گروه رباتیک ارس

سیستم های کنترل خطی

فصل اول: مقدمه

در این فصل با چند مثال بیولوژیکی، اجتماعی و صنعتی با سیستم کنترل، اجزای آن، نمایش های فیزیکی و نمودار بلوکی و اهداف سیستم کنترل آشنا می شویم. سپس اهمیت استفاده از فیدبک و اعجاز آن در رسیدن به اهداف سه گانه همزمان را مورد بررسی قرار داده و سپس ساختار های مختلف سیستم های کنترل را مرور می کنیم. در بخش دوم این فصل نمایش های مختلف نمودار بلوکی، نمودار گذر سیگنال SFG و نمایش فضای حالت را بررسی نموده با مثال های متنوع روش ساده سازی دستی و با استفاده از ابزارهای کامپیوتری را بررسی خواهیم نمود.

به چشم انداز

کسب مهارت های لازم

در تحلیل و طراحی سیستم های کنترل خطی

خوش آمدید

در باره گروه رباتیک ارس

گروه رباتیک ارس از ۱۳۷۶ و با بیش از ۲۴ سال تجربه، خدمات خود را در گسترش آموزش مهندسی و پژوهش در لبه های دانش را در زمینه تحلیل و طراحی سیستم های دینامیکی در کاربرد رباتیک ارائه می دهد. **گروه رباتیک ارس** به خوبی توسط کارشناسان صنعتی، پژوهشگران و شخصیت های علمی دانش آموخته خود و همچنین با سوابق فراوان موفق پروژه های تحقیق و توسعه خود در سراسر کشور و در جوامع علمی بین المللی شناخته می شود. مهمترین پشتوانه این گروه ظرفیت نیروی انسانی وسیع گروه است که تمام سعی و اهتمام خود را به گسترش دانش و فناوری معطوف نموده اند. یکی از مهمترین اهداف گروه استفاده از این پتانسیل ها به منظور گسترش ارتباطات آکادمیک و صنعتی در سطح ملی و بین المللی است. ماموریت گروه رباتیک ارس توسعه پهنه دانش و تعمیق کیفیت آموزش و پژوهش در یک محیط پویا و شاداب است.

عناوین فصل

۱ پیشگفتار

سیستم کنترل چیست، اجزای سیستم کنترل، نمایش فیزیکی و نمودار بلوکی سیستم کنترل، اهداف سیستم کنترل

۲ اعجاز فیدبک

مقایسه سیستم حلقه باز و حلقه بسته، بررسی همزمان اهداف تنظیم یا ردیابی، رفع اثر اغتشاش و عدم حساسیت به شناخت دقیق سیستم

۳ ساختار های مختلف سیستم کنترل

سیستم حلقه باز، سیستم حلقه بسته، سیستم حلقه بسته با کنترلگر پیش خور، سیستم حلقه بسته با دو کنترلگر آبشاری، سیستم حلقه بسته آبشاری با دو خروجی، سیستم حلقه بسته با فیدبک حالت

۴ نمایش مدل در سیستم های کنترل

معادلات دیفرانسیل خطی غیر متغیر با زمان LTI، مروری بر تبدیل لاپلاس، ویژگی های تبدیل لاپلاس، استفاده از تبدیل لاپلاس در نمایش سیستم های کنترل خطی، تعیین پاسخ کامل سیستم با تبدیل لاپلاس

۵ نمایش نمودار بلوکی

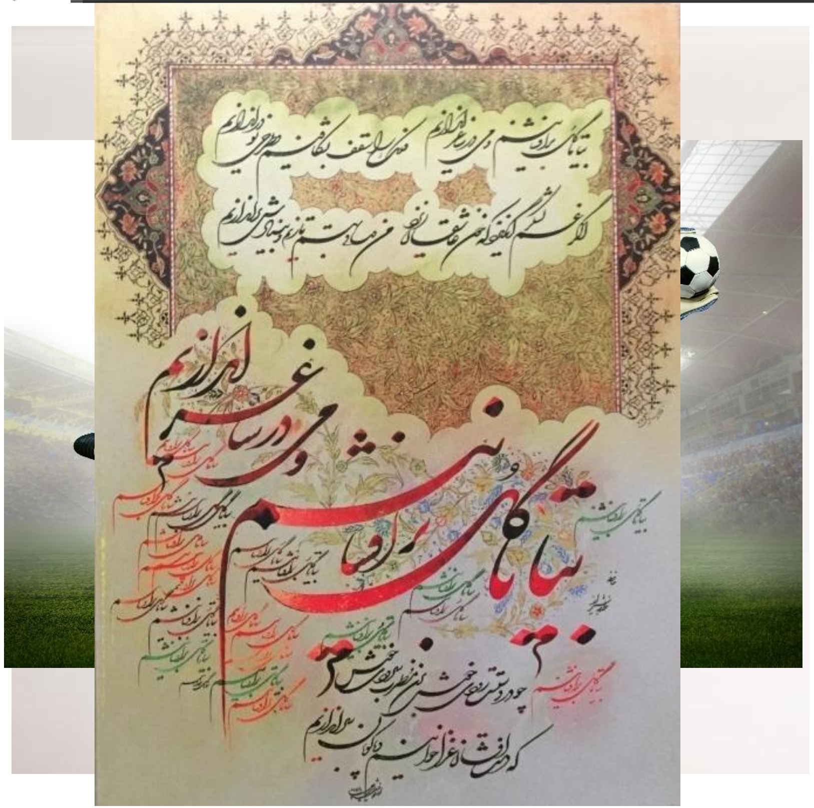
اجزای نمودار بلوکی، اتصالات نمودار بلوکی، ساده سازی نمودار بلوکی
مثال های ساده سازی

۶ نمودار گذر سیگنال SFG

نماد ها و اجزای SFG، قانون بهره Mason در حالت کلی و در حالت خاص، مثال های ساده سازی، مدل سازی موتور DC مغناطیس دائم، نمایش فضای حالت

در این فصل با چندین مثال بیولوژیکی، اجتماعی و صنعتی با سیستم کنترل، اجزای آن، نمایش های فیزیکی و نمودار بلوکی و اهداف سیستم کنترل آشنا می شویم. سپس اهمیت استفاده از فیدبک و اعجاز آن در رسیدن به اهداف سه گانه همزمان را مورد بررسی قرار داده و سپس ساختار های مختلف سیستم های کنترل را مرور می کنیم. در بخش دوم این فصل نمایش های مختلف نمودار بلوکی، نمودار گذر سیگنال SFG و نمایش فضای حالت را بررسی نموده با مثال های متنوع روش ساده سازی دستی و با استفاده از ابزارهای کامپیوتری را بررسی خواهیم نمود.

سیستم کنترل چیست؟

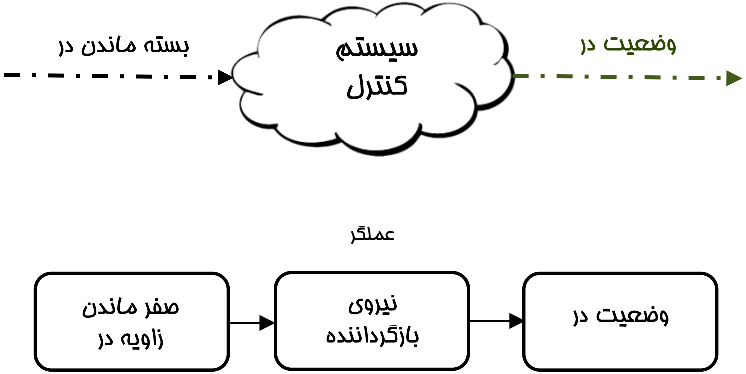


- **شگفت انگیز ترین سیستم کنترل: انسان**
  - ✓ دویدن
    - ❑ بهینه سازی زمان در دوی ۱۰۰ متر
    - ❑ بهینه سازی مصرف انرژی در دوی ماراتون
  - ✓ حرکات دست
    - ❑ کنترل همزمان دست و چشم در گرفتن اجسام متحرک
    - ❑ مهار توپ توسط دروازه بان
    - ❑ خوشنویسی

سیستم کنترل چیست؟

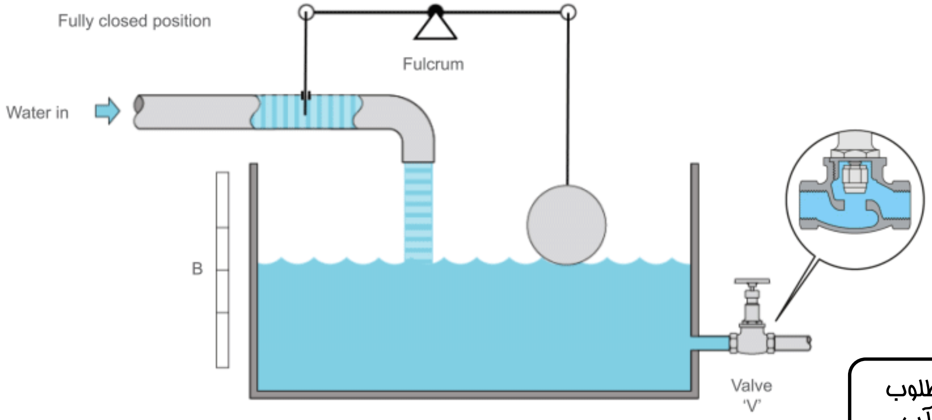
- **نمونه ای ساده**
  - ✓ بسته نگهداشتن در (هدف تنظیم)
  - ✓ سیستم حلقه باز

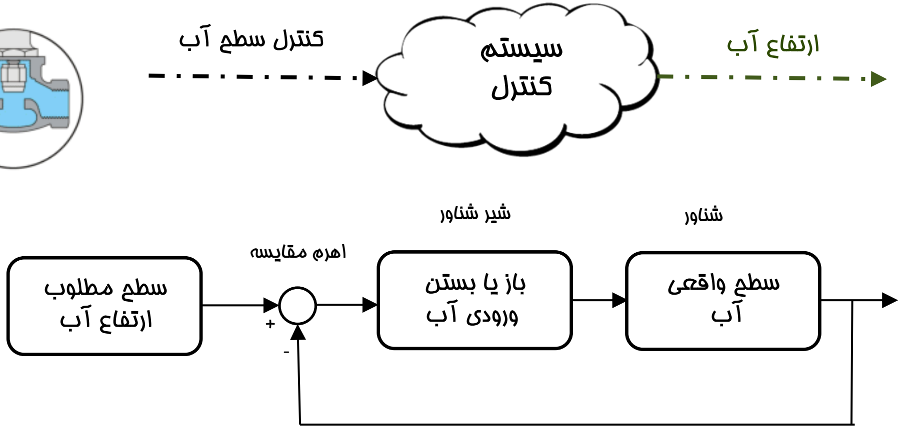
برگرفته از این پیوند



سیستم کنترل چیست؟

- **نمونه ای ساده**
  - ✓ کنترل اتوماتیک سطح آب در یک مخزن یا کولر آبی
  - ✓ سیستم حلقه بسته

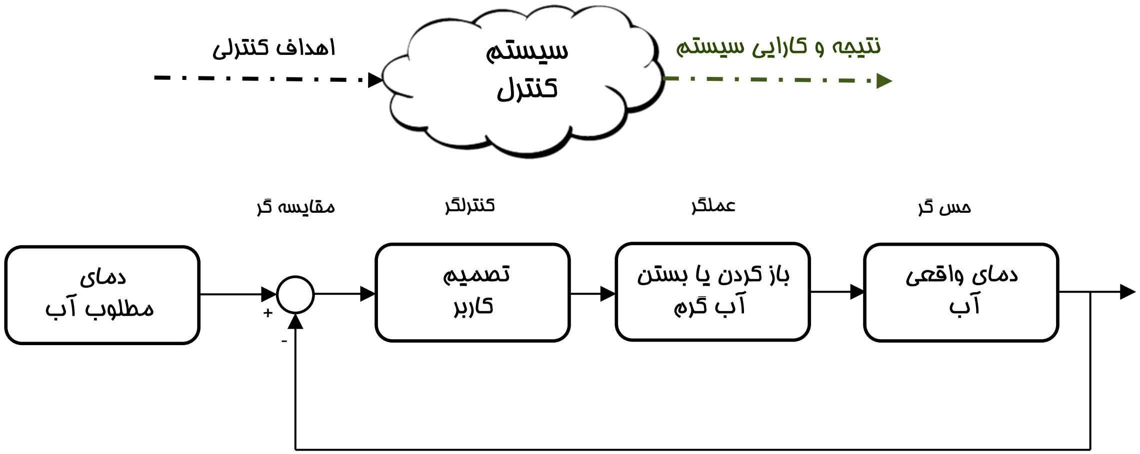




برگرفته از این پیوند

سیستم کنترل چیست؟

- **نمونه ای ساده**
  - ✓ کنترل دمای شیر آب سرد و گرم (هدف تنظیم دما)
  - ✓ سیستم حلقه بسته



برگرفته از این پیوند

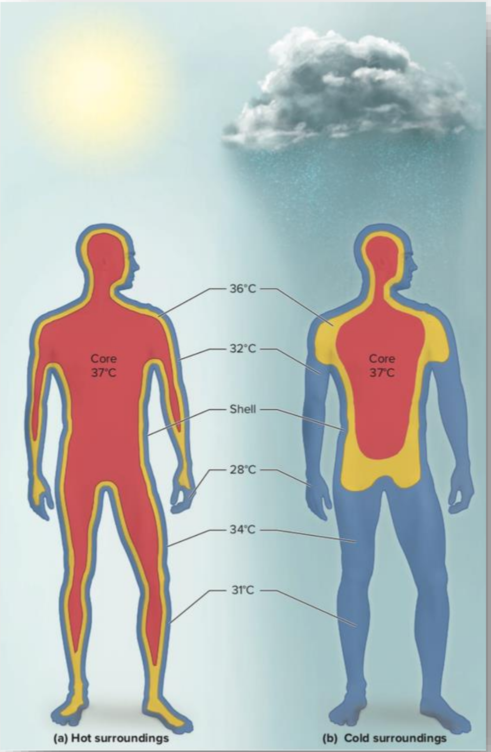
سیستم کنترل چیست؟

- **نمونه ای شگفت انگیز**
  - ✓ کنترل دمای بدن انسان (هدف تنظیم دما)

برگرفته از این پیوند

سیستم کنترل چیست؟

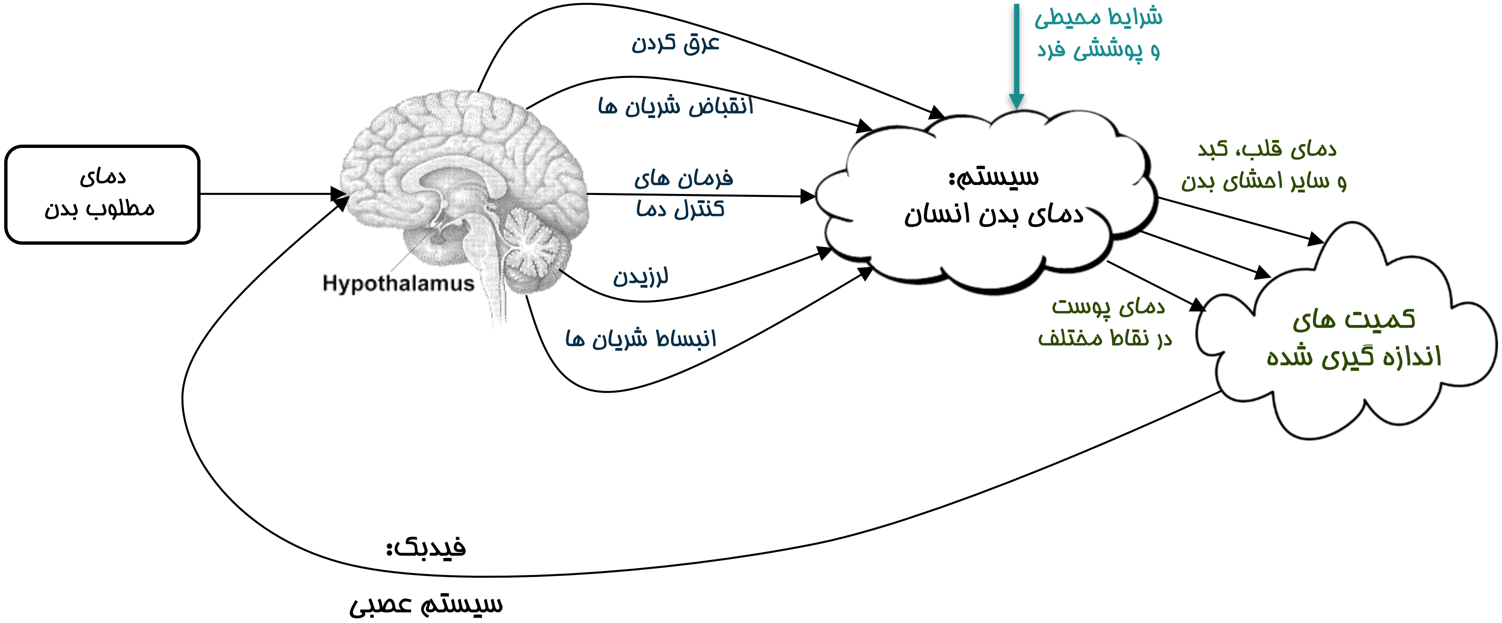
- **اجزای این سیستم کنترل**
  - ✓ سیستم و اهمیت کنترل یک یا چند کمیت آن
    - ❑ انسان خونگرم، زنده ماندن سلول های بدن در دمای ۳۰ تا ۴۰ درجه
  - ✓ حسگرهای کمیت مورد نظر
    - ❑ پوست بدن، حسگرهای اجزای بدن (قلب، کبد، احشاء داخلی و ...)
  - ✓ فیدبک
    - ❑ سیستم عصبی بدن
  - ✓ مرکز دریافت اطلاعات، تصمیم گیری و ارسال فرمان کنترلی
    - ❑ بخش هایپوتالاموس hypothalamus مغز
  - ✓ عملگرهای گرمایش یا سرمایش بدن
    - ❑ انتقال حرارت در پوست در اثر عرق کردن (اثر فوق العاده موی بدن)
    - ❑ انقباض و انبساط رگ ها
    - ❑ لرزیدن، حرکت بدن و ماهیچه ها و ...
    - ❑ توزیع گرمایش یا سرمایش در بخش مهم بدن (قلب و مغز)



