La Valeur à risque : VaR (value at Risk)

Avant de gérer ou de transférer un risque, il est nécessaire de bien comprendre quels pourraient être **l'impact sur la valeur de l'entreprise (la sévérité du risque)** et à **quelle fréquence (quelle probabilité)** ce risque pourrait affecter l'entreprise. Cette réalité à créer le besoin d'une mesure regroupant à la fois la probabilité et l'impact potentiel d'un certain risque. La VaR est un outil très répandu dans les marchés financiers dû à sa quasi-nécessité réglementaire et à sa promesse implicite d'améliorer la gestion des risques en offrant une mesure complète des risques.

La VaR est devenu un indicateur de risque largement utilisé par les établissements financiers de fait qu'elle permet d'appréhender les risques de façon globale dans une unité de mesure commune quelle que soit la nature de risque (change, taux, action, crédit,…).

La notion de VaR a été introduite, et des méthodes opérationnelles d'estimation de celle-ci mises au point, par la banque américaine JP Morgan, au début des années 1990. Le principe consiste à résumer le risque affectant un portefeuille ou une position d'actifs-passifs en une mesure unique et directement interprétable. Plus précisément, la VaR essaie de quantifier, dans un intervalle de confiance pré-spécifié (typiquement 95% ou 99%), la perte potentielle que peut subir une position isolée donnée, un portefeuille, ou la banque dans son ensemble, sur une courte période de temps (typiquement un, deux, cinq ou dix jours ouvrés) dans des conditions de marché dites « normales ».

I. Définition de la VaR

La valeur à risque est la perte maximale espérée sur un certain horizon et avec un certain niveau de confiance prédéfini.

C'est-à-dire pour un intervalle de confiance choisi et pour un horizon temporel donné, quel est le montant de perte maximale que peut engendrer mon portefeuille ou mes portefeuilles actuels?

Ainsi une banque pourrait avancer que la VaR journalière de son portefeuille est de 10 millions de Dollars avec une probabilité de 99%. En d'autres termes, il n'y a qu'une chance sur 100, pour qu'une perte supérieure à 10 millions de dollars se réalise.

$$\Pr[L_T < VaR(T,p)] = p \tag{1}$$

ou, de manière équivalente :

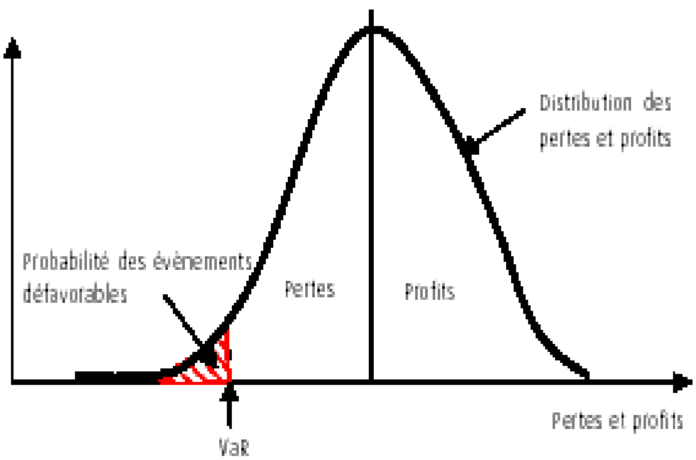
$$\Pr[L_T \geq VaR(T,p)] = 1-p \tag{1'}$$

- La perte L_T est égale à la différence entre la valeur $V0$ de la position aujourd'hui et sa valeur V_T à l'horizon T
- LT est une variable aléatoire
- La VaR représente généralement un niveau de perte à court terme qu'on atteint assez rarement

- L'horizon associé à la VaR est de quelques jours : 1 jour pour RiskMetrics, le comité de Bâle recommande 10 jours ouvrés
- Le niveau de probabilité est typiquement de 95% ou 99%.

Les équations (1)-(1') définissent la VaR et conduisent directement à son interprétation. L'équation (1) indique que *le montant de la perte de la période de durée T à venir sera inférieur à la VaR avec une probabilité p.*
L'équation (1') exprime que la perte sera supérieure à la VaR avec une probabilité 1-*p* ; ainsi, la VaR peut être interprétée comme une perte maximum avec un seuil de confiance 1-*p*.

L'interprétation graphique de la VaR est donnée par la Figure suivante, qui représente la densité de probabilité d'une perte L_T. La surface grisée, présumée égale à *p*, est la probabilité que cette perte soit supérieure ou égale à VaR(*T*, *p*) ; en fait VaR(*T*, *p*) est tel que la surface grisée est égale à une valeur *p* donnée *à priori*.



II. Méthode de calcul de la VaR

Bien que le concept de VaR soit simple, sa mise en œuvre pratique ne l'est pas. Les méthodes qui permettent son calcul sont donc diverses, souvent "ad hoc", et utilisent des outils statistiques plus ou moins évolués. Cependant, par delà leur diversité, les différentes méthodes de calcul de la VaR reposent toutes sur les principes suivants :

- toutes les positions doivent être exprimées en valeurs de marché (*marked-to-market*) pour refléter des valeurs réalistes et fiables ;
- le risque global doit être apprécié par agrégation des risques des instruments individuels entrant dans la composition du portefeuille, de sorte que les *effets de diversification* soient correctement pris en compte ;
- l'horizon *h* est court, typiquement un, cinq ou dix jours ouvrés, et le seuil de probabilité *p* faible (en général entre 1% et 5%) ;
- si le portefeuille ou la position dont on veut calculer la VaR contient une pluralité d'instruments complexes ou/et donne lieu à de nombreux flux, il doit faire l'objet d'une analyse préalable qui peut conduire à en simplifier la représentation.

