

# MPU6050

AMOUSSOU Z. Kenneth

10 janvier 2019

## 1 Introduction

Le MPU6050 est une unité de mesure de données inertielles (*Inertial Measurement Unit*) offrant la possibilité de mesurer les accélérations linéaires instantanées suivant trois axes ( $x, y, z$ ) pré-établi par le concepteur (la firme *InvenSense*)[1]. Il est également capable de mesurer les vitesses de rotation angulaires du composant autour de ces trois axes. De plus, il intègre un capteur de température sur cette même puce.

Le module électronique DIY (*Do It Yourself*) GY-521 comporte cette unité de mesure inertielle (figure 1.1).

### 1.1 Brochage

La figure 1.2 décrit le brochage du module GY-521. Il faut se référer au montage de la figure y pour son utilisation avec la carte expérimentale *Arduino*.

### 1.2 Caractéristiques

Les caractéristiques du MPU6050 sont décrites dans le tableau 1.1[1].

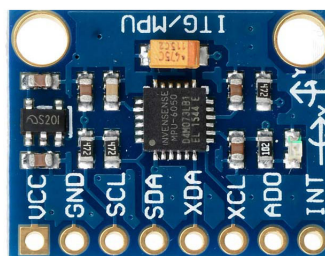


FIGURE 1.1 – GY-521

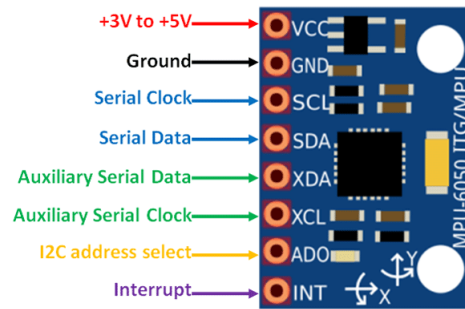


FIGURE 1.2 – Brochage du module GY-521

TABLE 1.1 – Caractéristiques du MPU6050

Caractéristiques	valeurs
Tension de service	3.3V
Protocole de communication	I2C
Convertisseur Analogique/Numérique	16-bit
Accéléromètre FSR	$\pm 2g$ , $\pm 4g$ , $\pm 8g$ et $\pm 16g$
Gyroscope FSR	$\pm 250$ , $\pm 500$ , $\pm 1000$ , et $\pm 2000dps$

*FSR : Full Scale Range*

## 2 Les angles d'Euler

En considérant un repère de coordonnées cartésien  $(O, i_b, j_b, k_b)$  (figure 2.1), Euler stipule que la position d'un objet dans un environnement tri-dimensionnel peut être connu en effectuant une séquence de rotation dudit objet autour des axes du repère cartésien. Ainsi, il existe six (06) séquences de rotation qui permettent de déterminer l'orientation d'un objet. Nous pouvons citer comme séquence de rotation  $(X, Y, Z)$ ,  $(Y, X, Z)$ ,  $(Z, X, Y)$ ,  $(Z, Y, X)$ ,  $(X, Z, Y)$  et  $(Y, Z, X)$ [2]. Nous allons opter pour la séquence de rotation  $(Z, Y, X)$ .

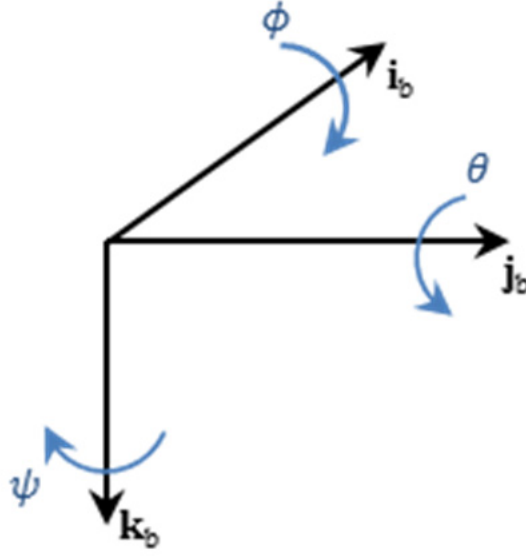


FIGURE 2.1 – Repère cartésien, les angles d'Euler

La rotation d'un objet par rapport au trois axes du repère peut être caractérisée par trois matrices de rotation (équations 2.1, 2.2 et 2.3).

$$\mathbf{R}_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi & c_\phi \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{R}_y(\theta) = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{R}_z(\psi) = \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi & 0 \\ s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

La combinaison de ces trois matrices de rotation décrit l'orientation de tout objet dans  $\mathbb{R}^3$ . A partir de la séquence de rotation choisie  $(Z, Y, X)$ , nous pouvons définir la matrice de rotation nous permettant de connaître l'orientation d'un objet[2].