برگرفته از این پیوند

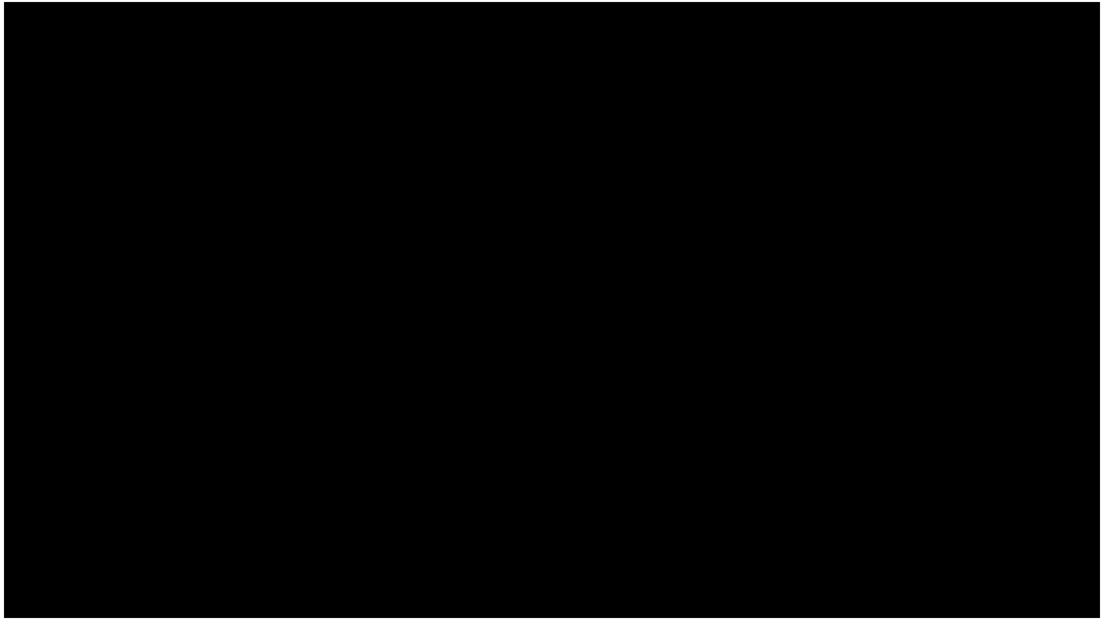
سیستم کنترل چیست؟

- نمودار فیزیکی اجزای این سیستم کنترل



سیستم کنترل چیست؟

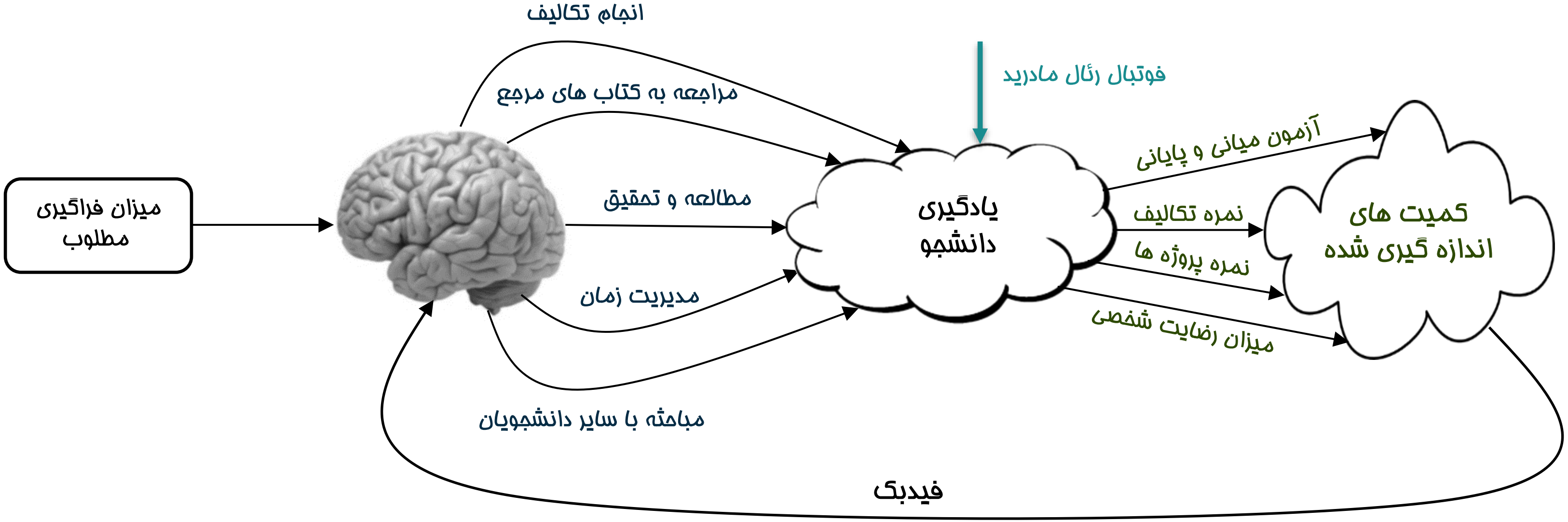
- نمونه شگفت انگیز دیگر: مرغ زرین پر (Hummingbird)
  - ✓ ثابت ماندن در هوا (با حضور اغتشاش)



برگرفته از این پیوند

سیستم کنترل چیست؟

- نمونه ای دیگر: فرایند یادگیری در دانشجویان



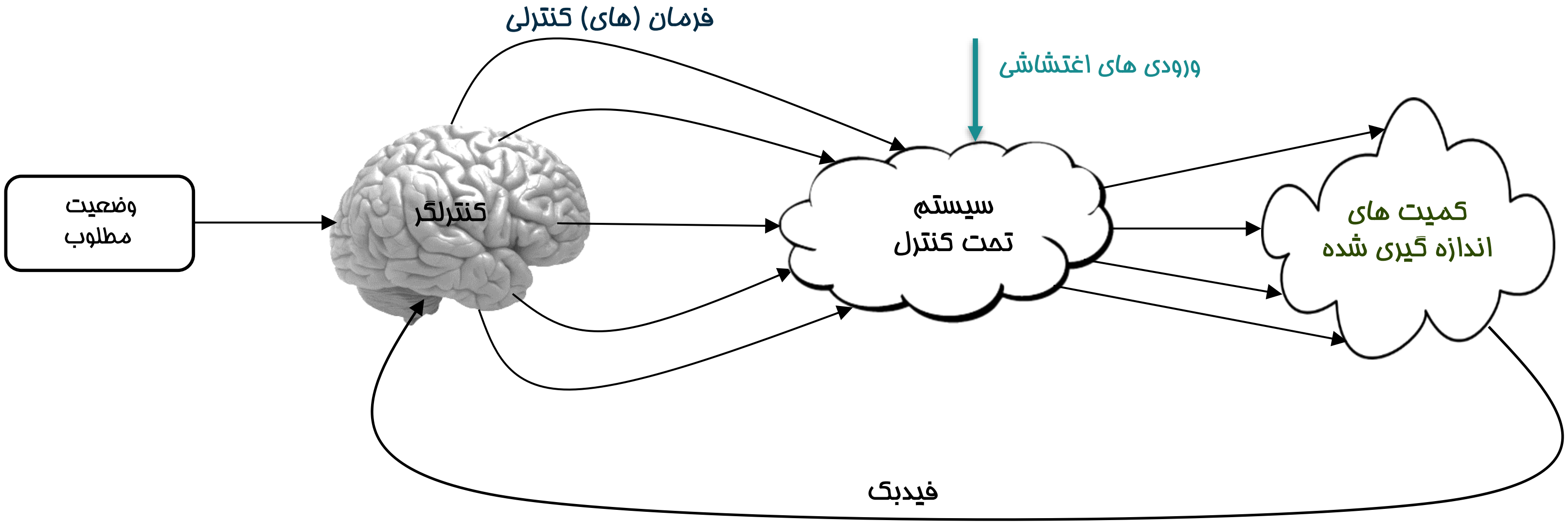
اجزای سیستم کنترل

- **سیستم یا فرایند**
  - ✓ ذات سیستم با ویژگی ها و دینامیک مخصوص خود
    - ❑ سیستم واقعی
    - ❑ مدل سیستم برای پیش بینی رفتار سیستم
  - ✓ تبیین وضعیت مطلوب
- **کنترلگر: بخش انگیزه بخش، ملامت گر، مقایسه گر، اراده و تصمیم گیر**
- **حسگرها: بخش اندازه گیر کمیت های مهم سیستم**
- **عملگرها: بخش اجرای فرامین کنترل کننده**
- **اغتشاش خارجی: فوتبال رئال مادرید!**
- **فیدبک: مهمترین عامل موفقیت یک سیستم کنترل**
  - ✓ پایش آنی و همیشگی وضعیت

اجزای سیستم کنترل

- ## نمایش سیستم یا فرایند

  ✓ نمایش فیزیکی

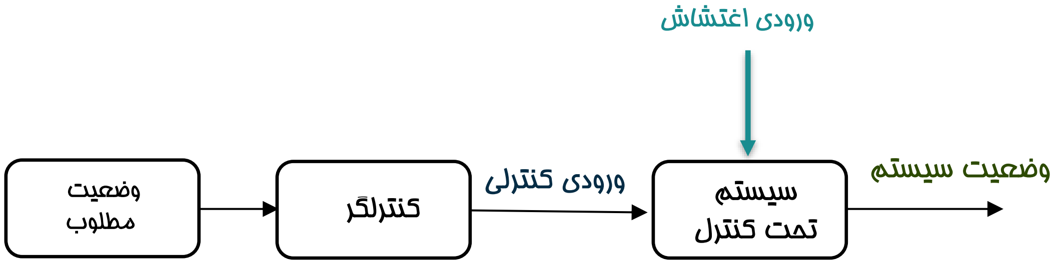


اجزای سیستم کنترل

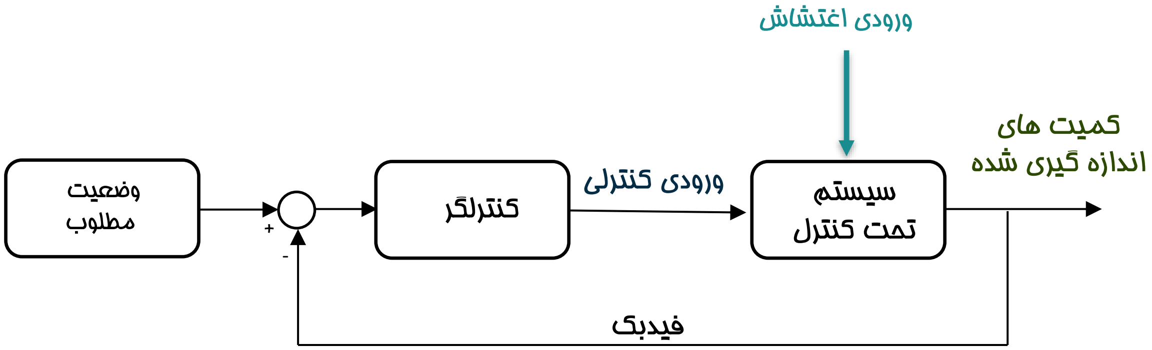
- ## نمایش سیستم یا فرایند

✓ نمودار بلوکی

❑ سیستم حلقه باز



❑ سیستم حلقه بسته



اهداف سیستم های کنترل

- **رسیدن به مقدار مطلوب**

✓ تنظیم (Regulation): مقدار مطلوب ثابت $r = cte$

❑ کنترل دمای بدن (۳۷ درجه سانتی گراد)

❑ رسیدن به سطح یادگیری مناسب (نمره ۲۰)

❑ ثابت ماندن منقار مرغ زرین پر (ارتفاع و جهت گیری ثابت)

❑ کنترل ضخامت کاغذ در فرایند تولید کاغذ

❑ ثابت نگهداشتن فرکانس برق شهر (۵۰ یا ۶۰ هرتز) و . . .

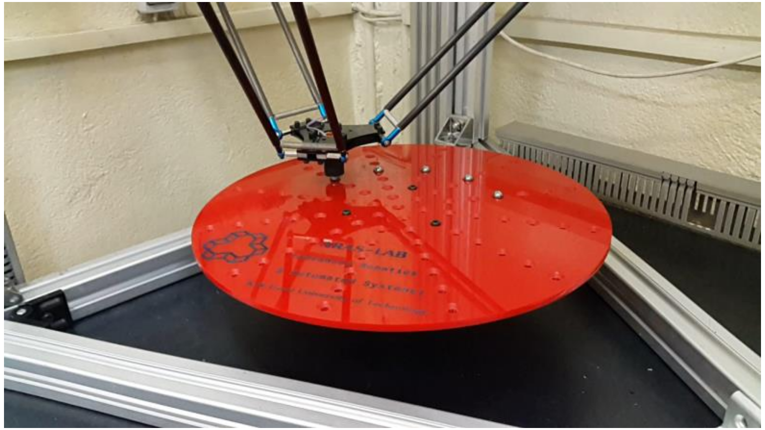
✓ ردیابی (Tracking): مقدار مطلوب متغیر $r = r(t)$

❑ گرفتن پنالتی توسط دروازه بان

❑ ردیابی موشک ضد هواپیما

❑ پرواز خودران کوادکوپتر

❑ برداشت قطعات از تسمه نقاله متحرک توسط ربات



ربات دلتا محصول گروه رباتیک ارس

اهداف سیستم های کنترل

- رفع اثر اغتشاش در تنظیم یا ردیابی
  - ✓ کاهش اثر اغتشاش در رسیدن به مقدار مطلوب
    - ❑ کنترل دمای بدن در سرما یا گرمای شدید محیطی
    - ❑ رسیدن به سطح یادگیری مناسب حتی در زمان جام جهانی فوتبال!
    - ❑ ثابت ماندن منقار مرغ زرین پر در حضور باد شدید
    - ❑ سیستم تعلیق فعال خودرو: تراش الماس در خودروی متحرک
- قوام: عدم حساسیت به شناخت دقیق سیستم
  - ✓ هیچگاه رفتار سیستم را نمی توان دقیقا شناخت و ارزیابی کرد
    - ❑ کنترل دمای بدن حتی در سن بالا
    - ❑ رسیدن به سطح یادگیری مناسب برای خلاق ها یا پرکارها
    - ❑ کنترل سیستم های پیچیده
    - ❑ کنترل سیستم های ابعاد وسیع

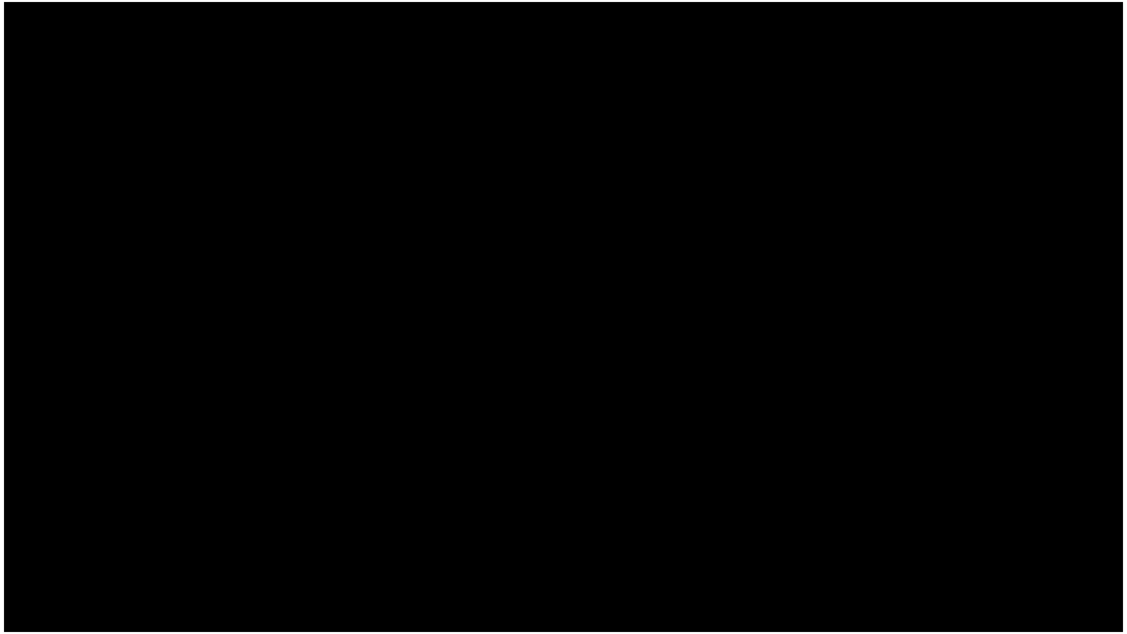
اهداف سیستم های کنترل

- **تنظیم و ردیابی با وجود محدودیت در عملگرها**
  - ✓ به جز خداوند متعال همه چیز و همگان محدودیت دارند
    - ❑ کنترل دمای بدن با وجود انبساط یا انقباض محدود در شریان ها
    - ❑ رسیدن به سطح یادگیری مناسب با وجود زمان محدود
    - ❑ ثابت ماندن منقار مرغ زرین پر با وجود محدودیت سرعت بال زدن پرنده
    - ❑ دقت و سرعت ربات با وجود ولتاژ و جریان محدود موتورها

- **رفع اثر نویز حسگر ها در تنظیم یا ردیابی**
  - ✓ فیدبک به دریافت اطلاعات و مشاهده محیط بسیار وابسته است
    - ❑ کنترل ضخامت کاغذ با وجود عدم دقت در اندازه گیری ضخامت
    - ❑ چگونگی پاس شدن درس های بدون تمرین و پروژه!
    - ❑ چگونگی اندازه‌گیری جهت گیری سر مرغ زرین پر (اسلاید بعد!)

اهداف سیستم های کنترل

- **پایدار سازی شگفت انگیز سر مرغ**
  - ✓ استفاده از آن در تصویربرداری ورزشی!



