



**Spécialité :**

**Génie Électrique - EPRM – I3**

**2024-2025**

**- H.Zinedine ABAYAHIA -**

**- Namiran MALO -**

**UE - Commandes évoluées des systèmes électrotechniques**

**Commande vectorielle d'une machine asynchrone à  
cage d'écureuil**

# Résumé

Ce projet porte sur l'étude, la modélisation et l'implémentation de la commande vectorielle d'une machine asynchrone à cage d'écureuil. L'objectif principal est d'obtenir un contrôle indépendant du flux et du couple électromagnétique, analogue à celui d'une machine à courant continu à excitation séparée, afin d'améliorer les performances dynamiques de l'asservissement de vitesse.

Dans un premier temps, les fondements théoriques de la commande vectorielle sont présentés, notamment les transformations de Clarke et de Park, permettant de ramener le système triphasé dans un repère tournant (d,q). La modélisation de la machine asynchrone dans ce repère est ensuite établie sous des hypothèses classiques, mettant en évidence le couplage entre les axes direct et en quadrature. L'orientation du flux rotorique est alors introduite afin de découpler les grandeurs flux et couple et d'établir l'équivalence MAS–MCC.

Le projet s'attache ensuite à la conception des boucles d'asservissement des courants, du flux et de la vitesse, en utilisant des correcteurs PI et IP dimensionnés à partir d'un cahier des charges temporel précis. Deux techniques de modulation de l'onduleur sont étudiées et comparées : la MLI classique et la modulation vectorielle d'espace (SVM), cette dernière offrant une meilleure exploitation du bus continu.

Enfin, l'ensemble de la commande est implémenté sous MATLAB/Simulink. Les résultats de simulation valident le bon fonctionnement de la commande vectorielle, la qualité du découplage flux–couple, ainsi que les performances dynamiques imposées, tout en mettant en évidence l'intérêt de la SVM en termes de tension DC minimale requise.

# Table des matières

Résumé.....	ii
Table des matières .....	iii
Liste des Figures .....	iv
Nomenclature .....	6
Introduction .....	7
Chapitre 1.     Notions théoriques liées à la commande vectorielle des machines asynchrones	8
1.1     Introduction à la commande vectorielle.....	8
Chapitre 2.     Transformations Park et Clarke.....	8
2.1     Transformation de Clarke .....	8
2.2     Transformation de Park .....	9
2.3     Modélisation de la machine asynchrone à cage.....	10
2.3.1     Transformation de Park appliquée à la MAS.....	11
2.3.2     Équations des flux :.....	12
Chapitre 3.     Equivalence MAS-MC.....	13
Chapitre 4.     Asservissement de vitesse et des courants.....	15
4.1     Calcul des gains du correcteur PI.....	16
4.2     Modélisation de l'onduleur .....	17
Chapitre 5.     BONUS 2 : Modulation du vecteur d'espace (SVM ou SVPWM).....	17
5.1     Avantages de la SVM .....	18
5.2     Calcul des temps d'application des vecteurs et générations des signaux de commande	20
5.3     Gestion de la surmodulation (Overmodulation Mode I & Mode II) .....	21
Chapitre 6.     Implémentation sous Simulink – Tests unitaires .....	22
6.1     Implémentation de la transformation de Park sur Matlab-Simulink.....	24
6.2     Implémentation de l'Onduleur MLI .....	25
6.3     Implémentation de la SVM (Sans gestion de surmodulation) .....	26
6.4     Modèle de la machine .....	29
6.5     Asservissement de courants et du flux.....	30
Chapitre 7.     Schéma Complet .....	35
Conclusion .....	37
Références.....	38
Annexe.....	39

## Liste des Figures

Figure 1 : Diagramme de la commande vectorielle (Support de TP).....	8
Figure 2 : Equivalence entre la commande de MAS et la MCC .....	14
Figure 3 : Compensation des perturbations. ....	16
Figure 4 : Plan $\alpha\beta$ et vue d'ensemble de la SVM [2].....	18
Figure 5 : Schéma global FOC SVM [2]. ....	19
Figure 6 : Tensions de sortie en fonction du vecteur [2]. ....	20
Figure 7 : Temps d'ouverture d'interrupteurs [2]. ....	21
Figure 8 : Permutation des temps d'ouvertures afin de couvrir les 6 secteurs [2]. ....	21
Figure 9 : Porteuse SVM [2]. ....	21
Figure 10 : Parcours du vecteur de référence modifié (trait noir) en mode I (a) et mode II(b) [2]. ....	22
Figure 11 : Schéma de validation de nos blocs Park et Park inverse. ....	24
Figure 12 : Signaux $X_d$ et $X_q$ à la sortie du bloc de transformation de Park. ....	24
Figure 13 : Comparaison entre les signaux du générateur et des signaux de sortie du bloc de Park Inverse. ....	25
Figure 14 : L'onduleur MLI sur Simulink. ....	26
Figure 15 : Implémentation de la SVM sur Simulink (Sans sur-modulation).....	27
Figure 16 : Porteuse et temps d'ouvertures.....	28
Figure 17 : Résultats SVM. ....	28
Figure 18 : Modélisation de la machine sur Simulink.....	29
Figure 19 : Simulation du modèle de la machine. ....	30
Figure 20 : Asservissement de courant et du flux. ....	30
Figure 21 : Résultats de l'asservissement de courant.....	32
Figure 22 : Structure du correcteur IP (aussi dit Correcteur PI série). ....	32
Figure 23 : Abaque des temps de réponse pour un second ordre mal-amorti. [3].....	33

Figure 24 : Schéma Simulink Complet MLI .....	35
Figure 25 : Schéma Simulink Complet SVM.....	35
Figure 26 : Résultats de simulation finale. ....	36

## Nomenclature

<b>PWM/MLI</b>	Pulse Width Modulation/ Modulation de largeur d'impulsion
<b>FOC</b>	Field-Oriented Control (Commande Vectorielle)
<b>MCC</b>	Machine à courant continu
<b>MAS/IM</b>	Machine Asynchrone/ Induction Motor
<b>SVM/SVPWM</b>	Space Vector Modulation – Space Vector Pulse Width Modulation (Modulation du vecteur d'espace)
<b>PWM/CB-PWM</b>	Pulse Width Modulation – Carrier-based Pulse Width Modulation (MLI)
<b>DSP</b>	Digital Signal Processor

# Introduction

Les machines asynchrones à cage d'écureuil occupent une place centrale dans les applications industrielles en raison de leur robustesse, de leur coût réduit et de leur faible maintenance [1]. Toutefois, leur structure électromagnétique intrinsèquement couplée rend leur commande plus complexe que celle des machines à courant continu, en particulier lorsque des performances dynamiques élevées sont requises pour l'asservissement de vitesse ou de couple.

La commande vectorielle, également appelée commande à flux orienté (Field-Oriented Control – FOC), constitue aujourd'hui une solution de référence pour surmonter ces limitations. En s'appuyant sur des transformations de repères et une orientation judicieuse du flux, cette technique permet de découpler le contrôle du flux et du couple, rendant ainsi la machine asynchrone équivalente, du point de vue de la commande, à une machine à courant continu à excitation séparée [1].

Dans ce contexte, ce projet s'inscrit dans le cadre de l'UE *Commandes évoluées des systèmes électrotechniques* et vise à mettre en œuvre une commande vectorielle complète d'une machine asynchrone à cage. Le travail réalisé couvre l'étude théorique, la modélisation mathématique, la synthèse des correcteurs, ainsi que l'implémentation et la validation par simulation sous MATLAB/Simulink.

Une attention particulière est portée à la modulation de l'onduleur, avec l'étude de la modulation vectorielle d'espace (SVM), largement utilisée dans les systèmes de commande modernes en raison de ses performances supérieures en termes d'utilisation du bus continu et de qualité des tensions générées [2]. Les résultats obtenus permettent d'évaluer et de comparer les performances globales du système pour différentes stratégies de modulation.

# Chapitre 1. Notions théoriques liées à la commande vectorielle des machines asynchrones

## 1.1 Introduction à la commande vectorielle

La commande vectorielle est une méthode de contrôle de machines électriques qui consiste à transformer les courants statoriques triphasés en un système biphasé à deux composantes orthogonales qui nous permettent d'agir sur le flux et le couple de la machine indépendamment [1]. Dans le cadre de l'asservissement de vitesse, nous allons utiliser la commande vectorielle afin de contrôler la vitesse de notre machine en implémentant le diagramme de la Figure 1.

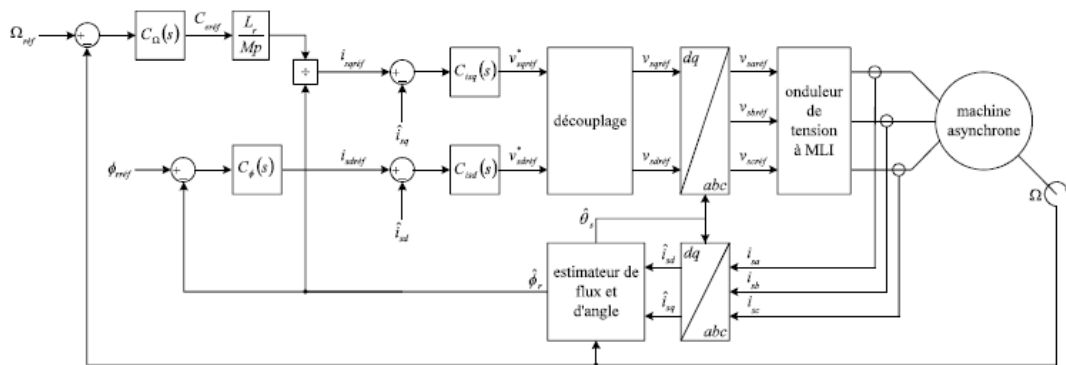


Figure 1 : Diagramme de la commande vectorielle (Support de TP)

## Chapitre 2. Transformations Park et Clarke

Afin de réaliser notre commande vectorielle, nous avons besoin de travailler dans le repère (d,q) et ceci en effectuant des transformations de coordonnées, principalement les transformations de Park et Clarke et cela pour les raisons suivantes :

- Simplifier les équations de la machine synchrone qui sont complexes à manipuler sur l'axe (a,b,c)
- Faciliter la mise en œuvre de stratégies de contrôle standard comme les contrôleurs utilisés dans les boucles d'asservissement et avoir plus d'efficacité.
- Permettre un contrôle précis et indépendant du flux et du couple.

### 2.1 Transformation de Clarke

La transformation de Clarke est un changement de coordonnées qui transforme des grandeurs triphasées sinusoïdales tournantes dans un repère initial fixe (a,b,c) à deux grandeurs sinusoïdales aussi dans un repère d'arrivée fixe ( $\alpha,\beta$ ) et elle peut être décrite par l'équation (1). Nous utilisons les transformations



avec invariance d'amplitude pour simplifier l'estimation des amplitudes à l'entrée après la Transformation de Clarke, ce qui est plus pratique.

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_o \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \times \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \text{1} \quad (1)$$

$i_\alpha$  et  $i_\beta$  Sont des courants sinusoïdaux, on peut simplifier davantage notre asservissement en transformant notre système triphasé en un système avec deux composantes constantes.

## 2.2 Transformation de Park

La transformation de Park consiste à appliquer une rotation de la valeur de l'angle électrique dans le sens inverse (c'est-à-dire une rotation de  $(-\theta)^2$  à nos vecteur  $\alpha$  et  $\beta$  ce qui permet de fixer les vecteurs et d'obtenir deux composantes continues dans un repère tournant lié au rotor (d,q) et qui représentent notre système triphasé. On verra l'intérêt de cette rotation d'une manière plus détaillée dans la section (REF)(SECTION). Par ailleurs, il est possible de combiner la transformation de Clarke et la rotation en une seule matrice qu'on appelle la transformation de Park qui est donnée par (2):

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \times \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \text{2}$$

On peut inverser cette matrice pour obtenir **la transformation inverse** qu'on peut exprimer de cette manière :

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad \text{3}$$

---

<sup>1</sup>  $i_\alpha$  Représente le courant de la phase a,  $i_\beta$  représente l'image du flux de la machine et  $i_o$  représente la composante homopolaire qui est nulle pour un système triphasé équilibré.

