Homework1

刘喆骐 2020013163 探微化01

T1

a.

即证明$2n = O(n^2)$。由于存在$n_0 = 1, c = 4$,使得对于任意$n > n_0$，有$2n < 4n^2$,故$2n = O(n^2)$，原式得证。

b.

取$f(n) = \Theta(g(n))$，由定义有存在n_0, c，使得对于任意$n > n_0, f(n) \geq cg(n)$,这和$f(n) = o(g(n))$矛盾，故原命题得证。

c.

只需要寻找到一个例子即可。
例如取$f(n) = cos(x) + 1, g(n) = 1$，则有$f(n) \leq 2 \times 1 = 2g(n)$,故$g(n) = O(f(n))$。
显然，对于f(n)而言，无法找到正数n_0, c，使得$f(n) \geq c \times g(n) = c$，因为 $f(n)$ 值域为[-1,1]，故g(n)不属于$\Theta(f(n))$。
又由于对于任意的c>0,无法找到n_0使得对于任意$n > n_0$，有$f(n) < c \times g(n)$，故g(n)不属于$o(g(n))$。
故存在g(n)属于$O(g(n))$，而不属于$\Theta(f(n))$和$o(g(n))$。得证。

d.

不妨假设当$n > n_0$时，有$f(n) > g(n)$.那么当$n > n_0$时，$max(f(n), g(n)) > 0.1(f(n) + g(n))$
显然也有$max(f(n), g(n)) < 2(f(n) + g(n))$
故存在$c_1 = 0.1, c_2 = 2, n_0$，使得对任意$n > n_0, c_1 \times (f(n) + g(n)) < max(f(n), g(n)) < c_2 \times (f(n) + g(n))$
故$max(f(n), g(n)) = \Theta(f(n) + g(n))$

T3-2

A	B	O	o	Ω	ω	Θ
$lg^k n$	n^ϵ	T	T	F	F	F
n^k	c^n	T	T	F	F	F
$\sqrt{n}$	n^{sinn}	F	F	F	F	F
2^n	$2^{\frac{n}{2}}$	F	F	T	T	F
n^{lgc}	c^{lgn}	T	F	T	F	T
$lg(n!)$	$lg(n^n)$	T	F	T	F	T

T3-3

1. 顺序：从小到大

   1，$n^{\frac{1}{lg(n)}}$

   $lg(lg^*(n))$

   $lg^*(lg(n))$

   $lg^*(n)$

   2^{lg^*n}

   $ln(ln(n))$

   $\sqrt{lg(n)}$

   $ln(n)$

   $(lgn)^2$

   $2^{\sqrt{2lgn}}$

   $\sqrt{2}^{lgn}$

   $n, 2^{lgn}$

   $nlgn, log(n!)$

   $n^2, 4^{lgn}$

   n^3

   $n^{lglgn}, lg(n)!$

   lgn^{lgn}

   1.5^n

   2^n

   e^n

   $n * 2^n$

   $n!$

   $(n+1)!$

2^{2^n}
$2^{2^{n+1}}$

2. $f(n) = 4^{4^n} + cos(n\pi/2)4^{4^n}$，n为正整数。