برگرفته از این پیوند

اهداف سیستم های کنترل

- **پایدارسازی**
  - ✓ پایدار کردن سیستم های ذاتا ناپایدار
    - ❑ تنها توسط سیستم کنترلی مغز است که انسان راست قامت می تواند بایستد.
    - ❑ راه رفتن روی طناب

عناوین فصل

۱ پیشگفتار

سیستم کنترل چیست، اجزای سیستم کنترل، نمایش فیزیکی و نمودار بلوکی سیستم کنترل، اهداف سیستم کنترل

۲ اعجاز فیدبک

مقایسه سیستم حلقه باز و حلقه بسته، بررسی همزمان اهداف تنظیم یا ردیابی، رفع اثر اغتشاش و عدم حساسیت به شناخت دقیق سیستم

۳ ساختار های مختلف سیستم کنترل

سیستم حلقه باز، سیستم حلقه بسته، سیستم حلقه بسته با کنترلگر پیش خور، سیستم حلقه بسته با دو کنترلگر آبشاری، سیستم حلقه بسته آبشاری با دو خروجی، سیستم حلقه بسته با فیدبک حالت

۴ نمایش مدل در سیستم های کنترل

معادلات دیفرانسیل خطی غیر متغیر با زمان LTI، مروری بر تبدیل لاپلاس، ویژگی های تبدیل لاپلاس، استفاده از تبدیل لاپلاس در نمایش سیستم های کنترل خطی، تعیین پاسخ کامل سیستم با تبدیل لاپلاس

۵ نمایش نمودار بلوکی

اجزای نمودار بلوکی، اتصالات نمودار بلوکی، ساده سازی نمودار بلوکی مثال های ساده سازی

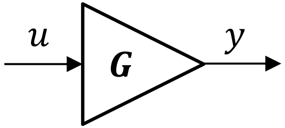
۶ نمودار گذر سیگنال SFG

نماد ها و اجزای SFG، قانون بهره Mason در حالت کلی و در حالت خاص، مثال های ساده سازی، مدل سازی موتور DC مغناطیس دائم، نمایش فضای حالت

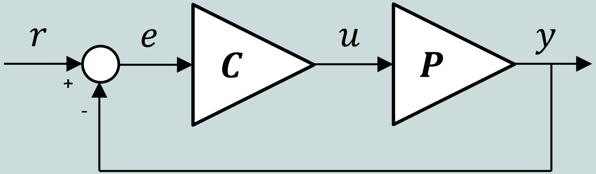
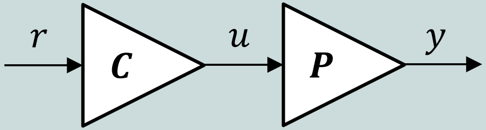
در این فصل با چندین مثال بیولوژیکی، اجتماعی و صنعتی با سیستم کنترل، اجزای آن، نمایش های فیزیکی و نمودار بلوکی و اهداف سیستم کنترل آشنا می شویم. سپس اهمیت استفاده از فیدبک و اعجاز آن در رسیدن به اهداف سه گانه همزمان را مورد بررسی قرار داده و سپس ساختار های مختلف سیستم های کنترل را مرور می کنیم. در بخش دوم این فصل نمایش های مختلف نمودار بلوکی، نمودار گذر سیگنال SFG و نمایش فضای حالت را بررسی نموده با مثال های متنوع روش ساده سازی دستی و با استفاده از ابزارهای کامپیوتری را بررسی خواهیم نمود.

- **مقایسه سیستم حلقه باز و حلقه بسته**

✓ سیستم ساده با بهره ثابت



$y = \boldsymbol{G}u$

سیستم حلقه بسته	سیستم حلقه باز
	
$e = r - y, \qquad y = \boldsymbol{CP}e = \boldsymbol{CP}(r - y)$ $y(1 + \boldsymbol{CP}) = \boldsymbol{CP}r \rightarrow y = \dfrac{\boldsymbol{CP}}{1 + \boldsymbol{CP}}r$	$y = \boldsymbol{P}u, \qquad u = \boldsymbol{C}r, \qquad y = \boldsymbol{CP}r$

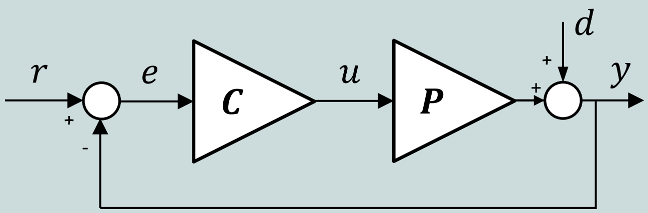
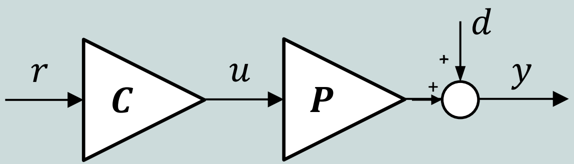
✓ بسته به نوع سیستم بهره سیستم $\boldsymbol{P}$ متفاوت است و هدف طراحی بهره کنترل کننده $\boldsymbol{C}$ است.

اعجاز فیدبک

- هدف اول تنظیم یا ردیابی $y \approx r$

سیستم حلقه بسته	سیستم حلقه باز
برای تنظیم یا ردیابی $y \approx r$ بایستی $y = \frac{\boldsymbol{CP}}{1+\boldsymbol{CP}} r \rightarrow \frac{\boldsymbol{CP}}{1+\boldsymbol{CP}} = 1$ در نتیجه فارغ از اینکه بهره سیستم $\boldsymbol{P}$ چه میزان باشد، کنترل کننده بایستی دارای بهره زیاد باشد: $\boldsymbol{CP} \gg 1 \rightarrow \boldsymbol{C} \gg 1$ – محدودیت عملگرها مانع ازدیاد بیش از حد بهره کنترلگر خواهد شد.	برای تنظیم یا ردیابی $y \approx r$ بایستی $y = \boldsymbol{CP}r \rightarrow \boldsymbol{CP} = 1$ در نتیجه اگر سیستم دارای بهره $\boldsymbol{P}$ باشد کنترل کننده بایستی دارای بهره واورن آن باشد: $\boldsymbol{C} = 1/\boldsymbol{P}$ – بهره کنترل کننده بایستی متناسب با سیستم انتخاب شود

- هدف دوم رفع اثر اغتشاش در تنظیم یا ردیابی $r \approx y$ با حضور d

سیستم حلقه بسته	سیستم حلقه باز
	
$e = r - y, \qquad y = d + \boldsymbol{CP}e = d + \boldsymbol{CP}(r - y)$ $y(1 + \boldsymbol{CP}) = \boldsymbol{d} + \boldsymbol{CP}r \rightarrow y = \dfrac{\boldsymbol{CP}}{1 + \boldsymbol{CP}} r + \dfrac{1}{1 + \boldsymbol{CP}} d$	$y = d + \boldsymbol{P}u, \qquad u = \boldsymbol{C}r, \qquad y = d + \boldsymbol{CP}r$
با طراحی کنترل کننده با بهره زیاد $CP \gg 1$ هم ردیابی صورت می گیرد $\frac{\boldsymbol{CP}}{1+\boldsymbol{CP}} \approx 1$ و هم رفع اغتشاش $\frac{1}{1+\boldsymbol{CP}} \approx 0$	در این ساختار کنترلی رفع اغتشاش امکان پذیر نیست و اغتشاش به صورت کامل در خروجی دیده می شود.

اعجاز فیدبک

- **هدف سوم قوام: عدم حساسیت به شناخت دقیق سیستم**

✓ تعریف ریاضی حساسیت نرمالیزه شده: رفتار خروجی سیستم $\boldsymbol{M} = \frac{y}{r}$ به شناخت مدل $\boldsymbol{P}$

$$\boldsymbol{S_P^M} = \frac{\partial \boldsymbol{M}/\boldsymbol{M}}{\partial \boldsymbol{P}/\boldsymbol{P}} = \frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \boldsymbol{P}} \cdot \frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{M}}$$

سیستم حلقه بسته	سیستم حلقه باز
در این ساختار $\boldsymbol{M} = \frac{\boldsymbol{CP}}{1+\boldsymbol{CP}}$ در نتیجه $\boldsymbol{S_P^M} = \frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \boldsymbol{P}} \cdot \frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{M}}$ $= \frac{C\cdot(1+CP)-C\cdot CP}{(1+CP)^2} \cdot \frac{P\cdot(1+CP)}{CP} = \frac{1}{1+CP}$ بدین ترتیب با کنترلگر بهره بالا $CP \gg 1$ حساسیت رفتار خروجی به مدل نزدیک صفر می شود!	در این ساختار $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{CP}$ در نتیجه $\boldsymbol{S_P^M} = \frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial \boldsymbol{P}} \cdot \frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{M}} = \boldsymbol{C} \cdot \frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{CP}} = 1$ بدین ترتیب با هر کنترلگری ۱۰۰٪ حساسیت به مدل وجود دارد!

اعجاز فیدبک

- دستیابی به سه هدف **همزمان** تنها با استفاده از فیدبک

✓ تنظیم یا ردیابی

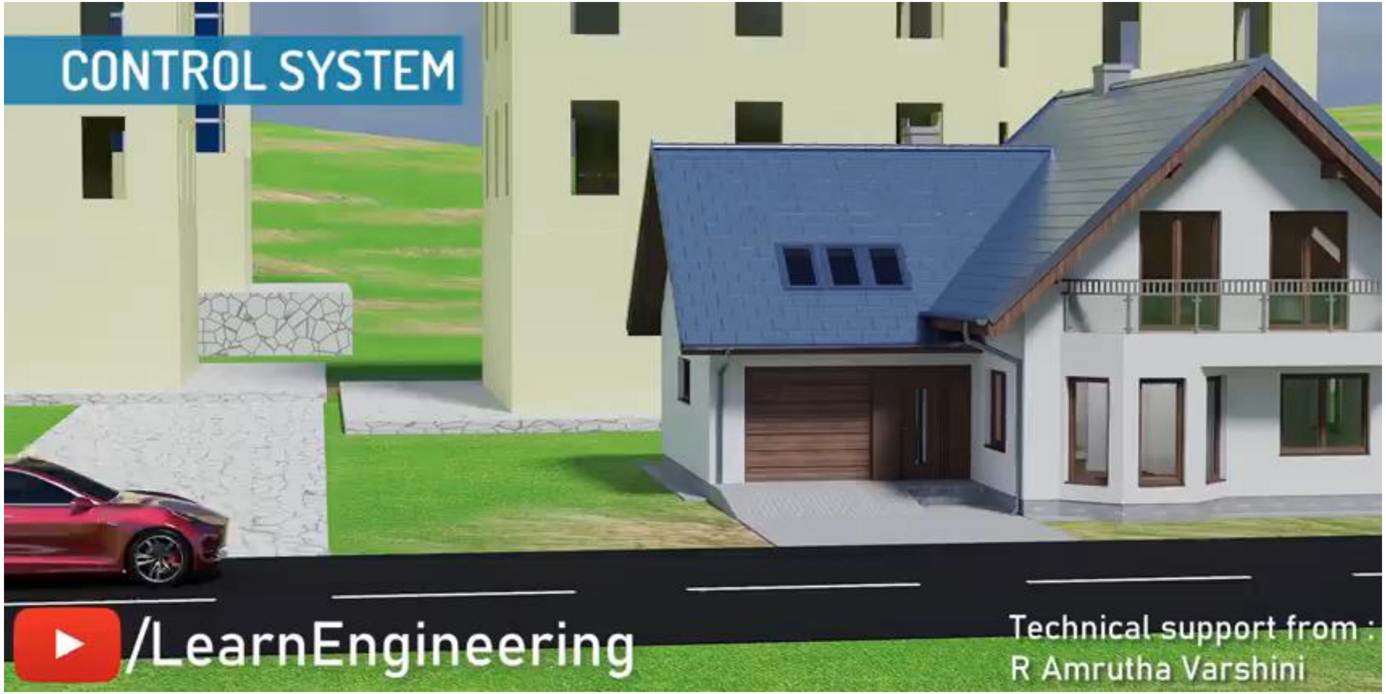
✓ در حضور اغتشاش

✓ و مقاوم در برابر عدم شناخت دقیق مدل

❑ در طول درس در خصوص اهمیت استفاده از فیدبک در پایداری سیستم حلقه بسته و همچنین با حضور محدودیت های عملگر ها و نویز اندازه گیری گفتگو خواهیم کرد ...

اعجاز فیدبک

- پرواز خودکار پهپاد (پرنده هدایت‌پذیر از دور)



برگرفته از این پیوند

عناوین فصل

پیشگفتار

۱ سیستم کنترل چیست، اجزای سیستم کنترل، نمایش فیزیکی و نمودار بلوکی سیستم کنترل، اهداف سیستم کنترل

اعجاز فیدبک

۲ مقایسه سیستم حلقه باز و حلقه بسته، بررسی همزمان اهداف تنظیم یا ردیابی، رفع اثر اغتشاش و عدم حساسیت به شناخت دقیق سیستم

ساختار های مختلف سیستم کنترل

۳ سیستم حلقه باز، سیستم حلقه بسته، سیستم حلقه بسته با کنترلگر پیش خور، سیستم حلقه بسته با دو کنترلگر آبشاری، سیستم حلقه بسته آبشاری با دو خروجی، سیستم حلقه بسته با فیدبک حالت

نمایش مدل در سیستم های کنترل

۴ معادلات دیفرانسیل خطی غیر متغیر با زمان **LTI**، مروری بر تبدیل لاپلاس، ویژگی های تبدیل لاپلاس، استفاده از تبدیل لاپلاس در نمایش سیستم های کنترل خطی، تعیین پاسخ کامل سیستم با تبدیل لاپلاس

نمایش نمودار بلوکی

۵ اجزای نمودار بلوکی، اتصالات نمودار بلوکی، ساده سازی نمودار بلوکی مثال های ساده سازی

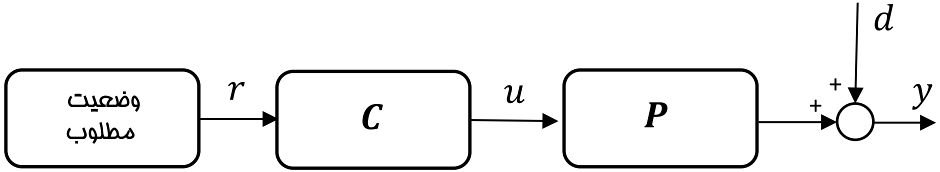
نمودار گذر سیگنال SFG

۶ نماد ها و اجزای **SFG**، قانون بهره **Mason** در حالت کلی و در حالت خاص، مثال های ساده سازی، مدل سازی موتور **DC** مغناطیس دائم، نمایش فضای حالت

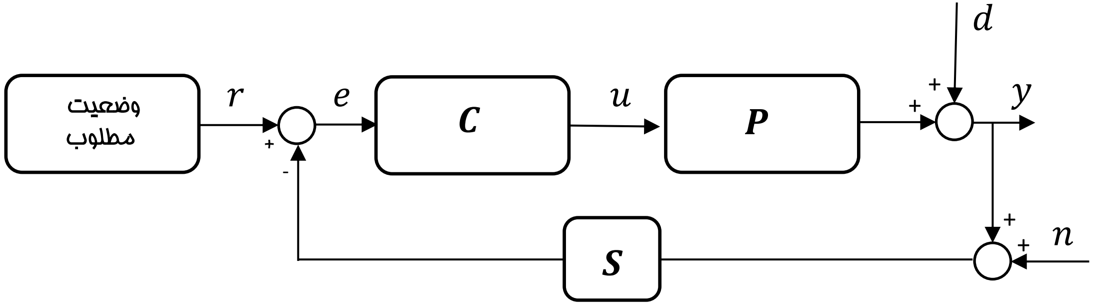
در این فصل با چندین مثال بیولوژیکی، اجتماعی و صنعتی با سیستم کنترل، اجزای آن، نمایش های فیزیکی و نمودار بلوکی و اهداف سیستم کنترل آشنا می شویم. سپس اهمیت استفاده از فیدبک و اعجاز آن در رسیدن به اهداف سه گانه همزمان را مورد بررسی قرار داده و سپس ساختار های مختلف سیستم های کنترل را مرور می کنیم. در بخش دوم این فصل نمایش های مختلف نمودار بلوکی، نمودار گذر سیگنال SFG و نمایش فضای حالت را بررسی نموده با مثال های متنوع روش ساده سازی دستی و با استفاده از ابزارهای کامپیوتری را بررسی خواهیم نمود.

