходимые для решения, и выполни точные символические преобразования.

После применения всех трех парадигм, синтезируй окончательный ответ, объясняя, как каждый из подходов помог прийти к решению.

Задача: [текст задачи]

### 2. Расширенный CoR-промт для сложных математических доказательств

Я хочу, чтобы ты доказал следующую математическую теорему, используя многопарадигмальный подход Chain of Reasoning (CoR).

Теорема: [формулировка теоремы]

Проведи доказательство с использованием трех парадигм рассуждения:

1. Естественнo-языковoe рассуждение (NLR):

- Объясни суть теоремы простыми словами
- Опиши интуитивное понимание того, почему теорема должна быть верна
- Сформулируй общую стратегию доказательства

2. Алгоритмическое рассуждение (AR):

- Представь доказательство как пошаговый процесс
- Для каждого шага укажи, какие данные используются и какие выводы делаются
- Проследи логическую цепочку рассуждений от начальных условий до требуемого вывода

3. Символическое рассуждение (SR):

- Запиши формальное математическое доказательство с использованием соответствующих обозначений и символов
- Выполни необходимые символические преобразования и манипуляции
- Убедись в строгости и полноте доказательства

В заключение, синтезируй все три подхода, чтобы представить полное и убедительное доказательство теоремы.

### 3. CoR-промпт для решения практических математических задач

Решите следующую прикладную математическую задачу, используя многопарадигмальный подход Chain of Reasoning (CoR).

Задача: [описание задачи]

1. Естественнo-языковoй анализ (NLR):

- Интерпретируйте задачу своими словами
- Определите ключевые переменные и отношения между ними
- Предложите высокоуровневую стратегию решения
- Опишите ожидаемый результат и его практическую интерпретацию

2. Алгоритмическое решение (AR):

- Разработайте пошаговый алгоритм решения
- Отслеживайте значения всех переменных на каждом шаге
- Используйте псевдокод или блок-схемы при необходимости
- Проверяйте промежуточные результаты

### 3. Символическое решение (SR):

- Постройте математическую модель задачи
- Сформулируйте соответствующие уравнения или неравенства
- Проведите точные символические преобразования
- Получите формальное решение

### 4. Синтез и проверка:

- Сравните результаты всех трех подходов
- Объясните любые расхождения или подтвердите согласованность
- Предоставьте окончательный ответ с уверенностью в его правильности
- Проинтерпретируйте результат в контексте исходной задачи

## Практический пример CoR-промпта с объяснением

Задача: В магазине продается смесь орехов двух видов. Первый вид стоит 800 рублей за килограмм, второй — 400 рублей за килограмм. Сколько нужно взять орехов каждого вида, чтобы получить 5 килограммов смеси стоимостью 500 рублей за килограмм?

Решите эту задачу, используя подход Chain of Reasoning (CoR) с применением трех парадигм рассуждения:

#### 1. Естественнo-языковое рассуждение (NLR):

- Опишите задачу своими словами
- Определите, что известно и что нужно найти
- Предложите общий план решения

#### 2. Алгоритмическое рассуждение (AR):

- Определите переменные для каждой неизвестной величины
- Составьте пошаговый алгоритм решения
- Отслеживайте значения на каждом шаге

#### 3. Символическое рассуждение (SR):

- Запишите систему уравнений для решения задачи
- Решите систему уравнений алгебраически
- Проверьте полученное решение

После применения всех трех подходов сделайте общий вывод и запишите окончательный ответ.

## Объяснение как работает этот промпт

1. **Структурированное рассуждение:** Промпт требует строгой последовательности применения трех парадигм, что заставляет модель рассматривать задачу с разных перспектив.
2. **Естественно-языковое рассуждение (NLR):** На этом этапе модель "распаковывает" задачу в более понятных терминах, что помогает ей осмыслить условия и связи.
3. **Алгоритмическое рассуждение (AR):** Здесь модель разбивает решение на конкретные шаги и отслеживает состояние переменных, что снижает вероятность ошибок в рассуждениях.
4. **Символическое рассуждение (SR):** Использование математических формул и строгих символических преобразований позволяет модели точно решить задачу и избежать приближений.
5. **Синтез и проверка:** Сопоставление результатов разных подходов служит как внутренняя проверка правильности решения.

## Преимущества многопарадигмального подхода CoR

1. **Повышенная надежность:** Использование разных парадигм рассуждения действует как система взаимных проверок, уменьшая вероятность ошибок.
2. **Улучшенное объяснение:** Многоуровневый подход обеспечивает более глубокое понимание решения как для модели, так и для человека.
3. **Гибкая адаптация к сложности:** Для простых задач достаточно одной парадигмы, для сложных можно задействовать все три.
4. **Улучшенная трассируемость ошибок:** При возникновении ошибок легче определить, в какой парадигме рассуждения произошел сбой.
5. **Качественное обобщение:** Благодаря разнообразным подходам модель лучше справляется с нестандартными задачами.

## Заключение

Chain-of-Reasoning (CoR) представляет собой мощный инструмент для улучшения математических рассуждений в больших языковых моделях. Интеграция естественно-языкового, алгоритмического и символического

рассуждения создает синергетический эффект, позволяющий моделям достигать значительно лучших результатов в сложных математических задачах.

Хотя полная реализация CoR требует специального обучения модели, основные принципы многопарадигмального подхода могут быть успешно применены в промптах для существующих LLM, значительно повышая их эффективность в математических рассуждениях без необходимости в дополнительном обучении или API.