

Alessandro Carlassare, M. Sc.  
Timm Stobbe, M. Sc.  
Prof. Dr.-Ing. Volker K. S. Feige

# Teilpraktikum

## „Signalverarbeitung“

zum Modul „Sensorsysteme & Signalverarbeitung“

Name, Vorname		Matrikel-Nr.
Gruppe	Versuchsdatum	Versuchsplatz
Testat		

### Versuch 2:

Analyse eines zeitdiskreten Signals  
mithilfe der Fourier-Transformation

## 1. Einführung

Hinsichtlich der Einführung wird auf das Handout „Analyse zeitdiskreter Signal mittels Fourier-Transformation“ der Vorlesung „Sensorsysteme & Signalverarbeitung“ verwiesen. [1][2][3][FEI2018]

## 2. Versuchsvorbereitung

1. Die diskrete Fourier-Transformation (DFT) einer reellen Funktion  $f(t)$  führt zu 1024 diskreten Werten. Warum reicht es aus, lediglich die ersten 512 Werte zu speichern? Was muss beachtet werden, wenn diese 512 diskreten Werte zurück in den Zeitbereich transformiert werden sollen?
2. Gegeben ist folgendes diskretes Signal:

$$x[n] = 2 \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{2}\right) \quad n \in \mathbb{N}$$

- a) Zeichnen Sie eine Periode des Signals.
- b) Bestimmen Sie die diskrete Fourier-Transformierte für 8 diskrete Werte und interpretieren Sie das Ergebnis.
- c) Zeichnen Sie den Betrag des Spektrums in ein Diagramm.
- d) Welche Frequenzen können aus der diskreten Fourier-Transformierten ermittelt werden, wenn das Signal mit einer Frequenz von  $f_a = 2 \text{ kHz}$  abgetastet wurde?

### 3. Durchführung

#### 3.1 Aufgabenstellung

Ziel des Versuchs ist die Realisierung einer Anwendung, mit dessen Hilfe die Zusammenhänge der Fourier-Transformation näher untersucht werden können. Zunächst soll ein zeitdiskretes, periodisches Signal  $s(t)$  mit einer beliebigen Anzahl an Samples generiert und im Zeitbereich angezeigt werden. Das erzeugte Signal soll im Anschluss daran mithilfe der Fast-Fourier-Transformation (FFT) analysiert und im Frequenzbereich graphisch dargestellt werden. Die für die Durchführung der FFT herangezogene Anzahl an Samples sowie die auf das Signal angewendete Fensterfunktion sollen durch den Benutzer vorgegeben werden. Darüber hinaus soll eine Rekonstruktion des ursprünglichen Signals mithilfe der inversen Fourier-Transformation möglich sein, wobei das rekonstruierte Signal im Zeitbereich angezeigt werden soll.

#### 3.2 Realisierung

1. Legen Sie im Arbeitsverzeichnis ihrer Gruppe einen Ordner "V02" an.  
Erstellen Sie in diesem Ordner zunächst ein neues (leeres) Projekt in LabVIEW mit dem Namen  
„YYYYMMDD\_HHMM\_SenSysSig\_V02\_<MatrNr1>\_<MatrNr2>\_<MatrNr3>“.
2. Kopieren Sie aus dem Ordner "Dokumente\00\_Source\V02" die Vorlage "20181128\_1919\_VoFe\_SenSysSig\_V02\_Main\_FFT\_empty.vi" in ihr Verzeichnis "V02" und heben Sie den Schreibschutz der Datei in ihrem Verzeichnis auf. Nennen Sie das LabView-Programm "20181128\_1919\_VoFe\_SenSysSig\_V02\_Main\_FFT\_empty.vi" in den Namen „YYYYMMDD\_HHMM\_Main\_V02\_<MatrNr1>\_<MatrNr2>\_<MatrNr3>“ um und binden Sie das Programm in ihr LabView-Projekt ein.

3. Erstellen Sie ein Frontpanel (User Interface, kurz „UI“) zur Bedienung der Anwendung. Sie können sich dabei an Abbildung 1 orientieren.