ساختارهای مختلف سیستم کنترل

- **سیستم حلقه باز**
  - ✓ با اغتشاش d در خروجی

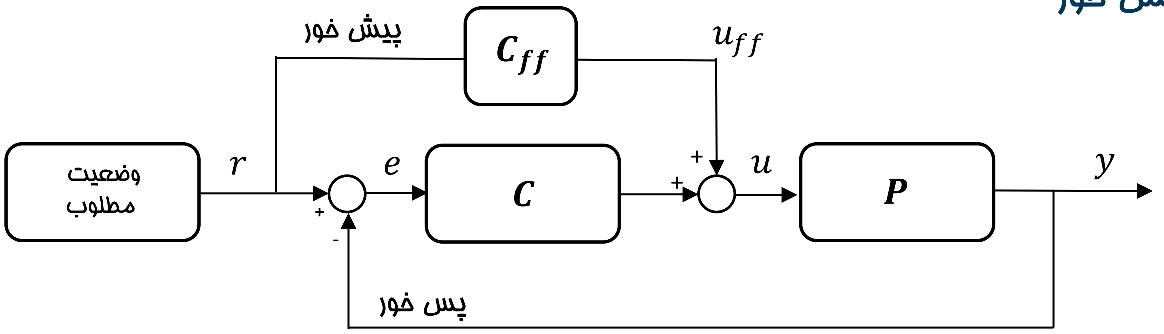


- **سیستم حلقه بسته**
  - ✓ با حضور حسگر S و نویز اندازه گیری n و اغتشاش d در خروجی

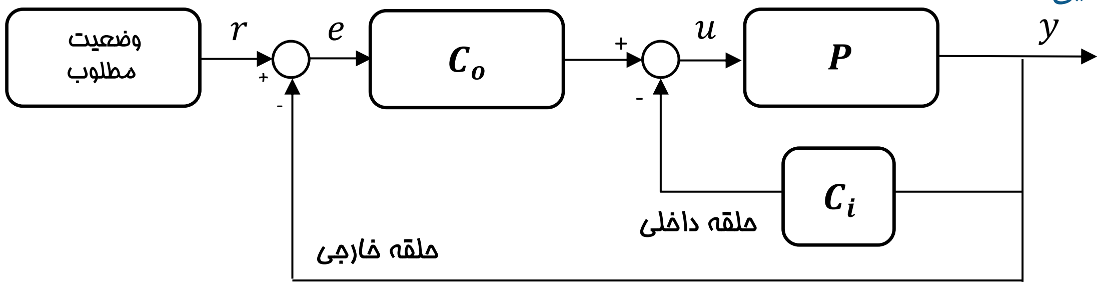


ساختارهای مختلف سیستم کنترل

- **سیستم حلقه بسته با کنترلگر پیش خور**
  - ✓ دو کنترلگر (رفع اغتشاش معین)

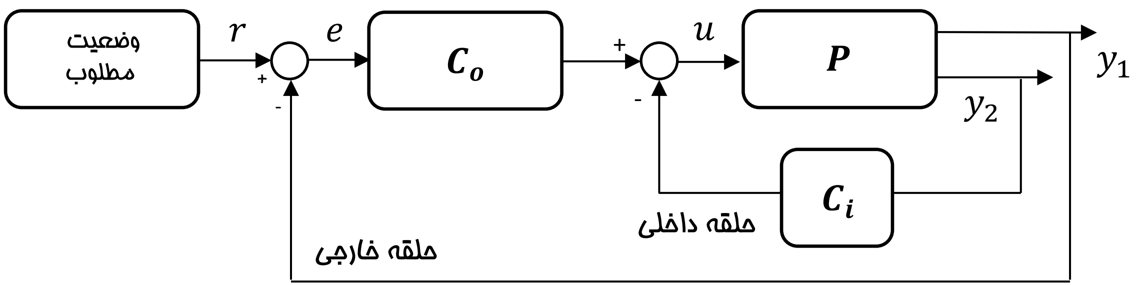


- **سیستم حلقه بسته با دو کنترلگر آبشاری**
  - ✓ کاهش حساسیت و رفع اغتشاش نامعین

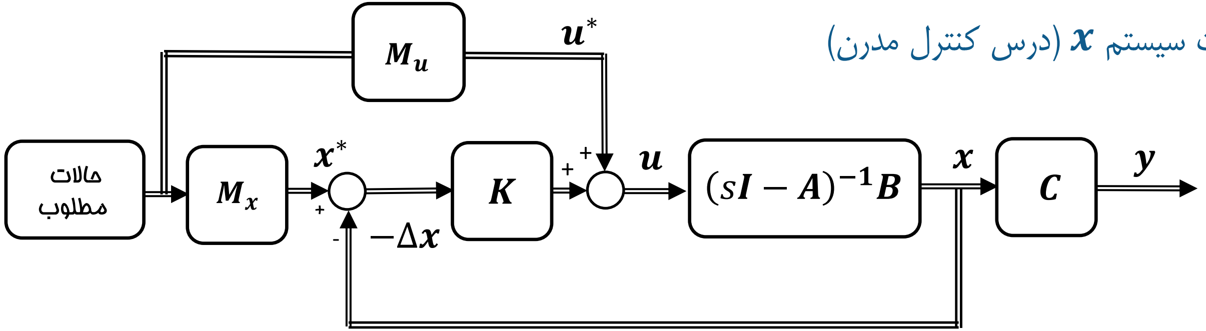


ساختارهای مختلف سیستم کنترل

- سیستم حلقه بسته آبشاری با دو خروجی
  - ✓ کنترل دو هدفه



- سیستم حلقه بسته با فیدبک حالت $\boldsymbol{K}$
  - ✓ استفاده از بردار متغیر حالت سیستم $\boldsymbol{x}$ (درس کنترل مدرن)



برگرفته از کتاب کنترل مدرن ص ۳۲۸

عناوین فصل

پیشگفتار

۱ سیستم کنترل چیست، اجزای سیستم کنترل، نمایش فیزیکی و نمودار بلوکی سیستم کنترل، اهداف سیستم کنترل

اعجاز فیدبک

۲ مقایسه سیستم حلقه باز و حلقه بسته، بررسی همزمان اهداف تنظیم یا ردیابی، رفع اثر اغتشاش و عدم حساسیت به شناخت دقیق سیستم

ساختار های مختلف سیستم کنترل

۳ سیستم حلقه باز، سیستم حلقه بسته، سیستم حلقه بسته با کنترلگر پیش خور، سیستم حلقه بسته با دو کنترلگر آبشاری، سیستم حلقه بسته آبشاری با دو خروجی، سیستم حلقه بسته با فیدبک حالت

نمایش مدل در سیستم های کنترل

۴ معادلات دیفرانسیل خطی غیر متغیر با زمان LTI، مروری بر تبدیل لاپلاس، ویژگی های تبدیل لاپلاس، استفاده از تبدیل لاپلاس در نمایش سیستم های کنترل خطی، تعیین پاسخ کامل سیستم با تبدیل لاپلاس

نمایش دیگرام بلوکی

۵ اجزای نمودار بلوکی، اتصالات نمودار بلوکی، ساده سازی نمودار بلوکی مثال های ساده سازی

نمودار گذر سیگنال SFG

۶ نماد ها و اجزای SFG، قانون بهره Mason در حالت کلی و در حالت خاص، مثال های ساده سازی، مدل سازی موتور DC مغناطیس دائم، نمایش فضای حالت

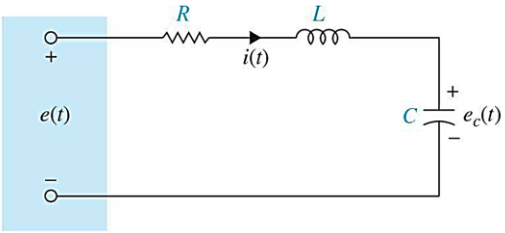
در این فصل با چندین مثال بیولوژیکی، اجتماعی و صنعتی با سیستم کنترل، اجزای آن، نمایش های فیزیکی و نمودار بلوکی و اهداف سیستم کنترل آشنا می شویم. سپس اهمیت استفاده از فیدبک و اعجاز آن در رسیدن به اهداف سه گانه همزمان را مورد بررسی قرار داده و سپس ساختار های مختلف سیستم های کنترل را مرور می کنیم. در بخش دوم این فصل نمایش های مختلف نمودار بلوکی، نمودار گذر سیگنال SFG و نمایش فضای حالت را بررسی نموده با مثال های متنوع روش ساده سازی دستی و با استفاده از ابزارهای کامپیوتری را بررسی خواهیم نمود.

نمایش مدل در سیستم های کنترل

• مشخصات مدل

✓ نقطه شروع طراحی در سیستم های کنترل (هدف ردیابی)

❑ مدل یک مدار الکتریکی

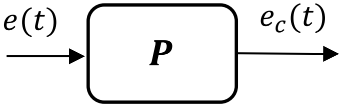


$$e(t) = R\,i(t) + L\frac{di(t)}{dt} + e_c(t), \qquad C\dot{e}_c(t) = i(t)$$

با جایگذاری $i(t)$ در معادله دیفرانسیل اول و نماد $\frac{de_c(t)}{dt} = \dot{e}_c(t)$ خواهیم داشت:

$$LC\ddot{e}_c(t) + RC\dot{e}_c(t) + e_c(t) = e(t)$$

با در نظر گرفتن نمایش ورودی خروجی سیستم معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار ورودی–خروجی به صورت زیر به دست می آید.

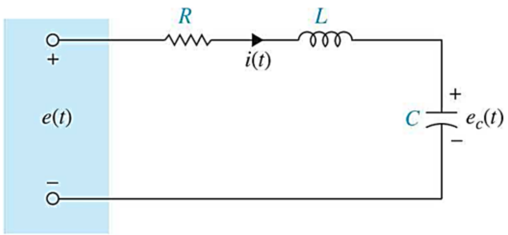


$$\ddot{e}_c(t) + \frac{R}{L}\dot{e}_c(t) + \frac{1}{LC}e_c(t) = \frac{1}{LC}e(t)$$

نمایش مدل در سیستم های کنترل

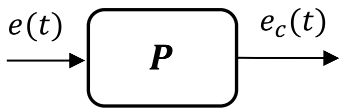
• مشخصات مدل

❑ مدل یک مدار الکتریکی



بسیار متداول است از نمادهای زیر برای سیستم های مرتبه دوم استفاده نمود:

- ثابت زمانی: $\tau_n = 1/\sqrt{LC}$
- فرکانس طبیعی: $\omega_n = 1/\tau_n$
- نسبت استهلاک $\xi = \frac{R}{2}\sqrt{C/L}$



$$\ddot{e}_c(t) + 2\xi\omega_n\dot{e}_c(t) + \omega_n^2 e_c(t) = \omega_n^2 e(t)$$

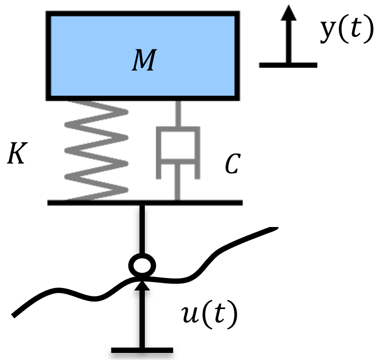
این سیستم با یک معادله دیفرانسیل خطی غیر متغیر با زمان LTI نمایش داده شده است.

برگرفته از کتاب Kou

نمایش مدل در سیستم های کنترل

- ## مشخصات مدل

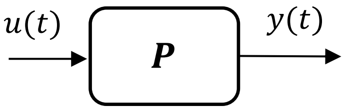
✓ مدل ساده سیستم تعلیق خودرو: (هدف تنظیم)



$$M\ddot{y}(t) + C\dot{y}(t) + Ky(t) = C\dot{u}(t) + Ku(t)$$

با استفاده از نمادهای زیر برای سیستم های مرتبه دوم :

- فرکانس طبیعی: $\omega_n = \sqrt{K/M}$
- نسبت استهلاک $\xi = \frac{C}{2}\sqrt{M/K}$

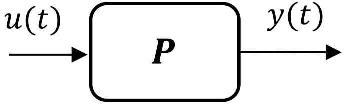


$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega_n\dot{y}(t) + \omega_n^2 y(t) = 2\xi\omega_n\dot{u}(t) + \omega_n^2 u(t)$$

این سیستم هم با یک معادله دیفرانسیل LTI نمایش داده شده است.

- **نمایش سیستم با معادلات دیفرانسیل LTI**

✓ بسیاری از سیستم های واقعی را می توان با یک معادله دیفرانسیل مرتبه n به صورت زیر مدل نمود، که در آن $y^{(n)}$ نماد مشتق n ام y است :



$$y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \cdots + a_1\dot{y}(t) + a_0 y(t)$$
$$= \quad b_m u^{(m)}(t) + b_{m-1}u^{(m-1)}(t) + \cdots + b_1\dot{u}(t) + b_0 u(t)$$

✓ با استفاده از تبدیل لاپلاس می توان این سیستم را با تابع تبدیل زیر نیز نمایش داد.

$$\boldsymbol{P}(s) = \frac{\boldsymbol{y}(s)}{\boldsymbol{u}(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}$$

- **مروری بر تبدیل لاپلاس**

✓ یکی از روش هایی است که توسط آن پاسخ معادلات دیفرانسیل خطی به دست می آید.

❑ در این روش پاسخ همگن و خصوصی معادلات دیفرانسیل به صورت همزمان به دست می آید.

❑ توسط این روش معادلات دیفرانسیل به معادلات جبری در فضای s تبدیل و به راحتی حل می شود.

✓ تعریف تبدیل لاپلاس

❑ در توابع علّی با فرض اینکه به ازای مقدار حقیقی σ این انتگرال $\int_0^\infty |f(t)e^{-\sigma t}|dt < \infty$ کران دار باقی بماند، تبدیل لاپلاس تابع $f(t)$ که با $\boldsymbol{f}(s)$ نمایش داده می شود به صورت زیر تعریف می شود:

$$\boldsymbol{f}(s) = \boldsymbol{\mathcal{L}}(f(t)) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt$$

که در آن متغیر s که به آن اپراتور لاپلاس نیز گفته می شود یک متغیر مختلط و برابر $s = \sigma + j\omega$ است.

- **مروری بر تبدیل لاپلاس**

✓ مثال ۱: تبدیل لاپلاس تابع پله واحد را بیابید:

$$f(t) = u_s(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases}$$

در این صورت

$$\boldsymbol{u_s}(s) = \mathcal{L}(u_s(t)) = \int_0^\infty e^{-st} dt = -\frac{1}{s} e^{-st} \Big|_0^\infty = \frac{1}{s}$$

این پاسخ زمانی درست است که $\int_0^\infty |u_s(t)e^{-\sigma t}|\, dt = \int_0^\infty |e^{-\sigma t}|\, dt < \infty$

که تنها زمانی که قسمت حقیقی متغیر s که آنرا با σ نمایش می دهیم بزرگتر از صفر باشد: $\sigma > 0$.

حل دستی

- **مروری بر تبدیل لاپلاس**

✓ مثال ۲: تبدیل لاپلاس تابع $t \geq 0$,$f(t) = e^{-\alpha t}$ را بیابید:

$$f(s) = \int_0^\infty e^{-\alpha t} e^{-st} dt = -\frac{1}{s+\alpha} e^{-(s+\alpha)t} \Big|_0^\infty = \frac{1}{s+\alpha}$$

این پاسخ زمانی درست است که $\sigma + \alpha > 0$ باشد.

حل دستی

✓ مثال ۳: تبدیل لاپلاس تابع $t \geq 0$,$f(t) = t^5 + 2t^3$ را بیابید:

```
% Defining symbolic variables:
syms t
f=t^5 + 2*t^3;
 % Laplace transform operation
F=laplace(f)

F =
12/s^4 + 120/s^6
```

حل کامپیوتری

نمایش مدل در سیستم های کنترل

جدول تبدیل لاپلاس

Laplace Transform $F(s)$	Time Function $f(t)$
1	Unit-impulse function $\delta(t)$
$\frac{1}{s}$	Unit-step function $u_s(t)$
$\frac{1}{s^2}$	Unit-ramp function t
$\frac{n!}{S^{n+1}}$	t^n ($n =$ positive integer)
$\frac{1}{s+\alpha}$	$e^{-\alpha t}$
$\frac{1}{(s+\alpha)^2}$	$te^{-\alpha t}$
$\frac{n!}{(s+\alpha)^{n+1}}$	$t^n e^{-\alpha t}$ ($n =$ positive integer)
$\frac{1}{(s+\alpha)(s+\beta)}$	$\frac{1}{\beta-\alpha}(e^{-\alpha t}-e^{-\beta t})(\alpha \neq \beta)$
$\frac{s}{(s+\alpha)(s+\beta)}$	$\frac{1}{\beta-\alpha}(\beta e^{-\beta t}-\alpha e^{-\alpha t})(\alpha \neq \beta)$
$\frac{1}{s(s+\alpha)}$	$\frac{1}{\alpha}(1-e^{-\alpha t})$
$\frac{1}{s(s+\alpha)^2}$	$\frac{1}{\alpha^2}(1-e^{-\alpha t}-\alpha te^{-\alpha t})$
$\frac{1}{s^2(s+\alpha)}$	$\frac{1}{\alpha^2}(\alpha t-1+e^{-\alpha t})$
$\frac{1}{s^2(s+\alpha)^2}$	$\frac{1}{\alpha^2}\left[t-\frac{2}{\alpha}+\left(t+\frac{2}{\alpha}\right)e^{-\alpha t}\right]$

Laplace Transform $F(s)$	Time Function $f(t)$
$\frac{s}{(s+\alpha)^2}$	$(1-\alpha t)e^{-\alpha t}$
$\frac{\omega_n}{s^2+\omega_n^2}$	$\sin\omega_n t$
$\frac{s}{s^2+\omega_n^2}$	$\cos\omega_n t$
$\frac{\omega_n^2}{s(s^2+\omega_n^2)}$	$1-\cos\omega_n t$
$\frac{\omega_n^2(s+\alpha)}{s^2+\omega_n^2}$	$\omega_n\sqrt{\alpha^2+\omega_n^2}\sin(\omega_n t+\theta)$ where $\theta=\tan^{-1}(\omega_n/\alpha)$
$\frac{\omega_n}{(s+\alpha)(s^2+\omega_n^2)}$	$\frac{\omega_n}{\alpha^2+\omega_n^2}e^{-\alpha t}+\frac{1}{\sqrt{\alpha^2+\omega_n^2}}\sin(\omega_n t-\theta)$ where $\theta=\tan^{-1}(\omega_n/\alpha)$
$\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$	$\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\sin\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}t(\zeta<1)$
$\frac{\omega_n^2}{s(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)}$	$1-\frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\sin\left(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}t+\theta\right)$ where $\theta=\cos^{-1}\zeta\ (\zeta<1)$
$\frac{s\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$	$\frac{-\omega_n^2}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\sin\left(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}t-\theta\right)$ where $\theta=\cos^{-1}\zeta\ (\zeta<1)$
$\frac{\omega_n^2(s+\alpha)}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$	$\omega_n\sqrt{\frac{\alpha^2-2\alpha\zeta\omega_n+\omega_n^2}{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\sin\left(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}t+\theta\right)$ where $\theta=\tan^{-1}\frac{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}{\alpha-\zeta\omega_n}(\zeta<1)$
$\frac{\omega_n^2}{s^2(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)}$	$t-\frac{2\zeta}{\omega_n}+\frac{1}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\sin\left(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}t+\theta\right)$ where $\theta=\cos^{-1}(2\zeta^2-1)\ (\zeta<1)$

برگرفته از ضمیمه کتاب Kou

- ویژگی های تبدیل لاپلاس

✓ خطی بودن

$$\mathcal{L}\left[\alpha f_1(t) + \beta f_2(t)\right] = \alpha \boldsymbol{f}_1(s) + \beta \boldsymbol{f}_2(s)$$

✓ مشتق گیری

$$\mathcal{L}\left[\dot{f}(t)\right] = s\boldsymbol{f}(s) - f(0)$$

❑ متغیر s اپراتور مشتق گیری در حوزه s است

❑ مشتق گیری مرتبه بالاتر:

$$\mathcal{L}\left[f^{(n)}(t)\right] = s^n \boldsymbol{f}(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2}\dot{f}(0) - \cdots - f^{(n-1)}(0)$$

✓ انتگرال گیری

$$\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau)\, d\tau\right] = \frac{1}{s}\boldsymbol{f}(s)$$

