Datenstrukturen und Algorithmen: Hausübung 4

Felix Schrader, 3053850
Jens Duffert, 2843110
Eduard Sauter, 3053470

12. November 2015

Aufgabe 1

Es sollen folgende Fragen beantwortet werden:

a) Ist es möglich eine Queue durch genau einen Stack zu implementieren ?

Nein es ist nicht möglich eine Queue durch genau einen Stack zu implementieren. Der Grund hierfür ist, dass bei einem Stack immer das letzte hinzugefügte Element ausgegeben wird. Bei einem Queue jedoch wird das erste Element was hinzugefügt wurde ausgegeben. Dies wird durch Abbildung 1 grafisch dargestellt.

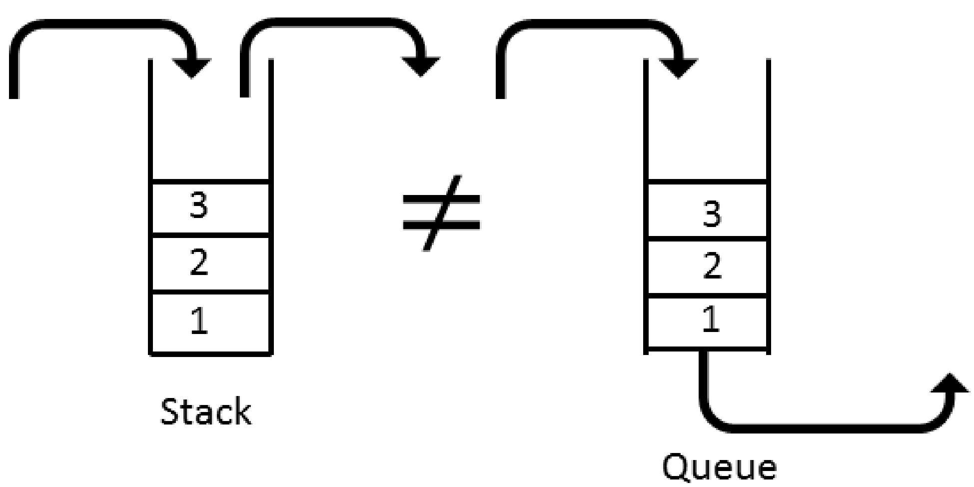

Abbildung 1: Skizze Stack und Queue

b) Ist es möglich einen Stack durch genau einen Queue zu implementieren ?

Nein es ist nicht möglich eine Stack durch genau eine Queue zu implementieren. Die Begründung und die dazugehörige Grafik ist in Aufgabenteil a zu sehen.

c) Ist es möglich eine Queue durch maximal zwei Stack zu implementieren ?

Ja dies ist möglich. Dabei dient der zweite Stack sozusagen als Zwischenspeicher. Wie in Abbildung 1 zu sehen ist, wird bei einem Queue das erste Element welches hinzugefügt wurde ausgegeben. Dies kann nun durch die zwei Stacks auch realisiert werden. Dazu wird bis auf das erste Element des ersten Stacks die Elemente im zweiten Stack übergeben, sodass nun das erste ausgegeben werden kann. Abbildung 2 zeigt dies.

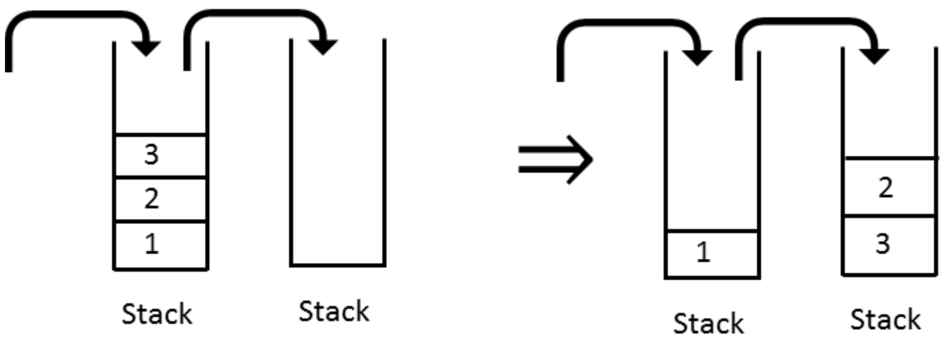

Abbildung 2: Skizze Stack und Queue

d) Ist es möglich einen Stack durch maximal zwei Queue zu implementieren ?

Ja dies ist möglich. Ähnlich wie in Aufgabenteil c wird nun der zweite Queue als Zwischenspeicher benutzt. Durch das Speichern im zweiten Queue wird das oberste Element frei, sodass dies ausgegeben kann. Dies wird grafisch durch Abbildung 3 dargestellt.