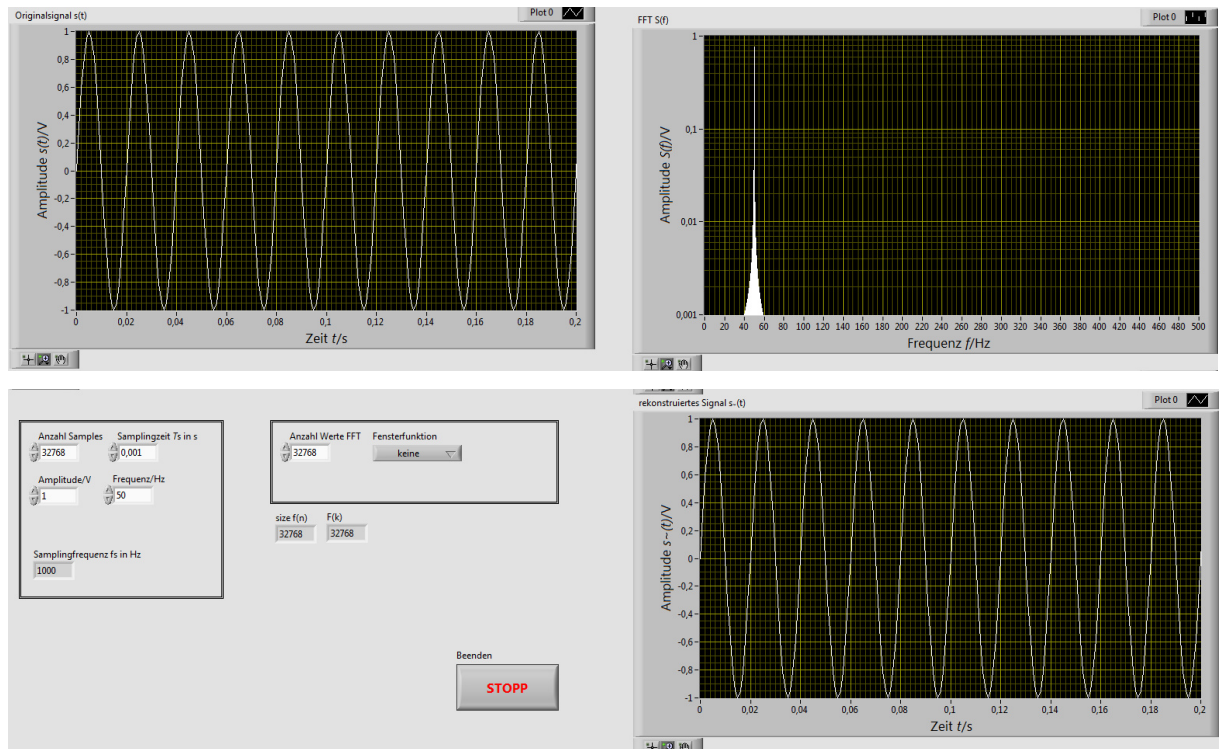


Abbildung 1: Beispiel hinsichtlich der Gestaltung des Frontpanels

4. Programmieren Sie nun die Anwendung im Blockdiagramm. Bitte beachten Sie hinsichtlich der Erstellung des Blockdiagramms die weiteren Erläuterungen in Abschnitt 3.3.

### **3.3 Anforderungen an die Funktion der Anwendung**

Der grundsätzliche Programmablauf ist der schematischen Darstellung in Abbildung 2 zu entnehmen. Allgemein sind kritische Zustände, die zum Programmabbruch führen können (Division durch Null, „Endlosschleifen“, etc.) weitestgehend „abzufangen“. So sind z. B. Eingabeelemente derart zu konfigurieren, dass nur gültige Werte vorgegeben werden können.