❑ $\frac{1}{s}$ اپراتور انتگرال گیری در حوزه s است

❑ انتگرال گیری مرتبه بالاتر:

$$\mathcal{L}\left[\int_0^{t_1}\int_0^{t_2}\cdots\int_0^{t_n} f(\tau_1)\, d\tau_1 d\tau_2 \cdots d\tau_n(\tau)\right] = \frac{1}{s^n}\boldsymbol{f}(s)$$

- ## ویژگی های تبدیل لاپلاس

✓ شیفت زمانی T

$$\mathcal{L}\left[f(t-T)u_s(t-T)\right] = e^{-Ts}\boldsymbol{f}(s)$$

❑ که در آن

$$u_s(t-T) = \begin{cases} 1, & t > T \\ 0, & t \le T \end{cases}, \quad t > T$$

✓ شیفت در متغیر مختلط s

$$\boldsymbol{f}(s \pm a) = \mathcal{L}\left[e^{\mp at}f(t)\right]$$

✓ تبدیل انتگرال کانولوشن به ضرب

$$\mathcal{L}\left[\int_0^t f_1(\tau)\,f_2(t-\tau)d\tau\right] = \mathcal{L}\left[\int_0^t f_2(\tau)\,f_1(t-\tau)d\tau\right] = \mathcal{L}\left[f_1(t) * f_2(t)\right] = \boldsymbol{f}_1(s)\cdot\boldsymbol{f}_2(s)$$

✓ قضیه مقدار اولیه

$$\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty} s\boldsymbol{f}(s)$$

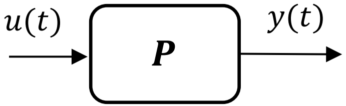
✓ قضیه مقدار نهایی: اگر $s\boldsymbol{f}(s)$ بر روی محور $j\omega$ تحلیلی باشد، آنگاه

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} s\boldsymbol{f}(s)$$

نمایش مدل در سیستم های کنترل

- **استفاده از تبدیل لاپلاس در نمایش سیستم های خطی**

✓ تابع تبدیل: معادله دیفرانسیل عمومی یک سیستم را در نظر بگیرید.



$$y^{(n)}(t)+a_{n-1}y^{(n-1)}(t)+\cdots+a_1\dot{y}(t)+a_0y(t)$$
$$=b_mu^{(m)}(t)+b_{m-1}u^{(m-1)}(t)+\cdots+b_1\dot{u}(t)+b_0u(t)$$

✓ تابع تبدیل سیستم با اعمال اپراتور لاپلاس به ازای شرایط اولیه صفر در سیستم به صورت زیر به دست می آید.

$$\boldsymbol{P}(s)=\frac{\boldsymbol{y}(s)}{\boldsymbol{u}(s)}=\frac{b_ms^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1s+b_0}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+a_0}$$

✓ معادله مشخصه سیستم با اتحاد مخرج تابع تبدیل سیستم با صفر به دست می آید.

$$s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1s+a_0=0$$

نمایش مدل در سیستم های کنترل

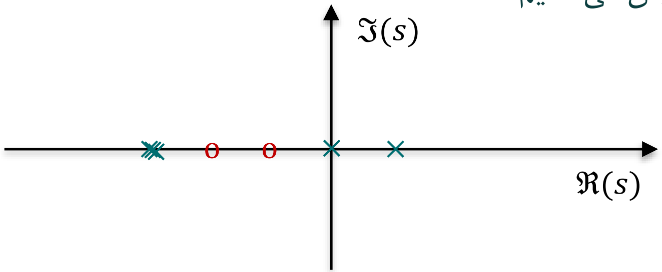
- **استفاده از تبدیل لاپلاس در نمایش سیستم های خطی**
  - ✓ قطب سیستم: قطب سیستم در صفحه مختلط در محل ریشه های معادله مشخصه سیستم قرار دارد.
  - ✓ صفر سیستم: صفر های سیستم در محل ریشه های چند جمله ای صورت تابع تبدیل قرار دارند
  - ✓ تابع تبدیل $\boldsymbol{P}(s)$ در محدوده ای از صفحه مختلط s تحلیلی است اگر این تابع و تمام مشتقات آن در این محدوده کراندار باشند.

❑ مثال: سیستمی با تابع تبدیل زیر را در نظر بگیرید:

$$\boldsymbol{P}(s) = \frac{10(s+1)(s+2)}{s(s-1)(s+3)^3}$$

سیستم دارای دو قطب در $s = 0, s = 1$ و سه قطب تکراری در $s = -3$، و دو صفر در $s = -1, s = -2$

قطبها را با علامت × و صفر ها را با علامت o در صفحه مختلط s به صورت زیر نمایش می دهیم



• وارون تبدیل لاپلاس

حل دستی

✓ روش دستی: تجزیه به کسر های جزیی و استفاده از جداول

❑ سیستم با قطب های ساده:

$$P(s) = \frac{n(s)}{d(s)} = \frac{n(s)}{(s+s_1)(s+s_2)\cdots(s+s_n)}$$

❑ تجزیه سیستم به جمع کسرهای جزئی ساده:

$$P(s) = \frac{K_1}{s+s_1} + \frac{K_2}{s+s_2} + \cdots + \frac{K_n}{s+s_n}$$

• که در آن

$$K_i = (s+s_i)P(s)\big|_{s=-s_i}, \quad i = 1,2,\dots,n$$

❑ مثال سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$P(s) = \frac{5s+3}{s^3+6s^2+11s+6} = \frac{5s+3}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

• که در آن

$$K_1 = \frac{5s+3}{(s+2)(s+3)}\bigg|_{s=-1} = -1$$

$$K_2 = \frac{5s+3}{(s+1)(s+3)}\bigg|_{s=-2} = +7, \quad K_3 = \frac{5s+3}{(s+1)(s+2)}\bigg|_{s=-3} = -6$$

نمایش مدل در سیستم های کنترل

- وارون تبدیل لاپلاس

✓ روش دستی: تجزیه به کسر های جزیی و استفاده از جداول

حل دستی

❑ بدین ترتیب:

$$P(s) = \frac{-1}{s+1} + \frac{7}{s+2} + \frac{-6}{s+3}$$

❑ وارون این تابع تبدیل با استفاده از جدول به صورت زیر به دست می آید:

$$P(t) = -e^{-t} + 7e^{-2t} - 6e^{-3t}, \quad \forall t \geq 0$$

✓ روش کامپیوتری: وارون تبدیل لاپلاس سیستم زیر را به دست آورید:

$$P(s) = \frac{5s+3}{s^3+6s^2+11s+6}$$

```
%   Inverse Laplace transform
clear all
 %   Defining symbolic variables:
syms s
P=(5*s+3)/(s^3+6*s^2+11*s+6);
p=ilaplace(P)

p = 7*exp(-2*t) - exp(-t) - 6*exp(-3*t)
```

حل کامپیوتری

- **وارون تبدیل لاپلاس**

✓ روش دستی: تجزیه به کسرهای جزیی و استفاده از جداول

❑ سیستم با قطب‌های ساده و تکراری:

$$\boldsymbol{P}(s)=\frac{\boldsymbol{n}(s)}{\boldsymbol{d}(s)}=\frac{n(s)}{(s+s_1)(s+s_2)\cdots(s+s_{n-r})(s+s_j)^r}$$

❑ تجزیه سیستم به جمع کسرهای جزئی ساده:

$$\boldsymbol{P}(s)=\frac{K_1}{s+s_1}+\frac{K_2}{s+s_2}+\cdots+\frac{K_{n-r}}{s+s_{n-r}}$$

$$\frac{A_1}{s+s_j}+\frac{A_2}{(s+s_j)^2}+\cdots+\frac{A_{r-1}}{(s+s_j)^{r-1}}+\frac{A_r}{(s+s_j)^r}$$

- که در آن $K_i=(s+s_i)P(s)|_{s=-s_i},\quad i=1,2,\dots,n-r$
- و $A_r=(s+s_i)^rP(s)|_{s=-s_j}\,,\quad A_{r-1}=\frac{d}{ds}[(s+s_i)^rP(s)]\Big|_{s=-s_j}$
- و $A_{r-2}=\frac{1}{2!}\frac{d^2}{ds^2}[(s+s_i)^rP(s)]\Big|_{s=-s_j}\,,\dots\ A_1=\frac{1}{(r-1)!}\frac{d^{r-1}}{ds^{r-1}}[(s+s_i)^rP(s)]\Big|_{s=-s_j}$

حل دستی

- **وارون تبدیل لاپلاس**

✓ وارون تبدیل لاپلاس سیستم زیر را به دست آورید:

$$P(s)=\frac{1}{s(s+2)(s+1)^3}$$

❑ تجزیه به کسرهای جزئی:

$$P(s)=\frac{K_1}{s}+\frac{K_2}{(s+2)}+\frac{A_3}{(s+1)^3}+\frac{A_2}{(s+1)^2}+\frac{A_1}{(s+1)}$$

$$K_1=s\boldsymbol{P}(s)|_{s=0}=\frac{1}{2},\;\; K_1=(s+2)\boldsymbol{P}(s)|_{s=-2}=\frac{1}{2}, A_3=(s+1)^3\boldsymbol{P}(s)|_{s=-1}=-1,$$

$$A_2=\frac{d}{ds}\left[\frac{1}{s(s+2)}\right]_{s=-1}=\left.\frac{-2s-2}{s^2(s+2)^2}\right|_{s=-1}=0$$

$$A_1=\frac{1}{2!}\frac{d}{ds}\left[\frac{-2s-2}{s^4+4s^3+4s^2}\right]_{s=-1}=\left.\frac{1}{2}\frac{-2(s^4+4s^3+4s^2)+2(s+1)(4s^3+12s^2+8s)}{(s^4+4s^3+4s^2)^2}\right|_{s=-1}=-1$$

❑ وارون تبدیل لاپلاس:

$$P(t)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^{-2t}-e^{-t}-\frac{1}{2}t^2\,e^{-t}$$

حل دستی

- **وارون تبدیل لاپلاس**
  - ✓ روش کامپیوتری: وارون تبدیل لاپلاس سیستم زیر را به دست آورید:

$$P(s) = \frac{1}{s(s+1)^3(s+2)}$$

```
%%   Inverse Laplace transform
clear all
 %   Defining symbolic variables:
syms s
P=1/(s*(s+1)^3*(s+2));
p=ilaplace(P)
```

حل کامپیوتری

```
p = exp(-2*t)/2 - exp(-t) - (t^2*exp(-t))/2 + 1/2
```

- **استفاده از تبدیل لاپلاس در تعیین پاسخ کامل سیستم خطی**

✓ مثال پاسخ سیستم زیر را به ورودی پله واحد $u(t) = u_s(t)$ با شرایط اولیه $x(0) = -1,\ \dot{x}(0) = 2$ به دست آورید.

$$\ddot{x}(t) + 3\dot{x}(t) + 2x(t) = 5u(t)$$

❑ لاپلاس بگیرید:

$$s^2\boldsymbol{x}(s) - s\boldsymbol{x}(0) - \dot{x}(0) + 3s\boldsymbol{x}(s) - 3x(0) + 2x(s) = \frac{5}{s}$$

$$\boldsymbol{x}(s)(s^2 + 3s + 2) = \frac{5}{s} - s - 1 \rightarrow \boldsymbol{x}(s) = \frac{-s^2 - s + 5}{s(s+1)(s+2)}$$

❑ تجزیه به کسرهای جزیی:

$$\boldsymbol{x}(s) = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s+1} + \frac{K_3}{s+2}$$

$$K_1 = \frac{5}{2}, \qquad K_2 = -5, \qquad K_3 = \frac{3}{2}$$

❑ وارون تبدیل لاپلاس:

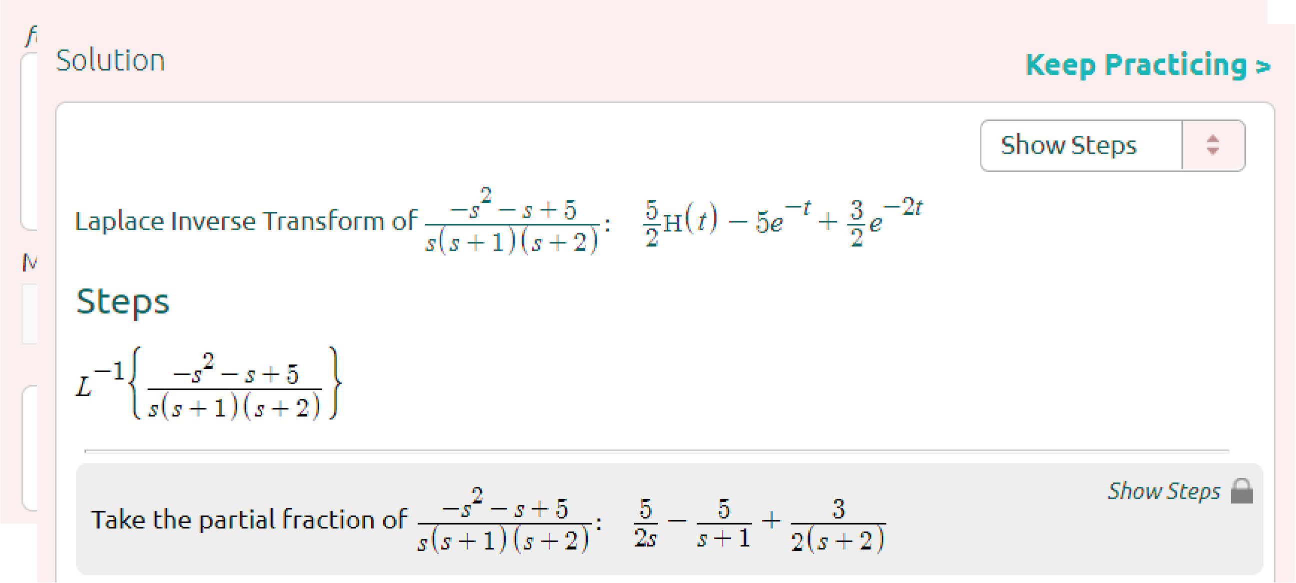
$$x(t) = \frac{5}{2} - 5e^{-t} + \frac{3}{2}e^{-2t} \qquad \forall t \geq 0$$

حل دستی

- **استفاده از تبدیل لاپلاس در تعیین پاسخ کامل سیستم خطی**

✓ وارون لاپلاس سیستم:

$$\boldsymbol{x}(s) = \frac{-s^2-s+5}{s(s+1)(s+2)}$$



حل online

سایت [Symbolab]

Pierre-Simon Laplace

(23 March 1749 – 5 March 1827)

was a French scholar and polymath whose work was important to the development of engineering, mathematics, statistics, physics, astronomy, and philosophy. He summarized and extended the work of his predecessors in his five-volume Mécanique Céleste (Celestial Mechanics) (1799–1825). This work translated the geometric study of classical mechanics to one based on calculus, opening up a broader range of problems. In statistics, the Bayesian interpretation of probability was developed mainly by Laplace. Laplace formulated Laplace's equation, and pioneered the Laplace transform which appears in many branches of mathematical physics, a field that he took a leading role in forming. The Laplacian differential operator, widely used in mathematics, is also named after him. He restated and developed the nebular hypothesis of the origin of the Solar System and was one of the first scientists to postulate the existence of black holes and the notion of gravitational collapse.

Laplace is remembered as one of the greatest scientists of all time. Sometimes referred to as the *French* Newton or *Newton of France*, he has been described as possessing a phenomenal natural mathematical faculty superior to that of any of his contemporaries. He was Napoleon's examiner when Napoleon attended the École Militaire in Paris in 1784. Laplace became a count of the Empire in 1806 and was named a marquis in 1817, after the Bourbon Restoration.

برگرفته از پیوند

عناوین فصل

پیشگفتار ۱
سیستم کنترل چیست، اجزای سیستم کنترل، نمایش فیزیکی و نمودار بلوکی سیستم کنترل، اهداف سیستم کنترل

اعجاز فیدبک ۲
مقایسه سیستم حلقه باز و حلقه بسته، بررسی همزمان اهداف تنظیم یا ردیابی، رفع اثر اغتشاش و عدم حساسیت به شناخت دقیق سیستم

ساختار های مختلف سیستم کنترل ۳
سیستم حلقه باز، سیستم حلقه بسته، سیستم حلقه بسته با کنترلگر پیش خور، سیستم حلقه بسته با دو کنترلگر آبشاری، سیستم حلقه بسته آبشاری با دو خروجی، سیستم حلقه بسته با فیدبک حالت

نمایش مدل در سیستم های کنترل ۴
معادلات دیفرانسیل خطی غیر متغیر با زمان LTI، مروری بر تبدیل لاپلاس، ویژگی های تبدیل لاپلاس، استفاده از تبدیل لاپلاس در نمایش سیستم های کنترل خطی، تعیین پاسخ کامل سیستم با تبدیل لاپلاس

نمایش دیگرام بلوکی ۵
اجزای نمودار بلوکی، اتصالات نمودار بلوکی، ساده سازی نمودار بلوکی مثال های ساده سازی

نمودار گذر سیگنال SFG ۶
نماد ها و اجزای SFG، قانون بهره Mason در حالت کلی و در حالت خاص، مثال های ساده سازی، مدل سازی موتور DC مغناطیس دائم، نمایش فضای حالت

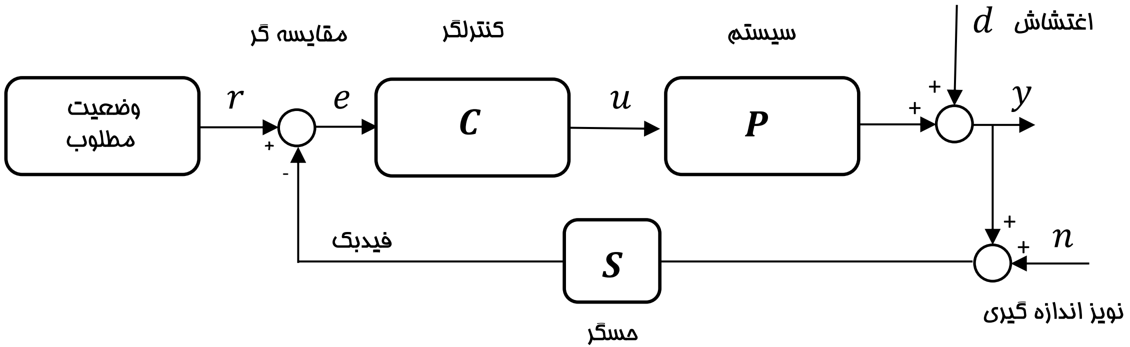
در این فصل با چندین مثال بیولوژیکی، اجتماعی و صنعتی با سیستم کنترل، اجزای آن، نمایش های فیزیکی و نمودار بلوکی و اهداف سیستم کنترل آشنا می شویم. سپس اهمیت استفاده از فیدبک و اعجاز آن در رسیدن به اهداف سه گانه همزمان را مورد بررسی قرار داده و سپس ساختار های مختلف سیستم های کنترل را مرور می کنیم. در بخش دوم این فصل نمایش های مختلف نمودار بلوکی، نمودار گذر سیگنال SFG و نمایش فضای حالت را بررسی نموده با مثال های متنوع روش ساده سازی دستی و با استفاده از ابزارهای کامپیوتری را بررسی خواهیم نمود.