<sup>2</sup>  $\theta$  : l'angle électrique c'est-à-dire  $\theta = \Omega t$

Cette transformation peut aussi être appliquée pour les tensions et les flux également.

## 2.3 Modélisation de la machine asynchrone à cage

Afin de Construire notre modèle de la machine asynchrone dans le plan de Park, il nous faut poser les hypothèses suivantes :

- Nous avons un circuit-magnétique non saturé
- Les Pertes fers sont négligées
- L'inductance mutuelle dépend de la position seulement

Loi des mailles sur le stator :

$$\begin{matrix} V_{s1} & R_s & 0 & 0 & i_{s1} & \varphi_{s1} \\ V_{s2} & = & 0 & R_s & 0 & * i_{s2} + \frac{d}{dt} \varphi_{s2} \\ V_{s3} & & 0 & 0 & R_s & i_{s3} \varphi_{s3} \end{matrix}$$

4

Tension des enroulement stator rotor (court-circuit) :

$$\begin{matrix} 0 & R_r & 0 & 0 & i_{r1} & \varphi_{r1} \\ 0 & = & 0 & R_r & 0 & * i_{r2} + \frac{d}{dt} \varphi_{r2} \\ 0 & & 0 & 0 & R_r & i_{r3} \varphi_{r3} \end{matrix}$$

5

$$m_1 = msr * \cos(\alpha)$$

$$m_2 = msr * \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3})$$

$$m_3 = msr * \cos(\alpha - \frac{4\pi}{3})$$

$$\Phi_{s1} = l_{s1}i_{s1} + m_s(i_{s2} + i_{s3}) + m_1i_{R1} + m_2i_{R2} + m_3i_{R3}$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{s1} \\ \Phi_{s2} \\ \Phi_{s3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_s & m_s & m_s \\ m_s & l_s & m_s \\ m_s & m_s & l_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} + msr \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha - \frac{4\pi}{3}) \\ \cos(\alpha - \frac{4\pi}{3}) & \cos(\alpha) & \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha - \frac{4\pi}{3}) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{R1} \\ i_{R2} \\ i_{R3} \end{bmatrix}$$

3

6

### 2.3.1 Transformation de Park appliquée à la MAS<sup>4</sup>

La transformation de Park est utilisée afin de réduire notre système triphasé à un vecteur à deux composantes orthogonales constantes afin de simplifier le modèle.

$$\begin{bmatrix} V_{s1} \\ V_{s2} \\ V_{s3} \end{bmatrix} = P(\theta) \begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \\ V_{s0} \end{bmatrix}_5$$

7

---

<sup>3</sup> Ls : inductance propre

Ms : inductance mutuelle entre les phases statoriques

m1,m2,m3: inductance mutuelles entre les bobinages rotoriques

<sup>4</sup> Machine Asynchrone

<sup>5</sup> Vsd : tension directe au stator

Vsq : tension en quadrature

Vs0 : la composante homopolaire de la tension

$$P(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_s) & -\sin(\theta_s) & 1 \\ \cos(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_s - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_s - \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta_s - \frac{4\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix}$$

$$[V_s] = [R_s][I_s] + \left( \frac{d[\Phi_s]}{dt} \right)$$

$$[p][V_{sp}] = [R_s][p][I_{sp}] + \left( \frac{d[p][\Phi_{sp}]}{dt} \right)$$

$$\text{multiplie}[p]^{-1}$$

$$[V_{sp}] = [R_s][I_{sp}] + [p]^{-1} \left( \frac{d[p]}{dt} \right) [\Phi_{sp}]$$

$$[p]^{-1} \left( \frac{d[p]}{dt} \right) [\Phi_{sp}] = \omega_s \begin{bmatrix} -\Phi_q \\ \Phi_d \\ 0 \end{bmatrix}$$

8

On obtient :

$$V_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d\Phi_{sd}}{dt} - \omega_s \Phi_{sq}$$

$$V_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d\Phi_{sq}}{dt} + \omega_s \Phi_{sd}$$

$$V_{s0} = R_s i_{s0} + \frac{d\Phi_{s0}}{dt}$$

9

### 2.3.2 Équations des flux :

Le flux au stator

$$[\Phi_s] = [l_s][I_s] + [m_{sr}][I_r]$$

$$[p(\theta_s)][\Phi_s] = [l_s][p(\theta_s)][I_s] + [m_{sr}][p(\theta_r)][I_r]$$

$$\text{multiplie}[p(\theta_s)]^{-1}$$

$$[\Phi_s] = [p(\theta_s)]^{-1} [l_s][p(\theta_s)][I_s] + [p(\theta_s)]^{-1} [m_{sr}][p(\theta_r)][I_r]$$

$$[p(\theta_s)]^{-1} [l_s][p(\theta_s)] = \begin{bmatrix} l_s - m_s & 0 & 0 \\ 0 & l_s - m_s & 0 \\ 0 & 0 & l_s - m_s \end{bmatrix}$$

$$[p(\theta_s)]^{-1} [m_{sr}][p(\theta_r)] = \frac{3}{2} m_{sr} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

10

$$\begin{aligned}
L_s &= l_s - m_s \\
M_{sr} &= \frac{3}{2} m_s r \\
\Phi_{sd} &= L_s I_{sd} + M_{sr} I_{rd} \\
\Phi_{sq} &= L_s I_{sq} + M_{sr} I_{rq} \\
\Phi_{rd} &= L_r I_{rd} + M_{sr} I_{sd} \\
\Phi_{rq} &= L_r I_{rq} + M_{sr} I_{sq}
\end{aligned}$$

## 11

D'autre part, la puissance instantanée et couple électromagnétique peuvent s'exprimer de la manière suivante

$$\begin{aligned}
P_e &= V_{s1} i_{s1} + V_{s2} i_{s2} + V_{s3} i_{s3} = V_{sd} i_{sd} + V_{sq} i_{sq} \\
P_e &= \left[ R_s I_{sd} + \frac{d\Phi_{sd}}{dt} - \omega_s \Phi_{sd} \right] I_{sd} + \left[ R_s I_{sq} + \frac{d\Phi_{sq}}{dt} + \omega_s \Phi_{sq} \right] I_{sq} \\
P_e &= \left[ R_s I_{sd}^2 + R_s I_{sq}^2 \right] + \left[ \frac{d\Phi_{sd}}{dt} I_{sd} + \frac{d\Phi_{sq}}{dt} I_{sq} + \omega_s \Phi_{sq} \right] + \left[ \omega_s (\Phi_{sd} I_{sq} - \Phi_{sq} I_{sd}) \right] \\
P_e &= \Gamma_e \Omega_s \\
\Gamma_e &= p(\Phi_{sd} I_{sq} - \Phi_{sq} I_{sd})
\end{aligned}$$

Les équations de la machine asynchrone ont été déterminées, elles seront intégrées dans le schéma Simulink afin d'effectuer la modélisation de la machine.

Donc on obtient :

$$\begin{aligned}
\Phi_{sd} &= \int V_{sd} + \omega_s \Phi_{sq} - R_s I_{sd} \\
\Phi_{sq} &= \int V_{sq} - \omega_s \Phi_{sd} - R_s I_{sq} \\
\Phi_{rd} &= \int \omega_r \Phi_{rq} - R_r I_{rd} \\
\Phi_{rq} &= \int -\omega_r \Phi_{rd} - R_r I_{rq} \\
I_{sd} &= \frac{M_{sr} \Phi_{rd} - L_r \Phi_{sd}}{(M_{sr}^2 - L_s L_r)} \\
I_{rd} &= \frac{M_{sr} \Phi_{sd} - L_s \Phi_{rd}}{(M_{sr}^2 - L_s L_r)} \\
I_{sq} &= \frac{M_{sr} \Phi_{rq} - L_r \Phi_{sq}}{(M_{sr}^2 - L_s L_r)} \\
I_{rq} &= \frac{M_{sr} \Phi_{sq} - L_s \Phi_{rq}}{(M_{sr}^2 - L_s L_r)}
\end{aligned}$$

## 12

# Chapitre 3. Equivalence MAS-MC

Le modèle dynamique de la machine asynchrone (MAS) est un système multivariable et fortement couplé, ce qui rend son asservissement en vitesse complexe. En effet, les courants statoriques interviennent simultanément dans la production du flux et du couple électromagnétique, ce qui empêche un contrôle indépendant de ces deux grandeurs.

Afin d'obtenir de bonnes performances dynamiques et de simplifier la commande, la stratégie adoptée consiste à assimiler le comportement électromécanique de la machine asynchrone à celui d'une

machine à courant continu à excitation séparée. Cette analogie est rendue possible par l'application de la commande vectorielle, également appelée commande à flux orienté.

Dans une machine à courant continu à excitation séparée, le couple électromagnétique est donné par la relation suivante :

$$C_{MCC} = K \varphi_{MCC} I_a \quad (15)$$

Cette expression montre que, pour un flux constant, le couple est directement proportionnel au courant.

Après transformation de Park et écriture du modèle dans le repère tournant (d,q), le couple électromagnétique de la machine asynchrone s'exprime par :

$$C_{em} = \frac{3}{2} P \frac{M}{L_r} (\varphi_{dr} \times I_{qs} - \varphi_{qr} \times I_{ds}) \quad (16)$$

Cette expression met en évidence un couplage entre les axes d et q, ce qui complique la commande directe de la machine.

Dans la commande vectorielle de la machine asynchrone, on choisit d'orienter le repère (d,q) selon le flux rotorique. Cette orientation impose que la composante en quadrature du flux rotorique soit nulle :

$$\varphi_{qr} = 0$$

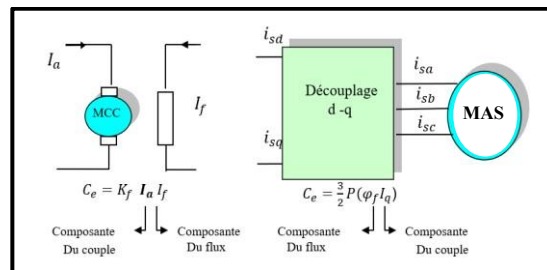
Dans ces conditions, le flux rotorique est entièrement porté par l'axe direct et contrôlé par le courant statorique  $I_{ds}$ .

En tenant compte de l'orientation du flux rotorique ( $\varphi_{qr} = 0$ ), l'expression du couple électromagnétique devient :

$$C_{em} = \frac{3}{2} P \frac{M}{L_r} (\varphi_{dr} \times I_{qs}) \quad (17)$$

Cette relation montre que :

- Le courant  $I_{ds}$  permet de contrôler le flux rotorique  $\varphi_{dr}$ ,
- Le courant  $I_{qs}$  permet de contrôler directement le couple électromagnétique.



**Figure 2 : Equivalence entre la commande de MAS et la MCC**

Si le flux rotorique  $\varphi_{dr}$  est maintenu constant, le couple électromagnétique de la machine asynchrone devient linéairement proportionnel au courant  $I_{qs}$ , de manière strictement analogue à la machine à courant continu à excitation séparée.

Ainsi, grâce à la commande vectorielle à flux rotorique orienté, la machine asynchrone peut être commandée comme une machine à courant continu, avec un découplage entre le flux et le couple, ce qui facilite l'asservissement de la vitesse et améliore les performances dynamiques du système.