### 3.3.1 Programmablauf

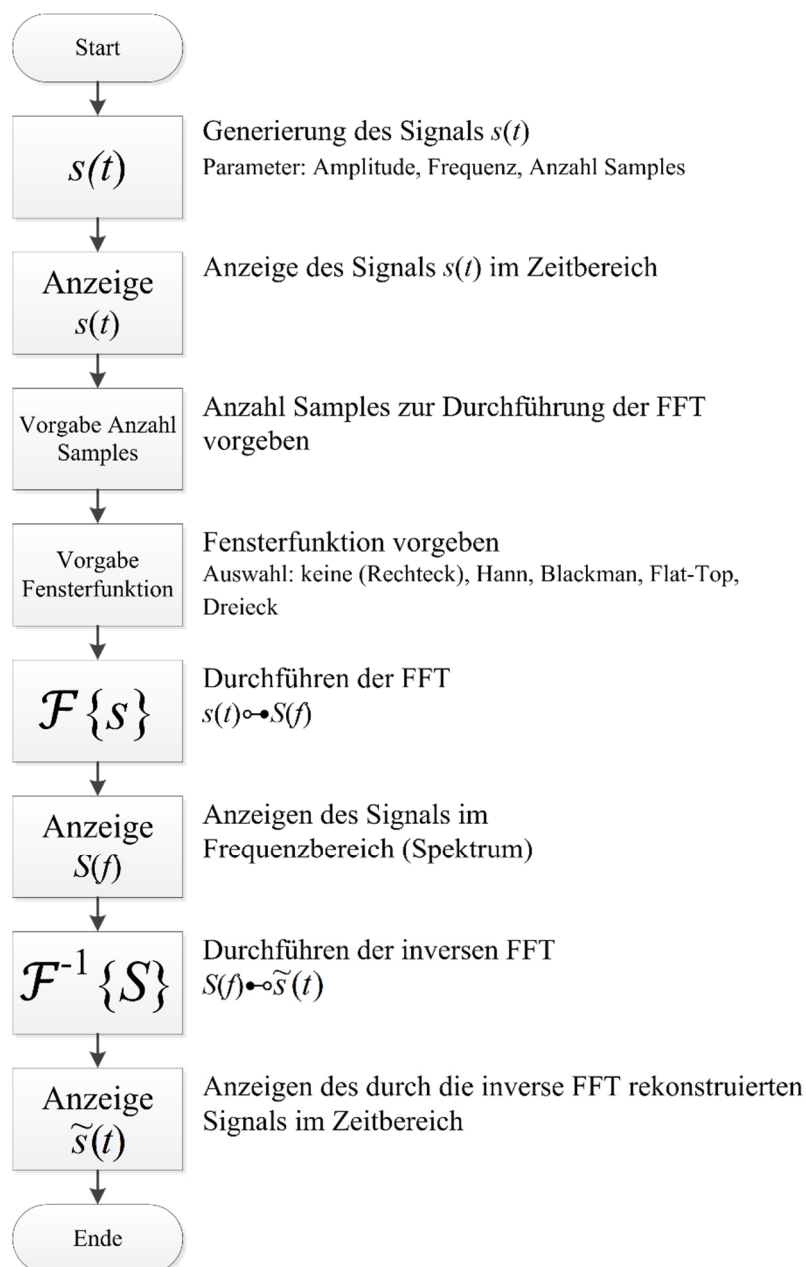


Abbildung 2: Programmablauf, schematische Übersicht

#### Erläuterungen zum Programmablauf:

##### ▪ **Signal $s(t)$ :**

Es soll ein sinusförmiges Signal  $s(t)$  generiert werden:

$$s(n \cdot T_s) = \hat{s} \cdot \sin(2\pi f \cdot n \cdot T_s).$$

Der Frequenzwert  $f$  und die Amplitude  $\hat{s}$  sollen jeweils durch den Datentyp „double precision“ definiert sein. Als Ergebnis soll dieser Programmabschnitt zwei 1D-Arrays

ausgeben, wobei das eine Array die diskreten Zeitwerte  $n \cdot T_s$  und das andere die Augenblickswerte  $s(n \cdot T_s)$  enthalten soll.

### Anzeigen des Signals $s(t)$ im Zeitbereich:

Die Anzeige des Signals  $s(n \cdot T_s)$  im Zeitbereich erfolgt mithilfe eines Diagramms des Typs „xy-Graph“. Die Skalierung der Achsen kann mithilfe der „Auto-Scale“-Funktion erfolgen. Die Achsen sind eindeutig zu beschriften.

#### ■ Anzahl Samples FFT:

Es soll die Anzahl der Werte vorgegeben werden, die zur Berechnung der FFT herangezogen wird. Diese Anzahl sollte sinnvollerweise kleiner oder gleich der Anzahl der Abtastwerte des generierten Signals sein und entsprechend des FFT-Algorithmus vorzugsweise einer Zweierpotenz entsprechen.