نمایش نمودار بلوکی

• ساده سازی نمودار بلوکی

✓ نمودار بلوکی روشی ساده برای نمایش سیستم ها در فضای لاپلاس است.

❑ نمایش عمومی یک سیستم کنترل با نمودار بلوکی (خروجی y تحت تاثیر ورودی های ردیابی r، اغتشاش d، و نویز n)

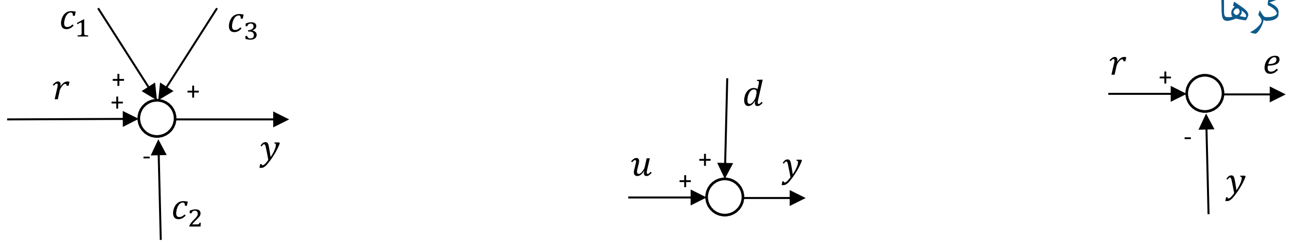


✓ با استفاده از جبر حاکم بر نمودار بلوکی تابع تبدیل سیستم حلقه بسته را می توان یافت:

$$y(s) = M(s)r(s) + D(s)d(s) + N(s)n(s)$$

- ساده سازی نمودار بلوکی

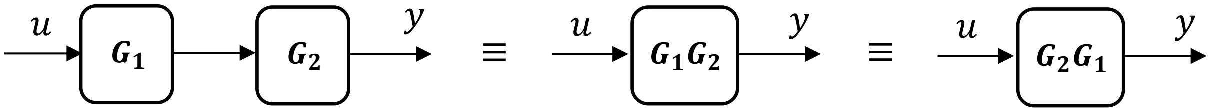
✓ مقایسه گرها



تفاضلی | جمع کننده | چندین جمع و تفریق

$e(s) = r(s) - y(s)$ | $y(s) = u(s) + d(s),$ | $y(s) = r(s) + c_1(s) - c_2(s) + c_3(s),$

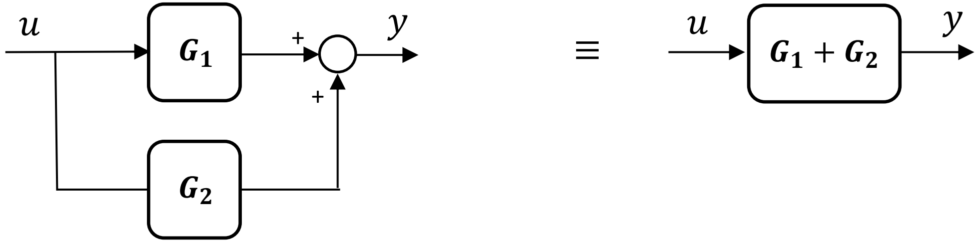
✓ اتصال سری



نمایش نمودار بلوکی

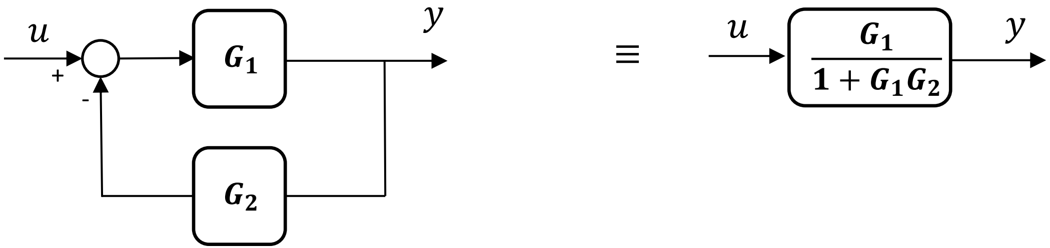
- **ساده سازی نمودار بلوکی**

✓ اتصال موازی



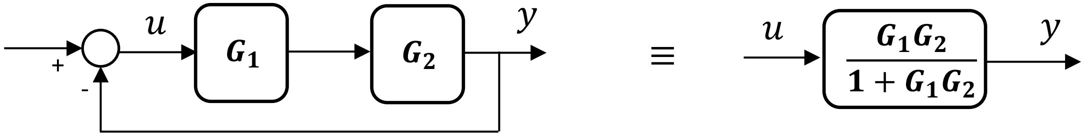
✓ اتصال فیدبک منفی

با کنترلگر در مدار پسخور



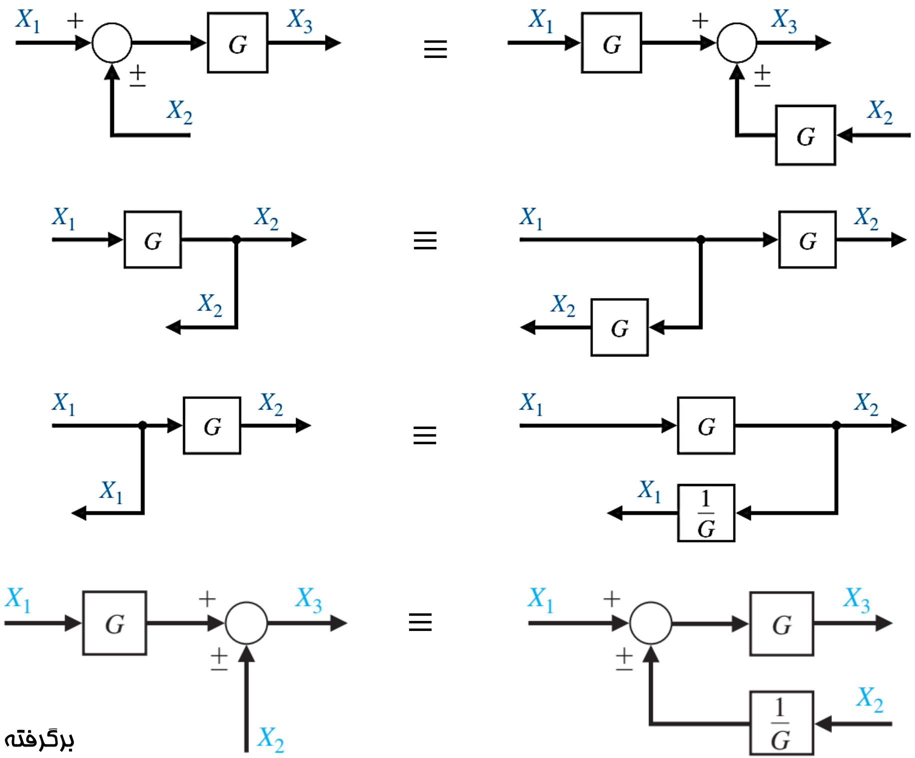
✓ اتصال فیدبک منفی

با کنترلگر در مدار پیش رو



نمایش نمودار بلوکی

- **ساده سازی نمودار بلوکی**
  - ✓ جابه‌جایی مقایسه‌گر
  - ✓ جابه‌جایی نقطه اتصال
  - ✓ جابه‌جایی مقایسه‌گر و سیستم

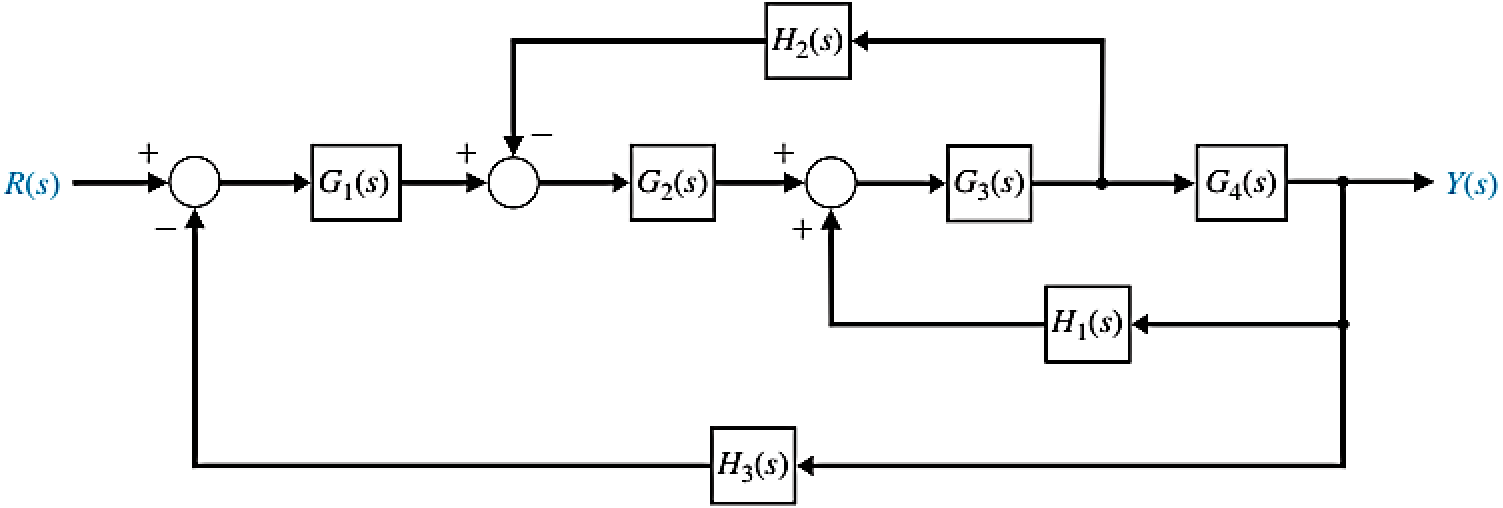


برگرفته از کتاب Dorf

- ## ساده سازی نمودار بلوکی

✓ مثال ۱: تابع تبدیل سیستم حلقه بسته زیر را به دست آورید.

حل دستی



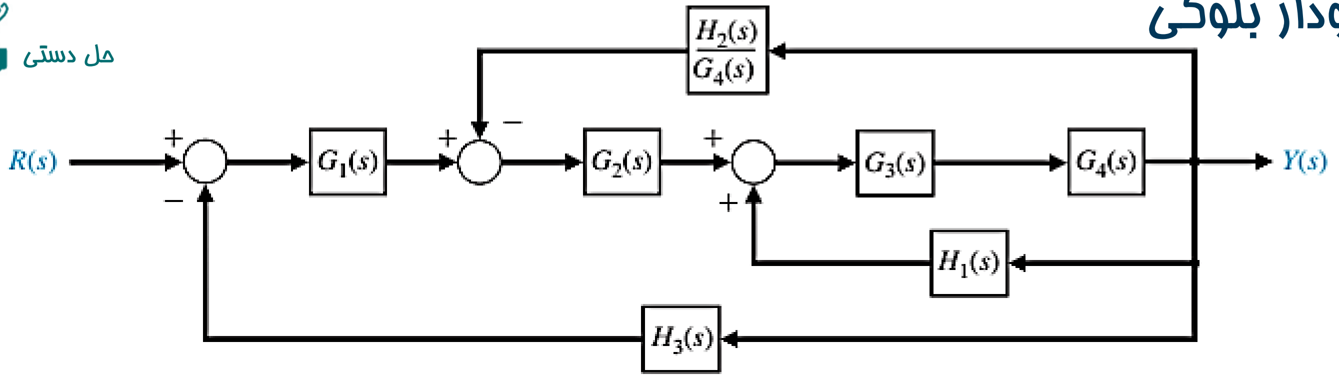
برگرفته از کتاب Dorf

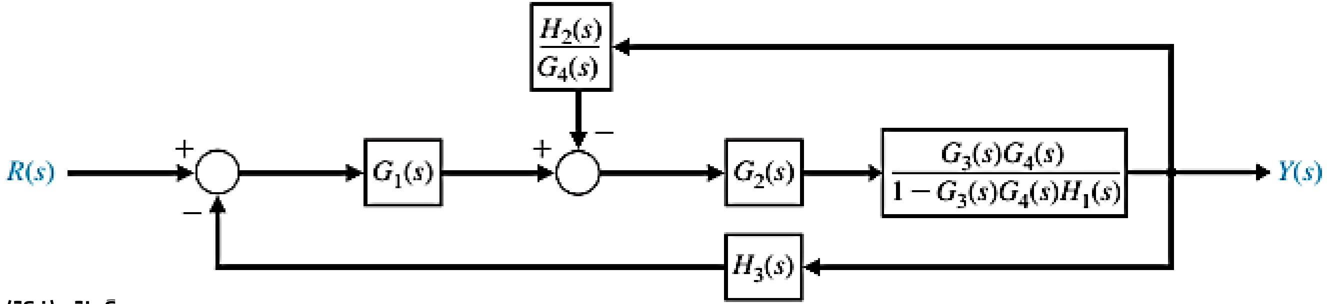
نمایش نمودار بلوکی

- ساده سازی نمودار بلوکی

✓ ادامه مثال ۱

حل دستی



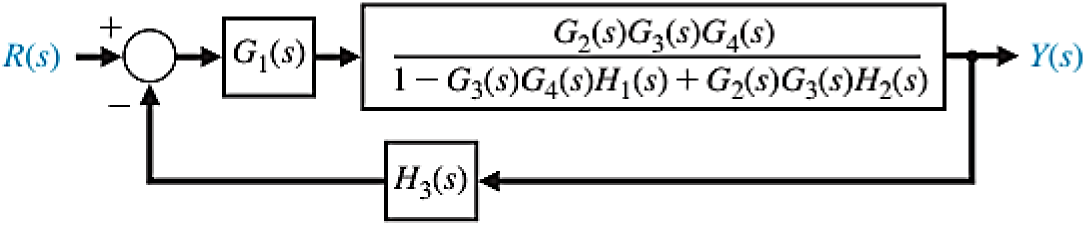


برگرفته از کتاب Dorf

• ساده سازی نمودار بلوکی

حل دستی

✓ ادامه مثال ۱



$$R(s) \longrightarrow \boxed{\frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}{1-G_3(s)G_4(s)H_1(s)+G_2(s)G_3(s)H_2(s)+G_1(s)G_2(s)_2G_3(s)G_4(s)H_3(s)}} \longrightarrow Y(s)$$

برگرفته از کتاب Dorf

عناوین فصل

پیشگفتار

۱ سیستم کنترل چیست، اجزای سیستم کنترل، نمایش فیزیکی و نمودار بلوکی سیستم کنترل، اهداف سیستم کنترل

اعجاز فیدبک

۲ مقایسه سیستم حلقه باز و حلقه بسته، بررسی همزمان اهداف تنظیم یا ردیابی، رفع اثر اغتشاش و عدم حساسیت به شناخت دقیق سیستم

ساختار های مختلف سیستم کنترل

۳ سیستم حلقه باز، سیستم حلقه بسته، سیستم حلقه بسته با کنترلگر پیش خور، سیستم حلقه بسته با دو کنترلگر آبشاری، سیستم حلقه بسته آبشاری با دو خروجی، سیستم حلقه بسته با فیدبک حالت

نمایش مدل در سیستم های کنترل

۴ معادلات دیفرانسیل خطی غیر متغیر با زمان LTI، مروری بر تبدیل لاپلاس، ویژگی های تبدیل لاپلاس، استفاده از تبدیل لاپلاس در نمایش سیستم های کنترل خطی، تعیین پاسخ کامل سیستم با تبدیل لاپلاس

نمایش دیگرام بلوکی

۵ اجزای نمودار بلوکی، اتصالات نمودار بلوکی، ساده سازی نمودار بلوکی مثال های ساده سازی

نمودار گذر سیگنال SFG

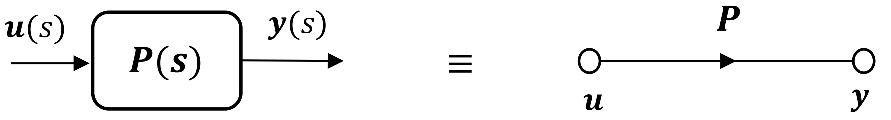
۶ نماد ها و اجزای SFG، قانون بهره Mason در حالت کلی و در حالت خاص، مثال های ساده سازی، مدل سازی موتور DC مغناطیس دائم، نمایش فضای حالت

در این فصل با چندین مثال بیولوژیکی، اجتماعی و صنعتی با سیستم کنترل، اجزای آن، نمایش های فیزیکی و نمودار بلوکی و اهداف سیستم کنترل آشنا می شویم. سپس اهمیت استفاده از فیدبک و اعجاز آن در رسیدن به اهداف سه گانه همزمان را مورد بررسی قرار داده و سپس ساختار های مختلف سیستم های کنترل را مرور می کنیم. در بخش دوم این فصل نمایش های مختلف نمودار بلوکی، نمودار گذر سیگنال SFG و نمایش فضای حالت را بررسی نموده با مثال های متنوع روش ساده سازی دستی و با استفاده از ابزارهای کامپیوتری را بررسی خواهیم نمود.

