

# ANALYTICAL HIERARCHY PROCESS

Lutfi Hakim, S.Pd., M.T.



#### **Overview**

Pada topik ini, kita akan mempelajari:

- Overview AHP
- Tahapan AHP
- Contoh Kasus
- Kuis



#### **Overview**

- AHP dikembangkan oleh Prof. Thomas L. Saaty (Guru Besar Matematika University of Pittsburgh) pada tahun 1970
- AHP merupakan metode pengambilan keputusan yang melibatkan sejumlah kriteria dan alternatif yang dipilih berdasarkan pertimbangan semua kriteria terkait
- Setiap kriteria memiliki derajat kepentingan yang berbeda-beda
- Setiap alternatif memiliki preferensi yang berbeda-beda menurut masingmasing kriteria yang digunakan
- Tiga prinsip utama AHP: decomposition, comparative judgement, & logical consistency



#### **Tahapan Metode AHP**

Dekomposisi masalah / penyusunan hierarki

Penilaian / pembobotan untuk membandingkan elemen-elemen

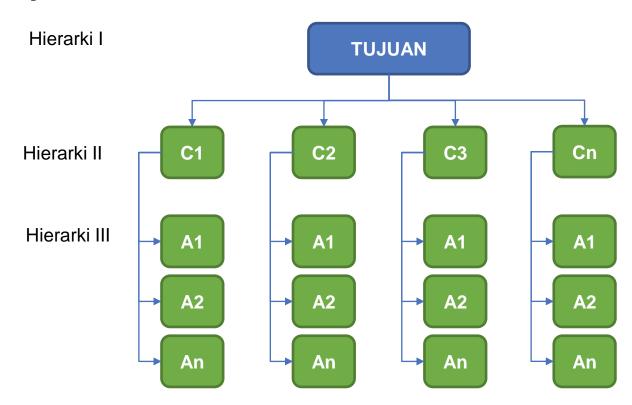
Penyusunan matriks dan uji konsistensi

Penetapan prioritas pada masing-masing hierarki

Sintesis (iterasi matriks) dari prioritas dan penetapan alternatif terbaik



### Menyusun Hierarki





#### Penilaian / Pembandingan Elemen

- Antar-kriteria (heirarki II) maupun antar-alternatif pada masing-masing kriteria (hierarki III) dibandingkan satu sama lain
- Hasil perbandingan berupa suatu nilai yang menunjukkan tingkat kepentingan kriteria/alternatif tersebut terhadap kriteria/alternatif pembandingnya
- Dalam hal ini berlaku aksioma reciprocal
  - Jika A 5 kali lebih penting dari B, maka tingkat kepentingan B adalah
     1/5 kali dari A
  - Jika sama penting antara A dan B, maka A dan B sama-sama bernilai 1



#### Penyusunan Matriks Perbandingan

	E1	E2	<b>E</b> 3	E4
E1	1	$B_1$	$B_2$	$B_3$
E2	$A_1$	1	$B_4$	$B_5$
E3	$A_2$	$A_4$	1	$B_6$
E4	$A_3$	$A_5$	$A_6$	1
Т	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$

- $A_1, \dots, A_n$  menunjukkan nilai perbandingan tingkat antar-elemen (kriteria maupun alternatif)
- $B_1, \dots, B_n$  merupakan "kebalikan" dari nilai  $A_1, \dots, A_n$  (aksioma reciprocal)
  - $B_1 = \frac{1}{A_1}$
  - $B_2 = \frac{1}{A_2}$
  - dst
- Penjumlahan nilai-nilai dalam satu kolom yang sama akan menghasilkan vektor nilai total kolom (T)



#### Normalisasi Matriks Perbandingan

	E1	E2	<b>E</b> 3	E4
E1	1	$B_1$	$B_2$	$B_3$
E2	$A_1$	1	$B_4$	$B_5$
<b>E</b> 3	$A_2$	$A_4$	1	$B_6$
E4	$A_3$	$A_5$	$A_6$	1
Т	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$

Normalisasi nilai-nilai pada matriks perbandingan diperoleh dengan membagi masing-masing nilai dengan total nilai pada kolomnya (vektor *T*)

