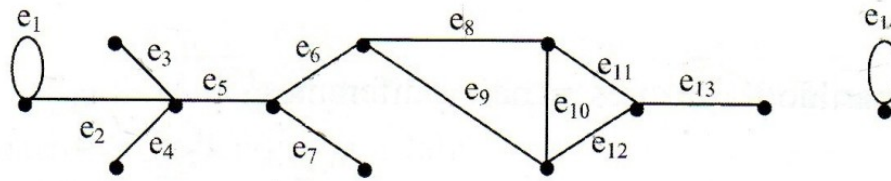


Árvores

1) O que são arestas pontes? Encontre todas as pontes no grafo a seguir:

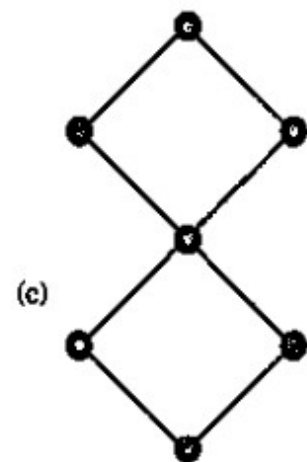
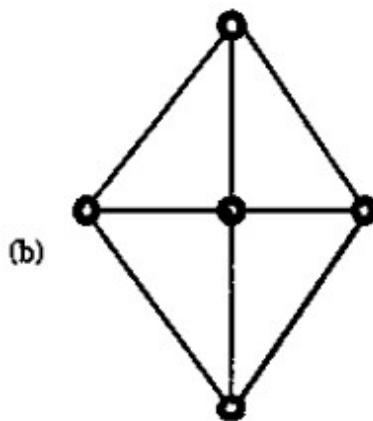
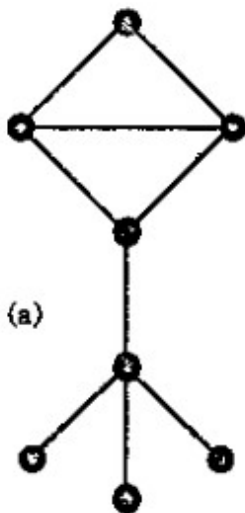


2) Mostre que uma aresta é ponte se e somente se ela não pertence a um ciclo C .

3) Sabemos que árvores são tipos de grafos extremamente importantes. Caracterize o que é uma árvore fornecendo 3 definições distintas.

4) O que são árvores geradoras de um grafo G ?

5) Identifique todas as árvores geradoras dos grafos a seguir:



6) Liste todas as árvores geradoras do grafo completo K_4 . Quantas são as árvores geradoras?

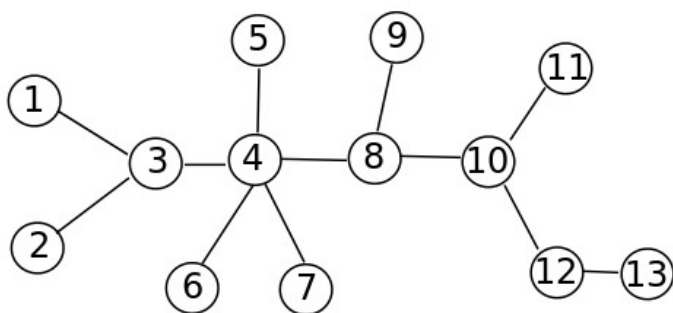
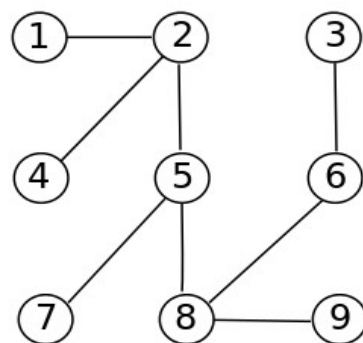
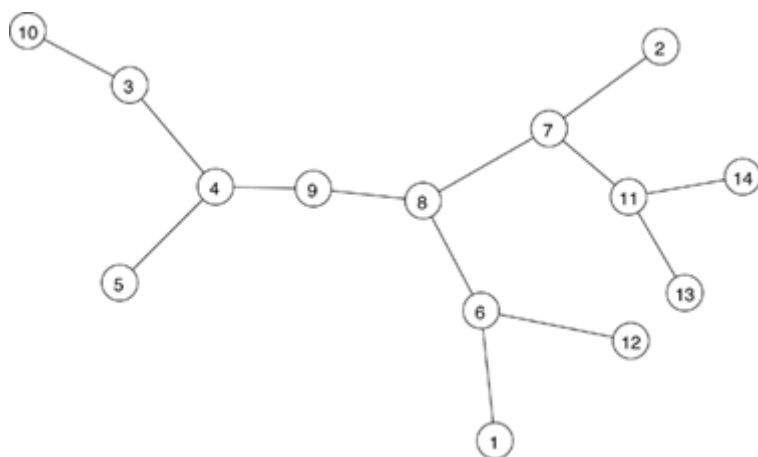
7) Mostre que toda árvore com ao menos 2 vértices é um grafo bipartido.