## Chapitre 4. Asservissement de vitesse et des courants

La commande vectorielle à flux rotorique orienté repose sur une structure de boucles d'asservissement imbriquées. Les boucles internes assurent l'asservissement des courants statoriques, tandis que la boucle externe permet l'asservissement de la vitesse mécanique. Afin de garantir la stabilité du système et de bonnes performances dynamiques, les boucles de courant doivent être beaucoup plus rapides que la boucle de vitesse.

Asservissement des courants statoriques

Après application de la transformation de Park et orientation du flux rotorique selon l'axe direct, on impose :  $\varphi_{qr} = 0$

Les équations des tensions statoriques de la machine asynchrone dans le repère tournant (d,q) s'écrivent alors :

Sur l'axe d :

$$V_{sd} = R_s \cdot I_{sd} + \left( L_s - \frac{M^2}{L_r} \right) \frac{dI_{sd}}{dt} - \omega_s \cdot \left( L_s - \frac{M^2}{L_r} \right) I_{sq} + \frac{M}{L_r} \frac{d\varphi_{rd}}{dt} \quad (18)$$

$$V_{sq} = R_s \cdot I_{sq} + \left( L_s - \frac{M^2}{L_r} \right) \frac{dI_{sq}}{dt} + \omega_s \cdot \left( L_s - \frac{M^2}{L_r} \right) I_{sd} + \omega_s \cdot \frac{M}{L_r} \varphi_{rd} \quad (19)$$

Ces équations mettent en évidence la présence de forces électromotrices de couplage entre les axes d et q, responsables d'un couplage dynamique entre les courants.

Les forces électromotrices de couplage sont données par :

$$E_d = -\omega_s \cdot \left( L_s - \frac{M^2}{L_r} \right) I_{sq} + \frac{M}{L_r} \frac{d\varphi_{rd}}{dt} \quad (20)$$

$$E_q = \omega_s \cdot \left( L_s - \frac{M^2}{L_r} \right) I_{sd} + \omega_s \cdot \frac{M}{L_r} \varphi_{rd} \quad (21)$$

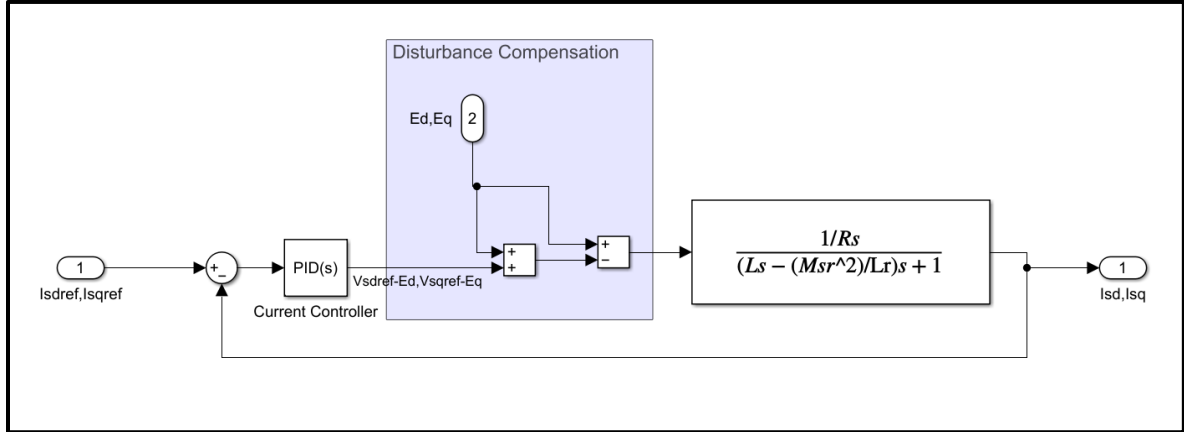
Afin d'assurer le découplage entre les deux axes, ces termes sont compensés dans les boucles de courant. Les tensions de référence appliquées à l'onduleur deviennent alors :

$$V_{sd}^* = V_{sd,PI} + E_d$$

$$V_{sq}^* = V_{sq,PI} + E_q$$

où  $V_{sd,PI}$  et  $V_{sq,PI}$  sont les sorties des correcteurs PI de courant.

Cette compensation permet d'obtenir deux boucles de courant indépendantes, chacune pouvant être assimilée à un système linéaire du premier ordre (voir la Figure 3).



**Figure 3 : Compensation des perturbations.**

## 4.1 Calcul des gains du correcteur PI

Après la transformation de Park et la compensation des termes de couplage, la dynamique de chaque boucle de courant peut être assimilée à un système du premier ordre, idem pour la boucle de vitesse externe :

$$G_i(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (22)$$

pour les courants :  $K = \frac{1}{R_s} \quad , \quad \tau = \frac{L_s - \frac{n^2}{L_r}}{R_s}$

Et pour la vitesse :  $K = \frac{1}{f} \quad , \quad \tau = \frac{J}{f}$

Chaque boucle de courant est réglée par un correcteur PI, écrit sous la forme :

$$C_i(s) = K_p + \frac{K_i}{s} = K_i \frac{(\tau_i s + 1)}{s} \quad (23)$$

Le réglage est réalisé par annulation pôle–zéro, en plaçant le zéro du correcteur sur le pôle du procédé :

$$\tau_i = \tau$$

La fonction de transfert en boucle ouverte devient alors un intégrateur pur :

$$T_{BO}(s) = \frac{K_i K}{s} \quad (24)$$



La fonction de transfert en boucle fermée est :

$$T_{BF}(s) = \frac{K_i K}{s + K_i K} \quad (25)$$

Le temps de réponse à 5 % étant approximé par :

$$T_{R5\%} \approx \frac{3}{K_i K}$$

On obtient : 
$$\begin{cases} K_i = \frac{3}{T_{R5\%} \cdot K} \\ K_p = \tau K_i \end{cases}$$

## 4.2 Modélisation de l'onduleur

Afin d'implémenter l'onduleur sur Simulink, il suffit d'implémenter l'équation 13 qui représente notre onduleur sur Matlab-Simulink [5].

$$V_{iN} = \frac{V_{DC}}{3} (2f_{mi} - \sum_{j \neq i} f_{mj})^9$$

**13**

Les modulantes seront normalisées par rapport à la tension du bus DC VDC.

### Remarque importante :

La fréquence de découpage doit être suffisamment élevée afin d'insérer l'onduleur comme un gain dans notre boucle d'asservissement (bon filtrage des courants stators).

$$T > \tau > T_d > T_{calc}^{10}$$

## Chapitre 5. BONUS 2 : Modulation du vecteur d'espace (SVM ou SVPWM)

La modulation SVM consiste à transformer les modulantes « Vsdref » et « Vsqrref » au repaire  $\alpha\beta$  afin d'obtenir un vecteur de référence. Le vecteur de référence est alors synthétisé par l'onduleur au travers des commutations entre les deux vecteurs adjacents d'un secteur donnée, ainsi que les deux vecteurs zéros (U0 et U7) [2].

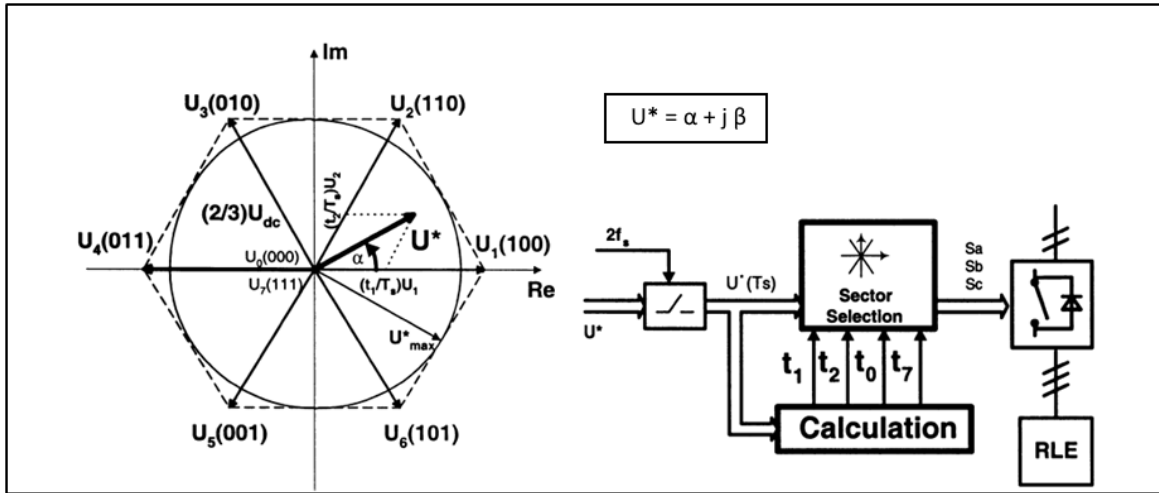


Figure 4 : Plan  $\alpha\beta$  et vue d'ensemble de la SVM [2].

## 5.1 Avantages de la SVM

Cette technique de modulation présente plusieurs avantages par rapport à la MLI classique. Le Tableau 1 résume ces différences.

Tableau 1 : Comparaison entre MLI et SVM.

Élément de comparaison	SVM	CB-SPWM
Utilisation du bus DC (tension simple max/VDC)	$\frac{1}{\sqrt{3}} = 0.5774$  (Sans Surmodulation => Région linéaire).	$\frac{1}{2} = 0.5$  Peut atteindre (0.5774) si l'injection de l'harmonique 3 est employée.
THD (Onduleur 2-niveaux)	THD = 52.99%%	THD = 67.73%
Compatibilité avec les DSPs et les microcontrôleurs	Très compatible (algorithme qui se base sur le numérique- ne nécessite qu'une seule porteuse quel que soit le niveau de l'onduleur).	Moins compatible (comparaison entre deux signaux analogiques, et donc il existe une dépendance sur les Lookup Table, cela peut induire des erreurs de calculs et ralentir l'asservissement surtout pour un onduleur multiniveau).
Utilité pour la commande vectorielle	Très utile (au lieu de passer par une transformation de Park inverse il suffit	Obligation de passer par une transformation de Park inverse afin d'obtenir nos modulantes (temps de

	d'appliquer <b>une rotation</b> sur « Vsd » et « Vsqu » afin d'obtenir notre repaire $\alpha\beta$ .	calcul plus élevé).
Facilité d'implémentation	Moins Simple	Plus simple

Voici le schéma global de l'application de la SVM pour la commande vectorielle :