$$\mathbf{R}_b^I(\phi, \theta, \psi) = \mathbf{R}_x(\phi) \mathbf{R}_y(\theta) \mathbf{R}_z(\psi) \quad (2.4)$$

$$\mathbf{R}_b^I(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & s_\psi s_\theta & -s_\theta \\ -s_\psi c_\phi + c_\psi s_\theta s_\phi & c_\psi c_\phi + s_\psi s_\theta s_\phi & c_\theta s_\phi \\ s_\psi c_\phi + c_\psi s_\theta c_\phi & -c_\psi s_\phi + s_\psi s_\theta c_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Avec  $c_x = \cos(x)$ ,  $s_x = \sin(x)$ ;  $\phi[rad]$  : l'angle de roulis,  $\theta[rad]$  : l'angle de tangage et  $\psi[rad]$  l'angle de lacet.

## 3 L'accéléromètre

### 3.1 Principe de fonctionnement

Le MEMS (Micro-Electro-Mechanical Sensor) que constitue le MPU6050 intègre un accéléromètre à 3-axes. Afin de comprendre comment fonctionne un accéléromètre, considérons ce dernier comme étant une boîte de forme cubique contenant une boule en son milieu (lorsqu'aucune force ne s'exerce sur *la boule*). Cette hypothèse est mise en évidence sur la figure 3.1.

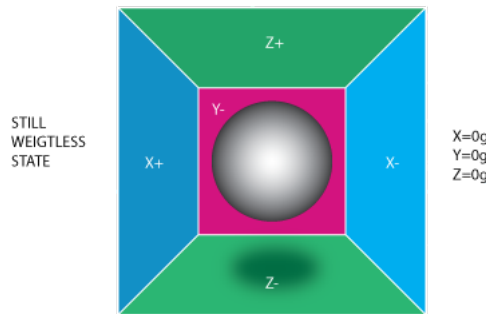


FIGURE 3.1 – Boule au centre d'un cube

Supposons maintenant que chaque face de cube est sensible à la pression. Tout mouvement de la boîte fera que la boîte touchera une des faces du cube comme l'exemple de la figure 3.2.

Mais, il est évident que notre hypothèse initiale (la boule étant fixe au centre de la boîte) est fautive puisque la pesanteur agit sur tout corps. Alors, lorsque la boîte est dans une position statique, la boule est attirée suivant l'axe  $z$  sous l'effet de la pesanteur comme présenté à la figure x. Rappelons que la pesanteur est une accélération tel que  $1g = 9.81 m/s^2$ .

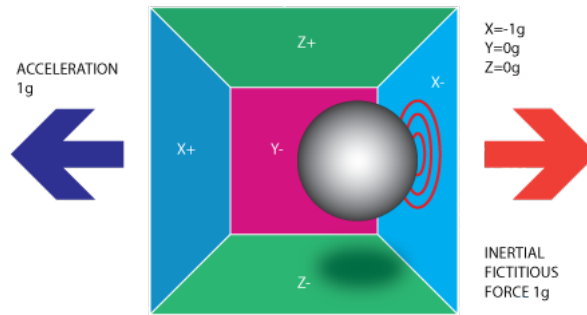


FIGURE 3.2 – Mouvement suivant l'axe  $x$

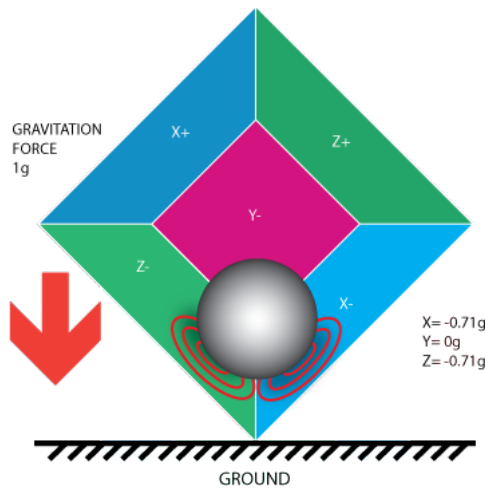


FIGURE 3.4 – Mouvement de la boîte

Nous pouvons ainsi dire que la boule est soumise à une accélération de  $1g$  lorsqu'elle est statique.

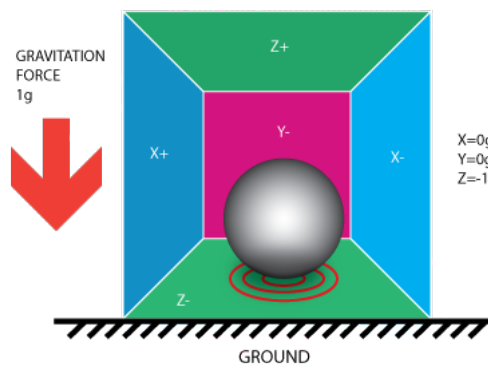


FIGURE 3.3 – Effet de la pesanteur sur la boîte

Tout mouvement de la boîte se reflète alors sur la boule à l'intérieure de la boîte et peut être évalué sous forme d'accélération suivant les trois axes de la boîte (figure 3.4).