Calculer la VaR, c'est estimer la distribution de pertes.
Une fois que la distribution de pertes à horizon T est estimée, la VaR est donnée par le quantile au niveau de probabilité associé à la VaR.
3 méthodes de calcul sont généralement utilisées pour estimer la distribution de pertes

- La méthode historique
- La méthode paramétrique, variance-covariance.
- La méthode de Monte Carlo

1. La VaR historique

1.1 Méthode de calcul

Cette méthode nécessite de connaître la valeur de la position dans le passé, soit le cas d'un instrument côté (indice par exemple), où il suffit de prendre l'historique des prix ou d'un portefeuille, où il faut reconstituer sa valeur passée à partir du prix des différents actifs et de la composition actuelle du portefeuille.
La série historique des prix permet de construire la distribution empirique des gains et pertes journalières, à partir de laquelle on déduit le quantile de 95% ou 99% de la distribution pour obtenir la VaR.
Autrement dit la méthode historique s'appuie sur les variations passées pour estimer la distribution des variations futures.
Supposons que nous souhaitions calculer la VaR à un jour au seuil de 99%, i.e. VaR(99%, 1j), à partir d'un historique de 500 données journalières. La première étape consiste à identifier les variables de marché pertinentes, nous prendrons ici l'exemple des prix de marché.

On collecte ainsi des données sur les 500 jours qui viennent de s'écouler. Pour chaque jour, on relève les gains et les pertes en effectuant la soustraction :(prix final – prix initial).

On classe ensuite ces 500 valeurs par ordre croissant. Finalement, pour obtenir la Value at RiskVaR(X%, 1j) il suffit de rechercher une valeur du classement en utilisant la formule suivante:

$$VaR(X\%, 1j) = N*(100\% - X\%)$$

Où N est le nombre de données historiques.

Dans notre cas, avec N=500, si l'on souhaite obtenir une VaR à 99% il suffit de relever la 5ème (500 * (100% - 99%)) valeur obtenue.

- Pour illustrer la méthode historique, nous avons récupéré les valeurs quotidiennes de clôture de l'action Apple (APPL) sur 500 jours. On calcul le gain journalier (valeur finale-moins valeur initiale) puis on trie ces valeurs.

Date	AAPL	Gains	Gains triés
30/12/2011	405	-0.12	-23.62
29/12/2011	405.12	2.48	-20.41
28/12/2011	402.64	-3.89	-15.42
27/12/2011	406.53	3.2	-15.2
23/12/2011	403.33	4.78	-14.39
22/12/2011	398.55	2.1	-12.13
21/12/2011	396.45	0.5	-11.95
20/12/2011	395.95	13.74	-10.95
19/12/2011	382.21	1.19	-10.82
16/12/2011	381.02	2.08	-10.58
15/12/2011	378.94	-1.25	-10.39
14/12/2011	380.19	-8.62	-10.32
13/12/2011	388.81	-3.03	-10.32
12/12/2011	391.84	-1.78	-10.32
09/12/2011	393.62	2.96	-10.06
08/12/2011	390.66	1.57	-10.02

Pour retrouver la VaR (en considérant que nous ne possédons qu'une action dans notre portefeuille) il suffit de relever une valeur particulière de la liste triée, en fonction de l'intervalle de confiance désiré.

Ainsi dans ce cas on a **VaR(97%, 1 jour) = -10,06$ (on lit la 500*(100%-97%) = 15ème valeur**

de la liste), et **VaR(99%, 1 jour) = -14,39$ (de même, on lit la 500*(100%-99%) = 5ème valeur).**

A partir de la VaR sur 1 jour, on peut également obtenir la VaR sur N jours ; on a ainsi

pour 10 jours : **VaR(97%, 10 jours) = -10,06 * √10 = -31,81$,**

et VaR(99%, 10 jours) = -14,39 *√ 10= **-45,51$.** Concrètement, cela signifie que si l'on garde notre action Apple pendant 10 jours et que nous la vendons à l'issue de cette période, il y a seulement 1% de chance que notre perte dépasse 45,51$.

1.2 Avantages et inconvénients

L'avantage majeur de cette méthode est sa facilité de mise en oeuvre

- Elle nécessite peu de calculs et des techniques simples

- Pas besoin d'hypothèses préalables sur la forme de la distribution

Elle souffre en revanche de nombreuses limites

- La taille de l'historique doit être suffisamment grande comparée à l'horizon de la VaR et à son niveau de confiance…
- La VaR historique renseigne surtout sur la VaR… passée !!
- La méthode est inadaptée aux produits dérivés

4. 2. La VaR paramétrique

2.1 Principe de calcul

La méthode paramétrique se déroule en 2 étapes

- La première étape consiste à décomposer les instruments de la position en fonction des différents facteurs de risque (indices actions, taux de différentes maturité, taux de change…)
- La distribution de probabilité des facteurs de risque doit être spécifiée et estimée.