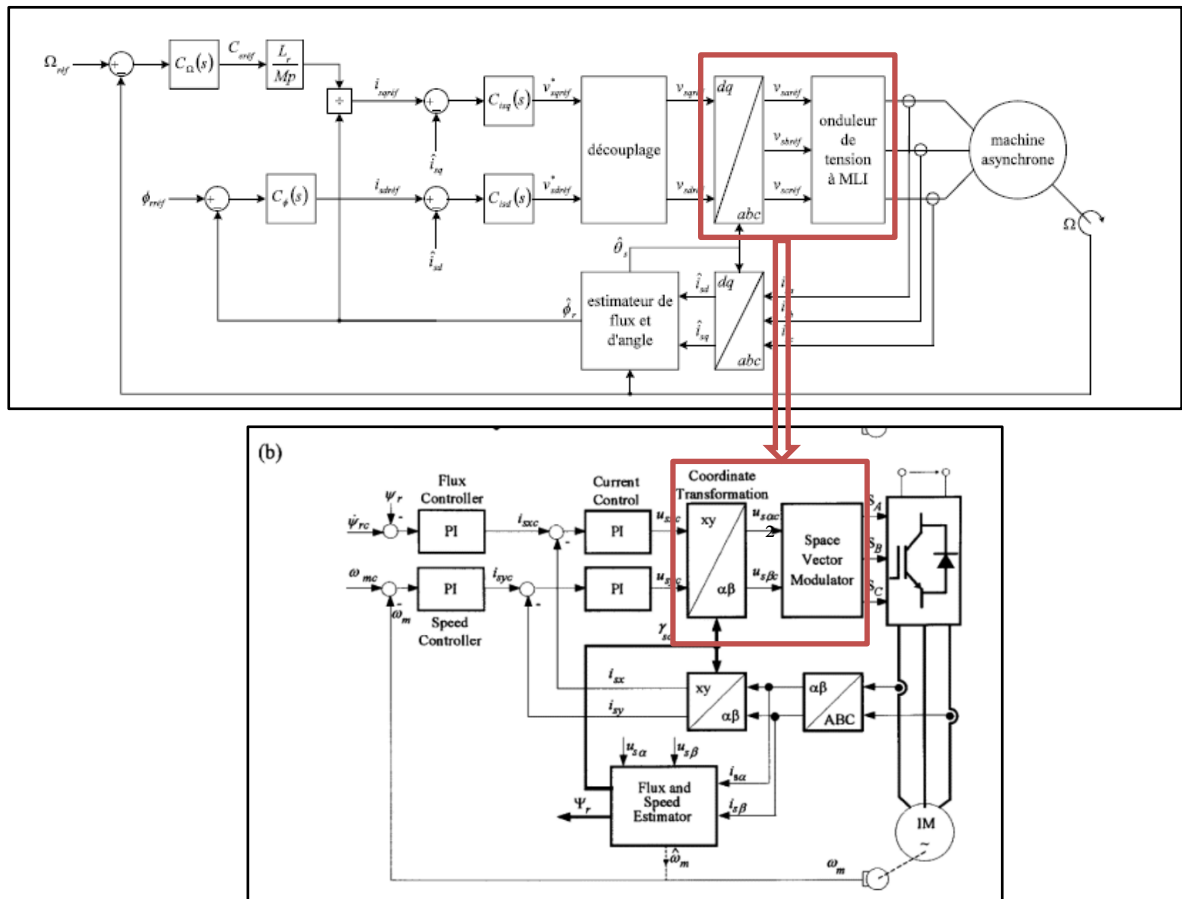


Figure 5 : Schéma global FOC SVM [2].

## 5.2 Calcul des temps d'application des vecteurs et générations des signaux de commande

Les temps d'application de chaque vecteur sont calculés à partir des équations suivantes :

$$\vec{U}_* = \frac{1}{T_{dec}} \int \vec{U0} + \vec{U1} + \vec{U2} + \vec{U7} = \vec{U1}.t1\% + \vec{U2}.t2\% \quad [2]$$

Donc

$$t1\% = \frac{\sqrt{3}|U_*|}{E} \sin\left(\frac{\pi}{3} - Angle\right) \quad et \quad t2\% = \frac{\sqrt{3}|U_*|}{E} \sin(Angle) \quad [2]$$

D'autre part les vecteurs nuls seront utilisé pour les intervalles qui restent afin de valider les relations ci-dessous

$$Td = t0 + t1 + t2 + t7 \quad on \quad divise \quad par \quad Td \Rightarrow 1 = t0\% + t1\% + t2\% + t7\%$$

Pour une SVM à vecteurs zéro symétriques :

$$t0\% = t7\% = \frac{1 - t1\% - t2\%}{2} \quad [2]$$

Les temps d'ouverture (ou de fermeture) des interrupteurs doivent être calculés par la suite pour chaque phase, une matrice de permutation sera appliquée afin de calculer les temps adaptés pour chaque secteur. (voir la Figure 6, la Figure 7 et la Figure 8).

	$U_{a0}$	$U_{b0}$	$U_{c0}$	$U_{aN}$	$U_{bN}$	$U_{cN}$	$U_{N0}$
$U_0$	$-U_{dc}/2$	$-U_{dc}/2$	$-U_{dc}/2$	0	0	0	$-U_{dc}/2$
$U_1$	$U_{dc}/2$	$-U_{dc}/2$	$-U_{dc}/2$	$2U_{dc}/3$	$-U_{dc}/3$	$-U_{dc}/3$	$-U_{dc}/6$
$U_2$	$U_{dc}/2$	$U_{dc}/2$	$-U_{dc}/2$	$U_{dc}/3$	$U_{dc}/3$	$-2U_{dc}/3$	$U_{dc}/6$
$U_3$	$-U_{dc}/2$	$U_{dc}/2$	$-U_{dc}/2$	$-U_{dc}/3$	$2U_{dc}/3$	$-U_{dc}/3$	$-U_{dc}/6$
$U_4$	$-U_{dc}/2$	$U_{dc}/2$	$U_{dc}/2$	$-2U_{dc}/3$	$U_{dc}/3$	$U_{dc}/3$	$U_{dc}/6$
$U_5$	$-U_{dc}/2$	$-U_{dc}/2$	$U_{dc}/2$	$-U_{dc}/3$	$-U_{dc}/3$	$2U_{dc}/3$	$-U_{dc}/6$
$U_6$	$U_{dc}/2$	$-U_{dc}/2$	$U_{dc}/2$	$U_{dc}/3$	$-2U_{dc}/3$	$U_{dc}/3$	$U_{dc}/6$
$U_7$	$U_{dc}/2$	$U_{dc}/2$	$U_{dc}/2$	0	0	0	$U_{dc}/2$

Figure 6 : Tensions de sortie en fonction du vecteur [2].

<sup>6</sup> Tdec : Période de découpage

Ti% : temps de l'application du vecteur i normalisé par rapport à Td.

Angle : Angle du vecteur de référence ( $\arctan(\beta/\alpha)$ )

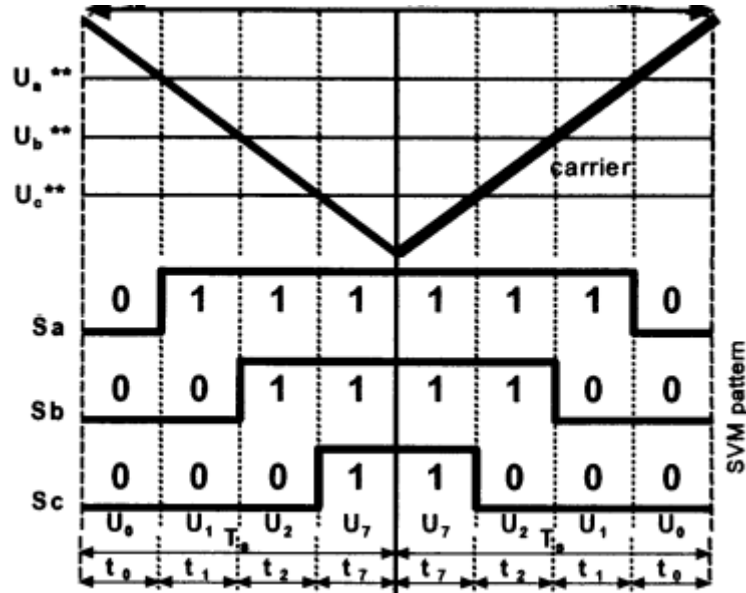
$$\begin{aligned}
T_{aon} &= t_0/2 & T_{aoff} &= t_0/2 + t_1 + t_2 \\
T_{bon} &= t_0/2 + t_1 & T_{boff} &= t_0/2 + t_2 \\
T_{con} &= t_0/2 + t_1 + t_2 & T_{coff} &= t_0/2.
\end{aligned}$$

**Figure 7 : Temps d'ouverture d'interrupteurs [2].**

$$\begin{bmatrix} T_{aoff} \\ T_{boff} \\ T_{coff} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{sector1} & \text{sector2} & \text{sector3} & \text{sector4} & \text{sector5} & \text{sector6} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0.5T_0 \\ T_1 \\ T_2 \end{bmatrix}$$

**Figure 8 : Permutation des temps d'ouvertures afin de couvrir les 6 secteurs [2].**

Ces temps d'ouverture sont alors comparés à une porteuse triangulaire de fréquence  $2/T_d$  afin de générer les signaux de commande.



**Figure 9 : Porteuse SVM [2].**

### 5.3 Gestion de la surmodulation (Overmodulation Mode I & Mode II)

La surmodulation en SVPWM (lorsque l'indice de modulation dépasse la limite linéaire  $M = 0,577$ ) ne peut pas être gérée de manière passive, contrairement à la CB-PWM. En effet, une application directe du calcul des temps des vecteurs conduit à des temps négatifs pour les vecteurs nuls et à une perte de symétrie des temps associés aux vecteurs actifs T1 et T2.

Pour préserver la symétrie du signal et assurer une transition progressive vers le mode six-pas, la surmodulation doit être traitée explicitement. En mode de surmodulation I ( $0,577 <$

$M \leq 0,606$ ), l'amplitude du vecteur de référence  $U^*$  est modifiée tout en conservant son angle. En mode de surmodulation II ( $0,606 < M \leq 0,636$ ), l'amplitude et l'angle du vecteur de référence sont ajustés afin de contraindre le vecteur résultant sur le contour de l'hexagone (voir la Figure 10). Le vecteur de référence ainsi modifié est noté  $U$ .

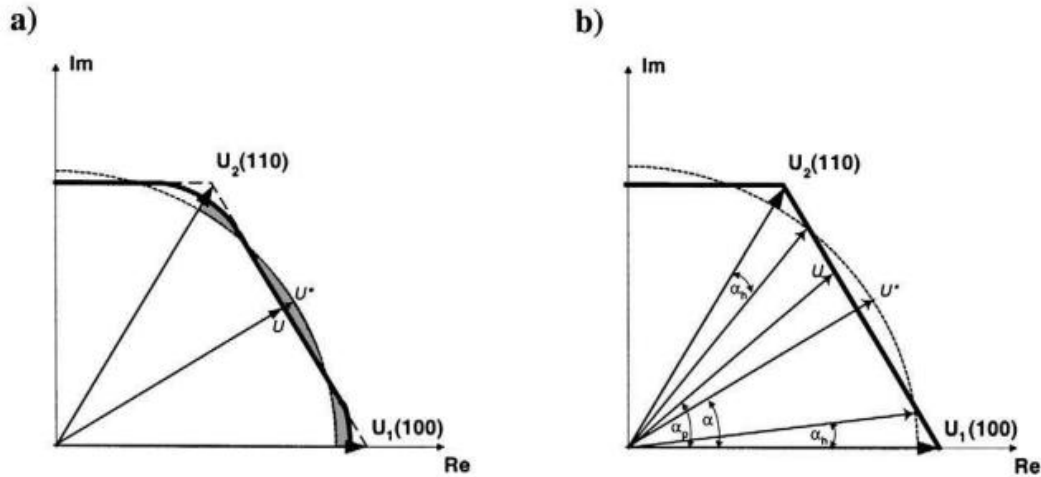


Figure 10 : Parcours du vecteur de référence modifié (trait noir) en mode I (a) et mode II(b) [2].

## Chapitre 6. Implémentation sous Simulink – Tests unitaires

Afin de pouvoir déboguer les schémas plus facilement et pour mieux isoler les erreurs, chaque étape de la modélisation a été implémentée séparément sur un fichier Simulink indépendant. Ces parties ont été fusionnées dans un seul schéma qui regroupe tous les éléments de la commande vectorielle.

Voici le cahier des charges qui a été choisi pour ce projet :

Correcteur\Critères	T5%(Boucle Ouverte)(s)	T5%(Boucle Fermée)(s)	Dépassement(%)	Erreur Statique(%)
Correction Mécanique	3.6000	0.5	0	0
Correction Electrique des courants	0.0393	$10^{-4}$	0	0
Correction du flux	0.1667	0.1	(0 ou $4.6^7$ )	0

**Explication du choix du cahier des charges :**

1. Le temps de réponse à 5% électrique doit être beaucoup plus court que le temps de réponse du flux.
2. Le temps de réponse à 5% du flux doit être beaucoup plus court que le temps de réponse mécanique.
3. Les temps de réponse à 5% doivent être au moins 100 fois plus grands que le pas de calcul ( $1e-6$  S) afin de garantir un bon résultat de simulation.
4. Le dépassement en vitesse crée un à-coup de couple et est une caractéristique indésirable
5. Un grand dépassement en courant risque d'abimer les enroulements de la machine et donc on souhaite l'éliminer.
6. Un dépassement de flux n'est pas forcément indésirable.
7. Un script .m a été configuré afin de calculer automatiquement les gains des correcteurs selon notre cahier des charges.