	E1	E2	<b>E</b> 3	E4
E1	$n_{11}$	$n_{12}$	$n_{13}$	$n_{14}$
E2	$n_{21}$	$n_{22}$	$n_{23}$	$n_{24}$
E3	$n_{31}$	$n_{32}$	$n_{33}$	$n_{34}$
E4	$n_{41}$	$n_{42}$	$n_{43}$	$n_{44}$

• 
$$n_{11} = \frac{1}{T_1}$$

• 
$$n_{21} = \frac{A_1}{T_1}$$

• 
$$n_{23} = {}^{B_4}/_{T_3}$$

dst



#### Perhitungan Nilai Bobot

	E1	E2	E3	E4	PV	W
E1	$n_{11}$	$n_{12}$	$n_{13}$	$n_{14}$	$P_1$	$W_1$
E2	$n_{21}$	$n_{22}$	$n_{23}$	$n_{24}$	$P_2$	$W_2$
E3	n <sub>31</sub>	n <sub>32</sub>	$n_{33}$	$n_{34}$	$P_3$	$W_3$
E4	$n_{41}$	$n_{42}$	$n_{43}$	$n_{44}$	$P_4$	$W_4$

Nilai prioritas vektor (PV) diperoleh dengan menjumlahkan semua nilai hasil normalisasi yang berada dalam satu baris yang sama

$$P_i = \sum n_{ij}$$

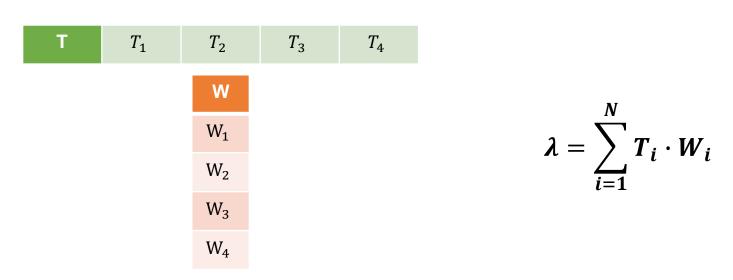
Nilai bobot/preferensi tiap elemen (W) diperoleh dari pembagian nilai PV dengan jumlah elemen yang terlibat  $W_i = \frac{P_i}{N}$ 

$$W_i = \frac{P_i}{N}$$



## Perhitungan Nilai Eigen

• Nilai eigen ( $\lambda$ ) diperoleh melalui operasi perkalian matriks antara vektor nilai bobot (**W**) dengan vektor nilai total kolom (**T**)





## **Uji Konsistensi**

- Untuk mengetahui kekonsistenan suatu matriks perbandingan yang digunakan pada AHP, dapat digunakan nilai Consistency Index (CI) dan Consistency Ratio (CR)
- CI dihitung berdasarkan nilai eigen ( $\lambda$ ) dan jumlah kriteria (N) yang digunakan melalui formula:

$$CI = \frac{\lambda - N}{N - 1}$$

• CR didapatkan dari hasil perbandingan antara CI dengan nilai **Random** Consistency Index (RI) untuk jumlah elemen yang sama dengan jumlah kriteria yang digunakan