Afin d'utiliser la méthode paramétrique, une hypothèse sur la distribution statistique des profits et pertes s'impose. Couramment, la distribution normale est utilisée pour modéliser les rendements d'un actif.

$$\mathbf{VaR(1j, X\%) = W\ \alpha(X\%)\sigma j}$$

Où α = est la valeur issue de la table de la loi normale centrée réduite, telle que P (Z> α) = X%. (Poids associé au degré de confiance (X%))

La valeur critique associée à un niveau de confiance de 95% est 1.64.

La valeur critique associée à un niveau de confiance de 99% est 2.33.

W= la richesse investie.

σ_j = écart type journalier du portefeuille. Si est la volatilité annuelle σ_A, on a $\sigma_{j=}\frac{\sigma_A}{\sqrt{252}}$ où 252 représente le nombre de jours de bourse sur une année.

Ainsi La VaR pour un actif ou un portefeuille d'actifs est déterminée en faisant le produit de trois facteurs :

- la valeur au marché de la position;
- la sensibilité du prix de l'actif au mouvement du marché;
- la taille du mouvement de marché défavorable.

2.1.1 Calcul de la VaR d'une position en action ou un portefeuille d'action (risque bousier)

Dans ce cas on peut calculer la VaR d'un investissement est donnée par la formule suivante

$VaR = W\ \alpha\sigma\sqrt{t}$

Le changement de l'horizon temporel est réalisé à partir de la racine carrée du temps. On passe très simplement de la Value at Risk pour 1 jour à celle pour N jours par la relation suivante :

$$\mathbf{VaR(N\ jours, X\%) = \sqrt{N}\ \ VaR\ (1jours, X\%\ )}$$

Ainsi le passage d'une VaR à 1 jour à une VaR à 10 jours se fait:

$VaR(10j, X\%) = VaR\ (1j,X\%)\ \sqrt{10}$

2.1.2 Calcul de la VaR d'une position en devise (risque de change)

VaR = W(valeur de la position en devise)* le taux de change*σ(écart type du taux de change)* α*$\sqrt{t}$

(valeur de la position en devise)* le taux de change = valeur de la position en monnaie nationale.

Exemple :

supposons une entreprise canadienne qui détient une position de 140 million de $. Le taux de change est de 1CAD = 1,4 USD. On suppose un écart type quotidien du taux de change de 0,389%.

Exposition : l'exposition correspond à la valeur marchande dans la devise de la firme. Donc, si le taux de change est de 1.40 CAD/USD, alors la valeur marchande de la position est de 140,000,000 * 1/1.4 = 100,000,000 USD (dollars américains).

Risque : 1.65 * 0.389% = 0.642% ; ce qui veut dire que le taux de change ne devrait pas varier de plus de 0.642% dans 95% des cas.

Donc, VaR = 100,000,000$ * 0.642% = 641,850$

2.1.3 Calcul de la VaR d'une position obligations (risque de taux d'intérêt)

VaR = W* durée modifiée*σ(écart type du taux d'intérêt)* $\alpha*\sqrt{t}$

Durée modifiée D*= D/(1+r) avec D = duration de l'obligation

r est le taux actuariel (taux de rendement à maturité).

La duration représente la durée de vie moyenne des flux actualisés. $D = \dfrac{\sum_{t=1}^{T} \dfrac{t \times F_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^{T} \dfrac{F_t}{(1+i)^t}}$

D : duration

F_t cash flow de la période

t : période d'occurrence des flux

i : taux de rendement actuariel du marché.

2.1.4 VaR agrégéé

Le problème quand on dispose de plusieurs portefeuilles, comme dans le cas d'une grande banque, est d'agréger les mesures. Malheureusement, une VaR agrégée n'est pas la moyenne pondérée ni la somme de toutes les VaR des différents portefeuilles.

Pour obtenir la valeur à risque d'un portefeuille comprenant divers types d'actifs, on doit tenir compte des corrélations entre les mouvements des différents marchés. La VaR est calculée en prenant la racine carrée de la somme des VaR au carré en additionnant tous les termes mixtes de la forme $2r_{ij}VaR_iVaR_j$, où r_{ij} est la corrélation entre les marchés i et j et VaR_k est la VaR dans le marché k.

$$\text{VaR agrégéé} = \sqrt{VaR_i^2 + VaR_j^2 + 2\rho_{ij}VaR_iVaR_j}$$

Afin de bien voir l'effet des corrélations, voici deux exemples reliés :

Exemple 1

Le problème quand on dispose de plusieurs portefeuilles, comme dans le cas d'une grande banque, est d'agréger les mesures. Malheureusement, une VaR agrégée n'est pas la moyenne pondérée ni la somme de toutes les VaR des différents portefeuilles.

Pour obtenir la valeur à risque d'un portefeuille comprenant divers types d'actifs, on doit tenir compte des corrélations entre les mouvements des différents marchés. La VaR est calculée en prenant la racine carrée de la somme des VaR au carré en additionnant tous les termes mixtes de la forme $2r_{ij}VaR_iVaR_j$, où r_{ij} est la corrélation entre les marchés i et j et VaR_k est la VaR dans le marché k.

$$\text{VaR agrégéé} = \sqrt{VaR_i^2 + VaR_j^2 + 2\rho_{ij}VaR_iVaR_j}$$

Afin de bien voir l'effet des corrélations, voici deux exemples reliés :

Exemple 1

Supposons qu'une entreprise *américaine* ait une position longue de $140 millions dans une obligation d'une durée modifiée de 2 ans du gouvernement *canadien*. Quelle est la VaR sur une période de 1 jour si l'on veut une probabilité de 5% de sous-estimer la perte ? On suppose un écart type de variation du taux de change de 0.389% et un écart type pour les variations du taux d'intérêt de 0.556%

Exposition : la différence avec l'exemple précédent est que l'entreprise est maintenant en présence de deux types de risque de marché, soit le risque que la valeur de l'obligation varie en fonction du taux d'intérêt en cours en plus du taux de change en vigueur entre les États-Unis et le Canada. L'exposition est de $100 millions quand même, mais tient maintenant compte de deux facteurs de risque.