---

<sup>7</sup> Dépassement pour un amortissement à 0.7.

## 6.1 Implémentation de la transformation de Park sur Matlab-Simulink

On commence par définir les deux fonctions qui effectueront la transformation de Park et de Park inverse en utilisant le bloc « Matlab Function ». Il suffit juste d'implémenter les matrices (2) et (3)

Afin de vérifier le fonctionnement de nos blocs, on doit d'abord effectuer la transformation de Park sur un système triphasé et ensuite Park inverse est voir si le résultat est identique au système triphasé en entrée. (Voir Figure 11)

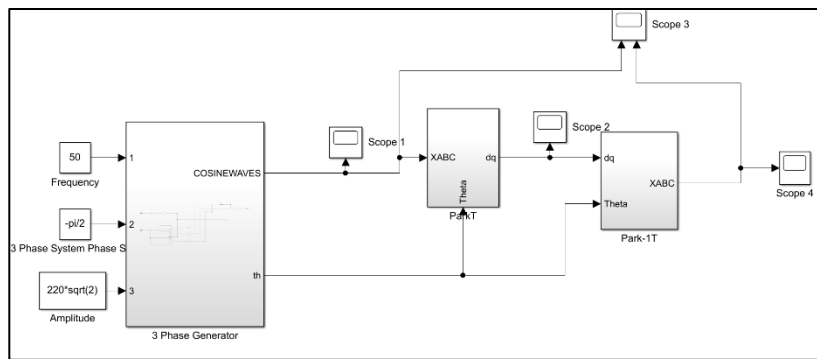


Figure 11 : Schéma de validation de nos blocs Park et Park inverse.

Voici les résultats obtenus :

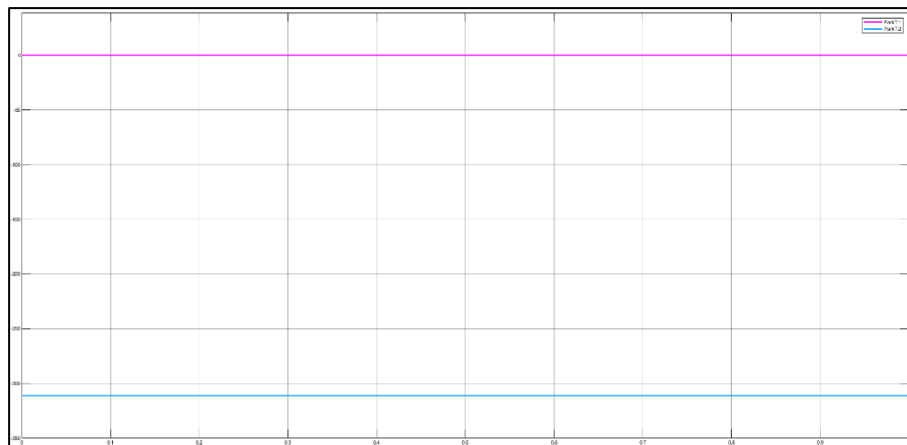
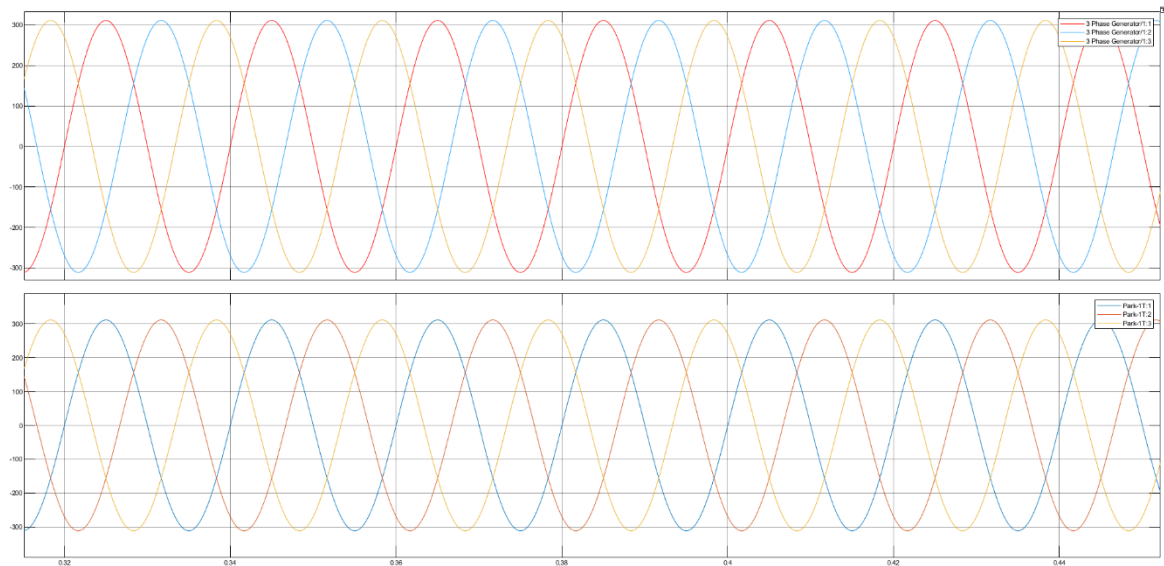


Figure 12 : Signaux Xd et Xq à la sortie du bloc de transformation de Park.



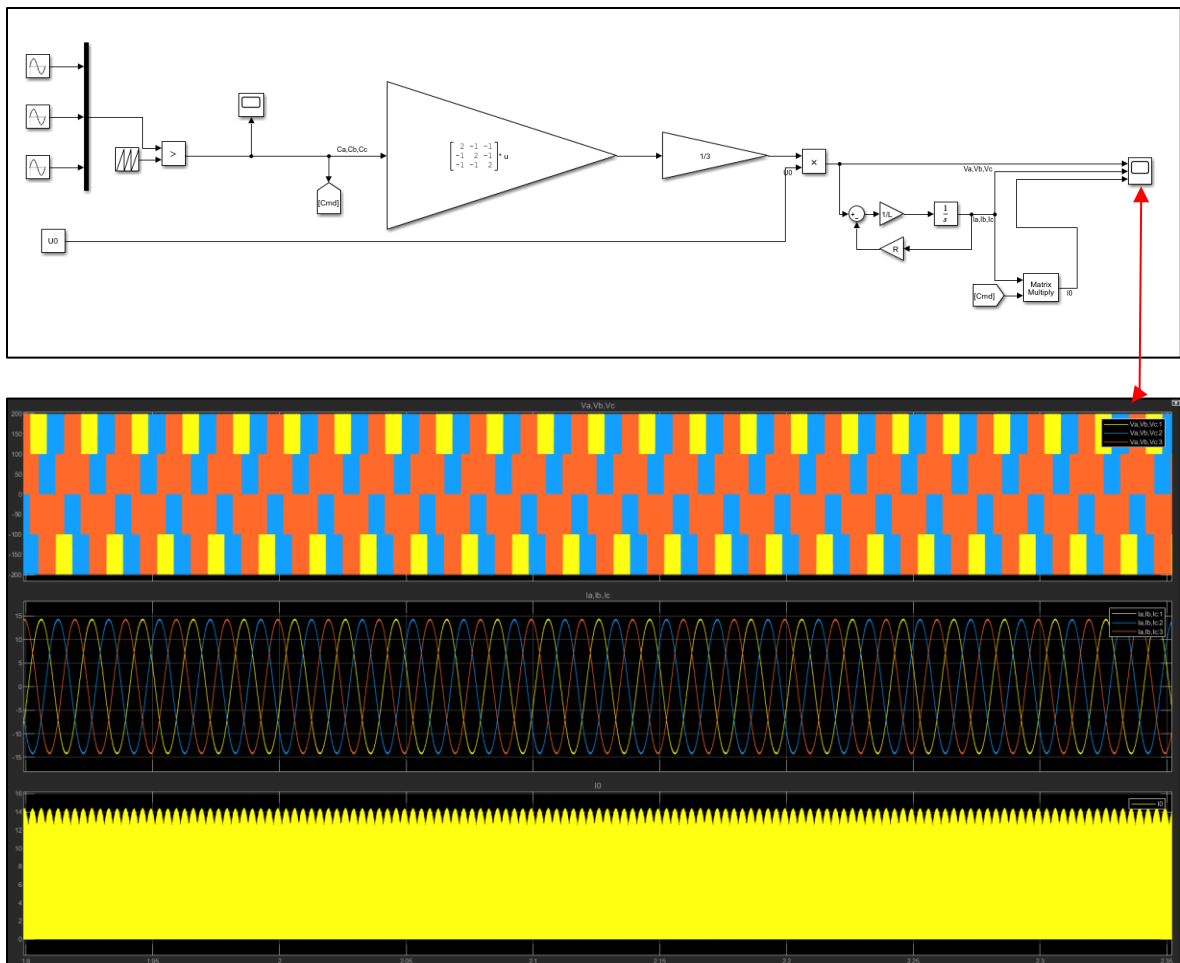


**Figure 13 : Comparaison entre les signaux du générateur et des signaux de sortie du bloc de Park Inverse.**

Les entrées et les sorties sont identiques.

## 6.2 Implémentation de l'Onduleur MLI

Il suffit d'intégrer l'équation 13 sous forme d'une matrice de gain afin de modéliser le comportement de l'onduleur. Les résultats ci-dessous, montre une simulation pour 3 modulant triphasées.



**Figure 14 : L'onduleur MLI sur Simulink.**

En choisissant la bonne fréquence de découpage, l'inductance triphasé permet le lissage des courant.

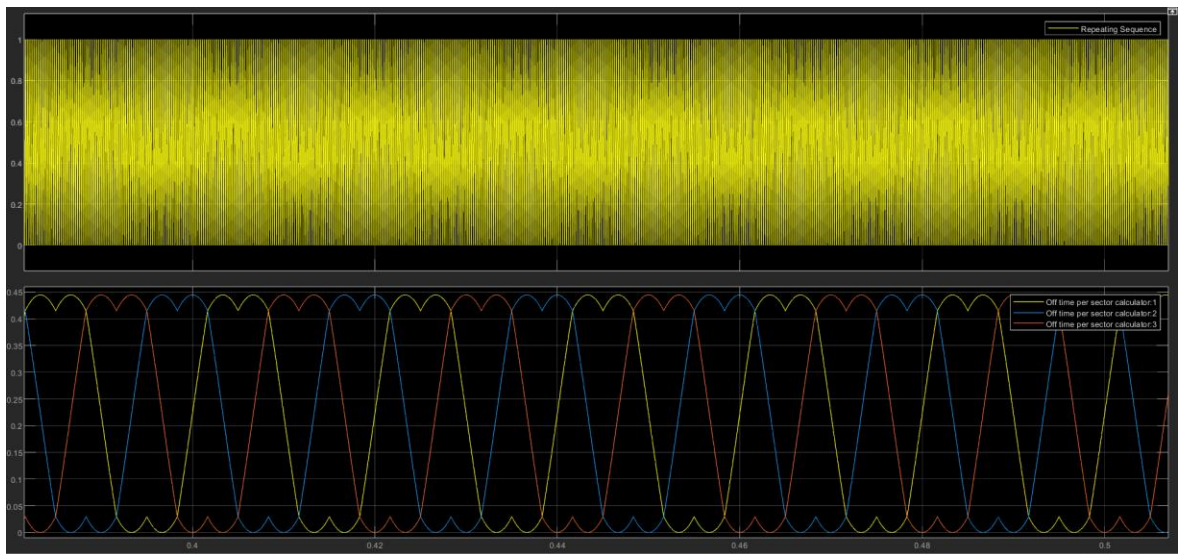
On choisit notre fréquence de découpage et le pas de calcul de telle sorte à valider la relation ci dessous