$$CR = \frac{CI}{RI}$$



# **Uji Konsistensi**

Tabel RI										
n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

• Suatu matriks perbandingan dinyatakan konsisten jika  $CR \leq 0$ , 1

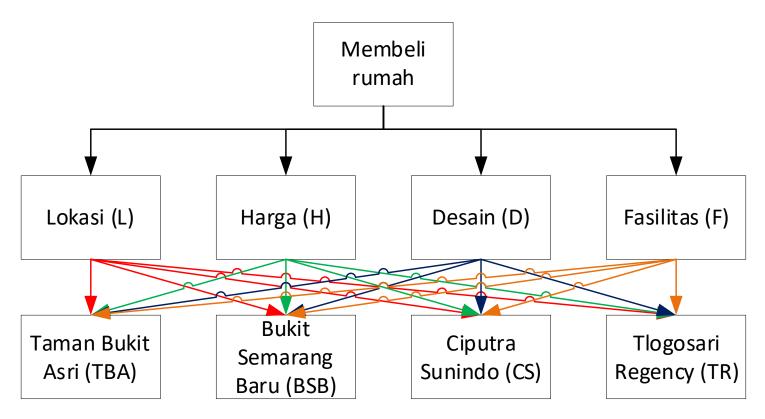


#### **Contoh Kasus**

- Seseorang ingin membeli sebuah rumah di Kota Semarang.
- Kriteria yang digunakan untuk mengambil keputusan antara lain:
  - Lokasi (L)
  - Harga (H)
  - Desain (D)
  - Fasilitas (F)
- Terdapat 4 alternatif lokasi pilihan, yaitu:
  - Taman Bukit Asri (TBA)
  - Bukit Semarang Baru (BSB)
  - Ciputra Sunindo (CS)
  - Tlogosari Regency (TR)



#### Hierarki Kasus





#### Nilai Perbandingan

Misal
ditetapkan
nilai
perbandingan
yang
digunakan
adalah
sebagai
berikut:

Nilai	Keterangan
1	Kriteria/Alternatif A sama penting dengan kriteria/alternatif B
2	A mendekati sedikit lebih penting dari B
3	A sedikit lebih penting dari B
4	A mendekati lebih penting dari B
5	A lebih penting dari B
6	A mendekati sangat penting dari B
7	A sangat penting dari B
8	A mendekati mutlak sangat penting dari B
9	A mutlak sangat penting dari B



#### **Matriks Perbandingan Kriteria**

Diasumsikan nilai perbandingan yang diperoleh untuk tiap kriteria adalah sebagai berikut:

- H:L = 2 → harga mendekati sedikit lebih penting dari lokasi
- D:L = 3 → desain sedikit lebih penting dari lokasi
- F:L = 5  $\rightarrow$  fasilitas lebih penting dari lokasi
- D:H = 3  $\rightarrow$  desain sedikit lebih penting dari harga
- F:H = 4 → fasilitas mendekati lebih penting dari harga
- F:D = 2 → fasilitas mendekati sedikit lebih penting dari desain

	L	Н	D	F
L	1	1/2	1/3	1/5
Н	2	1	1/3	1/4
D	3	3	1	1/2
F	5	4	2	1
Total	11	8,5	3,6667	1,95



#### Normalisasi Matriks Perbandingan Kriteria

T 11 8,5 3,6667 1,95

	L	н	D	F
L	1 / 11	0,5 / 8,5	0,3333 / 3,6667	0,2 / 1,95
н	2/11	1 / 8,5	0,3333 / 3,6667	0,25 / 1,95
D	3/11	3 / 8,5	1 / 3,6667	0,5 / 1,95
F	5 / 11	4 / 8,5	2 / 3,6667	1 / 1,95

	L	Н	D	F
L	0,0909	0,0588	0,0909	0,1026
Н	0,1818	0,1176	0,0909	0,1282
D	0,2727	0,3529	0,2727	0,2564
F	0,4545	0,4706	0,5454	0,5128



#### **Bobot Kriteria**

	L	н	D	F
L	0,0909	0,0588	0,0909	0,1026
Н	0,1818	0,1176	0,0909	0,1282
D	0,2727	0,3529	0,2727	0,2564
F	0,4545	0,4706	0,5454	0,5128

W	PV
0,0858	0,3432
0,1296	0,5186
0,2887	1,1548
0,4959	1,9834



#### Uji Konsistensi Perbandingan Kriteria

T 11 8,5 3,6667 1,95

W

0,0858

0,1296

0,2887

0,4959

$$\lambda = (11 \cdot 0.0858) + (8.5 \cdot 0.1296) + (3.6667 \cdot 0.2887) + (1.95 \cdot 0.4959)$$

$$= 0.9438 + 1.1019 + 1.0586 + 0.9669$$

$$= 4.0713$$

$$CI = \frac{4,0713-4}{4-1} = 0,0238$$

$$CR = \frac{0.0238}{0.9} = 0.0264 \Rightarrow \text{konsisten}$$



#### **Perbandingan Alternatif**

- Untuk tiap kriteria, masing-masing alternatif dibandingkan
- Proses sama seperti melakukan perbandingan antar-kriteria
  - Buat matriks perbandingannya
  - Lakukan normalisasi matriks
  - Hitung nilai bobot