Risque : Risque de taux d'intérêt = 100,000,000$ * 2 * 1.65 * 0.556% = 1,834,800$

Risque de taux de change = 100,000,000$ * 1.65 * 0.389% = 641,850$

Cependant, la VaR totale de l'obligation n'est pas simplement la somme des deux VaR à cause de la corrélation existante entre les deux marchés. Si on estime que la corrélation entre le taux de change et la valeur de l'obligation est de –0.27, alors la VaR agrégée est :

VaR = racine $((1.8348)^2 + (0.64185)^2 + (2 * -0.27 * 1.8348 * 0.64185))$

= 1,772,700 USD

2.1.5 La VaR Marginale

Souvent les analystes calculent des mesures supplémentaires pour mieux comprendre la VaR. Considérons l'actif i de proportion xi.

La Var marginale est étroitement liée au bêta du MEDAF. La VaR marginale est élevée (respectivement faible) pour un actif ayant un bêta élevée (respectivement faible). Dans certain cas la VaR marginale est négative indiquant que l'augmentation de la pondération d'un actif réduit le risque du portefeuille.

La VaR marginale correspond à la sensibilité de la VaR au montant investi dans cet actif :

$$\frac{\partial VaR}{\partial x_i} = \beta_{iP}\frac{VaR_p}{P}$$

avec P la valeur du portefeuille et β_{iP} le bêta de l'actif i par rapport au portefeuille. $\frac{Cov_{iP}}{\sigma_P}$

La Var marginale est étroitement liée au bêta du MEDAF. La VaR marginale est élevée (respectivement faible) pour un actif ayant un bêta élevée (respectivement faible). Dans certain cas la VaR marginale est négative indiquant que l'augmentation de la pondération d'un actif

2.1.6 La VaR Incrémentale

La VaR incrémentale permet de connaître l'ajout ou la soustraction de risque qui survient lorsqu'on rajoute (enlève) un certain titre au portefeuille en place.

La notion de VaR incrémentale ou IvaR (*incremental VaR*) est particulièrement pertinente puisqu'elle permet de :

- Identifier les sources de risque auxquelles l'investisseur fait face; ce qui permet d'avoir plus d'information pour gérer les positions prises sur chaque actif ;
- Avoir davantage d'information afin d'ajuster le rendement par rapport au risque encouru ;
- Déterminer l'impact d'une décision d'achat ou de vente d'actif sur la VaR du portefeuille.

La VaR incrémentale d'un actif X est égale à la VaR du portefeuille calculée *avec* la position considérée dans l'actif X moins la VaR du portefeuille calculée *sans* la position considérée dans l'actif X.

En résumé, pour trouver la VaR incrémentale, on soustrait la VaR du portefeuille initial de la VaR du portefeuille avec le changement considéré.

Généralement, la VaR incrémentale entraîne des calculs relativement longs si le nombre d'actifs est élevé. Afin de remédier à ce problème, on peut avoir recours à une *approximation* pour le calcul de la VaR incrémentale.

IvaR = x% * $\beta_{X,P}$ * VaR du portefeuille initial = x *VaR marginale.

Il est important de noter que, contrairement à la VaR absolue ou à la VaR relative, la VaR incrémentale peut être négative, ce qui signifie que le titre contribue négativement au risque du portefeuille initial ; il s'agit donc plutôt d'une couverture

2.1.7 La VaR Individuelle

La VaR individuelle du titre i au sein du portefeuille est donnée par la formule suivante:

VaR individuelle = $\alpha \sigma_i x_i$ P

avec P la valeur du portefeuille et x_i est le poids de l'actif i.

2.1.8 La composante de la VaR (component VaR)

On vu que la composition de la VaR sur base des VaR individuelles n'est pas possibles. La solution consiste à définir la composante de la VaR relative au titre i par la VaR marginale affectée d'un poids égal à la proportion de i dans le portefeuille.

a $\sum_{i=1}^{n} component\ VaR_i = VaR_p$ et contribution en % = $\frac{component\ VaR_i}{VaR_p}$

3. La VaR par la simulation de Monte Carlo

La méthode de Monte-Carlo est une méthode numérique, qui utilise des tirages aléatoires pour réaliser le calcul d'une quantité déterministe. Dans le cas du calcul de Value at Risk, cette méthode est à mettre en parallèle avec la méthode historique.

Concrètement on ne va non plus prendre des données historiques, mais simuler ces données de manière aléatoire. De la même manière, on relèvera alors les gains et pertes réalisés, à la suite de quoi on triera de nouveaux ces-derniers de manière croissante puis nous relèverons une des données en fonction de la précision désirée.

Ainsi, si l'on simule 500 trajectoires aléatoires de prix et que l'on souhaite récupérer une

VaR à 99%, il suffira de lire dans notre liste croissante de gains et de pertes la 5ème valeur (500*(100%-99%)).