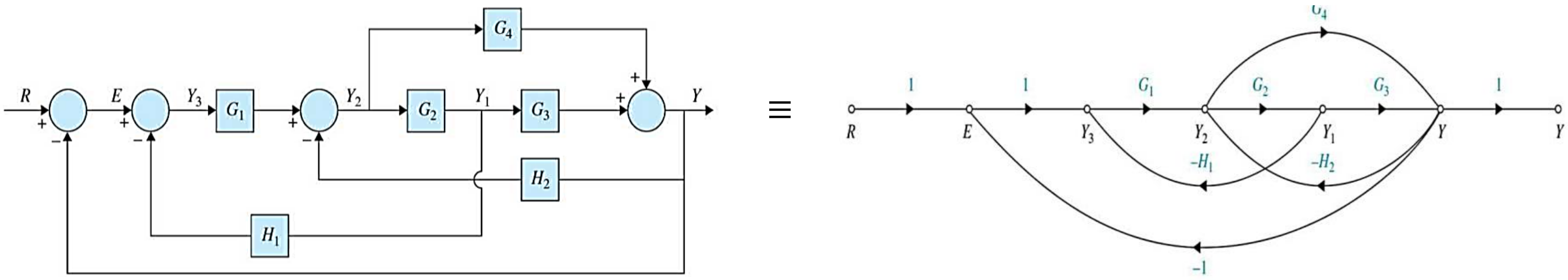
• نمودار گذر سیگنال Signal Flow Graph

✓ روش دیگری برای نمایش اتصال پیچیده سیستم ها SFG است

✓ در این نمایش به جای استفاده از نمودار بلوکی از نمودار گذر سیگنال به صورت زیر استفاده می شود.



✓ بدین ترتیب می توان نمودار های بلوکی را با SFG نمایش داد:



برگرفته از کتاب Kou

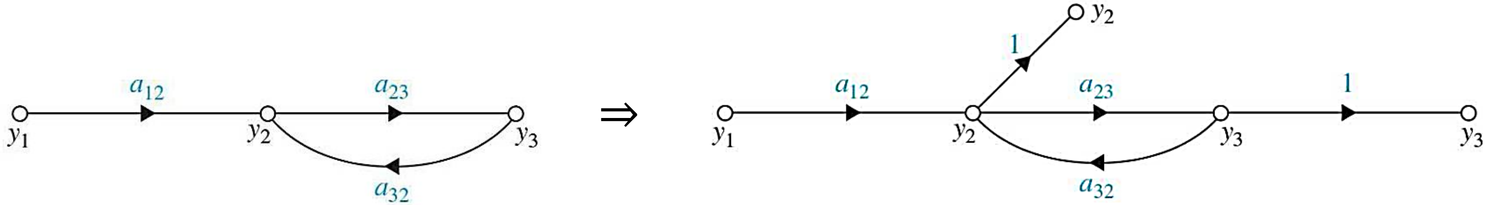
نمودار گذر سیگنال Signal Flow Graph

- ## نمادهای نمودار گذر سیگنال SFG

✓ اجزای یک SFG

❑ گره ورودی u، گره خروجی y ، گره میانی:

• نحوه تمایز گره های ورودی و خروجی از گره های میانی: در این مثال y_1 گره ورودی و y_3, y_2 هر دو گره خروجی هستند



❑ مسیر پیش رو: مسیری که از یک گره ورودی آغاز و به یک گره خروجی منتهی می شود، بدون اینکه هیچ یک از گره های مسیر بیش از یک بار نوردیده شوند.

❑ حلقه: مسیری که از یک گره آغاز و به همان گره بر می گردد بدون آنکه یک گره ای در مسیر را بیش از یک بار طی کند.

❑ حلقه های بی تماس: حلقه هایی که دارای گره مشترکی نباشند.

برگرفته از کتاب Kou

نمودار گذر سیگنال Signal Flow Graph

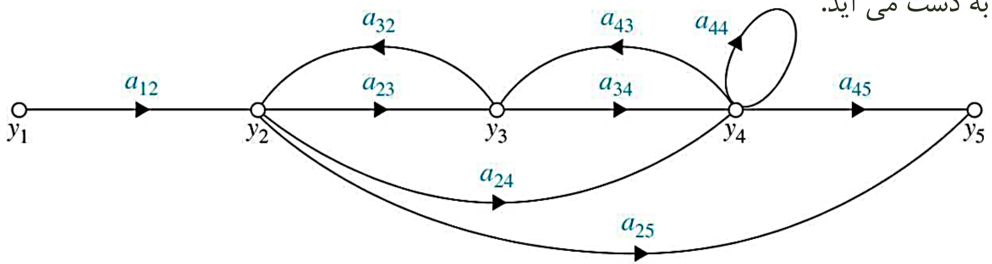
• نماد های نمودار گذر سیگنال SFG

✓ اجزای یک SFG

❑ بهره مسیر:

• بهره مسیر از حاصل ضرب بهره های اجزای مسیر به دست می آید.

✓ مثال: نمودار گذر سیگنال زیر را در نظر بگیرید:



❑ در این مثال y_1 گره ورودی و سایر گره ها می توانند به صورت گره خروجی در نظر گرفته شوند.

❑ دو مسیر مستقیم بین y_1 و y_4 وجود دارد که دارای بهره های زیرند: $a_{12}a_{23}a_{34}$ و $a_{12}a_{24}$

❑ دو مسیر مستقیم بین y_1 و y_3 وجود دارد! که دارای بهره های زیرند: $a_{12}a_{23}$ و $a_{12}a_{24}a_{43}$

❑ چهار حلقه با بهره های زیر وجود دارند: $a_{23}a_{32}$ و $a_{34}a_{43}$ و a_{44} و $a_{24}a_{43}a_{32}$

❑ دو حلقه زیر بی تماس هستند: $a_{23}a_{32}$ و a_{44}.

برگرفته از کتاب Kou

نمودار گذر سیگنال Signal Flow Graph

- **قانون بهره Mason در نمودار گذر سیگنال SFG**
  - ✓ حالت کلی:

$$M = \frac{y_{out}}{y_{in}} = \sum_{k=1}^{N} \frac{M_k \Delta_k}{\Delta}$$

که در آن:

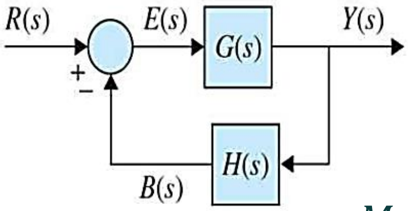
y_{in}	نماد متغیر گره ورودی
y_{out}	نماد متغیر گره خروجی
M	بهره نهایی بین متغیر ورودی و خروجی
N	مجموع تعداد مسیر های پیش روی بین متغیر گره ورودی و خروجی
M_k	بهره مسیر پیش روی k ام بین ورودی و خروجی
Δ	۱ − (جمع بهره های تمامی حلقه های مستقل) + (جمع حاصل ضرب بهره های تمامی ترکیب های دو حلقه بی تماس) − (جمع حاصل ضرب بهره های تمامی ترکیب های سه حلقه بی تماس) + (جمع حاصل ضرب بهره های تمامی ترکیب های چهار حلقه بی تماس) − . . .
Δ_k	Δ بخشی از نمودار SFG که با مسیر پیش روی k ام در تماس نیست.

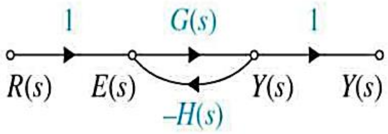
برگرفته از کتاب Kou

- **قانون بهره Mason در نمودار گذر سیگنال SFG**

حل دستی

✓ مثال ۱: بهره سیستم زیر را به دست آورید.





پاسخ: در این مثال ساده تنها یک مسیر پیش رو وجود دارد: $M_1 = G(s)$

تنها یک حلقه وجود دارد: $L_{11} = -G(s)H(s)$

هیچ حلقه بدون تماسی وجود ندارد: $\Delta_1 = 1, \Delta = 1 - L_{11} = 1 + G(s)H(s)$

بدین ترتیب بهره نهایی سیستم به صورت زیر به دست می آید:

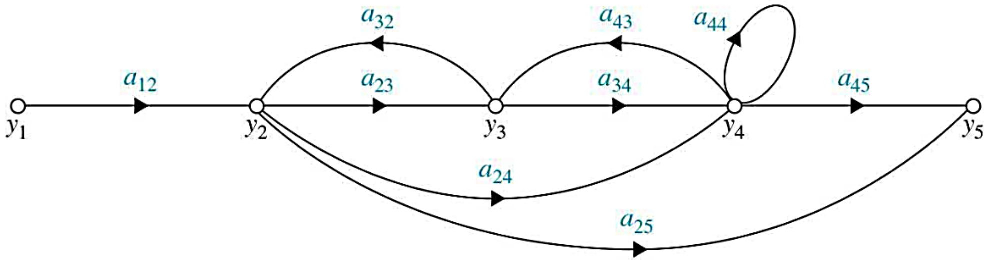
$$M = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{M_1\Delta_1}{\Delta} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

برگرفته از کتاب Kou

نمودار گذر سیگنال Signal Flow Graph

- **قانون بهره Mason در نمودار گذر سیگنال SFG**
  - ✓ مثال ۲: بهره سیستم زیر را به دست آورید.

حل دستی



پاسخ: در این مثال سه مسیر پیش رو وجود دارد: $M_1 = a_{12}a_{23}a_{34}a_{45},\ M_2 = a_{12}a_{25},\ M_3 = a_{12}a_{24}a_{45}$

چهارحلقه وجود دارد: $L_{11} = a_{23}a_{32},\ L_{21} = a_{34}a_{43},\ L_{31} = a_{24}a_{43}a_{32},\ L_{41} = a_{44}$

دو حلقه بی تماس وجود دارد (L_{11},L_{41}) که حاصل ضرب بهره های ایشان برابر است با: $L_{12} = a_{23}a_{32}a_{44},$

بدین ترتیب:

$$\Delta = 1 - (L_{11} + L_{21} + L_{31} + L_{41}) + L_{12}$$
$$= 1 - a_{23}a_{32} - a_{34}a_{43} - a_{24}a_{32}a_{43} - a_{44} + a_{23}a_{32}a_{44}$$

همگی حلقه ها با مسیر پیش رو اول و سوم در تماس هستند، لذا $\Delta_1 = \Delta_3 = 1$

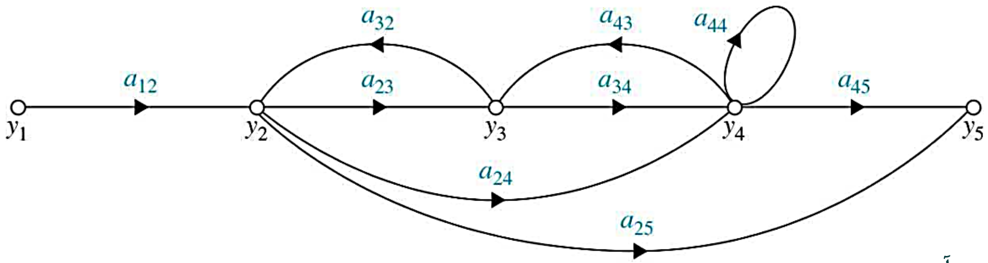
دو حلقه (L_{21},L_{41}) با مسیر پیش رو دوم در تماس نیست. لذا: $\Delta_2 = 1 - a_{34}a_{43} - a_{44}$

برگرفته از کتاب Kou

- **قانون بهره Mason در نمودار گذر سیگنال SFG**

حل دستی

✓ ادامه مثال ۲:



بدین ترتیب بهره نهایی سیستم به صورت زیر به دست می آید:

$$M = \frac{y_5(s)}{y_1(s)} = \frac{M_1\Delta_1 + M_2\Delta_2 + M_3\Delta_3}{\Delta}$$

$$= \frac{a_{12}a_{23}a_{34}a_{45} + a_{12}a_{25}(1 - a_{34}a_{43} - a_{44}) + a_{12}a_{24}a_{45}}{1 - a_{23}a_{32} - a_{34}a_{43} - a_{24}a_{32}a_{43} - a_{44} + a_{23}a_{32}a_{44}}$$

شما می توانید به راحتی بررسی کنید که:

$$\frac{y_2(s)}{y_1(s)} = \frac{a_{12}(1-a_{34}a_{43}-a_{44})}{\Delta}$$

برگرفته از کتاب Kou

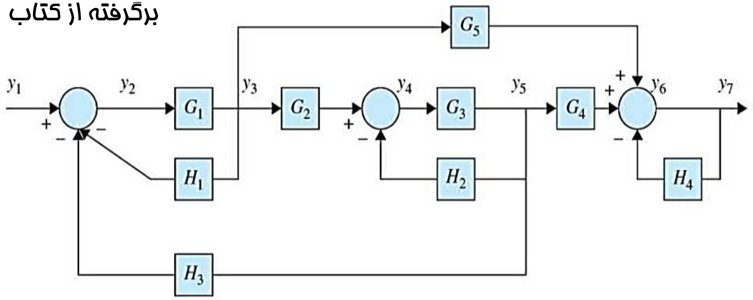
نمودار گذر سیگنال Signal Flow Graph

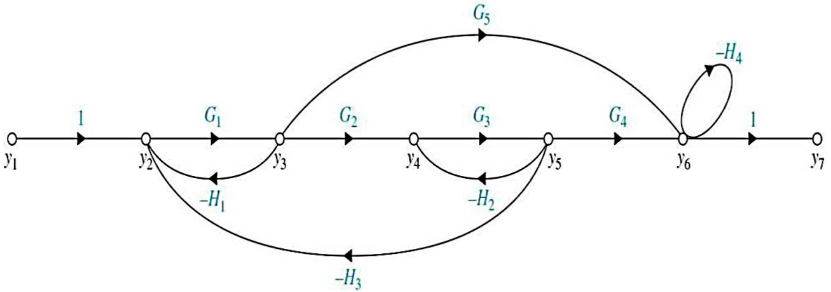
- **قانون بهره Mason در نمودار گذر سیگنال SFG**

حل دستی

برگرفته از کتاب Kou

✓ مثال ۳: بهره کلی سیستم زیر را به دست آورید.





پاسخ: در این مثال دو مسیر پیش رو وجود دارد: $M_1 = G_1G_2G_3G_4,\ \ M_2 = G_1G_5$

چهار حلقه دیده می شود: $L_{11} = -G_1H_1,\ L_{21} = -G_3H_2,\ \ L_{31} = -G_1G_2G_3H_3,\ L_{41} = -H_4$

حاصل ضرب دو از سه حلقه بی تماس عبارت است از: $L_{12} = G_1H_1G_3H_2,\ \ L_{22} = G_1H_1H_4,\ L_{32} = G_3H_2H_4$

حاصل ضرب دو حلقه بی تماس دیگر عبارت است از: $L_{42} = G_1G_2G_3H_3H_4$

حاصل ضرب سه حلقه بی تماس اول نیز عبارت است از: $L_{13} = -G_1G_3H_1H_2H_4$

نمودار گذر سیگنال Signal Flow Graph

حل دستی

- **قانون بهره Mason در نمودار گذر سیگنال SFG**

✓ ادامه مثال ۳:

بدین ترتیب:
$$\Delta = 1 + G_1H_1 + G_3H_2 + G_1G_2G_3H_3 + H_4 + G_1G_3H_1H_2 + G_1H_1H_4 + G_3H_2H_4 + G_1G_2G_3H_3H_4 + G_1G_3H_1H_2H_4$$

تمامی حلقه ها با مسیر پیش رو M_1 در تماس هستند:
$$\Delta_1 = 1$$

حلقه L_{21} با مسیر پیش رو M_2 در تماس نیست:
$$\Delta_2 = 1 + G_3H_2$$

بدین ترتیب:

$$M = \frac{y_7(s)}{y_1(s)} = \frac{M_1\Delta_1 + M_2\Delta_2}{\Delta} = \frac{G_1G_2G_3G_4, +G_1G_5(1+G_3H_2)}{\Delta}$$

به همین ترتیب می توانید بهره های دیگر را پیدا کنید:

$$\frac{y_2(s)}{y_1(s)} = \frac{1+G_3H_2+H_4+G_3H_2H_4}{\Delta}$$

$$\frac{y_4(s)}{y_1(s)} = \frac{G_1G_2(1+H_4)}{\Delta}$$

برگرفته از کتاب Kou

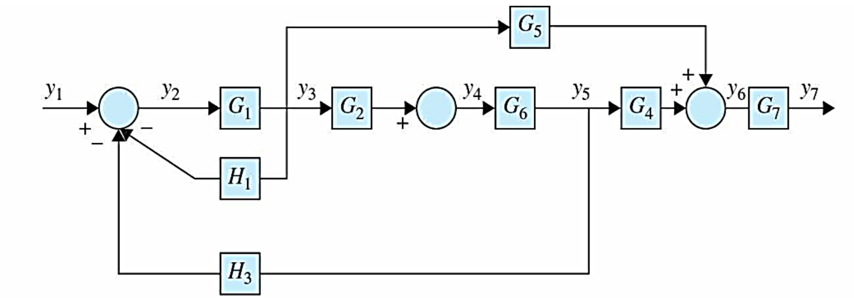
حل دستی

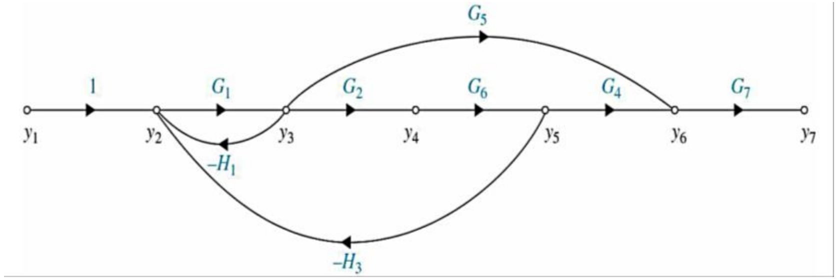
- **قانون بهره Mason در نمودار گذر سیگنال SFG**

✓ حالت خاص: اگر همگی حلقه ها با مسیر های پیش رو در تماس باشند رابطه بهره به صورت زیر ساده می شود:

$$M = \frac{y_{out}}{y_{in}} = \sum \frac{\text{Forward Path Gains}}{1 - \text{Loop Gains}}$$

✓ سیستم مثال ۳ را با صورت زیر می توان ساده نمود که در آن حلقه ها و مسیر های پیش رو بدون تماس باشند:

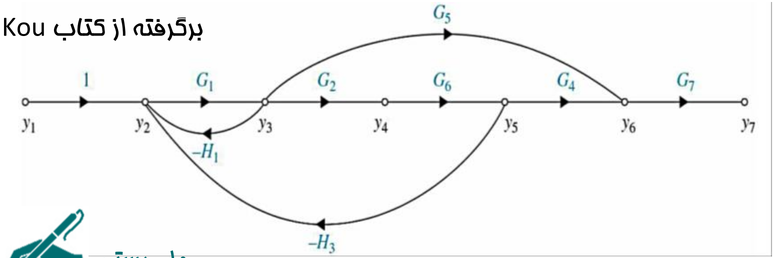




برگرفته از کتاب Kou

- **قانون بهره Mason در نمودار گذر سیگنال SFG**
  - ✓ ادامه مثال ۴: که در آن

برگرفته از کتاب Kou



$$G_6 = \frac{G_3}{1+G_3H_2}, \quad G_7 = \frac{1}{1+H_4}$$

حل دستی

در این حالت دو مسیر پیش رو وجود دارد:

$$M_1 = G_1G_2G_6G_4G_7, \;\; M_2 = G_1G_5G_7$$

دو حلقه در تماس دیده می شود:

$$L_{11} = -G_1H_1, \; L_{21} = -G_1G_2G_6H_3$$

بدین ترتیب:

$$M = \frac{y_7(s)}{y_1(s)} = \frac{M_1+M_2}{1-L_{11}L_{12}}$$

$$M_1 + M_2 = G_1G_2G_4\frac{G_3}{1+G_3H_2}\cdot\frac{1}{1+H_4} + G_1G_5\frac{1}{1+H_4} = \frac{G_1G_2G_3G_4 + G_1G_5(1+G_3H_2)}{(1+G_3H_2)(1+H_4)}$$

$$1 - L_{11}L_{21} = 1 + G_1H_1 + G_1G_2H_3\frac{G_3}{1+G_3H_2} = \frac{1+G_3H_2+G_1H_1(1+G_3H_2)}{1+G_3H_2}$$

در نتیجه:

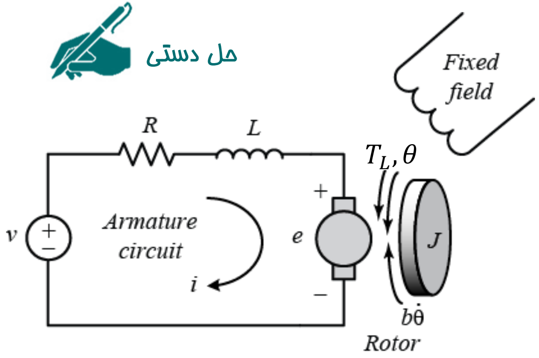
$$M = \frac{y_7(s)}{y_1(s)} = \frac{G_1G_2G_3G_4, + G_1G_5(1+G_3H_2)}{(1+G_1H_1+G_3H_2+G_1G_3H_1H_2)(1+H_4)}$$

که دقیقا همان تابع تبدیل مثال ۳ است!