#### Perbandingan Alternatif pada Kriteria Lokasi

	ТВА	BSB	CS	TR
TBA	1	0,3333	0,3333	0,3333
BSB	3	1	1	2
CS	3	1	1	2
TR	3	0,5	0,5	1

	ТВА	BSB	CS	TR	PV	W
TBA	0,1	0,1176	0,1176	0,0625	0,3978	0,994
BSB	0,3	0,3529	0,3529	0,375	1,3809	0,3452
cs	0,3	0,3529	0,3529	0,375	1,3809	0,3452
TR	0,3	0,1765	0,1765	0,1875	0,8404	0,2101



# Perbandingan Alternatif pada Kriteria Harga

	TBA	BSB	CS	TR
TBA	1	0,3333	0,25	0,3333
BSB	3	1	1	0,5
CS	4	1	1	0,5
TR	3	2	2	1

	ТВА	BSB	cs	TR	PV	W
TBA	0,0909	0,0769	0,0588	0,1429	0,3695	0,0924
BSB	0,2727	0,2308	0,2353	0,2143	0,9531	0,2383
CS	0,3636	0,2308	0,2353	0,2143	1,0439	0,2609
TR	0,2727	0,4615	0,4706	0,4286	1,6334	0,4084



# Perbandingan Alternatif pada Kriteria Desain

	ТВА	BSB	CS	TR
ТВА	1	0,2	0,25	0,25
BSB	5	1	0,6667	2
CS	4	1,5	1	2
TR	4	0,5	0,5	1

	ТВА	BSB	CS	TR	PV	W
TBA	0,0714	0,0625	0,1034	0,0476	0,2849	0,0712
BSB	0,3571	0,3125	0,2759	0,3809	1,3265	0,3316
CS	0,2857	0,4688	0,4138	0,3809	1,5492	0,3873
TR	0,2857	0,1563	0,4139	0,1905	0,8393	0,2098



#### Perbandingan Alternatif pada Kriteria Fasilitas

	ТВА	BSB	cs	TR
TBA	1	5	5	4
BSB	0,2	1	1	2
CS	0,2	1	1	2
TR	0,25	0,5	0,5	1

	ТВА	BSB	CS	TR	PV	W
TBA	0.6061	0.6667	0.6667	0.4444	2.3838	0.5959
BSB	0.1212	0.1333	0.1333	0.2222	0.6101	0.1525
CS	0.1212	0.1333	0.1333	0.2222	0.6101	0.1525
TR	0.1515	0.0667	0.0667	0.1111	0.3959	0.0989



# **Matriks Skor (Bobot) Alternatif**

• Nilai bobot masing-masing alternatif pada tiap kriteria dikumpulkan ke dalam satu matriks  $(\mathbf{W_A})$ 

	L	Н	D	F
TBA	0,994	0,0924	0,0712	0,5959
BSB	0,3452	0,2383	0,3316	0,1525
cs	0,3452	0,2609	0,3873	0,1525
TR	0,2101	0,4084	0,2098	0,0989



## **Skor Akhir Tiap Alternatif**

- Matriks skor alternatif (W<sub>A</sub>)
   dikalikan dengan vektor bobot
   kriteria (W) akan menghasilkan
   sebuah vektor skor akhir (S)
- Alternatif pemilik skor tertinggilah yang dinyatakan sebagai alternatif terpilih

	L	Н	D	F
ТВА	0,994	0,0924	0,0712	0,5959
BSB	0,3452	0,2383	0,3316	0,1525
CS	0,3452	0,2609	0,3873	0,1525
TR	0,2101	0,4084	0,2098	0,0989