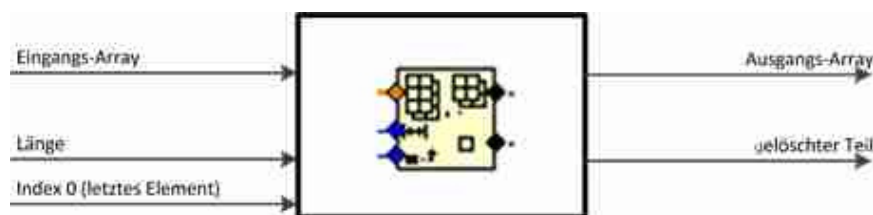


Abbildung 3: Belegung der LabVIEW-Funktion „aus Array entfernen“

Bezeichnung	Datentyp	Beschreibung
Eingangs-Array	beliebiges Array	Array, aus dem Elemente, Zeilen, Spalten oder Seiten gelöscht werden sollen. Der Eingang kann ein n-dimensionales Array beliebigen Typs sein.
Länge	integer32	Bestimmt, wie viele Elemente, Reihen, Spalten oder Seiten gelöscht werden sollen. Die Standardlänge beträgt ein Element.
Index 0	integer32	Gibt an, ob ein Array, Element, eine Zeile, Spalte oder Seite gelöscht werden soll. Die Array-Funktionen in LabVIEW fragen den Array-Inhalt zeilenweise ab. Bei einem 2D-Array ist die Zeile der erste (höhere) Index. Die Spalte ist der letzte (niedrigere) Index.
Ausgangs-Array	beliebiges Array	Array, das nach dem Löschen der Elemente, Reihen, Spalten oder Seiten ausgegeben wird.
gelöschter Teil	beliebiges Array	Ist das gelöschte Element oder Array. Wenn ein Wert mit dem Eingang „Länge“ verbunden wird, handelt es sich bei dem Element „gelöschter Teil“ um ein Array mit derselben Anzahl Dimensionen wie das Eingangs-Array.

Tabelle 1: Erläuterung zur Belegung der LabVIEW-Funktion „aus Array entfernen“ [6]

Zur Realisierung sei die in Tabelle 1 erläuterte LabVIEW-Funktion „aus Array entfernen“ empfohlen. Ein- und Ausgangsbelegung sind in Abbildung 3 dargestellt.

■ **Vorgabe Fensterfunktion:**

Die Fensterfunktion wird unmittelbar vor Ausführung der FFT auf das Signal  $s(t)$  angewendet. LabVIEW bietet eine große Anzahl an Fensterfunktionen an. Im Rahmen dieses Versuchs sollen folgende Fensterfunktionen untersucht werden:

- „Rechteck-Fenster“ (Es wird keine Fensterfunktion auf das Signal angewendet.)
- „Hann-Fenster“
- „Blackman-Fenster“
- „Flat-Top-Fenster“
- „Dreieck-Fenster“

Die Fensterfunktionen sind unter der Rubrik „Signalverarbeitung“ → „Fenster“ zu finden. Die Auswahl der Funktion ist mithilfe eines „Ring“-Menüs sowie einer CASE-Anweisung zu realisieren.



### ▪ Durchführung der Fourier-Transformation:

LabVIEW führt die diskrete Fourier-Transformation (DFT) basierend auf einem „Fast Fourier Transform“ (FFT)-Algorithmus durch. Da es sich bei LabVIEW um eine kommerzielle Software handelt, wird die tatsächliche Vorgehensweise allerdings nicht näher erläutert. Beispielsweise wird in der LabView-Hilfe nicht näher auf den Fall eingegangen, wenn die Anzahl der Abtastwerte keinen Zweierpotenzwert darstellt. In der LabVIEW-Hilfe findet man bzgl. des Algorithmus die Angabe

$$Y_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot e^{-\frac{j2\pi kn}{N}} \quad (\forall n \in \mathbb{N} | n \leq N-1), \quad (3.1)$$

wobei  $x_n$  das jeweilige Element der Eingangsfolge  $\{x[n]\}$  und  $Y_k$  das jeweilige Element der Ausgangsfolge  $\{Y[k]\}$  ist. Die Variable  $n$  ist eine natürliche Zahl und steht für den Index der Eingangsfolge  $\{x[n]\}$ , wobei die Anzahl der Werte dieser Folge durch die Variable  $N$  beschrieben wird. Der Abstand  $\Delta f$  der Spektrallinien berechnet sich durch

$$\Delta f = \frac{f_s}{N}, \quad (3.2)$$

wobei  $f_s$  die Abtastfrequenz der Eingangsfolge ist. Hinsichtlich der Herleitung dieser Gleichung wird auf die Vorlesung verwiesen.

Eine genaue Erläuterung der einzelnen Elemente der Ausgangsfolge  $\{Y[k]\}$  ist im Anhang dargestellt.