Si l'on connaît le processus stochastique que suit le rendement d'un instrument financier ou d'un portefeuille de titres, alors la distribution des rendements futurs peut être estimée à l'aide d'une simulation de Monte Carlo.

Par exemple, en ce qui concerne les prix des actions, les chercheurs ont pu démontrer qu'ils suivent généralement un *mouvement Brownien géométrique*. Si on a une estimation des mouvements, des volatilités ainsi que des corrélations pour un échantillon d'actions, la distribution du taux de rendement du portefeuille composé de ces actions peut être trouvée grâce à la technique de Monte Carlo.

Les changements de prix des actions sur une période prédéfinie sont générés aléatoirement selon le mouvement stochastique choisi et selon les paramètres (volatilité, corrélations, etc.) estimés. Chaque simulation génère un certain chiffre et il suffit alors de faire plusieurs simulations (par exemple 1 000) afin d'obtenir la distribution des rendements du portefeuille. Avec la fonction de probabilité trouvée, il suffit donc de suivre le même procédé que pour la méthode numérique ci-dessus, c'est-à-dire définir un rendement critique pour lequel x% de la distribution est inférieure.

Le modèle de MGB (GBM) est de la forme suivante :

$$ds(t) = \mu S_t dt + \sigma S_t dz_t$$

La discrétisation du processus selon le schéma d'Euler est de la forme suivante :

$$S_{t+\Delta} = S_t + (\mu S_t)\Delta t + \sigma S_t \sqrt{\Delta t \varepsilon_{t+\Delta}} \qquad \text{tel que } \varepsilon_{t+\Delta} \approx N(0.1)$$

4. VaR d'une position en option

4.1 VaR d'une position en option « Delta Normal »

Il est difficile d'obtenir une expression analytique de la distribution des pertes lorsque la position contient des options

- Le prix d'une option ne varie pas linéairement avec celui du sous-jacent
- On ne sait réellement agréger que des distributions normales

Si le prix du sous-jacent suit une loi normale, il en est de même pour le prix de l'option.

Si Δx la rentabilité de l'action sur un jour $\Delta x = \frac{\Delta S}{S}$

Une relation approximative ente ΔC et Δx est ΔC =*d* SΔx

4.2 Développement à l'ordre 2 « Delta Gamma »

Pour prendre en compte la convexité des options, il faut poursuivre le développement du prix des options à l'ordre 2

$$\Delta C = d\Delta S + 1/2 G\Delta S^2 \text{ avec } d = \partial C/\partial S \text{ et } G = \partial^2 C/\partial S^2$$

$$\text{Soit } \Delta C = Sd\Delta x + 1/2 G\, S^2 \Delta x^2$$

5. Quelle alternative à la VaR: La VaR conditionnelle

La CVaR, c'est la moyenne du pire

$$CVaR(T, p) = \mathrm{E}[L_T \mid L_T > VaR(T, p)]$$

Contrairement à la VaR, la CVaR prend en compte l'ensemble des pertes extrêmes.

5.1 L'approche paramétrique

$$CVaR = \sigma * Z \ telle\ Z = \frac{1}{p} * \frac{1}{\sqrt{2\pi}} * exp * (-0.5 * z^2)$$

5.2 L'approche historique

Cas d'une position de 500,000 actions sur le titre A (cours : 10 EUR)

-L'ES à 99% est déterminée en faisant la moyenne des 100 pires pertes.

Illustration:

- cas d'une position de 500,000 actions sur le titre A (cours : 10 EUR)

Nombre de scénarios : 10,000

Détermination du quantile à 99%

La VaR correspond au quantile à 99%
(100e pire sur 10,000), ie -595KEUR
-L'ES à 99% est déterminée en faisant la moyenne des 100 pires pertes.

Niveau confiance	VaR	ES
99%	- 595	- 691
95%	- 424	- 531

6. Le backtesting de La VaR

5.1 Définition

▫ **Le backtesting de la VaR a comme double objectif de :**

-Valider l'adéquation du modèle statistiquement, en vérifiant si le degré de couverture observé empiriquement correspond au niveau de confiance théorique de 99%. Pour ce faire, on compte le nombre de dépassements de backtesting, i.e. le nombre de fois où la perte observée dépasse la VaR.

-Valider le modèle de VaR en tant que mesure de capital réglementaire. La VaR permet-elle d'allouer des exigences de fonds propres suffisantes afin de couvrir les pertes observées ?

▫ **Le backtesting n'est donc pas une mesure de risque de marché, mais une procédure statistique permettant de juger, a posteriori, de la qualité du modèle de VaR.**