W	Α	S
0,0858	TBA	0.336
0,1296	BSB	0.231
0,2887	CS	0.250
0,4959	TR	0.180



#### Hands-on

#### - ANALYTICAL HIERARCHY PROCESS

AHP dikembangkan oleh Prof. Thomas L. Saaty (Guru Besar Matematika University of Pittsburgh) pada tahun 1970. AHP merupakan metode pengambilan keputusan yang melibatkan sejumlah kriteria dan alternatif yang dipilih berdasarkan pertimbangan semua kriteria terkait. Setiap kriteria memiliki derajat kepentingan yang berbeda-beda. Setiap alternatif memiliki preferensi yang berbeda-beda menurut masing-masing kriteria yang digunakan. Tiga prinsip utama AHP: decomposition, comparative judgement, & logical consistency

#### Nilai Pembanding

Pada saat membandingkan dua buah kriteria maupun aternatif pada AHP, dapat digunakan nilai pembanding misalnya sebagai berikut:

Nilai	Keterangan
1	Kriteria/Alternatif A sama penting dengan kriteria/alternatif B
2	A mendekati sedikit lebih penting dari B
3	A sedikit lebih penting dari B
Λ	A mandalati labih nanting dari D

https://colab.research.google.com/drive/1xZdr2gfeOh6nng\_ttgpSuGHVm2-kvPGP?usp=sharing

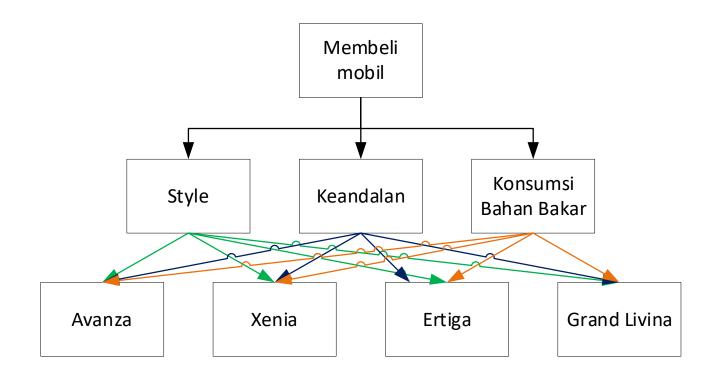


#### **Kuis: Deskripsi**

- Seseorang ingin membeli sebuah mobil sesuai dengan kriteria yang diinginkan, yaitu style (S), keandalan (K), dan konsumsi bahan bakar (B)
- Pilihan mobil yang menjadi alternatif antara lain:
  - A1 : Avanza
  - A2 : Xenia
  - A3 : Ertiga
  - A4 : Grand Livina
- Dengan menggunakan AHP, tentukanlah mobil yang akan dipilih untuk dibeli



#### **Kuis: Susunan Hierarki**





#### Kuis: Perbandingan Kriteria

- Keandalan : style 👈 2
- Konsumsi bahan bakar : style → 1/3
- Konsumsi bahan bakar : keandalan → 1/4



# Kuis: Perbandingan Alternatif Pada Tiap Kriteria

Style	Keandalan	Konsumsi Bahan Bakar
<ul> <li>Xenia : Avanza → ½</li> </ul>	<ul> <li>Xenia : Avanza → ½</li> </ul>	<ul> <li>Xenia : Avanza → ½</li> </ul>
• Ertiga : Avanza → 3	<ul> <li>Ertiga : Avanza → 4</li> </ul>	<ul> <li>Ertiga : Avanza → 2</li> </ul>
<ul> <li>Grand Livina : Avanza → 4</li> </ul>	<ul> <li>Grand Livina : Avanza → 3</li> </ul>	<ul> <li>Grand Livina : Avanza → ¼</li> </ul>
• Ertiga : Xenia → 2	• Ertiga : Xenia → 5	<ul> <li>Ertiga : Xenia → 1,5</li> </ul>
Grand Livina : Xenia → 5	<ul> <li>Grand Livina : Xenia → 4</li> </ul>	<ul> <li>Grand Livina : Xenia → 1/3</li> </ul>
Grand Livina : Ertiga → ½	• Grand Livina : Ertiga → 1/3	<ul> <li>Grand Livina : Ertiga → ¼</li> </ul>