8) Prove que G é uma árvore se e somente se existe um único caminho entre qualquer par de vértices u, v .

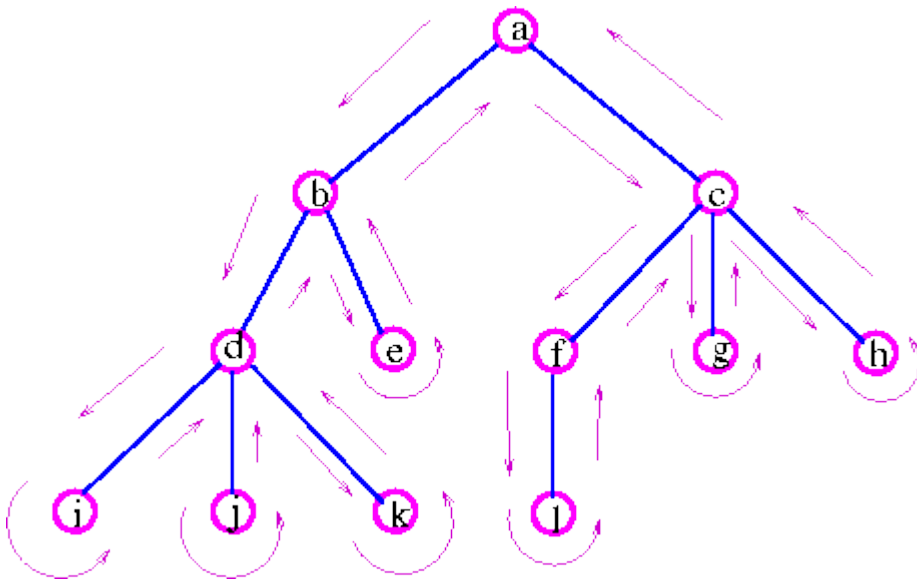
9) Prove que se G é uma árvore então todas as suas arestas são pontes.

10) Mostre que para qualquer árvore T , a soma dos graus de seus vértices é $S = 2n - 2$, onde n é o número de vértices de T .

- 11) Prove que toda árvore com pelo menos 2 vértices contém pelo menos 2 vértices de grau 1, ou seja, 2 folhas.
- 12) Mostre que se $G = (V, E)$ é uma árvore com $|V| = n$ e $|E| = m$, então $m = n - 1$.
- 13) Seja G um grafo conexo e e uma aresta de G . Mostre que a aresta e é uma ponte se e somente se e está em toda árvore geradora de G .
- 14) Uma 4-árvore completa é uma árvore com uma raiz em que cada vértice tem 0 ou 4 filhos. Nós com 0 filhos são folhas e nós com 4 filhos são completos. Se L é o número de folhas e C é o número de nós completos, mostre que $L = 3C + 1$.
- 15) Explique o que é o código de Prüfer.
- 16) Codifique as árvores a seguir utilizando o código de Prüfer



- 17) Codifique a árvore abaixo utilizando o código de Prüfer (rotule os vértices utilizando a ordem alfabética, ou seja, substituindo a por 1, b por 2, c por 3, etc):



18) Qual é a árvore cujo código de Prüfer é 123456789 ?

19) Utilizando o código de Prüfer, gere a árvore correspondente aos dígitos do seu CPF.