Lab 1
Polinomial dalam Sistem Kendali

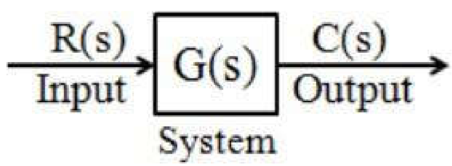
1.1 Tujuan Praktikum

Mengenalkan Matlab sebagai salah satu perangkat lunak dalam analisis maupun perancangan sistem kendali
Menguasai pemanfaatan polinomial dan simbol dalam Matlab sebagai dasar dari pemodelan suatu sistem kendali
Memahami model fungsi alih sistem dalam Matlab

1.2 Dasar Teori

1.2.1 Ranah frekuensi sebagai model sistem kendali konvensional

Dalam perancangan sistem kendali konvensional, suatu sistem kendali dinyatakan dalam ranah frekuensi setelah melalui tahapan transformasi Laplace. Model sistem yang secara fisis dinyatakan dalam ranah waktu dikenai transformasi Laplace dimana dalam ranah tersebut, sistem dapat dengan mudah dianalisis karena sifat-sifatnya beserta bentuknya yang jauh lebih sederhana. Dalam bentuk diagram blok, hubungan antara masukan dan luaran sistem beserta representasi sistem tersebut dapat dinyatakan dalam gambar berikut.



Dalam gambar tersebut, $R(s)$ merupakan masukan sistem, $C(s)$ adalah luaran sistem dan $H(s)$ adalah representasi sistem atau disebut sebagai fungsi alih (*transfer function*) sistem. Dalam bentuk matematik, fungsi alih $H(s)$ dinyatakan sebagai hubungan antara dua buah polinomial $b(s)$ dan $a(s)$ seperti ditunjukkan dalam persamaan berikut:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = H(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$$

$$H(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_0}$$

$$H(s) = \frac{\sum_m b_m s^m}{\sum_n a_n s^n}$$

1.2.2 Polinomial dalam Matlab

Dalam Matlab, suatu polinomial $p(t) = a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + \cdots + a_0$ dapat dinyatakan dalam dua bentuk. Yang pertama adalah menyatakan koefisien-koefisien polinomial dalam vektor baris dan yang kedua adalah menyatakan secara langsung dalam bentuk persamaan dengan membuat sebuah simbol dalam Matlab sebagai variabel dari polinomial tersebut.

Sebagai contoh, suatu polinomial berikut:

$$p(t) = t^3 - t^2 - 4t + 4$$

Dalam bentuk matriks polinomial, suatu vektor diisi nilai yang mewakili koefisien vektor dari yang terbesar hingga terkecil.

```
p_poly = [1 -1 -4 4]    % vektor koefisien polinomial p(t)
p_4 = polyval(p,4)      % nilai p(t) pada t=4
r = roots(p)            % r sebagai akar-akar dari p(t)
```

Dalam bentuk simbolis, suatu variabel bertipe simbol, t, perlu didefinisikan untuk kemudian digunakan sebagai variabel dari polinomial yang akan dibuat.

```
syms t                  % t bertipe simbol dalam Matlab
p_sym = t^3-t^2-4*t+4 % deklarasi persamaan p(t)
```

Dua bentuk tersebut dapat saling dialih representasi sebagai berikut

```
p_sym = poly2sym(p_poly)     % polinomial ke simbolik
p_poly = sym2poly(p_sym)     % simbolik ke polinomial
koef = coeffs(p_sym)         % koefisien tak-nol polinomial
```

1.2.3 Polinomial sebagai representasi fungsi alih

Representasi sistem yang telah dinyatakan dalam bentuk fungsi alih $H(s)$ memiliki pondasi matematik dalam bentuk polinomial. Dalam hal ini $H(s)$ dinyatakan dalam bentuk dua buah polinomial $b(s)$ dan $a(s)$ yang masing-masing sebagai pembilang dan penyebut. Analisis fungsi alih yang sekaligus mewakili analisis dari suatu sistem tidak dapat dipisahkan dari bentuk matematik fungsi alih sehingga pemahaman mengenai bentuk-bentuk dari fungsi alih $H(s)$ perlu dikenal.

