Definição de Limite

$a)\ \lim_{x \to 2} x^2$

$b)\ \lim_{x \to 1} (3x + 1)$

$c)\ \lim_{x \to -2} (4x + 1)$

$d)\ \lim_{x \to 10} 5$

$e)\ \lim_{x \to -9} 50$

$f)\ \lim_{x \to -1} (-x^2 - 2x + 3)$

$g)\ \lim_{x \to 4} \sqrt{x}$

$h)\ \lim_{x \to -3} \sqrt[3]{x}$

$i)\ \lim_{x \to -8} \sqrt{5}$

$j)\ \lim_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 9}{x - 3}$

$l)\ \lim_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 9}{x + 3}$

$m)\ \lim_{x \to -1} \dfrac{x^2 - 9}{x - 3}$

$n)\ \lim_{x \to \frac{1}{2}} \dfrac{4x^2 - 1}{2x - 1}$

$o)\ \lim_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$

$p)\ \lim_{x \to -\frac{1}{3}} \dfrac{9x^2 - 1}{3x + 1}$

$q)\ \lim_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3}$

$r)\ \lim_{x \to 3} \dfrac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{3}}{x - 3}$

$s)\ \lim_{x \to 2} \dfrac{\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{2}}{x - 2}$

Limites Laterais

a) $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{|x-1|}{x-1}$

b) $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{|x-1|}{x-1}$

c) $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ em que $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{se } x \geqslant 1 \\ 2x & \text{se } x < 1 \end{cases}$

d) $\lim\limits_{x \to 0} \sqrt{x}$

e) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{|x-1|}{x-1}$

f) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ em que $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{se } x \geqslant 1 \\ 2x & \text{se } x < 1 \end{cases}$

g) $\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{x^2-2x+1}{x-1}$

h) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{|x-1|}{x-1}$

i) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ em que $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leqslant 1 \\ 2x-1 & \text{se } x > 1 \end{cases}$

j) $\lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{g(x)-g(2)}{x-2}$ em que $g(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \geqslant 2 \\ \dfrac{x^2}{2} & \text{se } x < 2 \end{cases}$

l) $\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{g(x)-g(2)}{x-2}$ sendo g a função do item (j)

m) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{g(x)-g(2)}{x-2}$ em que g é a função do item (j)

Limite de Função Composta

1. Calcule

$a)\ \lim_{x \to -1} \sqrt[3]{\dfrac{x^3+1}{x+1}}$

$b)\ \lim_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-1}$

$c)\ \lim_{x \to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x+7}-2}{x-1}$

$d)\ \lim_{x \to 1} \dfrac{\sqrt[3]{3x+5}-2}{x^2-1}$

2. Seja f definida $\mathbb{R}$. Suponha que $\lim_{x \to 0} \dfrac{f(x)}{x} = 1$. Calcule

$a)\ \lim_{x \to 0} \dfrac{f(3x)}{x}$

$b)\ \lim_{x \to 0} \dfrac{f(x^2)}{x}$

$c)\ \lim_{x \to 1} \dfrac{f(x^2-1)}{x-1}$

$d)\ \lim_{x \to 0} \dfrac{f(7x)}{3x}$

3. Seja f definida em $\mathbb{R}$ e seja p um real dado. Suponha que $\lim_{x \to p} \dfrac{f(x)-f(p)}{x-p} = L$. Calcule

$a)\ \lim_{h \to 0} \dfrac{f(p+h)-f(p)}{h}$

$b)\ \lim_{h \to 0} \dfrac{f(p+3h)-f(p)}{h}$

Teorema do Confronto

1. Seja f uma função definida em $\mathbb{R}$ tal que para todo $x \neq 1$, $-x^2 + 3x \leqslant f(x) < \frac{x^2 - 1}{x - 1}$. Calcule $\lim_{x \to 1} f(x)$ e justifique.