$$T > \tau_i > T_d > T_{calc}$$

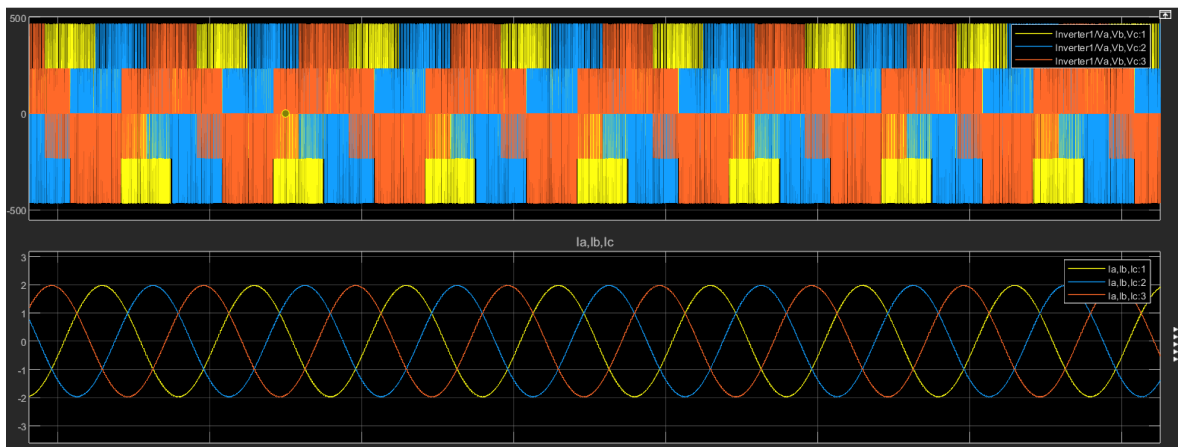
<b>Période de découpage (Td)</b>	1mS
<b>Pas de calcul (Tcalc)</b>	$1 \times 10^{-6} S$
<b>Constante de temps <math>\tau_i</math> des courants</b>	0.0131 S

### 6.3 Implémentation de la SVM (Sans gestion de surmodulation)





**Figure 16 : Porteuse et temps d'ouvertures.**



**Figure 17 : Résultats SVM.**

### **Remarque**

Les temps d'ouverture représentés sur la Figure 16, assimilables aux signaux modulateurs de la MLI classique, présentent une forme caractéristique à double bosse (double hump). Cette forme traduit la présence de l'harmonique de rang 3. L'injection de cette harmonique permet d'augmenter l'amplitude maximale de la tension fondamentale synthétisée, ce qui se traduit par une meilleure exploitation du bus continu par rapport à une MLI sinusoïdale classique.

## 6.4 Modèle de la machine

Depuis les équations de la 2.3.1 nous avons modélisé la machine comme indiqué sur la Figure 18.

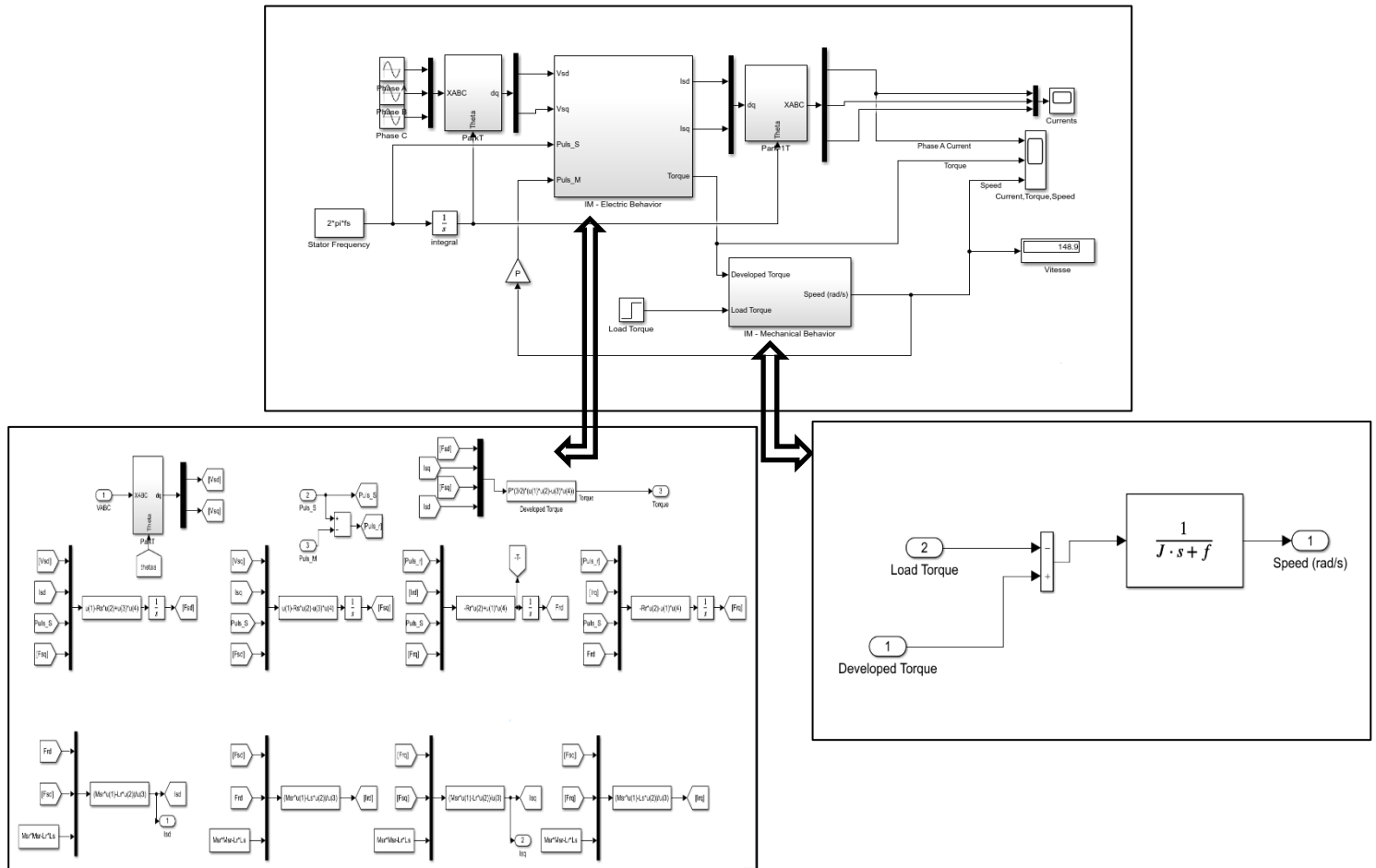


Figure 18 : Modélisation de la machine sur Simulink.

Les machines asynchrones peuvent être démarrées en les connectant sur le réseau directement. Donc il est possible de tester la validité de l'implémentation sur simulink en alimentant la machines. Ci-dessous, sont les résultats de cette simulation.

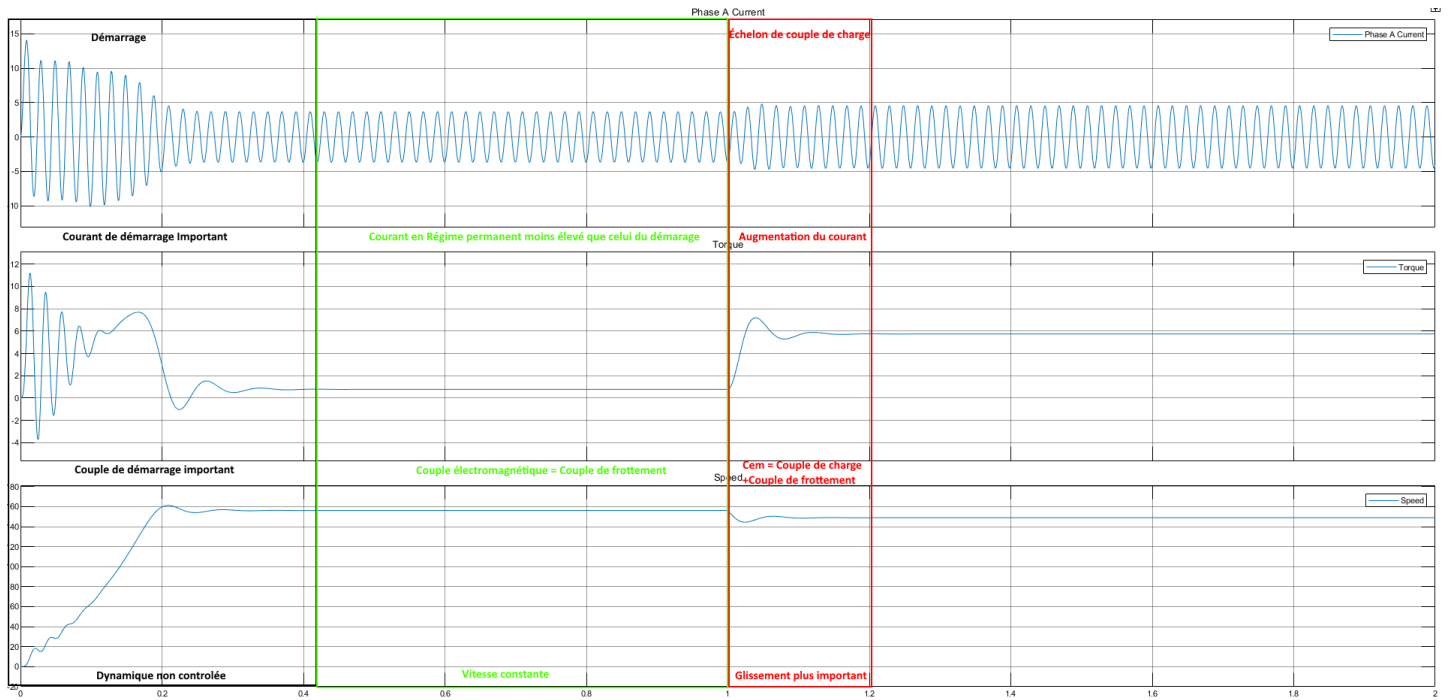


Figure 19 : Simulation du modèle de la machine.

## 6.5 Asservissement de courants et du flux

Sur un autre fichier Simulink, on implémente l'asservissement des courants séparément sur une machine fictive qui s'alimente au travers des tensions «  $V_{sd}$  » et «  $V_{sq}$  » comme indiqué sur la figure ci-dessous.