En somme, la boule à l'intérieure de cette boîte est sensible au accélération de la boîte.

Lorsque la boîte est soumise à une force extérieure, la norme de l'accélération mesurée peut être supérieure à  $1g$ .

L'accéléromètre peut alors mesurer les accélérations linéaires (sur les 3 axes) de tout objet auquel il est rattaché.

### 3.2 Estimation des angles d'Euler

En considérant la matrice de rotation de l'équation 2.5, nous pouvons évaluer l'influence de celle-ci sur la force de gravité.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Avec  $\mathbf{G}[g]$  le vecteur de la gravité.  $1g = 9.81 \text{ m/s}^2$

$$\mathbf{R}_b^I(\phi, \theta, \psi) \mathbf{G} = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & s_\psi s_\theta & -s_\theta \\ -s_\psi c_\phi + c_\psi s_\theta s_\phi & c_\psi c_\phi + s_\psi s_\theta s_\phi & c_\theta s_\phi \\ s_\psi c_\phi + c_\psi s_\theta c_\phi & -c_\psi s_\phi + s_\psi s_\theta c_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\mathbf{R}_b^I(\phi, \theta, \psi) \mathbf{G} = \begin{bmatrix} -s_\theta \\ c_\theta s_\phi \\ c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

La quantité  $\mathbf{R}_b^I(\phi, \theta, \psi) \mathbf{G}$  est mesurée par l'accéléromètre. Ainsi, on peut réécrire l'équation 3.3 sous la forme suivante :

$$\mathbf{R}_b^I(\phi, \theta, \psi) \mathbf{G} = \begin{bmatrix} ax \\ ay \\ az \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s_\theta \\ c_\theta s_\phi \\ c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Avec  $ax$ ,  $ay$  et  $az$  les mesures effectuées par l'accéléromètre le long des trois axes.

Ainsi, nous pouvons estimé les angles de roulis et de tangage à partir de l'équation 3.4.

$$\tan(\phi_{accel}) = \frac{ay}{az} \quad (3.5)$$

$$\tan(\theta_{accel}) = -\frac{ax}{\sqrt{(ay)^2 + (az)^2}} \quad (3.6)$$

Les angles de roulis et de tangage sont alors déterminés en exploitant la fonction de tangente inverse  $atan2$ . Nous obtenons :

$$\phi_{accel} = atan2(ay, az) \quad (3.7)$$

$$\theta_{accel} = atan2\left(-ax, \sqrt{(ay)^2 + (az)^2}\right) \quad (3.8)$$

Afin d'éviter la duplication des angles dans la détermination de l'orientation, il faut limiter les valeurs possibles des angles de roulis et de tangage. D'où,  $\phi$  est limité dans la plage de  $-180^\circ$  à  $180^\circ$ ;  $\theta$  de  $-90^\circ$  à  $90^\circ$ .

L'accéléromètre est sensible aux vibrations et est donc sujet à des bruits de haute fréquence. Alors, il faut prévoir un filtre numérique passe-bas afin de réduire l'influence des vibrations sur les mesures.

### 3.3 Calibrage

Le calibrage du capteur est une étape importante avant son utilisation afin de garantir une certaine fiabilité de ces mesures. L'opération de calibrage permettra d'annuler l'erreur d'offset (*erreur de décalage*) qui peut être commise sur les mesures. Ainsi, pour calibrer le capteur selon ces trois axes, nous effectuons un ensemble (un grand nombre) de mesure à intervalle de temps régulier (pour éviter la duplication des données) puis nous faisons la moyenne de ces données (équations 3.9, 3.10, 3.11). Ce résultat représente une bonne estimation de d'offset du capteur.

$$ax_{offset} = \sum_{i=1, T_e}^N ax_i \quad (3.9)$$

$$ay_{offset} = \sum_{i=1, T_e}^N ay_i \quad (3.10)$$

$$az_{offset} = \sum_{i=1, T_e}^N az_i \quad (3.11)$$

Avec  $ax_i$ ,  $ay_i$  et  $az_i$  les mesures effectuées au  $i^{ième}$  échantionnage,  $T_e$  le temps d'échantionnage.

Par suite, l'offset devra être retiré de toutes les mesures effectuées afin d'avoir une estimation de la mesure sans offset.