### ▪ Anzeigen des Signals im Frequenzbereich:

Die Anzeige des Signals  $s(t)$  im Frequenzbereich erfolgt mithilfe eines Diagramms des Typs „xy-Graph“. Es soll der Betrag der Spektrallinien angezeigt werden. Die Skalierung der Achsen soll geeignet eingestellt werden. Die Achsen sind eindeutig zu beschriften.

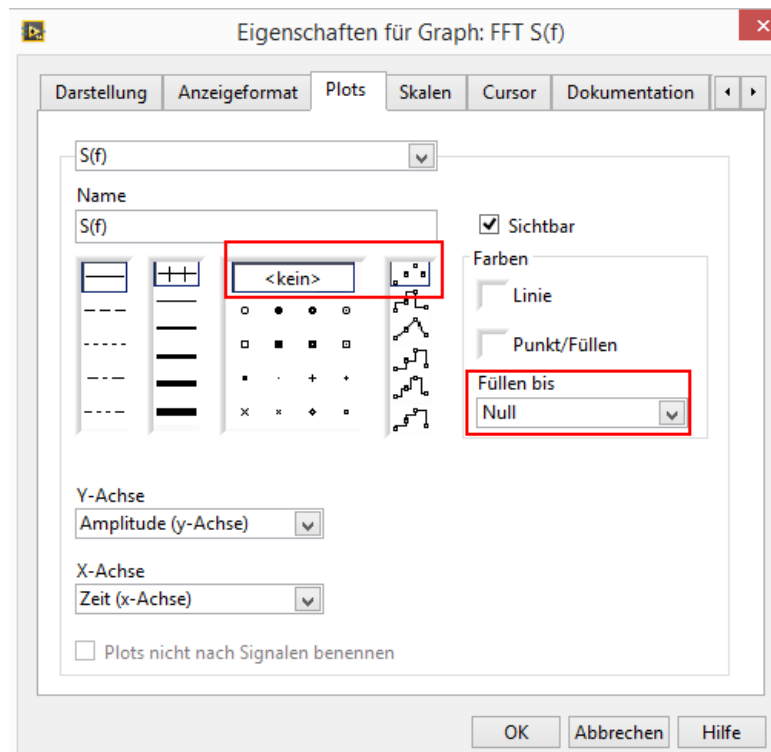


Abbildung 4: Einstellungen zur korrekten Darstellung des Linienspektrums

Da die Standardeinstellungen des Diagramms für die Anzeige von kontinuierlichen Signalen im Zeitbereich ausgelegt sind, ist für eine sinnvolle Darstellung des Linienspektrums die Anpassung einiger Eigenschaften in der Registerkarte „Plots“ erforderlich. Die empfohlenen Einstellungen können aus Abbildung 4 entnommen werden.

#### ▪ Durchführen der inversen Fourier-Transformation:

Für die inverse diskrete Fourier-Transformation kommt ebenfalls der FFT-Algorithmus zum Einsatz. Die inverse Transformation wird in LabVIEW analog als inverse diskrete Fourier-Transformation (IDFT) durchgeführt. Die IDFT ist wie folgt definiert [6]:

$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Y_k \cdot e^{\frac{j2\pi kn}{N}} \quad (k \in \mathbb{N}). \quad (3.3)$$

Als Ergebnis der IDFT wird eine Ausgangsfolge  $\{\tilde{x}[n]\}$  ausgegeben, die dem rücktransformierten Zeitsignal  $\tilde{s}(t)$  entspricht. Das rücktransformierte Signal  $\tilde{s}(t)$  kann dabei vom ursprünglichen Signal  $s(t)$  abweichen, da die Anzahl der Samples vor Durchführung der DFT angepasst werden kann und zusätzlich die Möglichkeit besteht, eine Fensterfunktion auf das Signal anzuwenden. Die Verläufe von  $\tilde{s}(t)$  und  $s(t)$  sind

aus diesem Grund nicht im Allgemeinen, sondern nur unter bestimmten Voraussetzungen identisch.

Die Eingangsfolge wird der IDFT als Array des Typs „double precision“ zugeführt. Nutzen Sie hierzu das Ausgangs-Array der vorgelagerten diskreten Fourier-Transformation.

▪ **Anzeigen des rekonstruierten Signals  $\tilde{s}(t)$  im Zeitbereich:**

Die Anzeige des rekonstruierten Signals  $\tilde{s}(t)$  im Zeitbereich erfolgt analog zu  $s(t)$  mithilfe eines Diagramms des Typs „xy-Graph“. Die Zeitwerte sind ggf. entsprechend der korrekten Periodendauer zu skalieren.