5.2 Utilisation

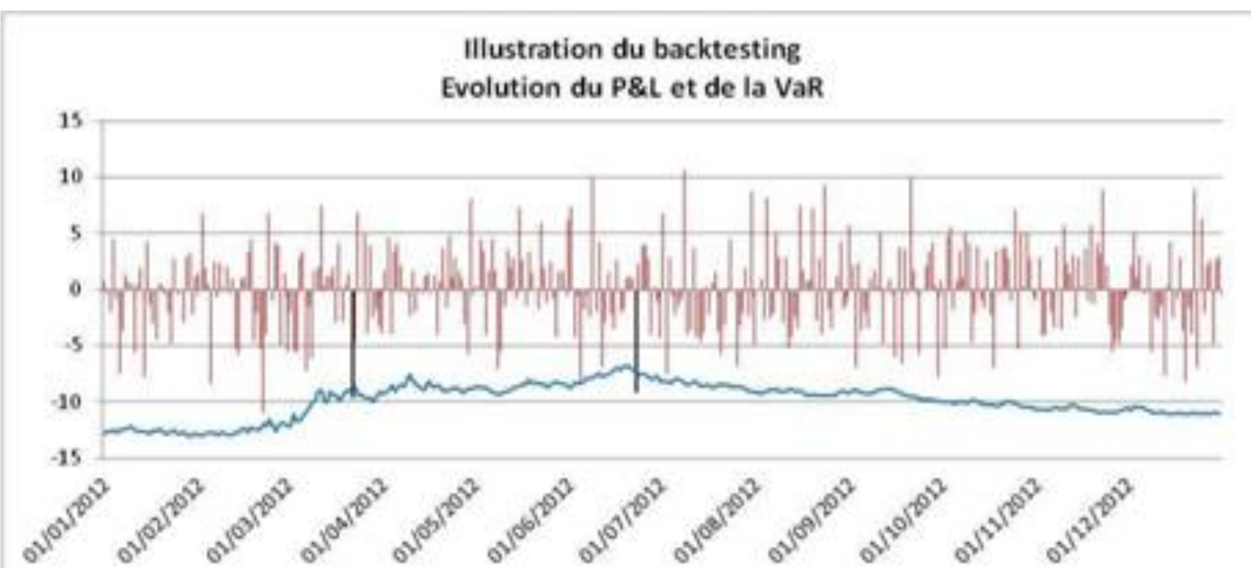
▫ Le nombre de dépassements de backtesting observés sur l'année glissante intervient directement dans la détermination des exigences de fonds propres réglementaires.

▫ La fréquence des dépassements et leur amplitude renseignent également sur la qualité du modèle de VaR.

▫ Le backtesting peut permettre d'identifier les facteurs de risque qu'il pourrait être nécessaire d'intégrer dans le modèle de VaR. En effet, un nombre trop important de dépassements peut être expliqué par la non prise en compte d'un risque important pour le portefeuille sur lequel la VaR est calculée.

Illustration

▫ **2 dépassements sur l'année glissante :**



7. La Stressed VaR (SVaR)

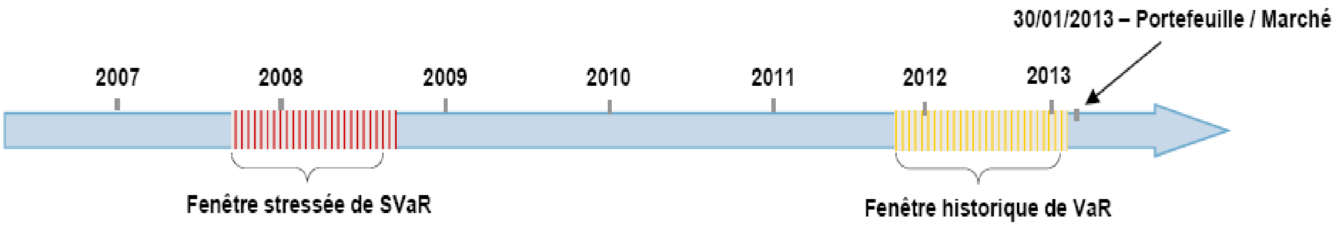
7.1 Les différences entre la VaR et la SVaR

La fenêtre stressée doit correspondre à une période de stress de 12 mois continus représentative du portefeuille de la banque. L'adéquation de cette fenêtre aux positions de la banque doit être revue au moins annuellement.

La SVaR ne fait pas l'objet d'un backtesting, contrairement à la VaR.

La SVaR doit être calculée au minimum de façon hebdomadaire.

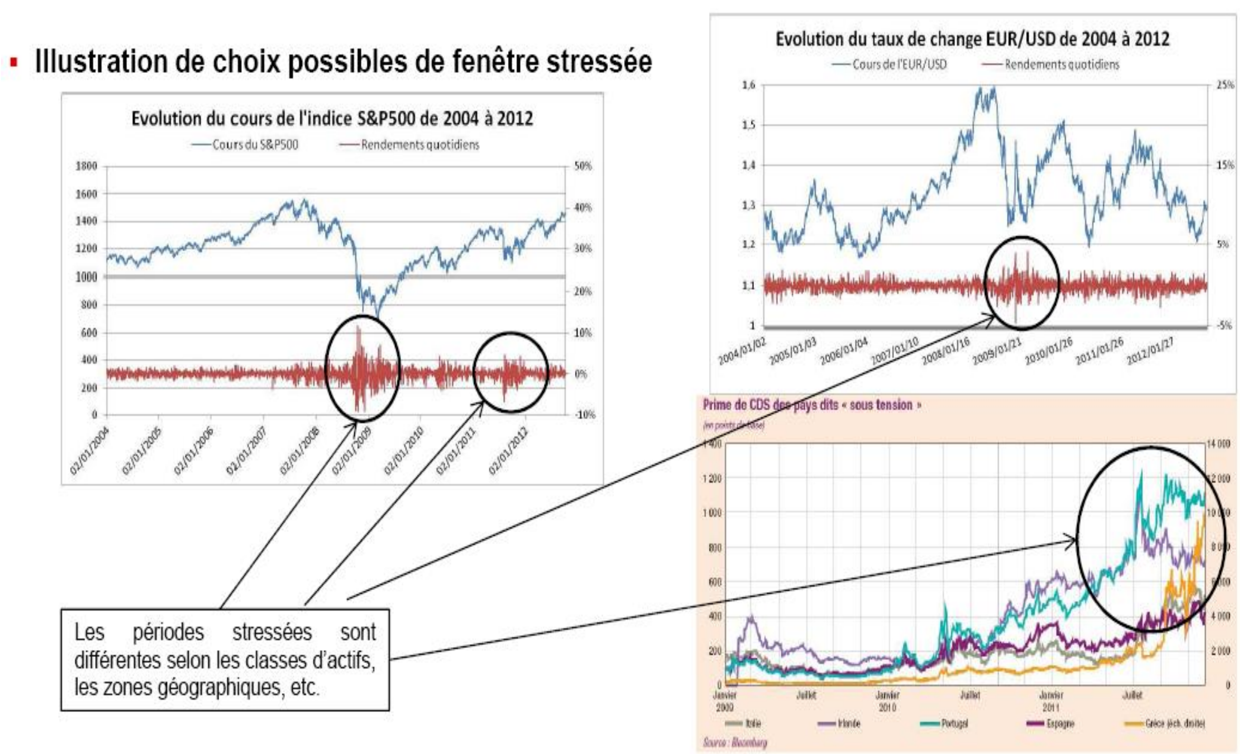
▫La fenêtre stressée pouvant être assez éloignée dans le passé, le calcul de la SVaR soulève d'autant plus la question des historiques de données manquantes.