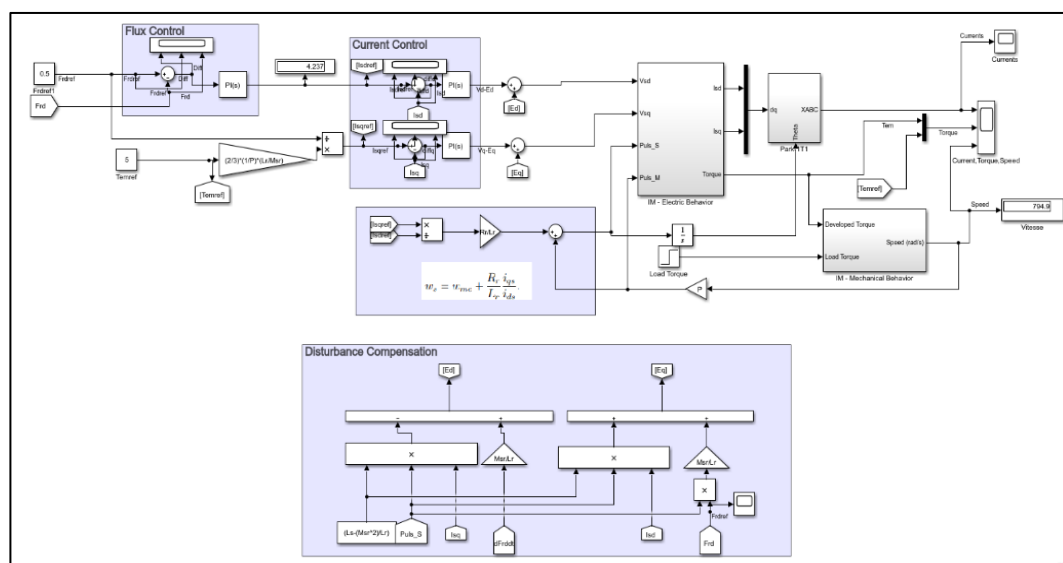
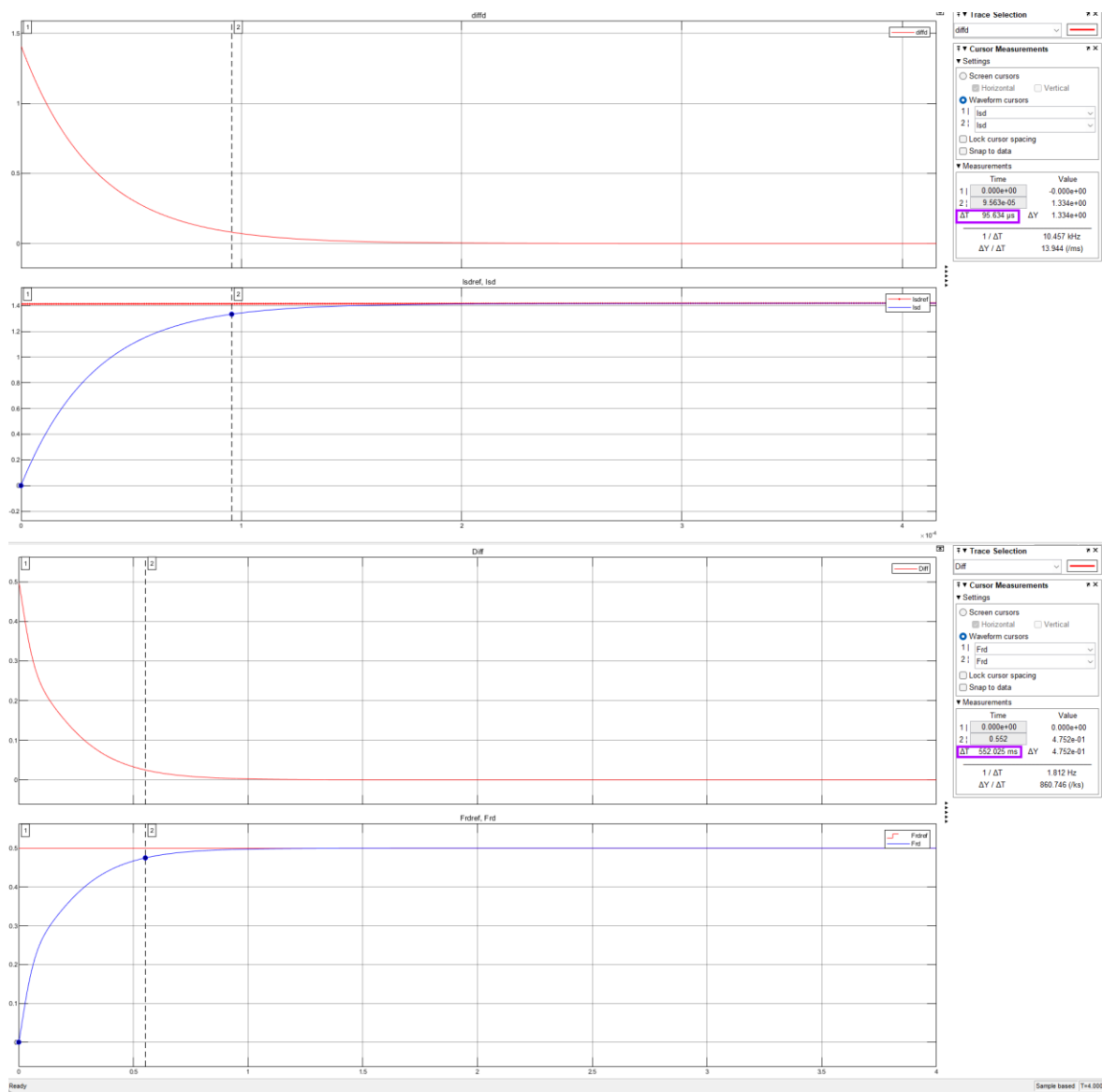
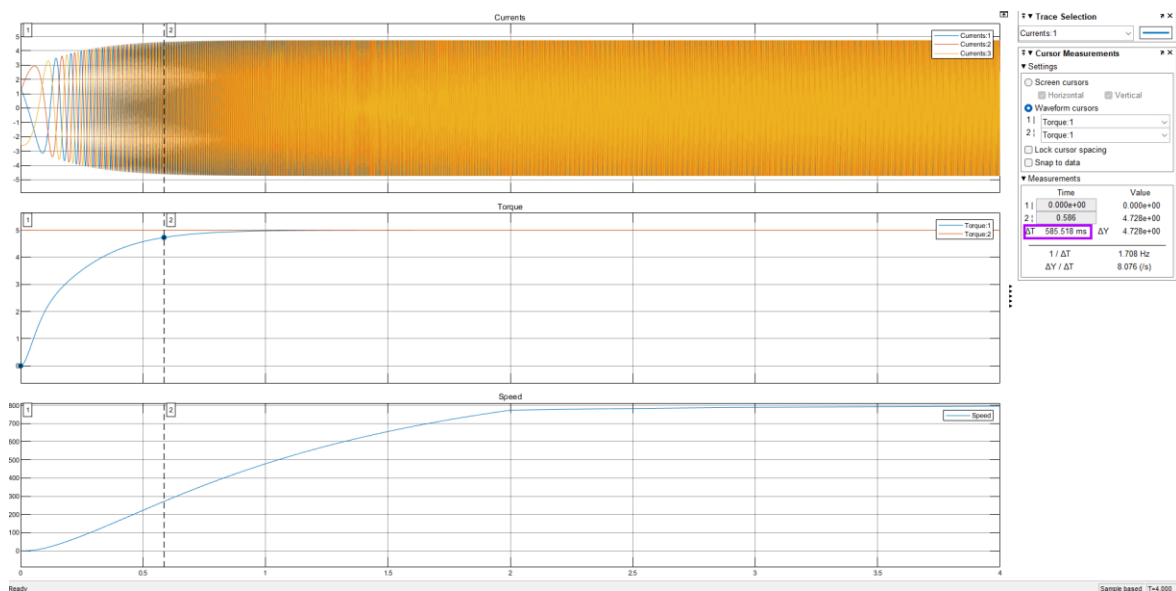


Figure 20 : Asservissement de courant et du flux.



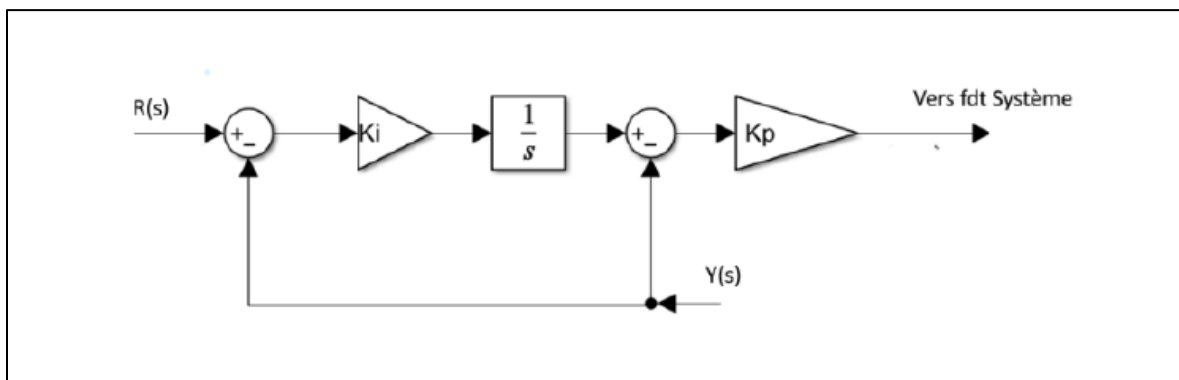


**Figure 21 : Résultats de l'asservissement de courant.**

Les résultats de simulations correspondent aux valeurs spécifiées sur le cahier des charges. De plus, le temps de réponse du couple est celui de la dynamique la plus lente entre le courant « **Isq** » et le flux « **Frd** » (le flux est bien évidemment plus lent).

#### **6.5.1.1 BONUS : Imposer un coefficient d'amortissement de 0.7**

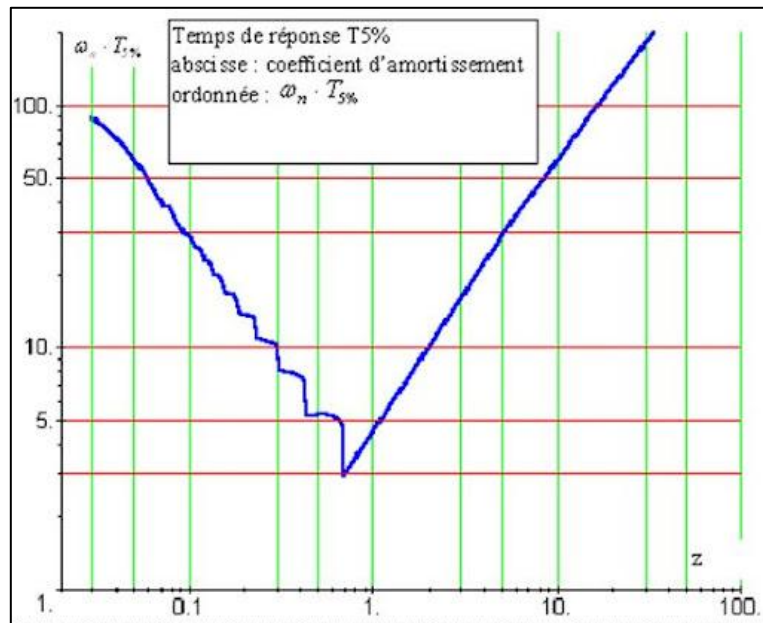
Selon le cahier des charges du support de Tp, le coefficient d'amortissement pour le flux rotorique sur l'axe « d » doit être imposé à 0.7. Pour cela, il va falloir employer un correcteur IP afin d'éviter le zéro en boucle fermée que le correcteur PI engendre.



**Figure 22 : Structure du correcteur IP (aussi dit Correcteur PI série).**

Le calcul des gains se fait au travers de l'abaque présentée ci-dessous : pour un coefficient d'amortissement donnée, le produit «  $\omega_n T_{5\%}$  » réalisable est donnée par l'abaque. Et donc, il est possible d'obtenir un «  $\omega_n$  » qui garantit notre temps de réponse.