### 3.3.2 Übersicht Variablen

Ein-/ Ausgabe	Bezeichnung	Datentyp	Beschreibung
Eingabe	„Anzahl Samples Signal“	integer	Anzahl der Samples des generierten Signals
Eingabe	„Amplitude/V“	double	Spitzenwert des generierten Signals
Eingabe	„Frequenz/Hz“	integer	Frequenz des generierten Signals
Eingabe	„Anzahl Samples FFT“	integer	Anzahl der für die Durchführung der FFT herangezogenen Werte
Eingabe	„Fensterfunktion“	integer (Ring)	Vorgabe der Fensterfunktion
Ausgabe	„Originalsignal“	Cluster	graphische Ausgabe des generierten Signals $s(t)$
Ausgabe	„Spektrum“	Cluster	graphische Ausgabe der Spektrums $S(f)$
Ausgabe	„Rekonstruiertes Signal“	Cluster	graphische Ausgabe des mithilfe der inversen FFT rekonstruierten Signals $\tilde{s}(t)$

Tabelle 2: Zusammenstellung der erforderlichen Variablen

## 4. Ausarbeitung

Die folgenden Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und spätestens zwei Wochen nach dem jeweiligen Versuch pro Gruppe abzugeben. Die Ausarbeitung mit der Eigenständigkeitserklärung und den Unterschriften kann in das Postfach von Prof. Feige gelegt werden.

- 1.) Dokumentieren Sie Ihre Lösungen zu den Aufgaben in der Versuchsvorbereitung.
- 2.) Untersuchen Sie für einen sinusförmigen Funktionsverlauf mit der Frequenz 50 Hz und einer Amplitude von 1 V das Betragsspektrum und den Verlauf des rücktransformierten Zeitsignals für die folgenden Fensterfunktionen:

- „Rechteck-Fenster“  
(Es wird keine Fensterfunktion auf das Signal in dem betrachteten Zeitintervall angewendet.)
- „Hann-Fenster“
- „Blackman-Fenster“
- „Flat-Top-Fenster“
- „Dreieck-Fenster“

Setzen Sie für die Untersuchungen die Anzahl der Abtastungen und die Anzahl der Werte für die DFT auf **128**. Dabei soll die Abtastzeit **1 ms** betragen. Die Skaleneinteilung der Ordinate des Betragsspektrums soll logarithmisch vom minimalen Wert 0,001 V bis zum maximalen Wert 1 V dargestellt werden. Die Skaleneinteilung der Abszisse des Betragsspektrums soll linear von 0 bis 500 Hz dargestellt werden. Dokumentieren Sie Ihre Untersuchungen auf der Basis von Bildschirmkopien, die Sie vom Betragsspektrum und dem rücktransformierten Zeitsignal Ihres „Frontpanels“ mit der jeweils eingestellten Fensterfunktion erstellen.

- 3.) Erläutern Sie, weshalb im Spektrum viele Frequenzen angezeigt werden, die ungleich der Frequenz 50 Hz sind.
- 4.) Erklären Sie den allgemeinen Zweck der Fensterfunktionen.
- 5.) Wählen Sie eine Fensterfunktion aus und stellen Sie die Vorteile und Nachteile gegenüber. Nutzen Sie in diesem Zusammenhang **belastbare Literatur, die Sie zitieren**.

## **5. Literaturverzeichnis**

- [1] H. D. Lüke: Signalübertragung – 6. Auflage  
Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York (1995)
- [2] E. C. Ifeachor und B. W. Jervis, Digital signal processing: A practical  
approach, Bridgeport, Dorset: Addison-Wesley (1995)
- [3] R. Best: Digitale Messwertverarbeitung, Oldenbourg Verlag (1991)

## **6. Quellenverzeichnis**

- [FEI2018] V.K.S. Feige: Vorlesungsunterlagen zum Modul „Sensorsysteme und  
Signalverarbeitung“, Vorlesung „Analyse zeitdiskreter Signal mittels  
Fourier-Transformation“ an der Hochschule Düsseldorf (2018)

