

**ĐỀ THI THỬ CHUẨN CẤU
TRÚC MINH HỌA**

ĐỀ SỐ 05

(Đề thi có 07 trang)

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Phần I.

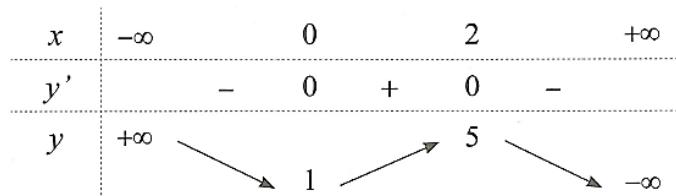
Câu 1. Diện tích mặt cầu (S) tâm I đường kính bằng a là

- A. πa^2 . B. $4\pi a^2$. C. $2\pi a^2$. D. $\frac{\pi a^2}{4}$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $2^{2x+1} = 32$ bằng

- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = \frac{3}{2}$. D. $x = \frac{5}{2}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = 5$. D. $x = 2$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = -7$; $u_4 = 8$. Hãy chọn mệnh đề đúng.

- A. $d = -15$. B. $d = -3$. C. $d = 15$. D. $d = 1$.

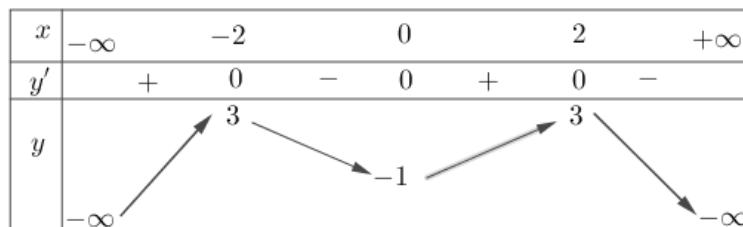
Câu 5. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

- A. A_{10}^8 . B. A_{10}^2 . C. C_{10}^2 . D. 10^2 .

Câu 6. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. $-3i$. B. 3. C. -3. D. 3i.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau



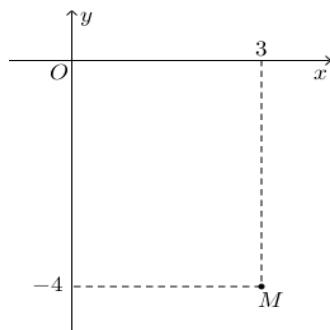
Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-2; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 8. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2a^3$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $4a^3$. D. $\frac{4a^3}{3}$.

Câu 9. Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn như hình vẽ bên dưới. Tìm a và b .



- A. $a = -4, b = 3$. B. $a = 3, b = 4$. C. $a = 3, b = -4$. D. $a = -4, b = -3$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} , $f(-1) = -2$ và $f(3) = 2$. Tính $I = \int_{-1}^3 f'(x) dx$.

- A. $I = 4$. B. $I = 3$. C. $I = 0$. D. $I = -4$.

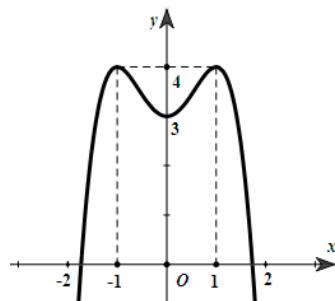
Câu 11. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (2-i)(1+2i)$.

- A. $\bar{z} = 4 - 3i$. B. $\bar{z} = -4 - 5i$. C. $\bar{z} = 4 + 3i$. D. $\bar{z} = 5i$.

Câu 12. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ trên $[-3; -1]$. Khi đó $M.m$ bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. -4.

Câu 13. Đồ thị hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$. B. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$. C. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

Câu 14. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập \mathbb{R} ?

- A. $y = 2x - 1$. B. $y = -x^2 + 1$. C. $y = x^2 + 1$. D. $y = -2x + 1$.

Câu 15. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = x^{\frac{16}{15}}$. B. $P = x^{\frac{3}{5}}$. C. $P = x^{\frac{8}{15}}$. D. $P = x^{\frac{1}{15}}$.

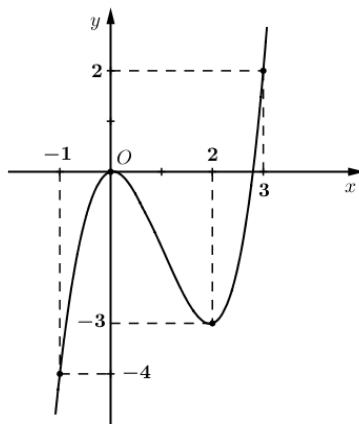
Câu 16. Tính tích phân $\int_2^6 \frac{1}{x} dx$ bằng.

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\ln 3$. C. $\ln 4$. D. $-\frac{5}{18}$.

Câu 17. Cho $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng:

- A. 2. B. 6. C. 8. D. 4.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tập hợp T tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 3]$ là:



- A. $T = [-4; 1]$. B. $T = (-4; 1)$. C. $T = [-3; 0]$. D. $T = (-3; 0)$.

Câu 19. Một khối trụ có thể tích bằng 6π . Nếu giữ nguyên chiều cao và tăng bán kính đáy của khối trụ đó gấp 3 lần thì thể tích của khối trụ mới bằng bao nhiêu?

- A. 18π . B. 54π . C. 27π . D. 162π .

Phần II.

Câu 20. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \sin 2x$ là

- A. $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x + C$. B. $\frac{x^2}{2} - \cos 2x + C$. C. $x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x + C$. D. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Câu 21. Đạo hàm của hàm số $y = \log x$ là

- A. $y' = \frac{1}{x}$. B. $y' = \frac{\ln 10}{x}$. C. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$. D. $y' = \frac{1}{10 \ln x}$.

Câu 22. Gọi V là thể tích khối lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$, V' là thể tích khối tứ diện $A' \cdot ABD$. Hệ thức nào dưới đây là đúng.

- A. $V = 4V'$. B. $V = 8V'$. C. $V = 6V'$. D. $V = 2V'$.

Câu 23. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$. Bán kính R của (S) là

- A. $R = 3$. B. $R = 18$. C. $R = 9$. D. $R = 6$.

Câu 24. Nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$ là

- A. $x > 3$. B. $\frac{1}{3} < x < 3$. C. $x < 3$. D. $x > \frac{10}{3}$.

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $a = (2; 1; 0)$ và $b = (-1; 0; -2)$. Khi đó $\cos(a, b)$ bằng

- A. $\cos(a, b) = -\frac{2}{25}$. B. $\cos(a, b) = -\frac{2}{5}$. C. $\cos(a, b) = \frac{2}{25}$. D. $\cos(a, b) = \frac{2}{5}$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d vuông góc với (P)

C. d song song với (P)

D. d nằm trong (P)

Câu 27. Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2 - 1) = \log(2x - 1)$

A. $\{2\}$.

B. $\{0\}$.

C. $\{0; 2\}$.

D. $\{3\}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng d có phương trình là:

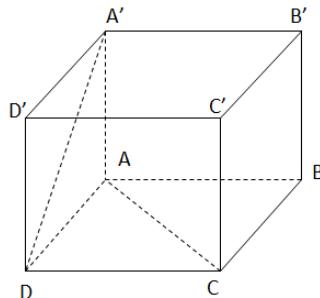
A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng



A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$?