2. Seja f definida em $\mathbb{R}$ e tal que, para todo x, $|f(x) - 3| \leq 2|x - 1|$. Calcule $\lim_{x \to 1} f(x)$ e justifique.

3. Suponha que, para todo x, $|g(x)| \leq x^4$. Calcule $\lim_{x \to 0} \frac{g(x)}{x}$.

4. a) Verifique que $\lim_{x \to 0} \operatorname{sen} \frac{1}{x}$ não existe.

Limite de funções trigonométricas

a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\text{tg } x}{x}$

b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x}{\text{sen } x}$

c) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\text{sen } 3x}{x}$

d) $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{\text{sen } x}{x - \pi}$

e) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2}{\text{sen } x}$

f) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3x^2}{\text{tg } x \text{ sen } x}$

g) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\text{tg } 3x}{\text{sen } 4x}$

h) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos x}{x}$

i) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \dfrac{1 - \text{sen } x}{2x - \pi}$

j) $\lim\limits_{x \to 0} x \text{ sen } \dfrac{1}{x}$

l) $\lim\limits_{x \to p} \dfrac{\text{tg } (x - p)}{x^2 - p^2}, \ p \neq 0$

m) $\lim\limits_{x \to p} \dfrac{\text{sen } (x^2 - p^2)}{x - p}$

n) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\text{sen } (x^2 + \frac{1}{x}) - \text{sen } \frac{1}{x}}{x}$

o) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x + \text{sen } x}{x^2 - \text{sen } x}$

p) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x - \text{tg } x}{x + \text{tg } x}$

q) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\text{sen } \pi x}{x - 1}$

Limites no Infinito

a) $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^2}$

b) $\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x^3}$

c) $\lim_{x \to -\infty} [5 + \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}]$

d) $\lim_{x \to +\infty} [2 - \frac{1}{x}]$

e) $\lim_{x \to +\infty} \frac{2x+1}{x+3}$

f) $\lim_{x \to -\infty} \frac{2x+1}{x+3}$

g) $\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{3x^2 + x + 1}$

h) $\lim_{x \to +\infty} \frac{5x^4 - 2x + 1}{4x^4 + 3x + 2}$

i) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{x^2 + 3x + 1}$

j) $\lim_{x \to -\infty} \frac{2x^3 + 1}{x^4 + 2x + 3}$

l) $\lim_{x \to +\infty} \sqrt[3]{5 + \frac{2}{x}}$

m) $\lim_{x \to -\infty} \sqrt[3]{\frac{x}{x^2 + 3}}$

n) $\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{3x + 2}$

o) $\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 2x - 1}}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$

p) $\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{x^2 + 3}$

q) $\lim_{x \to +\infty} \frac{3}{\sqrt{x}}$

Limites Infinitos

1. Calcule.

a) $\lim_{x \to +\infty} (x^4 - 3x + 2)$

b) $\lim_{x \to +\infty} (5 - 4x + x^2 - x^5)$

c) $\lim_{x \to -\infty} (3x^3 + 2x + 1)$

d) $\lim_{x \to +\infty} (x^3 - 2x + 3)$

e) $\lim_{x \to +\infty} \frac{5x^3 - 6x + 1}{6x^3 + 2}$

f) $\lim_{x \to +\infty} \frac{5x^3 - 6x + 1}{6x^2 + x + 3}$

g) $\lim_{x \to +\infty} \frac{5x^3 + 7x - 3}{x^4 - 2x + 3}$

h) $\lim_{x \to -\infty} \frac{2x + 3}{x + 1}$

i) $\lim_{x \to -\infty} \frac{x^4 - 2x + 3}{3x^4 + 7x - 1}$

j) $\lim_{x \to -\infty} \frac{5 - x}{3 + 2x}$

l) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x + 1}{x^2 - 2}$

m) $\lim_{x \to +\infty} \frac{2 + x}{3 + x^2}$

2. Prove que $\lim_{x \to +\infty} \sqrt[n]{x} = +\infty$, no qual $n > 0$ é um natural.