## Abkürzungsverzeichnis

DFT	diskrete Fourier-Transformation
$f$	Frequenz, allgemein
$\mathcal{F}\{x(t)\}$	Fourier-Transformierte der Funktion $x(t)$
$\mathcal{F}^{-1}\{X(f)\}$	inverse Fourier-Transformierte der Funktion $X(f)$
$f_1$	Grundschwingungsfrequenz
FFT	Fast-Fourier-Transformation
$j$	imaginäre Einheit $j=\sqrt{-1}$
$k$	Ordnung einer harmonischen Schwingung
$T$	Periodendauer, allgemein
$T_s$	Sampling-Periodendauer
$\hat{u}$	Spitzenwert der Spannung $u$
UI	User Interface
$X(f)$	Funktion im Frequenzbereich, allgemein
$x(t)$	zeitabhängige Funktion, allgemein
$x[n]$	$n$ -tes Element der diskreten Folge $x$
$\delta(t)$	Dirac-Impuls an der Stelle $t$
$\Delta f$	Frequenzabstand benachbarter Spektrallinien
$\varphi$	Phasenwinkel, allgemein
$\omega$	Kreisfrequenz, allgemein
$\omega_1$	Grundschwingungskreisfrequenz

# Indizierung der Ausgangsfolge $\{Y[k]\}$ der FFT in LabVIEW [6]

	$n$ ist gerade ( $k = n/2$ )		$n$ ist ungerade ( $k = (n-1)/2$ )	
	Array-Element	Entsprechende Frequenz	Array-Element	Entsprechende Frequenz
<b>Verschieben = FALSE</b> (Standardeinstellung).	$Y_0$	DC-Komponente	$Y_0$	DC-Komponente
	$Y_1$	$\Delta f$	$Y_1$	$\Delta f$
	$Y_2$	$2\Delta f$	$Y_2$	$2\Delta f$
	$Y_3$	$3\Delta f$	$Y_3$	$3\Delta f$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$Y_{k-2}$	$(k-2)\Delta f$	$Y_{k-2}$	$(k-2)\Delta f$
	$Y_{k-1}$	$(k-1)\Delta f$	$Y_{k-1}$	$(k-1)\Delta f$
	$Y_k$	Nyquist-Frequenz	$Y_k$	$k\Delta f$
	$Y_{k+1}$	$-(k-1)\Delta f$	$Y_{k+1}$	$-k\Delta f$
	$Y_{k+2}$	$-(k-2)\Delta f$	$Y_{k+2}$	$-(k-1)\Delta f$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$Y_{n-3}$	$-3\Delta f$	$Y_{n-3}$	$-3\Delta f$
	$Y_{n-2}$	$-2\Delta f$	$Y_{n-2}$	$-2\Delta f$
	$Y_{n-1}$	$-\Delta f$	$Y_{n-1}$	$-\Delta f$
<b>Verschieben = TRUE</b>	Array-Element	Entsprechende Frequenz	Array-Element	Entsprechende Frequenz
	$Y_0$	-(Nyquist-Frequenz)	$Y_0$	$-k\Delta f$
	$Y_1$	$-(k-1)\Delta f$	$Y_1$	$-(k-1)\Delta f$
	$Y_2$	$-(k-2)\Delta f$	$Y_2$	$-(k-2)\Delta f$
	$Y_3$	$-(k-3)\Delta f$	$Y_3$	$-(k-3)\Delta f$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$Y_{k-2}$	$-2\Delta f$	$Y_{k-2}$	$-2\Delta f$
	$Y_{k-1}$	$-\Delta f$	$Y_{k-1}$	$-\Delta f$
	$Y_k$	DC-Komponente	$Y_k$	DC-Komponente
	$Y_{k+1}$	$\Delta f$	$Y_{k+1}$	$\Delta f$
	$Y_{k+2}$	$2\Delta f$	$Y_{k+2}$	$2\Delta f$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$Y_{n-3}$	$(k-3)\Delta f$	$Y_{n-3}$	$(k-2)\Delta f$
	$Y_{n-2}$	$(k-2)\Delta f$	$Y_{n-2}$	$(k-1)\Delta f$
	$Y_{n-1}$	$(k-1)\Delta f$	$Y_{n-1}$	$k\Delta f$