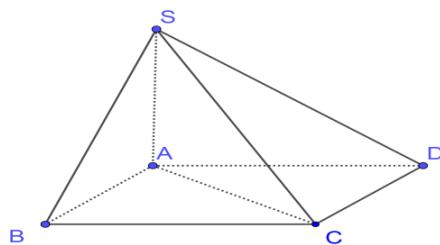
A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$

Câu 31. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , hai mặt (SAB) ; (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích của khối chóp $SABCD$.



A. $3a^3$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

C. $3\sqrt{2}a^3$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 32. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)(m/s)$ có gia tốc $a(t) = 3t^2 + t(m/s^2)$. Vận tốc ban đầu của vật là $2(m/s)$. Hỏi vận tốc của vật sau $2s$

A. $10m/s$

B. $12m/s$

C. $16m/s$

D. $8m/s$

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (e^x + 1)(e^x - 12)(x+1)(x-1)^2$ trên \mathbb{R} . Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

- Câu 34.** Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{(a+1)x+2}{x-b+1}$ nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng thì tổng $a+b$ là
 A. 0 B. 1 C. 2 D. -1

- Câu 35.** Một nhóm học sinh gồm 6 bạn nam và 4 bạn nữ đứng ngẫu nhiên thành 1 hàng. Xác suất để có đúng 2 trong 4 bạn nữ đứng cạnh nhau là

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

- Câu 36.** Tìm số phức z thỏa mãn $z + 2 - 3i = 2\bar{z}$.

A. $z = 2+i$. B. $z = 2-i$. C. $z = 3-2i$. D. $z = 3+i$.

- Câu 37.** Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.

A. $m = 3$ B. $m = 1$ C. $m = 6$ D. $m = -3$

- Câu 38.** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A, D , $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Cạnh bên SD vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SD = a$. Tính khoảng cách từ A đến (SBC) .

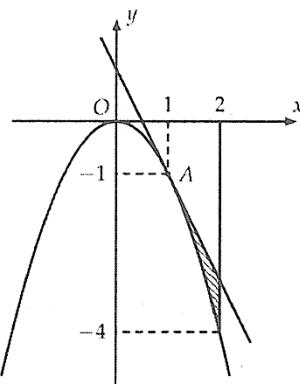
A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

- Câu 39.** Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^4$ đạt cực đại tại $x=0$ là:

A. $m < 1$ B. $m > 1$ C. Không tồn tại m D. $m = 1$

Phần III.

- Câu 40.** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) , tiếp tuyến với (P) tại điểm $A(1; -1)$ và đường thẳng $x=2$ (như hình vẽ). Tính S .



A. $S = \frac{4}{3}$. B. $S = 1$. C. $S = \frac{1}{3}$. D. $S = \frac{2}{3}$.

- Câu 41.** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2, |z_2| = \sqrt{3}$. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn cho z_1 và iz_2 . Biết $MON = 30^\circ$. Tính $S = |z_1^2 + 4z_2^2|$

A. $5\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{7}$ D. $\sqrt{5}$

- Câu 42.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$. C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{ khi } x \geq 1 \\ 5 - x & \text{ khi } x < 1 \end{cases}$

Tính $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx + 3 \int_0^1 f(3-2x) dx$

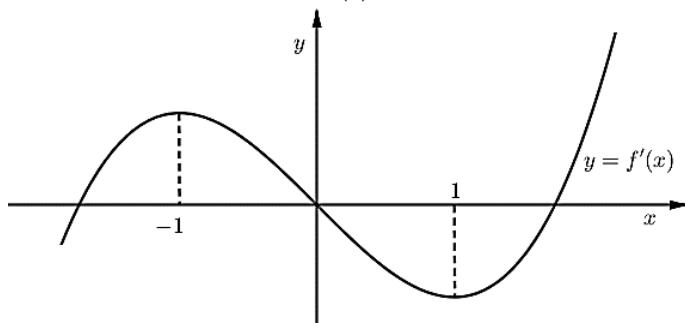
A. $I = \frac{32}{2}$

B. $I = 31$

C. $I = \frac{71}{6}$

D. $I = 32$

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên và $f(1) = 1$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $y = |4f(\sin x) + \cos 2x - a|$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 2.

B. 3.

C. Vô số.

D. 5.

Câu 45. Có một khối gỗ là khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 30$ cm, $BC = 40$ cm, $CA = 50$ cm và chiều cao $AA' = 100$ cm. Từ khối gỗ này người ta tiện để thu được một khối trụ có cùng chiều cao với khối gỗ ban đầu. Thể tích lớn nhất của khối trụ gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 62500 cm 3 .

B. 60000 cm 3 .

C. 31416 cm 3 .

D. 6702 cm 3 .

Câu 46. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 3000$ và $3(9^y + 2y) = x + \log_3(x+1)^3 - 2$?

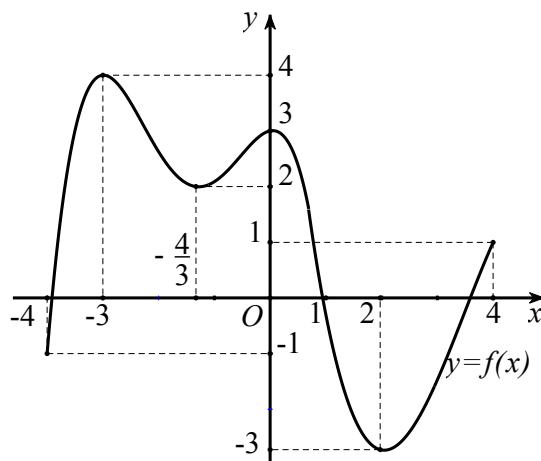
A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $[-4; 4]$, có các điểm cực trị trên $(-4; 4)$ là $-3; -\frac{4}{3}; 0; 2$ và có đồ thị như hình vẽ. Đặt hàm số $y = g(x) = f(x^3 + 3x) + m$ với m là tham số. Gọi m_1 là giá trị của m để $\max_{[0; 1]} g(x) = 4$, m_2 là giá trị của m để $\min_{[-1; 0]} g(x) = -2$. Giá trị của $m_1 + m_2$ bằng.



A. -2 .

B. 0 .

C. 2 .

D. -1 .

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên dương y để tập nghiệm của bất phương trình $(\log_2 x - \sqrt{2})(\log_2 x - y) < 0$ chứa tối đa 1000 số nguyên.