7.2 La méthode de détermination de la fenêtre stressée

La fenêtre stressée doit correspondre à une période de stress de 12 mois continus représentative du portefeuille de la banque. L'adéquation de cette fenêtre aux positions de la banque doit être revue au moins annuellement.

La méthode de détermination de la fenêtre stressée peut faire appel à des critères qualitatifs que quantitatifs; néanmoins, il n'existe pas de méthode standard. Cette information n'est pas publique.



8. Les stress Tests

8.1 Définition

La VaR est calculée à partir de scénarios historiques passés, elle repose donc sur un échantillon historique de taille limitée et sur les événements observés sur cette période, ce qui ne permet pas de capturer les événements extrêmes.

La VaR est complétée par des stress tests (scénarios de crise) qui permettent d'estimer les pertes résultant d'évolutions extrêmes des paramètres de marché (niveaux de confiance plus élevés) sur des horizons temporels pouvant être supérieurs à celui de la VaR : 1 mois, 3 mois, etc.

Les différents types de scénarios de stress

Sensibilité

- Historiques
- Hypothétiques (ou théoriques)
- Adverses.

8.2 Scénarios « sensibilité »

Analyse du profil de risque d'un portefeuille de trading.

Ces scénarios de stress de type « sensibilité » permettent de quantifier la sensibilité du prix d'un portefeuille à un paramètre de marché ou plusieurs simultanément. En particulier, ces scénarios permettent d'évaluer la convexité du portefeuille pour des scénarios d'amplitude limitée mais aussi plus extrêmes.

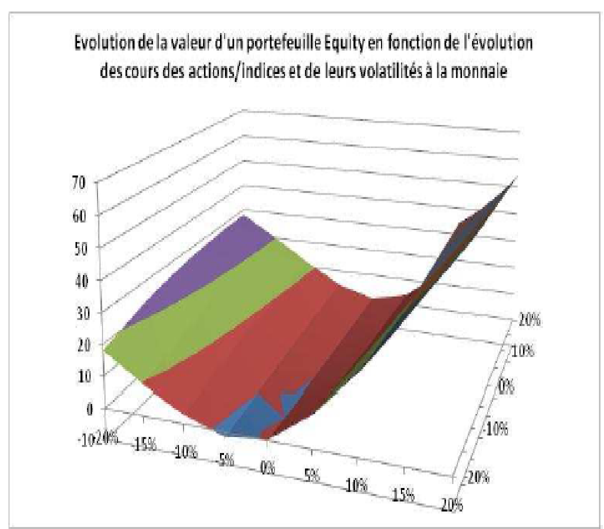
Un portefeuille Equity en fonction des cours des actions/indices et de leurs volatilités

-La ligne horizontale représente l'évolution du prix du portefeuille pour différents scénarios de déformation des cours des actions et indices.

-La ligne verticale représente l'évolution du prix du portefeuille pour différents scénarios de déformation des volatilités à la monnaie des actions et indices.

-La case bleue représente l'évolution du prix du portefeuille (gain de 11.2MEUR) suite à l'application d'un scénario de baisse de l'ensemble des cours de 10% accompagnée d'une hausse des volatilités de 15%.

		dS/S								
		-20%	-15%	-10%	-5%	0%	5%	10%	15%	20%
	-20%	18,1	9,6	2,9	-1,5	0,3	10,1	24,4	44,8	69,8
	-15%	20,6	12,0	4,4	-0,8	0,0	8,9	22,6	42,7	67,2
	-10%	23,0	14,0	6,0	0,2	-0,2	7,6	21,1	40,6	64,9
	-5%	24,8	15,6	7,3	1,0	0,0	6,8	19,6	38,7	62,8
dvol/vol	0%	26,1	17,1	8,5	1,8	0,0	6,0	18,4	37,1	60,8
	5%	27,0	18,2	9,5	2,6	0,2	5,3	17,3	35,5	58,9
	10%	27,6	19,1	10,4	3,3	0,3	4,8	16,3	34,1	57,1
	15%	28,0	19,7	11,2	3,8	0,5	4,3	15,5	32,9	55,6
	20%	27,9	20,2	11,9	4,4	0,6	4,0	14,8	31,8	54,1



8.3 Scénarios historiques

Les scénarios de stress historiques sont déterminés à partir de scénarios passés correspondant à des événements extrêmes : Octobre 1987, Crise asiatique de 1997, 11 Septembre 2001, Crise des Subprimes, la faillite de Lehman, etc.