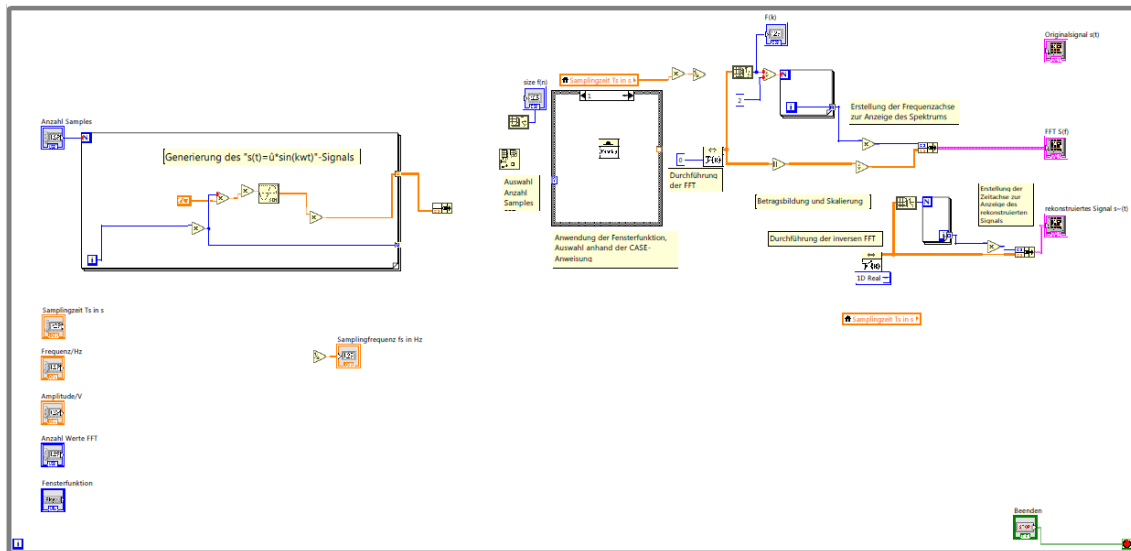


Abbildung 5: Unvollständiges Blockdiagramm der Anwendung (Verbindungen sind z. T. nicht eingezeichnet)

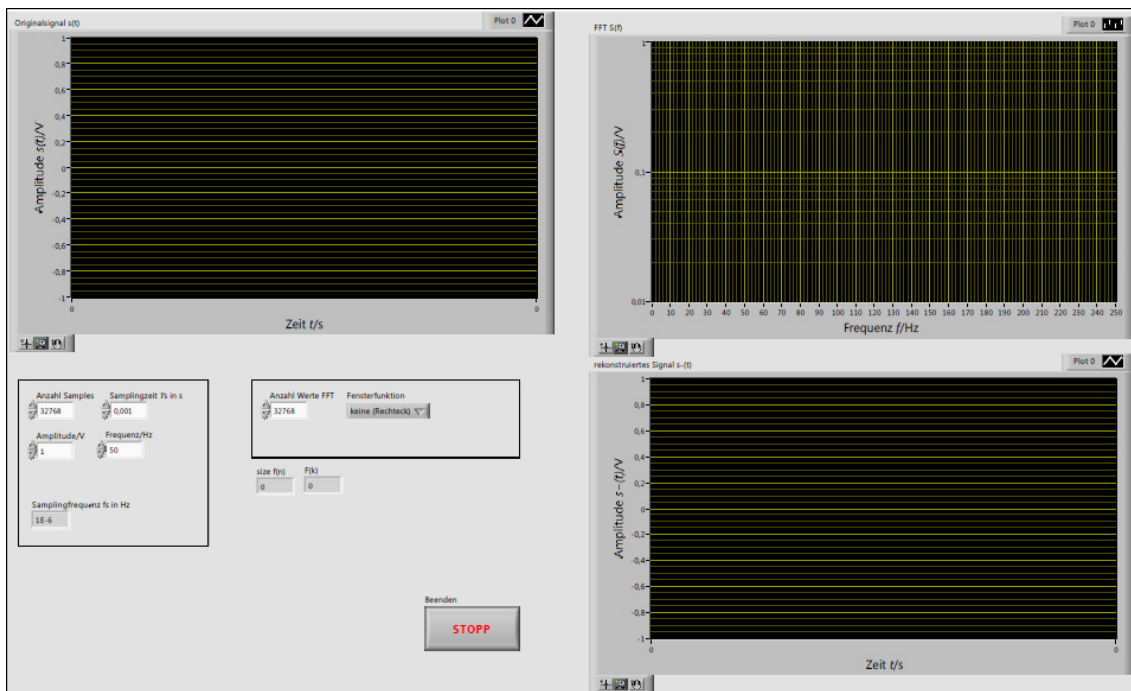


Abbildung 6: Frontpanel der Anwendung (Einstellungen sind ggf. anzupassen)