Misalkan suatu fungsi alih

$$H(s) = \frac{s + 2}{s^3 + 4s^2 + 3s}$$

Bentuk pecahan parsial merupakan bentuk yang penting karena menampilkan masing-masing kutub (*pole*) sebagai pecahan tersendiri. Bentuk ini direpresentasikan di Matlab dalam variabel-variabel *c*, *p*, dan *k* yang sesuai dengan persamaan berikut:

$$H(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{c_1}{s - p_1} + \frac{c_2}{s - p_2} + \cdots + \frac{c_n}{s - p_n} + k_s$$

Dengan p_i adalah kutub-kutub, c_i adalah sisa hasil bagi (*residue*), dan k_s adalah hasil bagi (*quotient*).

```
num = [1 2]                  % koefisien pembilang
den = [1 4 3 0]              % koefisien penyebut
[c,p,k] = residue(num,den) % hasil bagi polinomial num oleh
den
[num,den] = residue(c,p,k) % pembilang dan penyebut dari c,p,k
```

Secara khusus dalam bentuk fungsi alih yang disediakan melalui *toolbox* dalam Matlab, disediakan fungsi untuk mengubah koefisien pembilang dan penyebut dari suatu fungsi alih menjadi variabel khusus bertipe *tf*.

```
sys_tf = tf(num,den)         % fungsi alih dinyatakan dalam tf
```

Dalam bentuk lain, fungsi alih dapat dinyatakan dalam bentuk model *zero-pole-gain* (model zpk) yang bersesuaian dengan bentuk persamaan berikut:

$$H(s) = K\frac{(s - z_1)\ \dots\ (s - z_m)}{(s - p_1)\ \dots (s - p_n)}$$

Bentuk tersebut disusun dengan fokus pada *pole* dan *zero* dari sistem yang dianalisis.

```
sys_zpk = zpk(z,p,k)   % fungsi alih berdasar zero-pole-gain
```

Dengan *z* merupakan vektor *zero*, *p* adalah vektor kutub (*pole*), dan *k* adalah penguat (*gain*).

Kedua bentuk tersebut dapat saling dialih bentuk sebagai berikut

```
[num,den] = zp2tf(z,p,k)
sys_tf = tf(num,den)
[z,p,k] = tf2zp(num,den)
sys_zpk = zpk(z,p,k)
```

Seperti halnya polinomial, fungsi alih juga dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan dengan membentuk suatu simbol. Dalam hal ini, simbol untuk fungsi alih harus didefinisikan khusus sebagai simbol dalam fungsi alih.

```
s = tf('s')       % s sebagai simbol fungsi alih kontinyu
sys = (s+2)/(s^3+4*s^2+3*s)
s = zpk('s')      % s sebagai simbol fungsi alih model z-p-k
sys = (s+2)/(s^3+4*s^2+3*s)
```

1.3 Praktikum

Nyatakan polinomial $p(s)$, $q(s)$ dan $r(s)$dalam bentuk matriks polinomial dan simbolis

$$p(s) = s^2 + 2s + 1$$
$$q(s) = s + 1$$

a. Tentukan polinomial $r(s) = p(s) \times q(s)$. (petunjuk: gunakan perkalian dalam bentuk simbolis atau gunakan matriks polinomial dan fungsi *conv* untuk konvolusi matriks *p* dengan *s*)
b. Tentukan akar-akar dari setiap polinomial tersebut

Perhatikan sistem yang direpresentasikan oleh $G(s)$ dan $H(s)$ berikut

$$G(s) = \frac{2s^3 + 5s^2 + 3s + 6}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}$$
$$H(s) = \frac{s^2 + 2s + 3}{(s + 1)^3}$$

c. Nyatakan kedua sistem dalam bentuk pecahan parsial.
d. Tentukan *zero*, *pole*, dan *gain* (z-p-k) dari kedua sistem tersebut.
e. Nyatakan kedua sistem dalam bentuk fungsi alih kontinyu.
f. Nyatakan kedua sistem dalam model zpk.