- A. 9 B. 10 C. 8 D. 11

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $\int_0^x [f^2(t) + (f'(t))^2] dt = (f(x))^2 - 2018$. Tính $f(1)$

- A. $2018e$ B. $\sqrt{2018}$ C. 2018 D. $\sqrt{2018e}$

Câu 50. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$, mặt phẳng $(\alpha): 2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x-4y-10z+2=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , nằm trong mặt phẳng (α) và cắt (S) tại hai điểm M, N . Độ dài đoạn MN nhỏ nhất là:

- A. $2\sqrt{30}$. B. $\sqrt{30}$. C. $\frac{\sqrt{30}}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{30}}{2}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.D	4.C	5.C	6.C	7.C	8.A	9.C	10.A
11.A	12.A	13.A	14.A	15.C	16.B	17.B	18.D	19.B	20.A
21.C	22.C	23.A	24.A	25.B	26.A	27.A	28.A	29.C	30.C
31.D	32.B	33.B	34.A	35.D	36.A	37.A	38.B	39.A	40.C
41.C	42.C	43.B	44.B	45.C	46.A	47.B	48.A	49.D	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Diện tích mặt cầu (S) tâm I đường kính bằng a là

- A. πa^2 . B. $4\pi a^2$. C. $2\pi a^2$. D. $\frac{\pi a^2}{4}$.

Chọn A

Bán kính mặt cầu (S) là $R = \frac{a}{2}$.

Diện tích mặt cầu (S) là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \pi a^2$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $2^{2x+1} = 32$ bằng

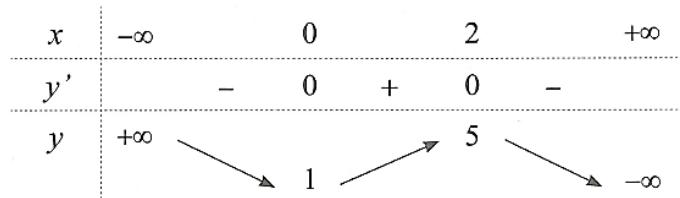
- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = \frac{3}{2}$. D. $x = \frac{5}{2}$.

Chọn A

Ta có $2^{2x+1} = 32 \Leftrightarrow 2^{2x+1} = 2^5 \Leftrightarrow 2x+1 = 5 \Leftrightarrow x = 2$.

Với $a > 0$ ta có $\log_2(2a) = \log_2 2 + \log_2 a = 1 + \log_2 a$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = 5$. D. $x = 2$.

Đáp án D

Qua bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = -7$; $u_4 = 8$. Hãy chọn mệnh đề đúng.

- A. $d = -15$. B. $d = -3$. C. $d = 15$. D. $d = 1$.

Chọn C

$$d = u_4 - u_3 = 15.$$

Câu 5. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

- A. A_{10}^8 . B. A_{10}^2 . C. C_{10}^2 . D. 10^2 .

Đáp án C

Số tập con gồm 2 phần tử của M là số cách chọn 2 phần tử bất kì trong 10 phần tử của M . Do đó số tập con gồm 2 phần tử của M là C_{10}^2 .

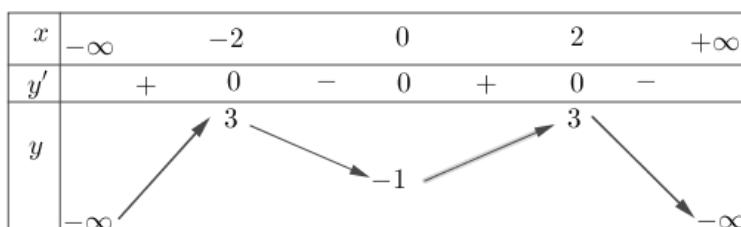
Câu 6. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. $-3i$. B. 3 . C. -3 . D. $3i$.

Đáp án C

Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là -3 .

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-2; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; 0)$.

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

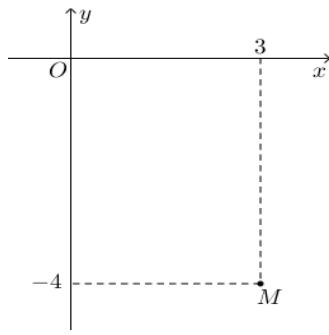
Câu 8. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2a^3$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $4a^3$. D. $\frac{4a^3}{3}$.

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ: $V = S.h = a^2 \cdot 2a = 2a^3$.

Câu 9. Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn như hình vẽ bên dưới. Tìm a và b .



- A. $a = -4, b = 3.$ B. $a = 3, b = 4.$ C. $a = 3, b = -4.$ D. $a = -4, b = -3.$

Chọn C

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} , $f(-1) = -2$ và $f(3) = 2$. Tính $I = \int_{-1}^3 f'(x) dx.$

- A. $I = 4.$ B. $I = 3.$ C. $I = 0.$ D. $I = -4.$

Đáp án A

$$\text{Có } I = \int_{-1}^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_{-1}^3 = f(3) - f(-1) = 4.$$

Câu 11. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (2-i)(1+2i).$

- A. $\bar{z} = 4-3i.$ B. $\bar{z} = -4-5i.$ C. $\bar{z} = 4+3i.$ D. $\bar{z} = 5i.$

Chọn A

$$\text{Ta có: } z = (2-i)(1+2i) = 2+4i-i+2 = 4+3i \Rightarrow \bar{z} = 4-3i.$$

Câu 12. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ trên $[-3; -1].$ Khi đó $M.m$ bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{2}.$ C. 2. D. -4.

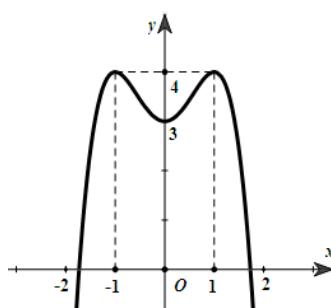
Chọn A

$$\text{Trên } [-3; -1] \text{ ta có } f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(x) < 0, \forall x \in [-3; -1]$$

\Rightarrow Hàm số nghịch biến trên $[-3; -1].$ Do đó $M = f(-3) = \frac{1}{2}$ và $m = f(-1) = 0.$

Vậy $M.m = 0.$

Câu 13. Đồ thị hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 3.$ B. $y = -x^4 - 2x^2 + 3.$ C. $y = -x^4 + 2x^2 - 3.$ D. $y = x^4 - 2x^2 + 3.$

Chọn A

Nhìn dạng đồ thì $a < 0$ nên loại đáp án D

Khi $x = 0 \Rightarrow y = 3$ nên loại đáp án C

Khi $x = 1 \Rightarrow y = 4$ nên loại đáp án

B. đáp án chọn là

A.

Câu 14. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập ?