Ces scénarios de stress permettent d'évaluer les impacts sur le P&L d'une situation de crise passée sur les positions actuelles du portefeuille de négociation de la Banque.

Quelques exemples de scénarios de stress historiques

- 1987 : le lundi noir, 19 octobre 1987
- 1997 : crise asiatique
- 1998 : LTCM et le scénario de défaillance de la dette russe
- 2001 : 11/09, attaques terroristes aux Etats-Unis
- 2007-2008 : crise des Subprimes
- 2008 : faillite de Lehman
- 2011 : crise de la dette, etc

8.4 Scénarios hypothétiques

Contrairement aux stress historiques qui reposent sur des situations de crise observées par le passé, les scénarios de stress hypothétiques reposent sur des scénarios probables compte tenu de la situation économique actuelle et d'évolutions extrêmes qui pourraient survenir. Ces scénarios sont déterminés conjointement avec des économistes.

Quelques exemples de scénarios de stress hypothétiques

-Que se passerait-il en cas de sortie de la Grèce de l'Euro ?

-Que se passerait-il en cas d'éclatement de la zone Euro ?

8.5 Scénarios adverses

Les scénarios de stress adverses permettent de tenir compte des situations que l'établissement identifie comme étant les plus défavorables, sur la base des caractéristiques de son portefeuille.

Série N 1 : Evaluation des risques financiers

Exercice 1

Soit un investisseur allemand qui a constitué un portefeuille comme suit :
350000 € investis dans un l'actif A et 650000 € investis dans l'actif B.
Les volatilités annuelles respectives de A et B sont égales à 31,75% et 28,58% et le coefficient de corrélation entre les deux est de 0,3. L'intervalle de confiance est de 99% (α = 2.33).

1/ Calculer la volatilité du portefeuille?

2/ Calculer les VaR individuelles pour un intervalle de confiance de 99% et un horizon de 1 jour. Déduire La VaR non diversifiée du portefeuille.

3/ Calculer la VaR diversifiée du portefeuille pour un intervalle de confiance de 99% et un horizon de 1 jour.

4/ Comparer les deux VaR et interpréter.

5/ Calculer la VaR marginale de l'action A et celle de l'action B.

6/ Calculer la VaR incrémentale suite à une acquisition supplémentaire de 40000 € de l'action A et 20000 € de l'action B.

7/ Calculer les composantes de la VaR et les pourcentages de contributions?

Ce même investisseur a investi 500000 € dans une obligation à coupon de maturité 3 ans. Le taux de coupon est de 6% et la volatilité annuelle du taux d'intérêt est de 22.23%. Le taux actuariel est de 10%. On suppose que le taux de corrélation entre le marché des actions et le taux d'intérêt est de 0.2

8/ Calculer la VaR de la position en obligations pour un intervalle de confiance de 99% et un horizon de 1 jour.

9/ Déduire La VaR de l'ensemble des investissements pris par l'investisseur allemand.

Si on a une option qui porte sur 100 actions X. Le delta global est égal à 62 et le gamma global est égal à 18. Le cours de l'action est de 20 EUR. La volatilité journalière de l'action est de 1%.

10/ Calculer la VaR de cette option pour un intervalle de confiance de 99% et un horizon de 1 jour.

Exercice 2

Un portefeuille contient des options sur actions « XL » et « ABS » ayant les caractéristiques suivantes :

Sous jacent	Delta de l'option	Prix de l'action	Volatilité journalière du rendement des actions	$\rho_{XL,ABS}$
XL	100	120	2%	0,3
ABS	2000	30	1%	

Calculer la perte potentielle maximale à un niveau de confiance de 95% et un horizon de 5 jours.

Exercice 3

On vous communique le tableau suivant présentant l'évolution journalière des prix des actions Carrefour et Michelin ainsi que celle du portefeuille composé à part égale des deux actions.

prix Carrefour	prix Michelin	valeur du portefeuille	pertes et gains	pertes et gains triés
30.42	88.76	59.59		
28.049999	88.83	58.4399995	-1.1500005	-21.3425
22.955	67.04	44.9975	-13.4424995	-21.3149995
28	90.72	59.36	14.3625	-21.0374995
26.870001	86.84	56.8550005	-2.5049995	-20.6674995
25.705	75.06	50.3825	-6.4725005	-17.7275005
28.549999	83.19	55.8699995	5.4874995	-17.13
30.27	95.49	62.88	7.0100005	-16.4675
25.014999	77.62	51.3174995	-11.5625005	-16.459999
31.68	97.57	64.625	13.3075005	-15.8125
28.014999	90.7	59.3574995	-5.2675005	-15.6124995
….	….	….	….	….

1/ Si on suppose que le nombre d'observations est de 500, calculer la VaR historique pour un intervalle de confiance de 99% et un horizon de 10 jours.
2/ Calculer l'Expected Shortfall (ES) pour un intervalle de confiance de 99% et un horizon de 1 jour.