## 4 Le gyroscope

Le gyroscope à l'intérieur du MPU6050 est capable de mesurer la vitesse de rotation instantanée  $(\dot{\phi}_{gyro}, \dot{\theta}_{gyro}, \dot{\psi}_{gyro})$  du corps auquel il est rattaché suivant les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  (figure 2.1). Ainsi, à partir d'un gyroscope, nous pouvons directement déterminer les angles d'Euler.

$$\phi_{gyro} = \int_0^t \dot{\phi}_{gyro} dt \quad (4.1)$$

$$\theta_{gyro} = \int_0^t \dot{\theta}_{gyro} dt \quad (4.2)$$

$$\psi_{gyro} = \int_0^t \dot{\psi}_{gyro} dt \quad (4.3)$$

Cependant, cette méthode de détermination des angles d'Euler souffre des erreurs d'intégration numérique. De plus le gyroscope est sensible au bruit à basse fréquence, alors il est utile de filtrer ses données à l'aide d'un filtre passe-haut.



## 4.1 Calibrage

Comme dans le cas de l'accéléromètre, le gyroscope doit également être calibré avant utilisation. En adoptant la même méthode de la valeur moyenne, nous pouvons écrire :

$$\dot{\phi}_{offset} = \sum_{i=1, T_e}^N \dot{\phi}_i \quad (4.4)$$

$$\dot{\theta}_{offset} = \sum_{i=1, T_e}^N \dot{\theta}_i \quad (4.5)$$

$$\dot{\psi}_{offset} = \sum_{i=1, T_e}^N \dot{\psi}_i \quad (4.6)$$

Avec  $\dot{\phi}_{offset}$ ,  $\dot{\theta}_{offset}$ ,  $\dot{\psi}_{offset}$  les vitesses d'offset du gyroscope selon des axes de roulis, tangage et lacet.

## 5 Fusion de données

Les algorithmes de fusion de données permettent de combiner des informations redondants provenant de plusieurs capteurs dans le but d'avoir une estimation acceptable de l'information désirée. Le filtre complémentaire en est un exemple est peut être utilisé pour estimer les angles de roulis et de tangage à partir des données de l'accéléromètre et du gyroscope du MPU6050.

$$\phi[n] = a \phi[n-1] + (1-a) \phi_{accel}[n] + a (\phi_{gyro}[n] - \phi_{gyro}[n-1]) \quad (5.1)$$

$$\theta[n] = a \theta[n-1] + (1-a) \theta_{accel}[n] + a (\theta_{gyro}[n] - \theta_{gyro}[n-1]) \quad (5.2)$$

$$\psi[n] = a \psi[n-1] + a (\psi_{gyro}[n] - \psi_{gyro}[n-1]) \quad (5.3)$$

Il faut remarquer que l'accéléromètre ne fournit aucune estimation de l'angle de *lacet*. Ainsi, l'estimation de cet angle se base uniquement sur les données du gyroscope. D'où, la mesure de cet angle est moins fiable que ceux de *roulis* et de *tangage*.

Le coefficient  $a$  est définie tel que dans l'équation 5.5. Un filtre complémentaire est issu de l'association d'un filtre passe-bas et d'un filtre passe-haut. Soit  $\tau$  la constante de temps de ces deux filtres et  $f_c$  leurs fréquences de coupure respective définies par :

$$f_c = \frac{1}{2\pi\tau} \quad (5.4)$$

$$a = \frac{\tau}{T_e + \tau} \quad (5.5)$$

Avec  $T_e$  le temps déchantillonnage des signaux (accélération et vitesse de rotation)

Nous pouvons choisir  $a = 0.98$  dans le cas de la fusion des données de l'accéléromètre et du gyroscope.

## 6 La librairie

Afin faciliter l'utilisation du MPU6050 et de permettre la réutilisabilité des programmes, il est plus correcte d'écrire une librairie à partir des considérations effectuées dans le présent documents. Ladite librairie est toujours en cours développement et n'implémente pas toute les fonctionnalités possible du MPU6050. Cependant, elle contient les méthodes nécessaires pour lire les données depuis le capteur.

Télécharger la librairie en cliquant [ici](#)

La plus importante structure de données de la librairie se présente comme suit :

```
struct {  
    // accelerometer data  
    float accelX = 0;  
    float accelY = 0;  
    float accelZ = 0;  
  
    // temperature  
    float temp = 0;
```

```
// gyroscope data
float gyroX = 0;
float gyroY = 0;
float gyroZ = 0;
} IMU_DATA
```

## Références

- [1] InvenSense. Mpu-6000 and mpu-6050 product specification. Datasheet, InvenSense Inc., [www.invensense.com](http://www.invensense.com), August 2013.
- [2] Mark Pedley. Tilt sensing using a three-axis accelerometer. Application note, Freescale Semiconductor, March 2013.