A. $y = 2x - 1$.

B. $y = -x^2 + 1$.

C. $y = x^2 + 1$.

D. $y = -2x + 1$.

Đáp án A

Hàm số bậc nhất $a > 0$ nên có đạo hàm $y' = f'(x) > 0$

Câu 15. Rút gọn biểu thức $P = x^5 \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = x^{\frac{16}{15}}$.

B. $P = x^{\frac{8}{5}}$.

C. $P = x^{\frac{8}{15}}$.

D. $P = x^{\frac{1}{15}}$.

Lời giải

Chọn C

$$P = x^5 \cdot \sqrt[3]{x} = x^5 \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{5+\frac{1}{3}} = x^{\frac{16}{3}}.$$

Câu 16. Tính tích phân $\int_2^6 \frac{1}{x} dx$ bằng.

A. $\frac{2}{9}$.

B. $\ln 3$.

C. $\ln 4$.

D. $-\frac{5}{18}$.

Đáp án B

$$I = \int_2^6 \frac{1}{x} dx = \ln|x|_2^6 = \ln 6 - \ln 2 = \ln\left(\frac{6}{2}\right) = \ln 3$$

Câu 17. Cho $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng:

A. 2.

B. 6.

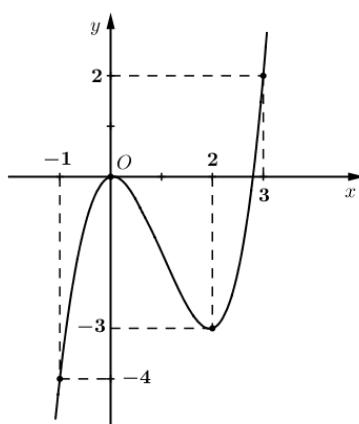
C. 8.

D. 4.

Đáp án B

$$\text{Ta có: } \int_0^2 [4f(x) - 3] dx = 4 \int_0^2 f(x) dx - 3 \int_0^2 dx = 6.$$

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tập hợp T tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 3]$ là:



A. $T = [-4; 1]$.

B. $T = (-4; 1)$.

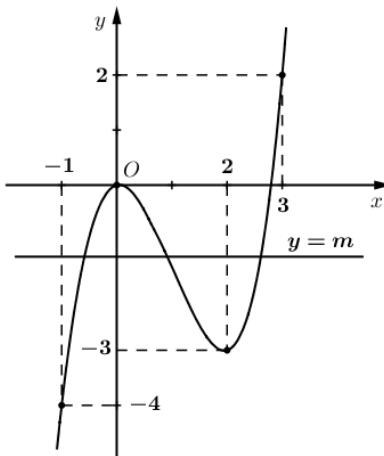
C. $T = [-3; 0]$.

D. $T = (-3; 0)$.

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$ trên đoạn $[-1; 3]$

Do đó để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y = m$ phải cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm trên đoạn $[-1; 3]$



Suy ra $-3 < m < 0$.

Vậy $T = (-3; 0)$.

Câu 19. Một khối trụ có thể tích bằng 6π . Nếu giữ nguyên chiều cao và tăng bán kính đáy của khối trụ đó gấp 3 lần thì thể tích của khối trụ mới bằng bao nhiêu?

A. 18π .

B. 54π .

C. 27π .

D. 162π .

Chọn B

Gọi V_1 là thể tích khối trụ ban đầu, ta có $V_1 = h\pi R_1^2 = 6\pi$.

Gọi V_2 là thể tích khối trụ sau khi giữ nguyên chiều cao và tăng bán kính đáy gấp 3 lần.

Ta có $V_2 = h\pi(3R_1)^2 = 9h\pi R_1^2 = 9 \cdot 6\pi = 54\pi$.

Câu 20. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \sin 2x$ là.

A. $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x + C$. B. $\frac{x^2}{2} - \cos 2x + C$. C. $x^2 - \frac{1}{2}\cos 2x + C$. D. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Chọn A

Ta có: $\int (x + \sin 2x) dx = \int x dx + \int \sin 2x dx = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Câu 21. Đạo hàm của hàm số $y = \log x$ là

A. $y' = \frac{1}{x}$.

B. $y' = \frac{\ln 10}{x}$.

C. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

D. $y' = \frac{1}{10 \ln x}$.

Đáp án C

Ta có: $\log x = \frac{1}{x \ln 10}$.

Câu 22. Gọi V là thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V' là thể tích khối tứ diện $A'.ABD$. Hệ thức

nào dưới đây là đúng.

- A. $V = 4V'$. B. $V = 8V'$. C. $V = 6V'$. D. $V = 2V'$.

Đáp án C

Ta có: $\frac{V'}{V} = \frac{\frac{1}{6}AB \cdot AD \cdot AA'}{AB^3} = \frac{1}{6} \Rightarrow V = 6V'$

Câu 23. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$. Bán kính R của (S) là

- A. $R = 3$. B. $R = 18$. C. $R = 9$. D. $R = 6$.

Đáp án A

Phương trình mặt cầu tổng quát: $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \Rightarrow R = 3$

Câu 24. Nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$ là

- A. $x > 3$. B. $\frac{1}{3} < x < 3$. C. $x < 3$. D. $x > \frac{10}{3}$.

Đáp án A

$\log_2(3x-1) > 3$. Điều kiện: $3x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$.

Phương trình $\Leftrightarrow 3x-1 > 2^3 \Leftrightarrow 3x > 9 \Leftrightarrow x > 3$.

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $a = (2; 1; 0)$ và $b = (-1; 0; -2)$. Khi đó $\cos(a, b)$ bằng

- A. $\cos(a, b) = -\frac{2}{25}$. B. $\cos(a, b) = -\frac{2}{5}$. C. $\cos(a, b) = \frac{2}{25}$. D. $\cos(a, b) = \frac{2}{5}$.

Đáp án B

Ta có: $\cos(a, b) = \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|} = \frac{-2}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = -\frac{2}{5}$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) B. d vuông góc với (P)
C. d song song với (P) D. d nằm trong (P)

Đáp án A

Ta có đường thẳng d đi qua $M(-1; 0; 5)$ có vtcp $u = (1; -3; -1)$ và mặt phẳng (P) có vptp $n = (3; -3; 2)$

$M \notin (P) \Rightarrow$ loại đáp án D

n, u không cùng phương \Rightarrow loại đáp án B

$n \cdot u = 10 \Rightarrow n, u$ không vuông góc \Rightarrow loại đáp án C

Câu 27. Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2 - 1) = \log(2x - 1)$

A. $\{2\}$.

B. $\{0\}$.

C. $\{0; 2\}$.

D. $\{3\}$.

Chọn A

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ x^2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

$$\text{Phương trình ban đầu } \Rightarrow x^2 - 1 = 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \text{ (tmđk)} \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{2\}$.

