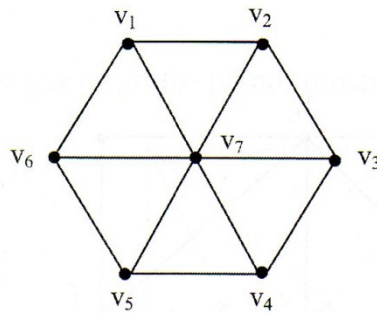


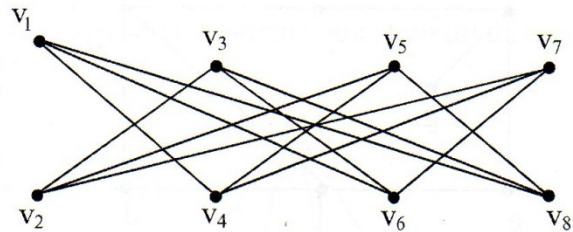
## Matemática Discreta – Turma B – 2019

### Coloração de vértices

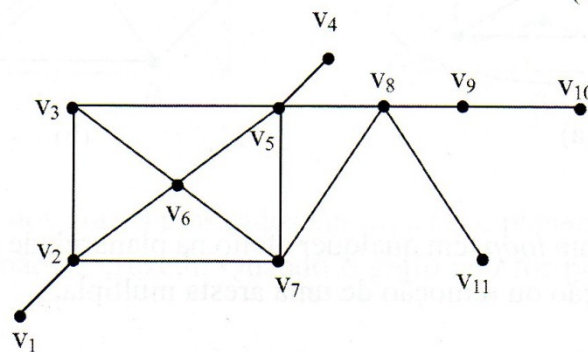
1) Determine a coloração dos grafos abaixo utilizando o algoritmo de Welsh & Powell.



(a)



(b)



(c)

2) Uma empresa deseja armazenar sete produtos químicos diferentes: C1, C2, C3, C4, C5, C6 e C7. Uma vez que alguns desses produtos não podem ser armazenados juntos, por problema de segurança, diferentes locais de armazenamento são necessários. A tabela a seguir mostra (com um asterisco) quais pares de produtos químicos não podem ser armazenados em um mesmo local. Use coloração de vértices para encontrar o número mínimo de locais necessários e identifique os produtos que podem ser alocados a esses locais, respectivamente.

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
C1		*				*	*
C2	*		*	*			
C3		*		*	*		
C4		*	*		*	*	
C5			*	*		*	*
C6	*			*	*		*
C7	*				*	*	

3) Uma empresa de telecomunicações possui 9 antenas de transmissão em uma região do interior do estado. Visando otimizar os custos de operação do sistema, a empresa quer minimizar o número de frequências necessárias para a transmissão dos dados. A Tabela a seguir mostra o grafo de incompatibilidade entre as antenas que compõem o sistema. Um X na tabela indica que existe interferência entre as antenas daquela linha e coluna. Pergunta-se:

Qual é o menor número de frequências necessárias para a correta operação do sistema? Qual é a alocação de frequências resultante, ou seja, quais antenas devem operar em quais frequências?

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A		x	x	x					
B	x			x					
C	x				x			x	x
D	x	x			x	x			
E			x	x		x	x		
F				x	x		x		
G					x	x		x	
H			x				x		x
I			x					x	

4) Uma nova empresa aérea irá começar a operar com 7 aeronaves seguindo a programação de vôos (de A a G) definida pela tabela abaixo, sendo que todos os vôos partem de São Paulo e visitam cada uma das cidades listadas nas rotas na sequência em que elas aparecem:

Vôo	Rota
A	Florianópolis – Rio de Janeiro – Natal – Fortaleza
B	Curitiba - Campinas – Ribeirão Preto – Fortaleza
C	Belo Horizonte – Natal – Fortaleza – Manaus
D	Belo Horizonte – São José do Rio Preto – Rio de Janeiro
E	Belo Horizonte – Recife – Natal
F	Brasília – Ribeirão Preto – Fortaleza
G	Brasília - Presidente Prudente – Campinas

Devido ao número limitado de aeronaves, o diretor da companhia não quer mais de um vôo por dia visitando uma determinada cidade, ou seja, se dois vôos passam pela cidade X eles devem obrigatoriamente não estar alocados para o mesmo dia. Sendo assim, modelando o problema com um grafo, e utilizando **o algoritmo Welsh & Powell**, determine o número mínimo de dias necessários para que a empresa opere de acordo com a sua política de funcionamento.