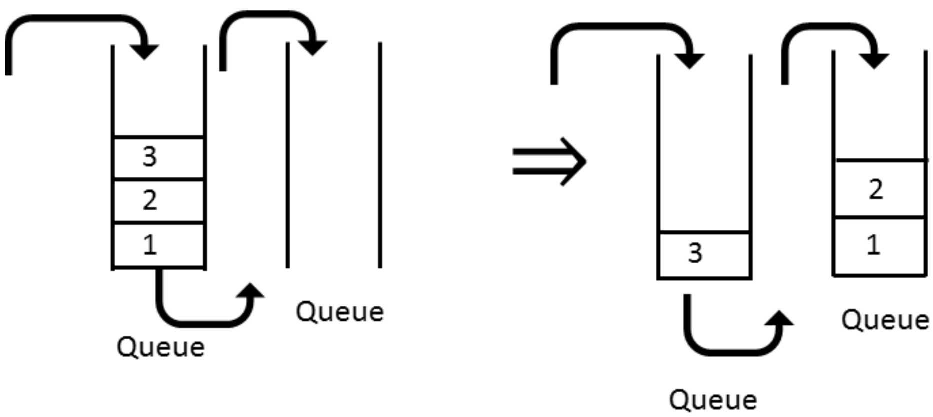

Abbildung 3: Skizze Stack und Queue

Aufgabe 2

In Tabelle 1 sind die Ergebnisse dieser Aufgabe noch einmal zusammengefasst. In Abbildung 4 sind die Graphen aus der Aufgabe zu sehen.

a) Ein freier Baum ist ein azyklischer, ungerichteter und zusammenhängender Graph. Alle zehn abgebildeten Graphen sind zusammenhängend. Die Graphen G, H und I sind gerichtet, also

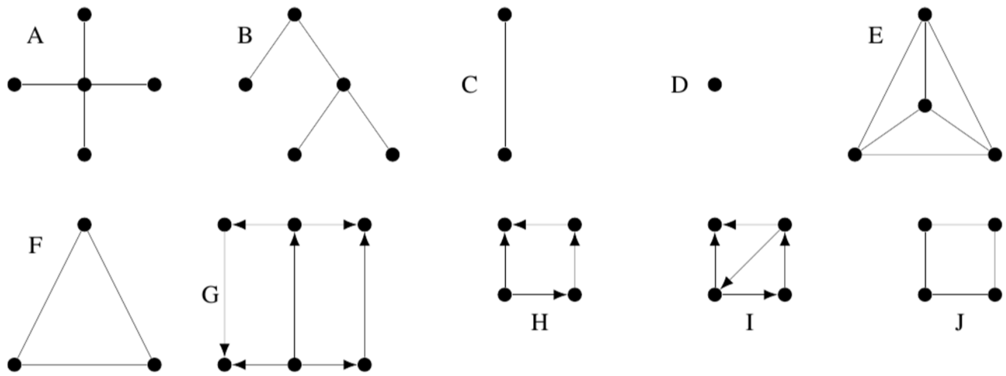

Abbildung 4: Graphen aus der Aufgabenstellung

keine freien Bäume. Von den Verbliebenen haben nur A, B, C und D keine Zyklen, dies sind also die einzigen freien Bäume in diesem Beispiel.

b) In einem vollständigen Graphen ist jeder Knoten mit jedem anderen verbunden. Dies ist bei den Graphen C, D, E und F der Fall.

c) Ein Zyklus ist eine Folge von Knoten, die jeweils durch Kanten verbunden sind, wobei der erste und letzte Knoten der Folge übereinstimmen. Der Graph A, B, C und D haben wie bereits in a) erwähnt keine Zyklen (dabei gehen wir davon aus, dass zwei direkt miteinander verbundene Knoten wie in C keine Zyklen sind, da sonst jeder ungerichtete Graph mit zwei Knoten oder mehr einen Zyklus hätte). E und F haben jeweils den Zyklus oben - links - rechts - oben. G hat keinen Zyklus, da der Knoten unten in der Mitte von keinem anderen Knoten erreicht werden kann und es in dem Graphen, wenn man diesen Knoten entfernt, nur einen Knoten gibt, den man erreichen und wieder verlassen kann. Das gleiche Argument gilt bei H mit dem Knoten unten links. In I gibt es den Zyklus oben rechts - unten links - unten rechts - oben rechts. In J gibt es den Zyklus oben links - unten links - unten rechts - oben rechts - oben links.

Graph	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
freier Baum	ja	ja	ja	ja	nein	nein	nein	nein	nein	nein
vollständig	nein	nein	ja	ja	ja	ja	nein	nein	nein	nein
zyklenfrei	ja	ja	ja	ja	nein	nein	ja	ja	nein	nein

Tabelle 1: Zusammenfassung der Ergebnisse

Aufgabe 3

a)