- **مدل سازی و نمایش موتور DC مغناطیس دائم**

✓ یک سیستم الکترو مکانیکی و پرکاربردترین عملگر در سیستم های کنترل

حل دستی



❑ اصول حاکم در مدل موتور

- بر اساس اثر لنز، ولتاژ خود القایی متناسب با سرعت چرخش روتور ایجاد می شود

$$v_{emf} = K_v \omega$$

- گشتاور تولید شده توسط موتور متناسب با جریان موتور است: $\tau_m = K_m i$

❑ مدل سازی بخش الکتریکی

$$L\frac{di}{dt} + Ri + v_{emf} = v(t)$$

❑ مدل سازی بخش مکانیکی

$$J\frac{d\omega}{dt} + b\omega + T_L = \tau_m$$

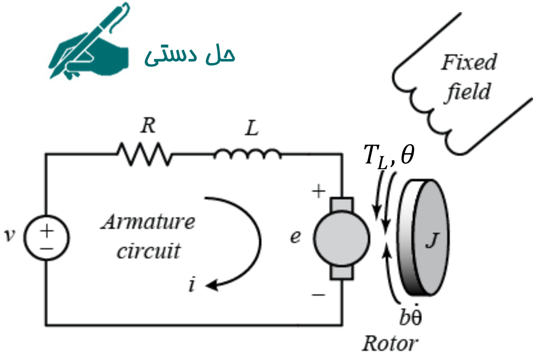
- که در آن L اندوکتانس موتور، R مقاومت آرمیچر، J ممان اینرسی بار، b ضریب استهلاک ویسکوز و T_L گشتاور اغتشاشی است

برگرفته از کتاب Dorf

- مدل سازی و نمایش موتور DC مغناطیس دائم

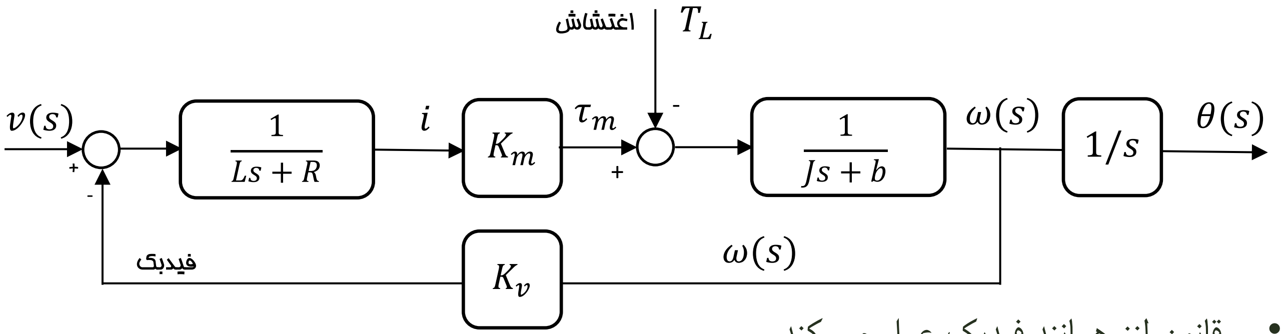
✓ با جای گذاری و اعمال تبدیل لاپلاس

حل دستی



$$\begin{cases} (Ls+R)i(s)+K_v\omega(s)=v(s) \\ (Js+b)\omega(s)+T_L(s)=K_m i(s) \end{cases}$$

❑ نمایش بلوک نمودار:



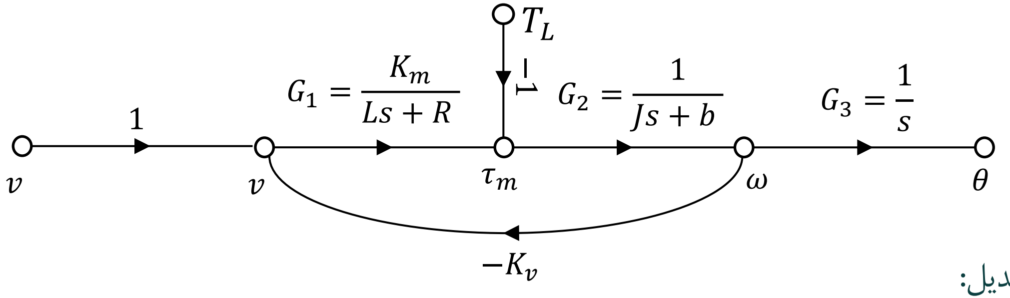
- قانون لنز همانند فیدبک عمل می کند

نمایش مدل در سیستم های کنترل

- مدل سازی و نمایش موتور DC مغناطیس دائم

حل دستی

✓ نمایش SFG



❑ ساده سازی و تعیین توابع تبدیل:

$$\frac{\omega(s)}{v(s)} = \frac{\frac{K_m}{(Ls+R)(Js+b)}}{1 + \frac{K_v K_m}{(Ls+R)(Js+b)}} = \frac{K_m}{(Ls+R)(Js+b) + K_v K_m}, \qquad \frac{\theta(s)}{v(s)} = \frac{K_m/LJ}{s\left(s^2 + \left(\frac{b}{J} + \frac{R}{L}\right)s + \frac{(Rb + K_v K_m)}{LJ}\right)}$$

$$\frac{\omega(s)}{T_L(s)} = \frac{\frac{-1}{(Js+b)}}{\Delta} = \frac{-(Ls+R)}{(Ls+R)(Js+b) + K_v K_m}, \qquad \frac{\theta(s)}{T_L(s)} = \frac{-(Ls+R)/LJ}{s\left(s^2 + \left(\frac{b}{J} + \frac{R}{L}\right)s + \frac{(Rb + K_v K_m)}{LJ}\right)}$$

• نمایش فضای حالت

✓ بسیاری از سیستم ها را می توان با یک دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبه اول نمایش داد.

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t), t)$$
$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t), t)$$

❑ که در آن $\boldsymbol{x}$ بردار متغیر های حالت سیستم، $\boldsymbol{u}$ بردار ورودی در سیستم و $\boldsymbol{f}$ تابعی است که معادلات دینامیکی سیستم را توصیف می کند.

❑ از طرف دیگر $\boldsymbol{y}$ بردار متغیر های خروجی اندازه گیری شده در سیستم، $\boldsymbol{h}$ تابعی است که رابطه حسگر در اندازه گیری سیستم را توصیف می کند.

✓ اگر سیستم خطی متغیر با زمان باشد رابطه فوق به معادلات حالت خطی زیر ساده می شود

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}$$
$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u}$$

❑ که در آن $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}, \boldsymbol{D}$ ماتریس هایی با مقادیر عددی ثابت می باشند که دینامیک خطی سیستم را توصیف می کنند.

• نمایش فضای حالت

حل دستی

✓ مثال ۱: معادلات حاکم بر رفتار موتور DC مغناطیس دائم را در نظر بگیرید:

$$L\frac{di}{dt} + Ri + K_v\omega = v(t)$$

$$J\frac{d\omega}{dt} + b\omega + T_L = K_m i$$

❑ با در نظر گرفتن متغیرهای حالت: $\boldsymbol{x} = [i \quad \omega]^T$ از معادله حالت به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{K_v}{L} \\ \frac{K_m}{J} & -\frac{b}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ T_L \end{bmatrix}$$

❑ با فرض اینکه هدف در این سیستم، کنترل سرعت موتور باشد آنگاه $y = [0 \quad 1]\begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix}$

❑ در این سیستم: $\boldsymbol{x} = [i \quad \omega]^T$ ، $\boldsymbol{u} = [v \quad T_L]^T$ و $y = \omega$ بوده و ماتریس های سیستم عبارتند از:

$$A = \begin{bmatrix} -R/L & -K_v/L \\ K_m/J & -b/J \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \qquad C = [0 \quad 1], \qquad D = 0$$

نمایش فضای حالت

✓ ماتریس تبدیل سیستم های LTI

- ❑ در نمایش فضای حالت می توان سیستم های دارای چند ورودی و چند خروجی MIMO را نمایش داد.
- ❑ اگر از چنین سیستمی تبدیل لاپلاس بگیریم، با شرط مقادیر اولیه صفر به نمایش ماتریس تبدیل سیستم خواهیم رسید:

$$\dot{x} = Ax + Bu \rightarrow sx(s) = Ax(s) + Bu(s) \rightarrow x(s) = (sI - A)^{-1}Bu(s)$$
$$y = Cx + Du \rightarrow y(s) = Cx(s) + Du(s) \rightarrow y(s) = [C(sI - A)^{-1}B + D]u(s)$$

- ❑ بدین ترتیب ماتریس تبدیل سیستم از این رابطه به دست می آید:

$$H(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = [C(sI - A)^{-1}B + D]$$

با توجه به ابعاد ورودی $r \times 1$ و خروجی $m \times 1$ ماتریس تبدیل یک ماتریس $m \times r$ خواهد بود: $y_{m\times1} = H_{m\times r}(s)u_{r\times1}$

نمایش مدل در سیستم های کنترل

- **نمایش سیستم و ساده سازی اتصال سیستم ها توسط کامپیوتر**

حل کامپیوتری

✓ در نرم افزار Matlab برای نمایش سیستم به فرم های مختلف از دستورات زیر می توان استفاده نمود

```
% Different ways to represent a system:
%                       4
%       P(s)  =   ----------------
%                  (s - 1)(s - 2)
clc
%    Tf format
num=4; den=[1 -3 2]; plant1=tf(num,den)
                4
 plant1 = ---------------
          s^2 - 3 s + 2
% ZPK format
k=4;z=[]; p=[1 2]; plant2=zpk(z,p,k)
        4
  -----------
  (s-1) (s-2)
% converting to state space
 [Ap,Bp,Cp,Dp]=tf2ss(num,den)
Ap =                          Bp =            Cp =                          Dp =
     3    -2                  1                0     4                      0
     1     0                  0
```

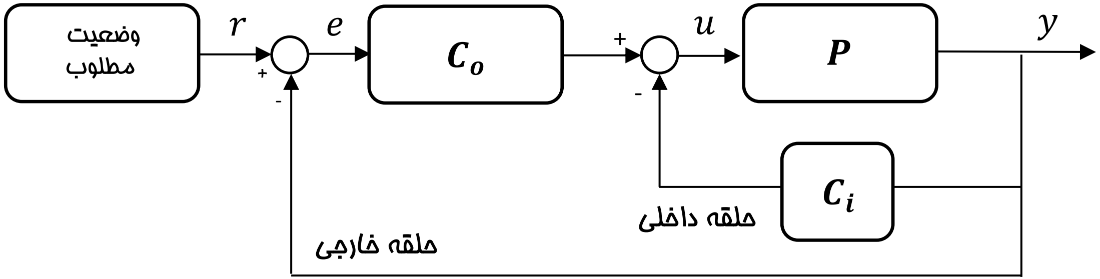
نمایش مدل در سیستم های کنترل

• نمایش سیستم و ساده سازی اتصال سیستم ها توسط کامپیوتر

حل کامپیوتری

✓ در نرم افزار Matlab برای ساده سازی سیستم می توان از دستور sysic استفاده کرد

❑ سیستم آبشاری زیر را در نظر بگیرید:



که در آن

$$P(s)=\frac{4}{(s-1)(s-2)},\qquad C_i(s)=\frac{s+1}{(s+2)^2},\qquad C_o(s)=\frac{1}{s^2+s+1}$$

• نمایش سیستم و ساده سازی اتصال سیستم ها توسط کامپیوتر

حل کامپیوتری

✓ در نرم افزار Matlab برای ساده سازی سیستم می توان از دستور sysic استفاده کرد:

```
%%
%   The smart way to define and simplify the block digrams and SFG
%
clear all
s=zpk('s');                 % zero-pole format
P=1/((s-1)*(s-2))           % plant
Co=(s+1)/(s+2)^2;           % outer loop controller
Ci=1/s^2+s+1;               % inner loop controller

%  construct the interconnection structure, plant_ic;

systemnames = 'P Co Ci';
inputvar = '[r]';
outputvar = '[P]';
input_to_P = '[ Co - Ci ]';
input_to_Co = '[ r - P]';
input_to_Ci = '[P]';
sysoutname = 'plant_ic';
cleanupsysic = 'yes';
sysic
```

```
%   We can change the properties of the generated plant using
%   get and set comands or as following.

plant_ic.InputName={'r'};        % Set the input names
plant_ic.OutputName={'y'};       % Set the output names

%%  We can make sure that our augmented system has its minimal
%   realization to avoid un-contrallability for some hidden modes
%   Check zero-poles patterns and use minreal
plant_ic =  minreal(plant_ic)
plant_ic =
   From input "r" to output "y":
                              s^2 (s+1)
  -------------------------------------------------------------------
  (s+1.727) (s+2.316) (s^2 + 0.1909s + 0.2948) (s^2 - 2.234s + 3.393)
 Continuous-time zero/pole/gain model.
```

برگرفته از پیوند

Samuel Jefferson Mason (1921–1974)

was an American electronics engineer. Mason's invariant and Mason's rule are named after him. He was born in New York City, but he grew up in a small town in New Jersey. He received a B.S. in electrical engineering from Rutgers University in 1942, and after graduation, he joined the Antenna Group of MIT Radiation Laboratory as a staff member. Mason went on to earn his S.M. and Ph.D. in electrical engineering from MIT in 1947 and 1952, respectively. After World War II, the Radiation Laboratory was renamed the MIT Research Laboratory of Electronics, where he became the associate director in 1967. Mason served on the faculty of MIT from 1949 until his death in 1974 – as an assistant professor in 1949, associate professor in 1954, and full professor in 1959. Mason unexpectedly died in 1974 due to a cerebral hemorrhage.

Mason's doctoral dissertation, supervised by Ernst Guillemin, was on signal-flow graphs and he is often credited with inventing them. Another one of his contributions to the field of control systems theory was a method to find the transfer function of a system, now known as Mason's rule. Mason was an expert in optical scanning systems for printed materials. He was the leader of the Cognitive Information Processing Group of the MIT Research Laboratory of Electronics, and he created systems that scanned printed materials and read them out loud for the blind. Similarly, he developed tactile devices powered by photocells that enabled the blind to sense light.

حمید رضا تقی راد
استاد

بیوگرافی دکتر حمید رضا تقی راد

حمیدرضا تقی‌راد مدرک کارشناسی خود را در مهندسی مکانیک از دانشگاه صنعتی شریف در سال ۱۳۶۸ و کارشناسی ارشد خود را در مهندسی مکانیک (مکاترونیک) در سال ۱۳۷۲ و دکترای خود را در مهندسی برق- کنترل و رباتیک در سال ۱۳۷۶ از دانشگاه مک گیل کانادا دریافت کرده است. او در حال حاضر استاد تمام و مدیر گروه رباتیک ارس در دپارتمان کنترل و سیستم، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی است. ایشان دارای عضویت ارشد انجمن IEEE، دستیار سردبیر مجلات زیر هستند.

IEEE Transactions on Medical Robotics and Bionics,
Frontiers in Robotics: AI – Biomedical Robotics,
International Journal of Robotics: Theory and Application.

زمینه های تحقیقاتی مورد علاقه وی کاربرد کنترل مقاوم و غیرخطی بر روی سیستم های رباتیک بوده و زمینه های مختلف رباتیک شامل ربات های موازی و کابلی، ربات های خودران، ربات های جراحی و سامانه های هپتیک آموزش جراحی چشم در حیطه تخصص ایشان قرار دارد. تحقیقات اخیر ایشان بیشتر معطوف بر ربات‌های پزشکی بوده و تالیفات ایشان شامل پنج کتاب فارسی و دو کتاب انگلیسی و بیش از ۳۰۰ مقاله در کنفرانس ها و مجلات معتبر بین‌المللی است.

گروه رباتیک ارس

سیستم های کنترل خطی

برای مطالعه بیشتر و مشاهده فیلم های ضبط شده کلاس مجازی
به این سایت مراجعه نمایید

متشکرم