**Figure 23 : Abaque des temps de réponse pour un second ordre mal-amorti. [3]**

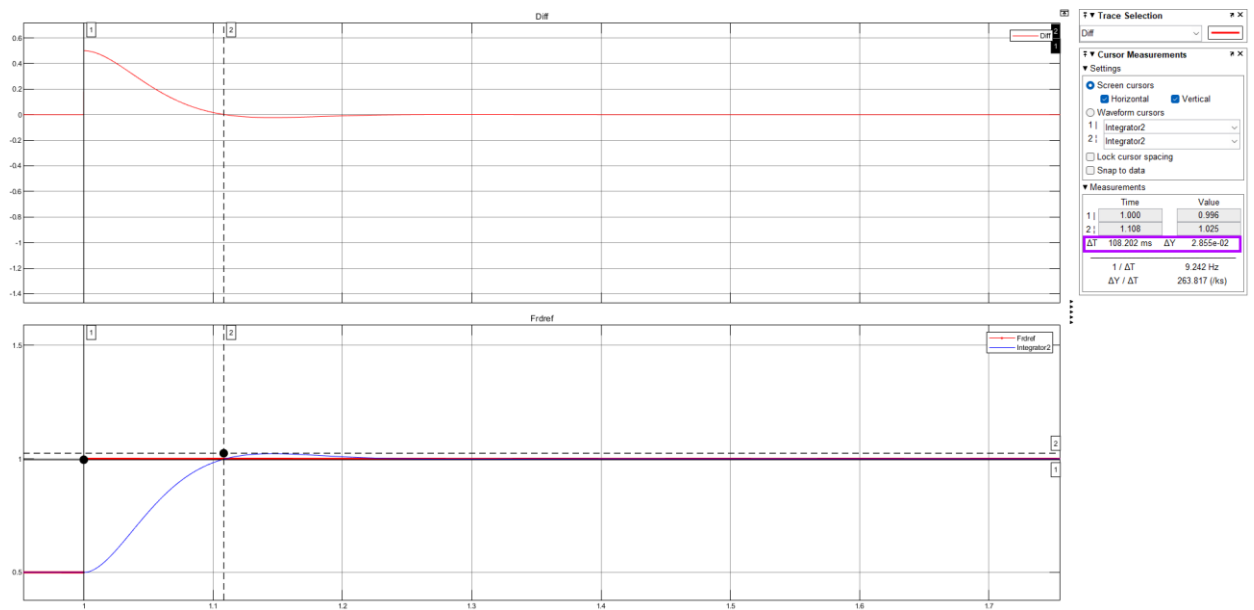
Ensuite, les gains seront calculés en suivant les formules ci-dessous :

$$\begin{cases} K_{pf}^8 = 2\omega_n \zeta \frac{(\tau_f)}{K_f} - \frac{1}{K_f} \\ K_{if} = \frac{\tau_f (\omega_n)^2}{K_f \cdot K_{pf}} \end{cases}$$

---

<sup>8</sup>  $T_f$  : temps de réponse du flux en boucle ouverte.

$K_f$  : gain de la fonction de transfert entre le courant  $I_{sd}$  et le flux.



**14 : Réponse à un échelon du flux rotorique sur l'axe d.**

$$\zeta = \frac{\left| \ln \left( \frac{PO}{100} \right) \right|}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2 \left( \frac{PO}{100} \right)}}$$

**15 [4]**

À partir de 15 on peut trouver un coefficient d'amortissement de 0.68 ce qui correspond à notre cahier des charges.

## Chapitre 7. Schéma Complet

On regroupe tous les éléments précédents dans un seul schéma Simulink.

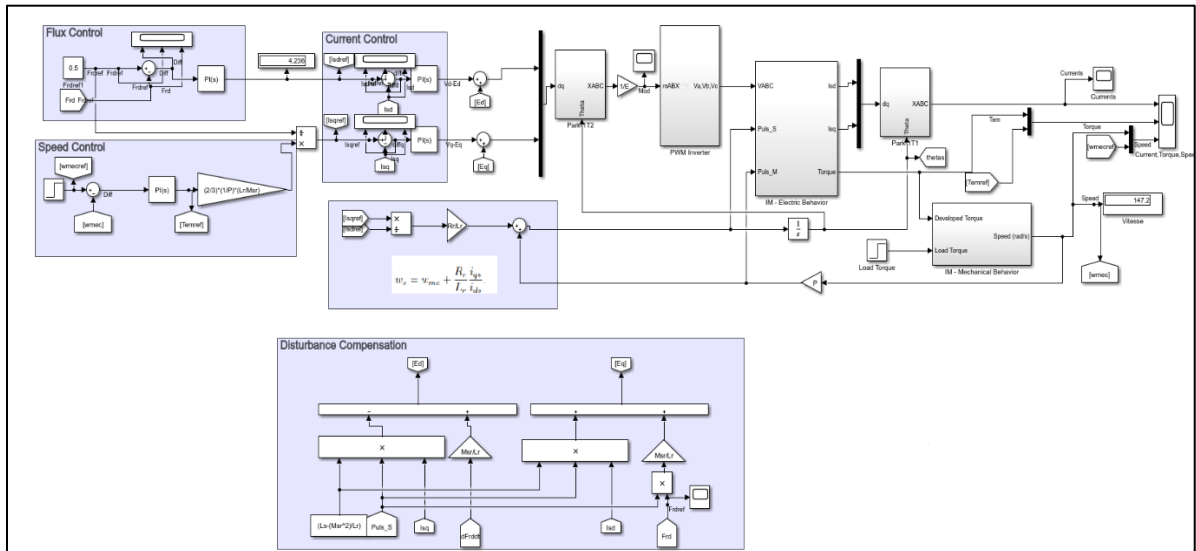


Figure 24 : Schéma Simulink Complet MLI

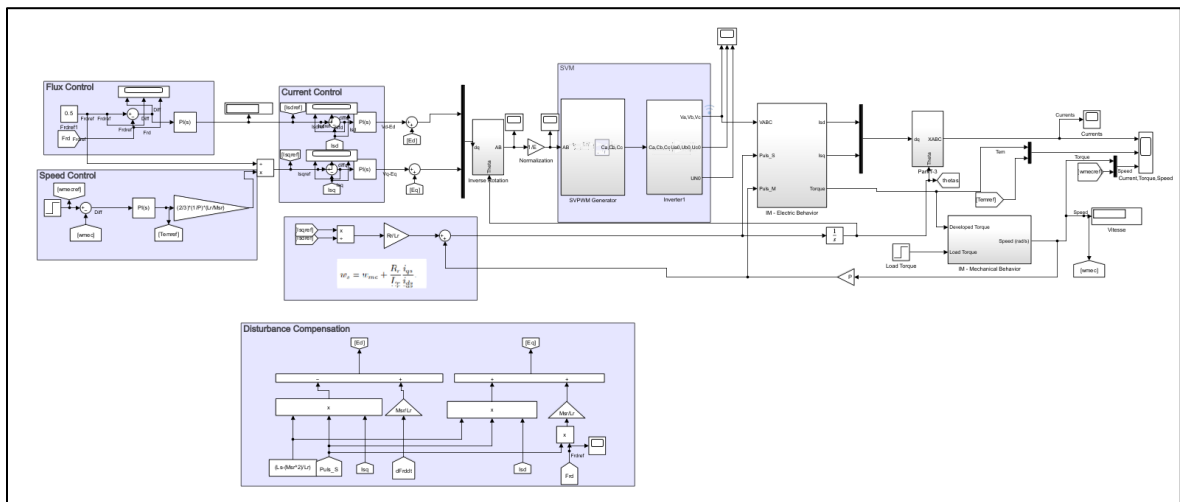
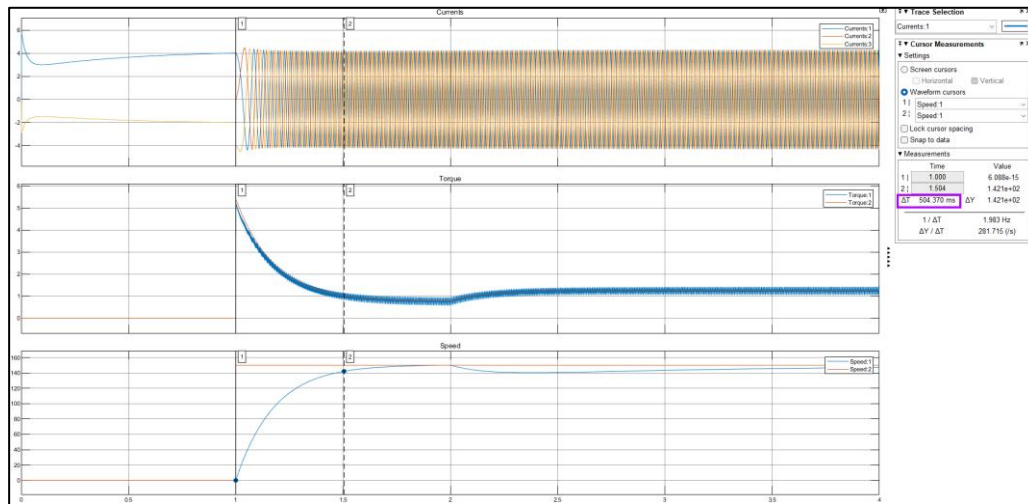


Figure 25 : Schéma Simulink Complet SVM.

Voici les résultats de la simulation :



**Figure 26 : Résultats de simulation finale.**

### Discussion :

- Vitesse conforme à notre cahier des charges.
- On remarque aussi des ondulations de courants réels dus au découpage effectué par l'onduleur.
- Les résultats de simulations sont identiques quel que soit la modulation (MLI ou SVM). Cependant, une marge plus grande est disponible en termes de la tension du bus DC minimale pour atteindre la vitesse de consigne selon notre cahier de charges pour la SVM (MLI : 650 V minimum, SVM : 560 V minimum (sans couple de charge)).

## Conclusion

Ce projet a permis de mettre en œuvre une commande vectorielle complète d'une machine asynchrone à cage d'écureuil, depuis l'étude théorique jusqu'à la validation par simulation. Les transformations de Clarke et de Park ont permis de simplifier le modèle de la machine et de travailler dans un repère tournant adapté à la commande. L'orientation du flux rotorique a conduit à un découplage efficace entre le flux et le couple, établissant ainsi l'équivalence fonctionnelle entre la machine asynchrone et la machine à courant continu.

La conception des boucles d'asservissement imbriquées, associée à une compensation des termes de couplage, a permis d'obtenir des performances dynamiques conformes au cahier des charges, avec des temps de réponse maîtrisés, une absence de dépassement indésirable et une erreur statique nulle. L'utilisation de correcteurs PI et IP, dimensionnés à partir de modèles simplifiés, s'est révélée efficace et adaptée à l'implémentation numérique.

L'étude comparative des techniques de modulation a mis en évidence l'intérêt de la modulation vectorielle d'espace par rapport à la MLI classique, notamment en termes de meilleure exploitation du bus continu et de réduction de la tension DC minimale nécessaire pour atteindre les performances requises. Les simulations finales confirment que, bien que les performances dynamiques soient similaires, la SVM offre une marge supplémentaire appréciable pour les applications industrielles.

En perspective, ce travail pourrait être étendu par l'implémentation expérimentale sur une plateforme temps réel, l'étude de la robustesse vis-à-vis des variations paramétriques de la machine, ou encore l'intégration de stratégies avancées de commande et de modulation, notamment en régime de surmodulation ou en présence de charges variables.

## Références

- [1] S. F. Amaro, «Field-Oriented Control for Squirrel-Cage Induction Generators in Pump as Turbines Applications,» Universidade de Lisboa, Lisbon, 2021.
- [2] J. Irwin, Control in Power Electronics - Selected Problems, Auburn University, 2002.
- [3] A. Unknown, *Régulation – Modèle du second ordre*.
- [4] G. Beale, *Second Order System – Example #4*.
- [5] *Support de TP*.
- [6] D. A. B. Dr. Irfan Ahmed. [En ligne]. Available: <https://www.electricalindia.in/advantages-of-space-vector-modulation/>.

## Annexe

1. *Lien du répertoire GitHub :*

<https://github.com/azinedine456/Field-Oriented-Control-of-Electric-Machines/tree/main>

2. *Pour voir l'implémentation complète de la gestion de la surmodulation – voir [2] pages 91-103 et le répertoire GitHub.*