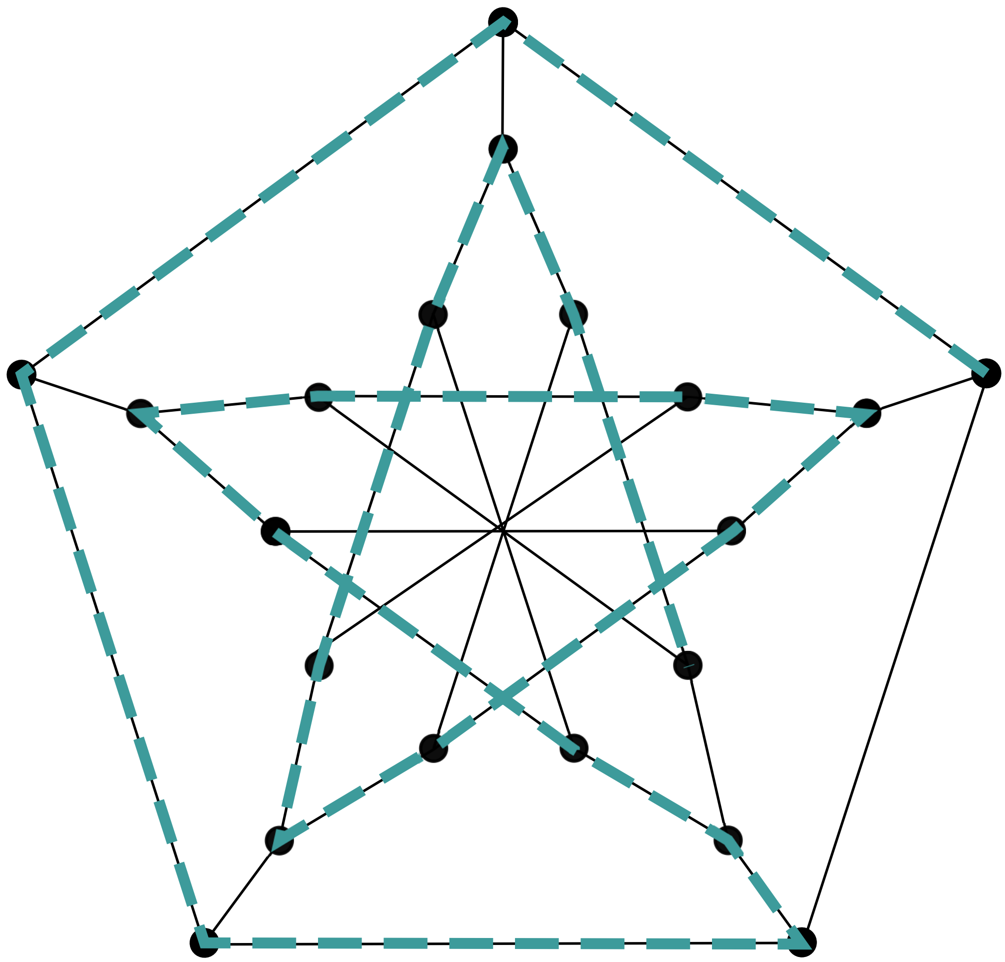

Abbildung 5: Hamiltonischer Pfad

b) Es sei G ein Graph (V, E) mit $|V| = n > 3$ Knoten.

$$\begin{aligned} |E| &= \frac{n^2 - 3n}{2} + 3 = 3 - n + \sum_{i=1}^{n-1} i \\ &= 2 + \sum_{i=1}^{n-2} i \end{aligned}$$

Die Summe bezeichnet die Anzahl aller Kanten eines Vollständigen Graphen mit $n-1$ Knoten. Der Graph besteht also insgesamt aus einem Vollständigen Teilgraphen mit $n-1$ Knoten und dem geforderten Knoten mit 2 Kanten. In einem Vollständigen Graphen, ist es trivialerweise möglich einen Hamilton Pfad zu finden, der an zwei beliebigen Punkten beginnt und endet. Da also so ein Pfad existiert, muss man nurnoch die Verbindungen zu dem Knoten von Grad 2 zum Pfad hinzuaddieren und erhält auf diese Art einen Hamiltonkreis.

Aufgabe 4

In Abbildung 6 ist der Baum zu sehen. In Tabelle 2 sind Verzweigungsgrad v und Gewicht w der Knoten eingetragen. Der Verzweigungsgrad ist die Anzahl der direkten Nachfolger, das Gewicht ist die Anzahl aller Nachfolger.

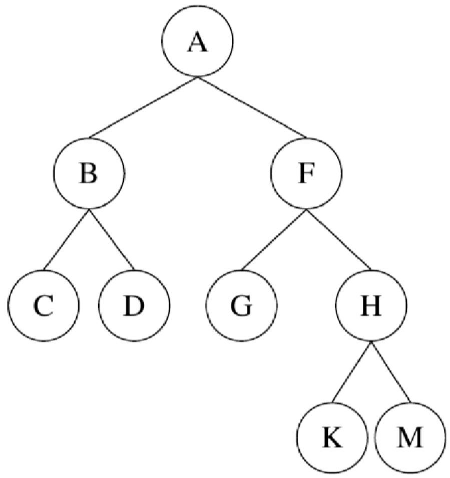

Abbildung 6: Baum aus der Aufgabenstellung

Knoten	A	B	C	D	F	G	H	K	M
v	2	2	0	0	2	0	2	0	0
w	8	2	0	0	4	0	2	0	0

Tabelle 2: Verzweigungsgrad und Gewicht der Knoten