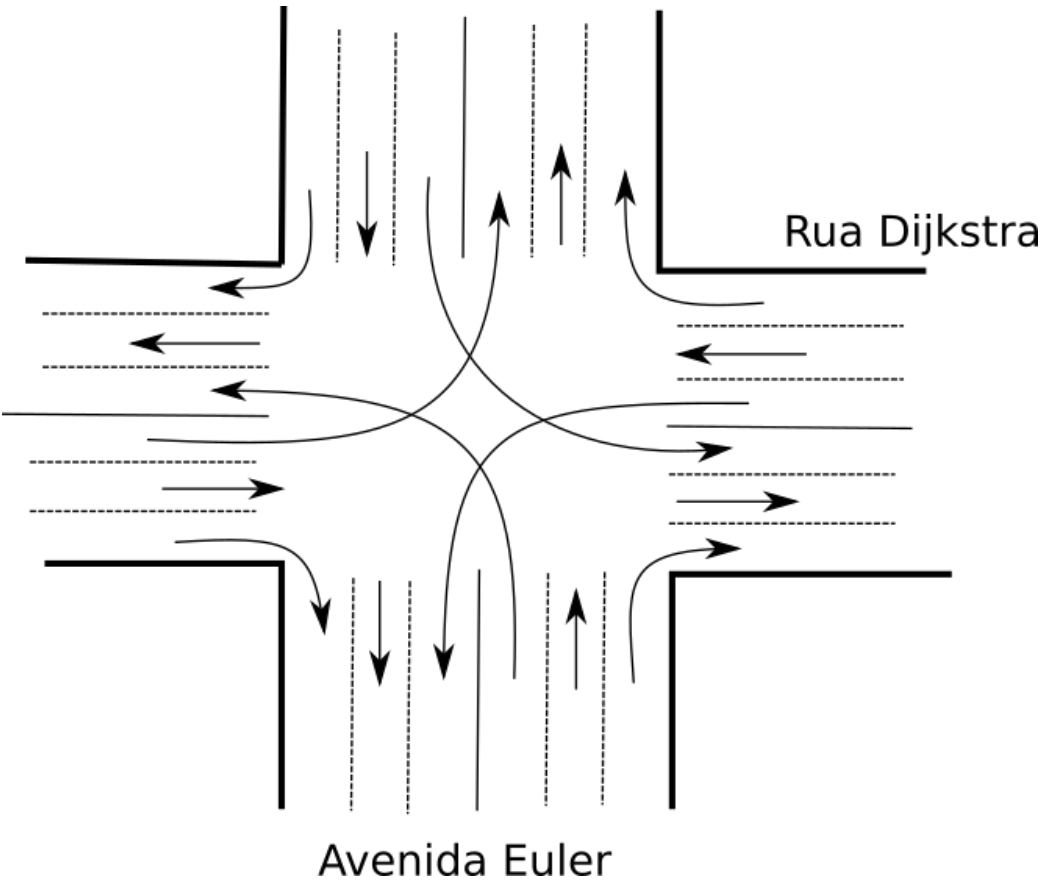
5) Numa escola, uma turma de alunos do terceiro colegial é composta por 16 estudantes. A grade curricular é composta por 8 disciplinas: Matemática, Português, Inglês, Geografia, História, Física, Química e Biologia. No problema de programação de horários, dadas as matrículas dos alunos nas disciplinas, o objetivo consiste em determinar o menor número de horários das disciplinas para que todos os alunos

assistam as aulas sem que haja conflito de horários. A Tabela a seguir mostra a matrícula de cada um dos alunos nas disciplinas escolhidas.  
 Dica: os vértices representam vértices e se há um aluno matriculado em mais de uma disciplina então deve haver uma aresta.

D.A.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Mat.	•							•				•			•	
Port.	•			•							•					•
Inglês						•	•			•					•	
Geo.				•	•		•		•				•			
Hist.			•							•		•		•		•
Fis.			•		•								•			
Qui.		•						•	•		•			•		
Bio.		•				•										

Responda: Qual é o menor número de horários necessários? Qual a programação obtida, ou seja, quais disciplinas devem ser agrupadas em quais horários?

6) Em Grafolândia, existe um cruzamento entre a rua Dijkstra e a avenida Euler em que é permitido aos motoristas seguir em frente, virar a esquerda ou virar a direita em todos os sentidos, conforme indica o fluxo de tráfego a seguir. Desenvolva um padrão de semáforo para o cruzamento de modo a evitar que colisões aconteçam. (Sugestão: relacione os caminhos que se cruzam com o grafo de incompatibilidade).



7) Uma empresa da área de TI deve organizar seus funcionários em equipes para o desenvolvimento de um sistema. Cada equipe deverá atuar no desenvolvimento de um módulo específico do sistema. Os módulos que compõem o sistema são 7 no total (sendo que não precisam ser implementados nessa ordem): Módulo Financeiro (MF); Módulo Administrativo (MAD); Módulo Acadêmico (MAC); Módulo de RH (MRH); Módulo de Interface com o Usuário (MIU); Módulo Web (MW) e Módulo de Acesso ao Banco de Dados (MBD). Como o número de funcionários da empresa não é suficiente para a criação de equipes totalmente independentes, com base num levantamento prévio, verificou-se as habilidades de cada funcionário, indicando em quais equipes eles deveriam atuar, conforme a tabela a seguir:

Funcionário	Equipes	Funcionário	Equipes	Funcionário	Equipes
Bianca	MF, MAC, MBD	Paulo	MF, MAD, MBD	Rafael	MAD, MRH
Marcos	MF, MAC	Pedro	MAC, MRH	Rita	MF, MAD
José	MRH, MIU	João	MAD, MAC	Lívia	MF, MBD
Maria	MF, MW, MBD	Carlos	MIU, MW	Alex	MIU, MBD

O prazo fixado para o desenvolvimento de cada módulo é de 1 mês. Considerando que equipes que compartilham funcionários não devem trabalhar em paralelo, determine o número mínimo de meses necessários para a realização do projeto, bem como a programação das atividades (quais tarefas serão realizadas em que mês), utilizando para isso um modelo baseado em grafos e um algoritmo visto em aula.

8) Qual o valor do número cromático de grafo bipartido completo  $K_{m,n}$ ?

9) Seja  $G = (V, E)$  um grafo básico simples. Prove que  $\chi(G) \leq \Delta(G) + 1$ , onde  $\Delta(G)$  é o grau máximo dos vértices.