- Câu 28.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng d có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$

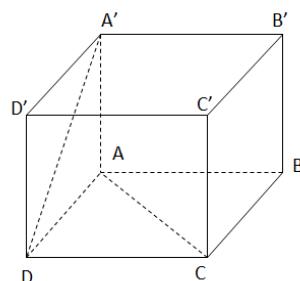
D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

Chọn A

Đường thẳng đi qua A và song song với d nên có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -2)$.

Phương trình đường thẳng cần tìm: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

- Câu 29.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng



A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Chọn C

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $A'D$ song song với $B'C$.

$\Delta ACB'$ đều $\Rightarrow \angle ACB' = 60^\circ$.

Suy ra $(AC, A'D) = (AC, CB') = \angle ACB' = 60^\circ$.

- Câu 30.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$?

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$

Đáp án C

Gọi mặt cầu cần tìm là (S)

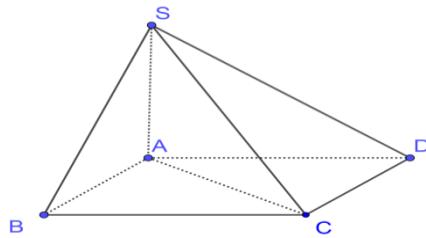
Ta có (S) là mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính R

Vì (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$ nên

$$R = d(I; (P)) = \frac{|1 - 2.2 - 2.(-1) - 8|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$

- Câu 31.** Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , hai mặt $(SAB); (SAD)$ cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích của khối chóp $SABCD$.



- A. $3a^3$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. C. $3\sqrt{2}a^3$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Chọn D

Ta có $AC = a\sqrt{2}$

Vì $(SAB) \perp (ABCD); (SAD) \perp (ABCD)$ nên $SA \perp (ABCD)$

fi Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa SC và AC .

fi $\angle SCA = 60^\circ$ fi $SA = a\sqrt{2} \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{6}$

Vậy thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}a^2 a\sqrt{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

- Câu 32.** Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)(m/s)$ có gia tốc $a(t) = 3t^2 + t(m/s^2)$. Vận tốc ban đầu của vật là $2(m/s)$. Hỏi vận tốc của vật sau $2s$

- A. $10m/s$ B. $12m/s$ C. $16m/s$ D. $8m/s$

Chọn B

Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int (3t^2 + t) dt = t^3 + \frac{t^2}{2} + C$

Vận tốc ban đầu của vật là $2m/s \Rightarrow v(0) = 2 \Rightarrow C = 2$

Vậy vận tốc của vật sau $2s$ là: $v(2) = 12$

- Câu 33.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (e^x + 1)(e^x - 12)(x+1)(x-1)^2$ trên \mathbb{R} . Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Đáp án B

Các điểm $x = x_0$ được gọi là điểm cực trị của hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow x = x_0$ là nghiệm bội lẻ của phương trình $y' = 0$

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (e^x + 1)(e^x - 12)(x+1)(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} e^x + 1 = 0 \\ e^x - 12 = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \ln 12 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Trong đó ta thấy $x=1$ là nghiệm bội hai của phương trình suy ra $x=1$ không là điểm cực trị của hàm số.

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 34. Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{(a+1)x+2}{x-b+1}$ nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng thì tổng $a+b$ là

- A. 0 B. 1 C. 2 D. -1

Đáp án A

(C) có tiệm cận đứng là $x=b-1$; tiệm cận ngang là $y=a+1$

Tâm đối xứng của (C) là giao điểm của hai đường tiệm cận $I(b-1; a+1)$

O là tâm đối xứng của $(C) \Leftrightarrow I \equiv O \Rightarrow b=1; a=-1 \Rightarrow a+b=0$

Câu 35. Một nhóm học sinh gồm 6 bạn nam và 4 bạn nữ đứng ngẫu nhiên thành 1 hàng. Xác suất để có đúng 2 trong 4 bạn nữ đứng cạnh nhau là

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

Chọn D

Chọn 2 bạn nữ trong 4 bạn thì có C_4^2 cách. Ta “buộc” hai bạn này vào nhau coi như một bạn nữ thông thường. Có 2 cách để “buộc” như thế (vì có thể là ab hoặc ba). Lúc này nhóm học sinh gồm có 6 bạn nam và 3 bạn nữ (trong đó có 1 bạn nữ “đặc biệt”). Ta xếp vị trí cho các bạn nam trước thì có 6! Cách. Giữa các bạn nam có 5 vị trí xen kẽ với 2 vị trí đầu hàng và cuối hàng bây giờ ta xếp 3 bạn nữ vào 3 trong 7 vị trí kia thì có A_7^3 cách. Vậy xác suất cần tìm bằng $\frac{2C_4^2 6! A_7^3}{10!} = \frac{1}{2}$.

Câu 36. Tìm số phức z thỏa mãn $z+2-3i=2\bar{z}$.

- A. $z=2+i$. B. $z=2-i$. C. $z=3-2i$. D. $z=3+i$.

Đáp án A

Đặt $z=x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), suy ra $\bar{z}=x-yi$.

Ta có $z+2-3i=2\bar{z} \Leftrightarrow (x+2)+(y-3)i=2x-2yi$.

Đồng nhất hệ số ta có $\begin{cases} x+2=2x \\ y-3=-2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$.

Vậy số phức $z=2+i$.

Câu 37. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.

- A. $m=3$ B. $m=1$ C. $m=6$ D. $m=-3$

Chọn A

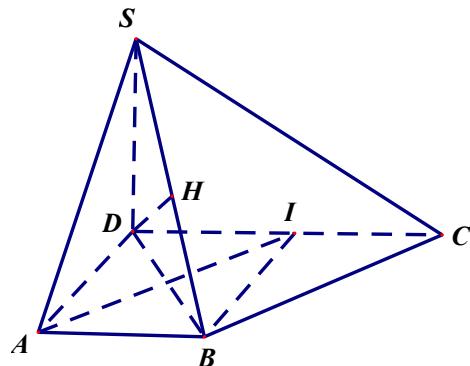
Ta có $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + m = 0 \Leftrightarrow 3^{2x} - 6 \cdot 3^x + m = 0$.

$$\begin{cases} \Delta' = 9 - m > 0 \\ 3^{x_1} + 3^{x_2} = 6 > 0 \Leftrightarrow m = 3. \\ 3^{x_1+x_2} = 3 = m \end{cases}$$

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A, D , $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Cạnh bên SD vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SD = a$. Tính khoảng cách từ A đến (SBC) .

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Chọn B



Gọi I là trung điểm CD , suy ra $ABID$ là hình vuông

$$\Rightarrow BI = CI = DI \Rightarrow BD \perp BC.$$

Mà $SD \perp (ABCD) \Rightarrow SD \perp BC$ nên $BC \perp (SDB) \Rightarrow (SBC) \perp (SDB)$.

Ta có $(SBC) \cap (SDB) = SB$, kẻ $DH \perp SB$ ($H \in SB$) $\Rightarrow DH \perp (SBC) \Rightarrow DH = d(D, (SBC))$.

