

**Universidade Federal de São Carlos – Departamento de Computação**  
**Matemática Discreta – Profa. Helena Caseli**

**Sétima Lista de Exercícios – Teoria dos Números**

- 1) Para os pares de inteiros  $a$  e  $b$  a seguir, determine  $q$  e  $r$  tais que  $a = qb + r$  e  $0 \leq r < b$ .
  - a)  $a = 100, b = 3$ .
  - b)  $a = -100, b = 3$ .
  - c)  $a = 99, b = 3$ .
  - d)  $a = -99, b = 3$ .
  - e)  $a = 0, b = 3$ .
- 2) Para cada par de inteiros  $a$  e  $b$  do exercício anterior, calcule  $a \operatorname{div} b$  e  $a \bmod b$ .
- 3) Calcule usando o Algoritmo de Euclides:
  - a)  $\operatorname{mdc}(20, 25)$ .
  - b)  $\operatorname{mdc}(123, 23)$ .
  - c)  $\operatorname{mdc}(89, 98)$ .
  - d)  $\operatorname{mdc}(54321, 50)$ .
  - e)  $\operatorname{mdc}(1739, 29341)$ .
- 4) Para cada par de inteiros  $a, b$  do exercício anterior, determine os inteiros  $x$  e  $y$  tais que  $ax + by = \operatorname{mdc}(a, b)$ .
- 5) Escreva as fatorações em primos dos números a seguir:
  - a) 201
  - b) 1001
  - c) 201000
- 6) Calcule o seguinte, no contexto de  $\mathbb{Z}_{10}$ :
  - a)  $3 \oplus 3$
  - b)  $6 \oplus 6$
  - c)  $7 \oplus 3$
  - d)  $9 \oplus 8$
  - e)  $9 \oplus 1$
  - f)  $9 \oplus 9$
  - g)  $3 \otimes 4$
  - h)  $9 \otimes 3$
  - i)  $3 \otimes 3$
  - j)  $5 \otimes 2$
  - k)  $6 \otimes 6$
  - l)  $5 \ominus 8$
  - m)  $8 \ominus 5$
  - n)  $8 \oslash 7$
  - o)  $5 \oslash 9$
- 7) Resolva as equações no contexto indicado:
  - a)  $3 \otimes x = 4$  em  $\mathbb{Z}_{11}$
  - b)  $4 \otimes x = 9$  em  $\mathbb{Z}_{11}$
  - c)  $3 \otimes x \oplus 8 = 1$  em  $\mathbb{Z}_{10}$

8) Resolva as equações no contexto indicado (pode haver mais de uma solução, ou nenhuma):

a)  $2 \otimes x = 4$  em  $\mathbb{Z}_{10}$

b)  $2 \otimes x = 3$  em  $\mathbb{Z}_{10}$

c)  $9 \otimes x = 4$  em  $\mathbb{Z}_{12}$

9) Determine quem é  $\mathbb{Z}^*$  nos casos abaixo:

a)  $\mathbb{Z}_4^*$

b)  $\mathbb{Z}_7^*$

c)  $\mathbb{Z}_8^*$