Trong tam giác vuông SDB : $\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{SD^2} + \frac{1}{DB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow DH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy $d(D, (SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vì $DI \cap (SBC) = C \Rightarrow \frac{d(I, (SBC))}{d(D, (SBC))} = \frac{IC}{DC} = \frac{1}{2}$.

Do AI song song với BC nên AI song song với mặt phẳng (SBC)

$\Rightarrow d(A, (SBC)) = d(I, (SBC)) = \frac{1}{2}d(D, (SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Vậy $d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 39. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^4$ đạt cực đại tại $x=0$ là:

- A. $m < 1$ B. $m > 1$ C. Không tồn tại m D. $m = 1$
- Đáp án A**

TH 1: Nếu $m = 1 \Rightarrow y = 0$ suy ra hàm số không có cực trị.

Vậy $m = 1$ không thỏa mãn.

TH 2: nếu $m \neq 1$

$$\text{Ta có: } y' = 4(m-1)x^3$$

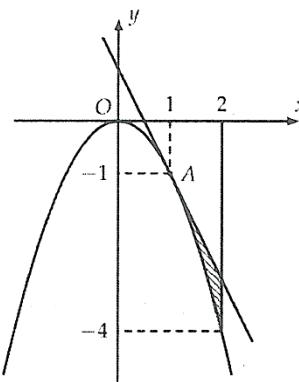
$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Để hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ thì y' phải đổi dấu từ + sang - qua $x = 0$.

$$\text{Khi đó } 4(m-1) < 0 \Leftrightarrow m < 1.$$

Vậy $m < 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Câu 40.** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) , tiếp tuyến với (P) tại điểm $A(1; -1)$ và đường thẳng $x = 2$ (như hình vẽ). Tính S .



A. $S = \frac{4}{3}$

B. $S = 1$

C. $S = \frac{1}{3}$

D. $S = \frac{2}{3}$

Đáp án C

Phương trình (P) : $y = ax^2$,

$$(P) \text{ qua } A(1; -1) \Rightarrow a = -1$$

Phương trình tiếp tuyến Δ của (P) tại A là $y = f'(1)(x-1) - 1 = -2(x-1) - 1 = -2x + 1$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị: $\begin{cases} (P): y = -x^2 \\ \Delta: y = -2x + 1 \end{cases}$ là $S = \int_{-1}^2 (-2x + 1 + x^2) dx = \frac{1}{3}$.

- Câu 41.** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2, |z_2| = \sqrt{3}$. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn cho z_1 và iz_2 . Biết $MON = 30^\circ$. Tính $S = |z_1^2 + 4z_2^2|$

A. $5\sqrt{2}$

B. $3\sqrt{3}$

C. $4\sqrt{7}$

D. $\sqrt{5}$

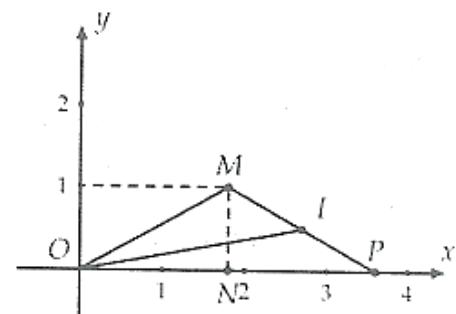
Đáp án C

$$\text{Ta có } S = |z_1^2 + 4z_2^2| = |z_1^2 - (2iz_2)^2| = |z_1 - 2iz_2| \cdot |z_1 + 2iz_2|$$

Gọi P là điểm biểu diễn của số phức $2iz_2$.

$$\text{Khi đó ta có } |z_1 - 2iz_2| \cdot |z_1 + 2iz_2| = |OM - OP| \cdot |OM + OP|$$

$$|PM| \cdot |2OI| = 2PM \cdot OI$$



Do $MON = 30^\circ$ nên áp dụng định lí cosin ta tính ra được $MN = 1$. Khi đó ΔOMP có MN đồng thời là đường cao và đường trung tuyến, suy ra ΔOMP cân tại $M \Rightarrow PM = OM = 2$

Áp dụng định lí đường trung tuyến cho ΔOMP ta có

$$OI^2 = \frac{OM^2 + OP^2}{2} - \frac{MP^2}{4} = 7$$

$$\text{Vậy } S = 2PM \cdot OI = 2 \cdot 2\sqrt{7} = 4\sqrt{7}$$

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$. C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Đáp án C

Phương trình của tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$

Gọi A là giao điểm của (P) và d. Khi đó tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases} \quad \text{Suy ra } A(1; 1; 1). \text{ Đường thẳng d có vec-tơ chỉ phương là } u_d = (1; 2; -1), \text{ mặt}$$

phẳng (P) có vec-tơ pháp tuyến là $n_{(P)} = (1; 1; 1)$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với (P). Khi đó (Q) có vec-tơ pháp tuyến $n_Q = [u_d, n_{(P)}] = (3; -2; -1)$. Đường thẳng Δ là hình chiếu vuông góc của d lên (P) chính là giao tuyến của (P) và (Q). Suy ra vec-tơ chỉ phương của Δ là $u = [n_{(P)}, n_{(Q)}] = (1; 4; -5)$.

Vậy hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 5 - x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

$$\text{Tính } I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx + 3 \int_0^1 f(3 - 2x) dx$$

A. $I = \frac{32}{2}$

B. $I = 31$

C. $I = \frac{71}{6}$

D. $I = 32$

Đáp án B

+ Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx$. Đặt $\sin x = t \Rightarrow \cos x dx = dt$. Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1 \end{cases}$

$$\text{Do đó } \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = \int_0^1 f(t) dt = \int_0^1 (5 - t) dt = \left[5t - \frac{t^2}{2} \right]_0^1 = \frac{9}{2}$$

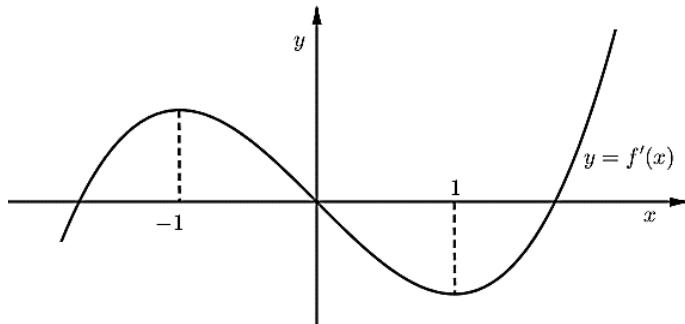
+ Tính $\int_0^1 f(3-2x)dx$. Đặt $t = 3-2x \Rightarrow dt = -2dx \Rightarrow dx = \frac{-dt}{2}$

Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=3 \\ x=1 \Rightarrow t=1 \end{cases}$

$$\text{Do đó } \int_0^1 f(3-2x)dx = \int_3^1 f(t) \cdot \frac{-dt}{2} = \frac{1}{2} \int_1^3 f(t)dt = \frac{1}{2} \int_1^3 (x^2 + 3)dt = \frac{1}{2} \left[\frac{x^3}{3} + 3x \right]_1^3 = \frac{22}{3}$$

$$\text{Vậy } I = 2 \cdot \frac{9}{2} + 3 \cdot \frac{22}{3} = 31$$

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên và $f'(1)=1$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.



Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $y=|4f(\sin x)+\cos 2x-a|$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 2.

B. 3.

C. Vô số.

D. 5.

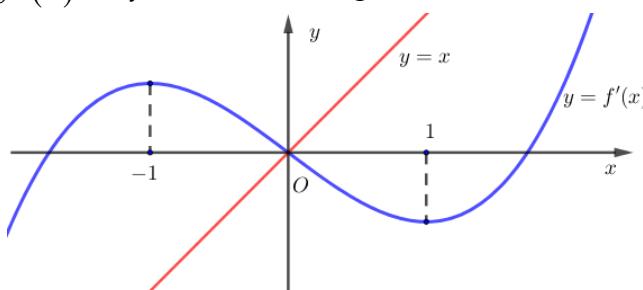
Chọn B

Xét hàm số $y=4f(\sin x)+\cos 2x-a$

$$y'=\cos x[4f'(\sin x)-4\sin x].$$

Ta thấy, $\cos x > 0$, $\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

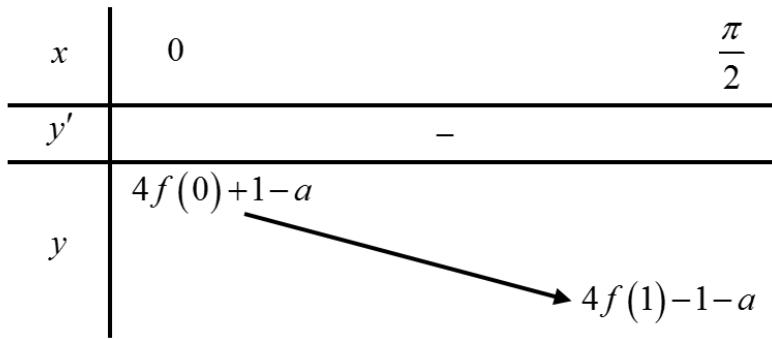
Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ và $y=x$ vẽ trên cùng hệ trục tọa độ như sau:



Từ đồ thị ta có $f'(x) < x, \forall x \in (0; 1) \Rightarrow f'(\sin x) < \sin x, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Suy ra $y' < 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Ta có bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên thì ycbt $\Leftrightarrow 4f(1)-1-a \geq 0 \Leftrightarrow a \leq 4f(1)-1=3$.

Vì a là số nguyên dương nên $a \in \{1; 2; 3\}$.

- Câu 45.** Có một khối gỗ là khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 30$ cm, $BC = 40$ cm, $CA = 50$ cm và chiều cao $AA' = 100$ cm. Từ khối gỗ này người ta tiện để thu được một khối trụ có cùng chiều cao với khối gỗ ban đầu. Thể tích lớn nhất của khối trụ gần nhất với giá trị nào dưới đây?
- A. 62500 cm 3 . B. 60000 cm 3 . C. 31416 cm 3 . D. 6702 cm 3 .

Chọn C

Khi ta tiện khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ để được một khối trụ có cùng chiều cao với khối lăng trụ thì khối trụ đó có hai đáy là đường tròn nội tiếp hai tam giác ABC và $A'B'C'$.

Gọi p, r lần lượt là nửa chu vi và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

$$\text{Ta} \quad \text{có} \quad p = \frac{AB + BC + CA}{2} = 60 \text{ cm},$$

$$S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)} = \sqrt{60 \cdot 30 \cdot 20 \cdot 10} = 600 \text{ cm}^2$$

$$\text{Mà } S_{\Delta ABC} = pr \Rightarrow r = \frac{S_{\Delta ABC}}{p} = \frac{600\sqrt{2}}{60} = 10 \text{ cm}.$$

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 10^2 \cdot 100 = 10000\pi \approx 31416$ cm 3 .

- Câu 46.** Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 3000$ và $3(9^y + 2y) = x + \log_3(x+1)^3 - 2$?
- A. 3 . B. 2 . C. 4 . D. 5 .

Chọn A

Đặt $\log_3(x+1) = t \Rightarrow x = 3^t - 1$.

Phương trình trở thành:

$$3(3^{2y} + 2y) = 3^t - 1 + 3t - 2 \Leftrightarrow 3^{2y} + 2y = 3^{t-1} + (t-1).$$

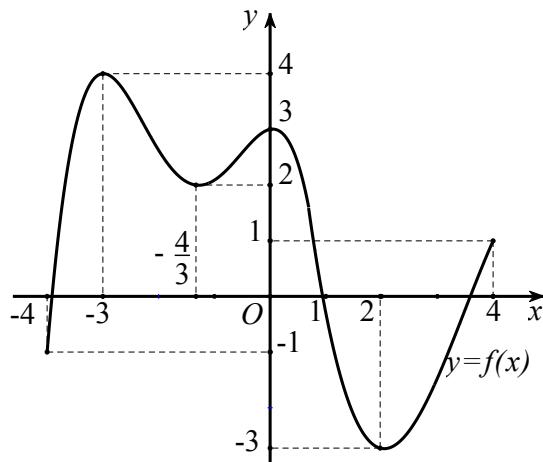
Xét hàm số $f(u) = 3^u + u \Rightarrow f'(u) = 3^u \ln 3 + 1 > 0$ nên hàm số luôn đồng biến.

$$\text{Vậy để } f(2y) = f(t-1) \Leftrightarrow 2y = t-1 \Leftrightarrow 2y+1 = t = \log_3(x+1)$$

$$\Rightarrow 0 \leq 2y+1 \leq \log_3 3001 \Rightarrow 0 \leq 2y+1 \leq 6 \Rightarrow y = \{0; 1; 2\}$$

Với mỗi nghiệm y ta tìm được một nghiệm x tương ứng.

- Câu 47.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $[-4; 4]$, có các điểm cực trị trên $(-4; 4)$ là $-3; -\frac{4}{3}; 0; 2$ và có đồ thị như hình vẽ. Đặt hàm số $y = g(x) = f(x^3 + 3x) + m$ với m là tham số. Gọi m_1 là giá trị của m để $\max_{[0;1]} g(x) = 4$, m_2 là giá trị của m để $\min_{[-1;0]} g(x) = -2$. Giá trị của $m_1 + m_2$ bằng.



A. -2.
Chọn B

B. 0 .

C. 2 .

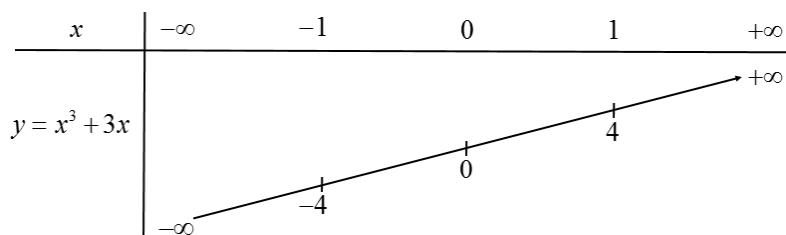
D. -1.

Ta có $y = g(x) = f(x^3 + 3x) + m$.

$$g'(x) = (3x^2 + 3)f'(x^3 + 3x)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^3 + 3x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 3x = -3 & (1) \\ x^3 + 3x = -\frac{4}{3} & (2) \\ x^3 + 3x = 0 & (3) \\ x^3 + 3x = 2 & (4) \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = x^3 + 3x$ như sau:



Từ bảng biến thiên trên, ta có:

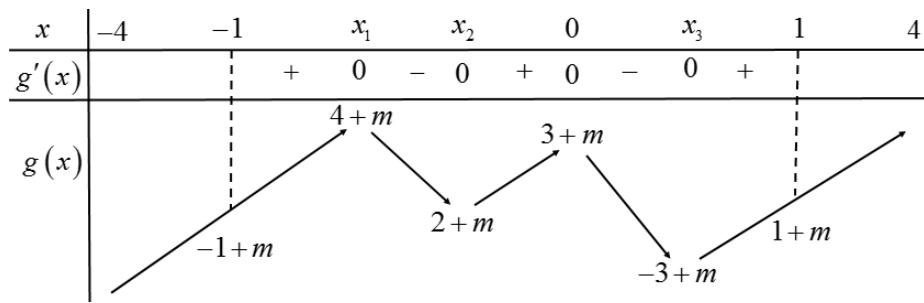
Phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x_1 \in (-1; 0)$

Phương trình (2) có nghiệm duy nhất $x_2 \in (-1; 0)$, ($x_2 > x_1$).

Phương trình (3) có nghiệm duy nhất $x = 0$.

Phương trình (4) có nghiệm duy nhất $x_3 \in (0; 1)$.

Bảng biến thiên hàm số $y = g(x)$:



$$\max_{[0;1]} g(x) = 3+m = 4 \Leftrightarrow m = 1. \text{ Suy ra } m_1 = 1.$$

$$\min_{[-1;0]} g(x) = -1+m = -2 \Leftrightarrow m = -1. \text{ Suy ra } m_2 = -1.$$

$$\text{Vậy } m_1 + m_2 = 0.$$

- Câu 48.** Có bao nhiêu số nguyên dương y để tập nghiệm của bất phương trình $(\log_2 x - \sqrt{2})(\log_2 x - y) < 0$ chứa tối đa 1000 số nguyên.

A. 9

B. 10

C. 8

D. 11

Hướng dẫn giải

Chọn A

TH1. Nếu $y = \sqrt{2} \notin$

TH2. Nếu $y > \sqrt{2} \Rightarrow (\log_2 x - \sqrt{2})(\log_2 x - y) \Leftrightarrow 2^{\sqrt{2}} < x < 2^y$. Tập nghiệm của BPT chứa tối đa 1000 số nguyên $\{3; 4; \dots; 1002\} \Leftrightarrow 2^y \leq 1003 \Leftrightarrow y \leq \log_2 1003 \approx 9,97 \Rightarrow y \in \{2; \dots; 9\}$

TH3. Nếu $y < \sqrt{2} \Rightarrow y = 1 \Rightarrow (\log_2 x - \sqrt{2})(\log_2 x - y) < 0 \Leftrightarrow 1 < \log_2 x < \sqrt{2} \Leftrightarrow 2 < x < 2^{\sqrt{2}}$. Tập nghiệm không chứa số nguyên nào

- Câu 49.** Cho hàm số $y = f(x)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn

$$\int_0^x [f^2(t) + (f'(t))^2] dt = (f(x))^2 - 2018. \text{ Tính } f(1)$$

A. $2018e$

B. $\sqrt{2018}$

C. 2018

D. $\sqrt{2018e}$

Chọn D

Lấy đạo hàm hai vế ta được

$$2f(x)f'(x) = f^2(x) + (f'(x))^2 \Rightarrow (f'(x) - f(x))^2 = 0 \Rightarrow f'(x) = f(x)$$

$$\Rightarrow f(x) = k e^x$$

$$\text{Thử lại vào đẳng thức đã cho suy ra } k^2 e^{2x} = \int_0^x 2k^2 e^{2x} dx + 2018 \Rightarrow k = \sqrt{2018} \Rightarrow f(x) = \sqrt{2018} e^x$$

$$\text{Vậy } f(1) = \sqrt{2018e}$$

- Câu 50.** Trong hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(2; 1; 3)$, mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 10z + 2 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , nằm trong mặt phẳng (α) và cắt (S) tại hai điểm M, N . Độ dài đoạn MN nhỏ nhất là:

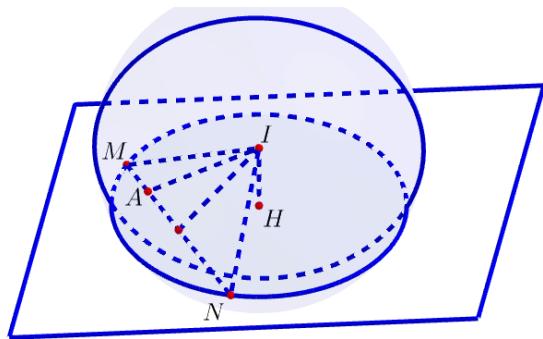
A. $2\sqrt{30}$.

B. $\sqrt{30}$.

C. $\frac{\sqrt{30}}{2}$.

D. $\frac{3\sqrt{30}}{2}$.

Chọn A



+ Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;5)$ và bán kính $R = 6$.

Ta có: $A \in (\alpha)$, $IA = \sqrt{6} < R$ nên $(S) \cap (\alpha) = (C)$ và A nằm trong mặt cầu (S) .

Suy ra: Mọi đường thẳng Δ đi qua A , nằm trong mặt phẳng (α) đều cắt (S) tại hai điểm M, N . (M, N cũng chính là giao điểm của Δ và (C)).

+ Vì $d(I, \Delta) \leq IA$ nên ta có: $MN = 2\sqrt{R^2 - d^2(I, \Delta)} \geq 2\sqrt{R^2 - IA^2} = 2\sqrt{30}$.

Dấu " $=$ " xảy ra khi A là điểm chính giữa dây cung MN .

Vậy độ dài đoạn MN nhỏ nhất là MN bằng $2\sqrt{30}$.